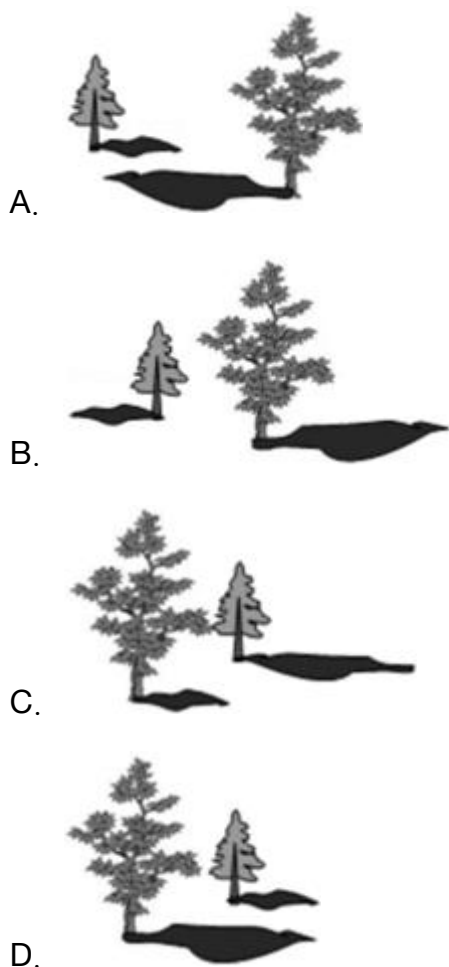


2016 年上海市闸北区中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

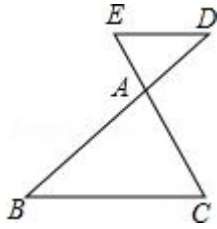
1. (4 分) 在下列四幅图形中，能表示两棵小树在同一时刻阳光下影子的图形的可能是 ()



2. (4 分) 抛物线 $y = -2x^2 + 3$ 的顶点在 ()

A. x 轴上 B. y 轴上 C. 第一象限 D. 第四象限

3. (4 分) 如图，已知点 D、E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 BA、CA 的延长上，下列给出的条件中，不能判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()



A. $BD: AB = CE: AC$

B. $DE: BC = AB: AD$

C. $AB: AC = AD: AE$

D. $AD: DB = AE: EC$

4. (4分) 已知点P是线段AB的黄金分割点 ($AP > PB$), $AB=4$, 那么AP的长是 ()

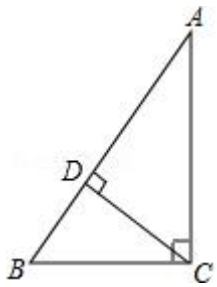
A. $2\sqrt{5}-2$

B. $2-\sqrt{5}$

C. $2\sqrt{5}-1$

D. $\sqrt{5}-2$

5. (4分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=12$, $BC=5$, $CD \perp AB$ 于点D, 则 $\cot \angle BCD$ 的值为 ()



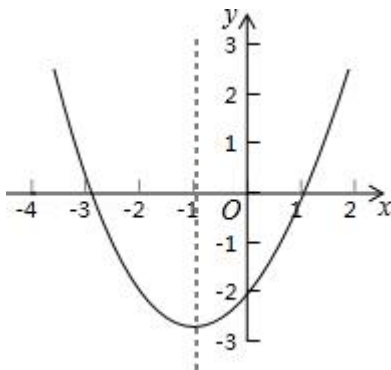
A. $\frac{5}{13}$

B. $\frac{5}{12}$

C. $\frac{12}{5}$

D. $\frac{12}{13}$

6. (4分) 已知, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 则以下说法不正确的是 ()



A. 根据图象可得该函数 y 有最小值

B. 当 $x=-2$ 时, 函数 y 的值小于 0

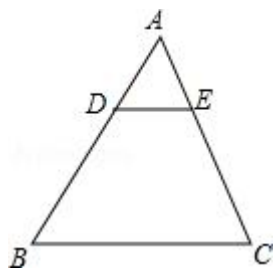
C. 根据图象可得 $a > 0$, $b < 0$

D. 当 $x < -1$ 时, 函数值 y 随着 x 的增大而减小

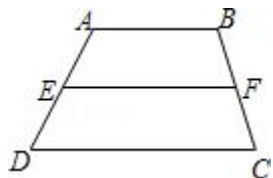
二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{a+c}{b+d}$ 的值是_____.

8. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 当 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的周长比为 1: 3 时, 那么 $DE: BC =$ _____.



9. (4 分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E 和点 F 分别在 AD 和 BC 上, EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线, 若 $\overrightarrow{EF} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 则用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AB} =$ _____.



10. (4 分) 求值: $\sin 60^\circ - \tan 30^\circ =$ _____.

11. (4 分) 汽车沿着坡度为 1: 7 的斜坡向上行驶了 50 米, 则汽车升高了_____米.

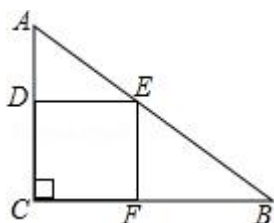
12. (4 分) 已知抛物线 $y = (m - 1)x^2 + 4$ 的顶点是此抛物线的最高点, 那么 m 的取值范围是_____.

13. (4 分) 周长为 16 的矩形的面积 y 与它的一条边长 x 之间的函数关系式为 $y =$ _____. (不需要写出定义域)

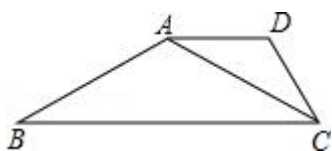
14. (4 分) 在直角坐标系中, 已知点 P 在第一象限内, 点 P 与原点 O 的距离

OP=2, 点 P 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 60° , 则点 P 的坐标是_____.

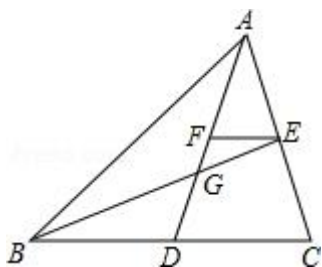
15. (4 分) 如图, 正方形 CDEF 内接于 $\text{Rt}\triangle ABC$, 点 D、E、F 分别在边 AC、AB 和 BC 上, 当 $AD=2$, $BF=3$ 时, 正方形 CDEF 的面积是_____.



16. (4 分) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, AC 平分 $\angle BCD$, $\angle BAC = \angle D$, 若 $AD=4$, $BC=10$, 则 $AC=$ _____.



17. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 的两条中线 AD 和 BE 相交于点 G, 过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AD 于点 F, 那么 $\frac{FG}{AG} =$ _____.



18. (4 分) 如图, 将一张矩形纸片 ABCD 沿着过点 A 的折痕翻折, 使点 B 落在 AD 边上的点 F, 折痕交 BC 于点 E, 将折叠后的纸片再次沿着另一条过点 A 的折痕翻折, 点 E 恰好与点 D 重合, 此时折痕交 DC 于点 G, 则 CG:GD 的值为_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 解方程: $\frac{x-5}{x^2-1} + 1 = \frac{3}{x+1}$.

20. (10 分) 已知二次函数的图象的顶点在原点 O , 且经过点 $A(1, \frac{1}{4})$.

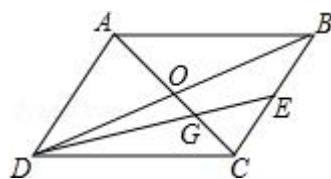
(1) 求此函数的解析式;

(2) 将该抛物线沿着 y 轴向上平移后顶点落在点 P 处, 直线 $x=2$ 分别交原抛物线和新抛物线于点 M 和 N , 且 $S_{\triangle PMN} = 3\sqrt{2}$, 求: MN 的长以及平移后抛物线的解析式.

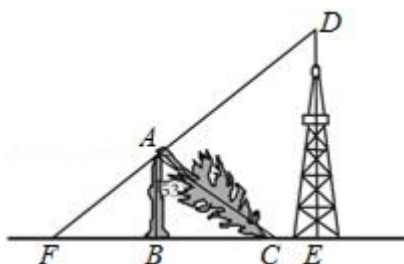
21. (10 分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , 点 E 是边 BC 的中点, 联结 DE 交 AC 于点 G . 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$,

(1) 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{OC}$;

(2) 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DG}$.



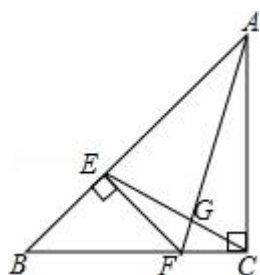
22. (10 分) 如图, 一棵大树在一次强台风中折断倒下, 未折断树杆 AB 与地面仍保持垂直的关系, 而折断部分 AC 与未折断树杆 AB 形成 53° 的夹角. 树杆 AB 旁有一座与地面垂直的铁塔 DE , 测得 $BE=6$ 米, 塔高 $DE=9$ 米. 在某一时刻的太阳照射下, 未折断树杆 AB 落在地面的影子 FB 长为 4 米, 且点 F 、 B 、 C 、 E 在同一条直线上, 点 F 、 A 、 D 也在同一条直线上. 求这棵大树没有折断前的高度. (参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$)



23. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle BCA=90^\circ$, 点 E 是斜边 AB 上的一个动点 (不与 A 、 B 重合), 作 $EF \perp AB$ 交边 BC 于点 F , 联结 AF 、 EC 交于点 G .

(1) 求证: $\triangle BEC \sim \triangle BFA$;

(2) 若 $BE:EA=1:2$, 求 $\angle ECF$ 的余弦值.

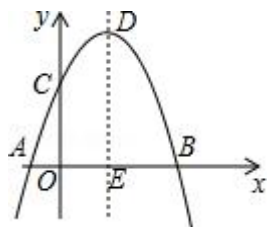


24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$, 对称轴为直线 $x=1$, 对称轴交 x 轴于点 E .

(1) 求该抛物线的表达式, 并写出顶点 D 的坐标;

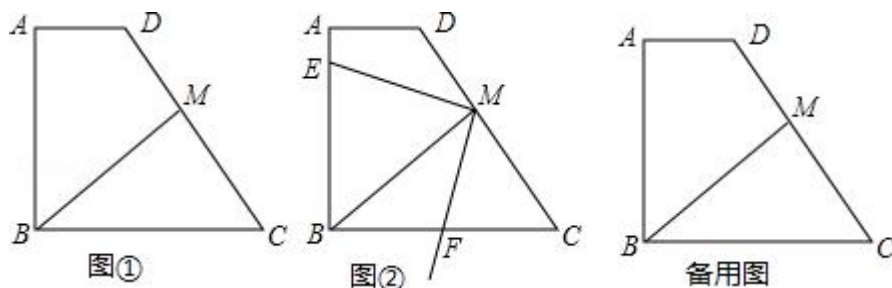
(2) 设点 F 在抛物线上, 如果四边形 $AEFD$ 是梯形, 求点 F 的坐标;

(3) 连结 BD , 设点 P 在线段 BD 上, 若 $\triangle EBP$ 与 $\triangle ABD$ 相似, 求点 P 的坐标.



25. (14 分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A=90^\circ$, $AD=4$, $AB=8$, $BC=10$, M 在边 CD 上, 且 $\frac{DM}{MC}=\frac{2}{3}$.

- (1) 如图①，联结 BM ，求证： $BM \perp DC$ ；
- (2) 如图②，作 $\angle EMF = 90^\circ$ ， ME 交射线 AB 于点 E ， MF 交射线 BC 于点 F ，
若 $AE = x$ ， $BF = y$ ．当点 F 在线段 BC 上时，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；
- (3) 若 $\triangle MCF$ 是等腰三角形，求 AE 的值．

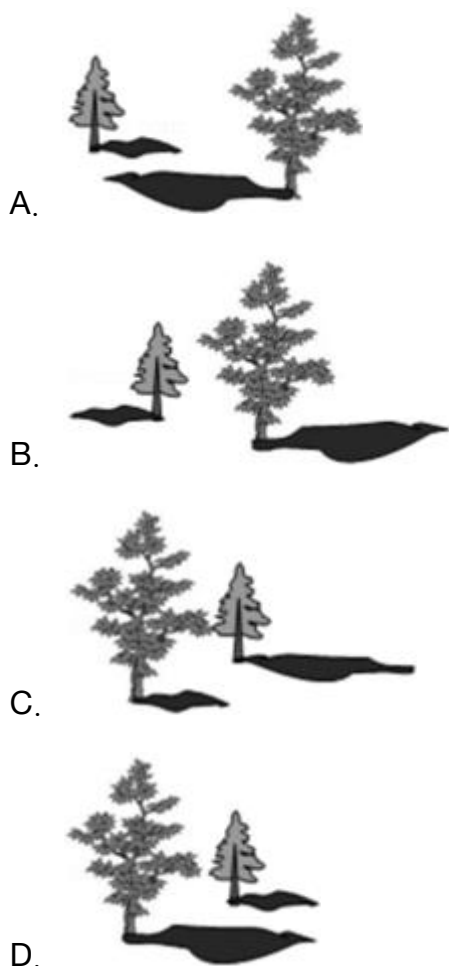


2016 年上海市闸北区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 在下列四幅图形中，能表示两棵小树在同一时刻阳光下的影子的图形的可能是 ()



【考点】U5：平行投影.

【分析】根据平行投影得特点，利用两小树的影子的方向相反可对 A、B 进行判断；利用在同一时刻阳光下，树高与影子成正比可对 C、D 进行判断.

【解答】解：A、两棵小树的影子的方向相反，不可能为同一时刻阳光下影子，
所以 A 选项错误；

B、两棵小树的影子的方向相反，不可能为同一时刻阳光下影子，所以 B 选项错误；

C、在同一时刻阳光下，树高与影子成正比，所以 C 选项错误；

D、在同一时刻阳光下，树高与影子成正比，所以 D 选项正确。

故选：D.

【点评】本题考查了平行投影：由平行光线形成的投影是平行投影，如物体在太阳光的照射下形成的影子就是平行投影.

2. (4 分) 抛物线 $y = -2x^2 + 3$ 的顶点在 ()

A. x 轴上 B. y 轴上 C. 第一象限 D. 第四象限

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】因为 $y = -2x^2 + 3$ 可看作抛物线的顶点式，根据顶点式的坐标特点，得出顶点坐标为 (0, 3)，即可知顶点在 y 轴上.

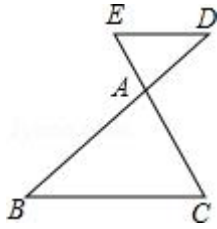
【解答】解：抛物线 $y = -2x^2 + 3$ 是顶点式，
根据顶点式的坐标特点可知，

顶点坐标为 (0, 3)，即顶点在 y 轴上.

故选：B.

【点评】此题考查了二次函数的性质，二次函数 $y = a(x - h)^2 + k$ 的顶点坐标为 (h, k)，对称轴为 $x = h$. 也考查了 y 轴上点的坐标特征.

3. (4 分) 如图，已知点 D、E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 BA、CA 的延长上，下列给出的条件中，不能判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()



A. $BD: AB=CE: AC$

B. $DE: BC=AB: AD$

C. $AB: AC=AD: AE$

D. $AD: DB=AE: EC$

【考点】 S4: 平行线分线段成比例.

【分析】 由平行线分线段成比例定理的逆定理得出 A、C、D 正确，B 不正确，即可得出结论.

【解答】 解： $\because BD: AB=CE: AC$,

$\therefore DE \parallel BC$, 选项 A 正确;

$\because DE: BC=AB: AD$ 不能判定 $DE \parallel BC$,

$\therefore$ 选项 B 不正确;

$\because AB: AC=AD: AE$,

$\therefore DE \parallel BC$, 选项 C 正确;

$\because AD: DB=AE: EC$,

$\therefore DE \parallel BC$, 选项 D 正确.

故选: B.

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理的逆定理; 熟记平行线分线段成比例定理的逆定理是解决问题的关键.

4. (4 分) 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$), $AB=4$, 那么 AP 的长是 ()

A. $2\sqrt{5}-2$

B. $2-\sqrt{5}$

C. $2\sqrt{5}-1$

D. $\sqrt{5}-2$

【考点】 S3: 黄金分割.

【分析】根据黄金分割点的定义，知 AP 是较长线段；则 $AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$ ，代入数据即可得出 AP 的长.

【解答】解：由于 P 为线段 $AB=4$ 的黄金分割点，

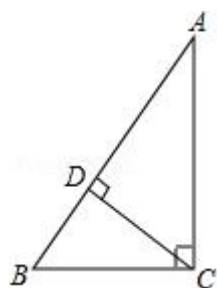
且 AP 是较长线段；

$$\text{则 } AP = 4 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 2\sqrt{5} - 2.$$

故选：A.

【点评】本题考查了黄金分割的概念：把一条线段分成两部分，使其中较长的线段为全线段与较短线段的比例中项，这样的线段分割叫做黄金分割，他们的比值 $(\frac{\sqrt{5}-1}{2})$ 叫做黄金比. 熟记黄金分割的公式：较短的线段 = 原线段的 $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ，较长的线段 = 原线段的 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 是解题的关键.

5. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=12$ ， $BC=5$ ， $CD \perp AB$ 于点 D，则 $\cot \angle BCD$ 的值为 ()



A. $\frac{5}{13}$

B. $\frac{5}{12}$

C. $\frac{12}{5}$

D. $\frac{12}{13}$

【考点】T7：解直角三角形.

【分析】根据在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=12$ ， $BC=5$ ， $CD \perp AB$ 于点 D，可以得到 $\angle A$ 和 $\angle BCD$ 的关系，由 $\angle A$ 的三角函数值可以得到 $\angle BCD$ 的三角函数值，从而可以解答本题.

【解答】解： $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle B + \angle A = 90^\circ,$$

$\therefore CD \perp AB$ 于点 D,

$\therefore \angle CDB = 90^\circ$,

$\therefore \angle B + \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle BCD$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, $BC = 5$,

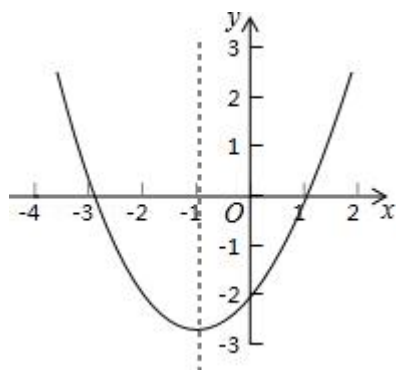
$\therefore \cot \angle A = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{5}$,

$\therefore \cot \angle BCD = \frac{12}{5}$.

故选: C.

【点评】 本题考查解直角三角形, 解题的关键是找出各个角之间的关系, 根据等角的三角函数值相等, 运用数学转化的思想进行解答问题.

6. (4 分) 已知, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 则以下说法不正确的是 ()



- A. 根据图象可得该函数 y 有最小值
- B. 当 $x = -2$ 时, 函数 y 的值小于 0
- C. 根据图象可得 $a > 0$, $b < 0$
- D. 当 $x < -1$ 时, 函数值 y 随着 x 的增大而减小

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 由抛物线开口向上得 $a > 0$, 由当 $x = -2$ 时, 图象在 x 轴的下方, 得出

函数值小于 0，对称轴 $x = -1$ 在 y 轴的左侧得 $b > 0$ ，根据二次函数的性质可得当 $x < -1$ 时， y 随 x 的增大而减小；由此判定得出答案即可.

【解答】解：由图象可知：

- A、抛物线开口向上，该函数 y 有最小值，此选项正确；
- B、当 $x = -2$ 时，图象在 x 轴的下方，函数值小于 0，此选项正确；
- C、对称轴 $x = -1$ ， $a > 0$ ，则 $b > 0$ ，此选项错误；
- D、当 $x < -1$ 时， y 随 x 的增大而减小正确，此选项.

故选：C.

【点评】此题考查二次函数的性质，根据图象判定开口方向，得出对称轴，利用二次函数的增减性解决问题.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3}$ ，则 $\frac{a+c}{b+d}$ 的值是 $\frac{1}{3}$.

【考点】S1：比例的性质.

【分析】根据等比性质： $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$ ，可得答案.

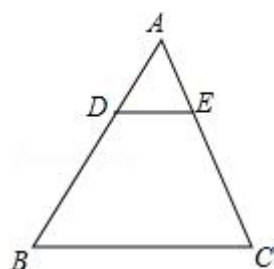
【解答】解：由等比性质，得

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{1}{3},$$

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了比例的性质，利用等比性质是解题关键.

8. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，当 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的周长比为 1: 3 时，那么 $DE: BC = \underline{1: 3}$.



【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】根据 $DE \parallel BC$ ，得到 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，如何根据相似三角形的性质即可解题.

【解答】解： $\because DE \parallel BC$,

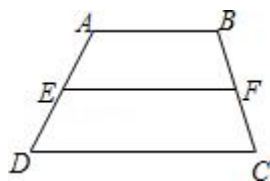
$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$\therefore \frac{DE}{BC} = \triangle ADE \text{ 的周长} : \triangle ABC \text{ 的周长} = 1 : 3$.

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定，考查了相似三角形对应边比例相等的性质，本题中求证 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 是解题的关键.

9. (4分) 如图，已知在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，点 E 和点 F 分别在 AD 和 BC 上， EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线，若 $\overrightarrow{EF} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$ ，则用 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AB} = \underline{2\vec{a} - \vec{b}}$.



【考点】LM：*平面向量.

【分析】由在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线，可得 $EF \parallel AB \parallel CD$ ， $EF = \frac{1}{2} (AB + CD)$ ，则可得 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{DC}$ ，继而求得答案.

【解答】解： $\because$ 在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线，

$\therefore EF \parallel AB \parallel CD$ ， $EF = \frac{1}{2} (AB + CD)$ ，

$\therefore \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{DC} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

故答案为： $2\vec{a} - \vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识以及梯形的中位线的性质. 注意能灵活应用

梯形中位线的性质是解此题的关键.

10. (4 分) 求值: $\sin 60^\circ - \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 得到原式 $= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$, 然后通分合并即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{2\sqrt{3}}{6}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{6}$.

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 也考查了二次根式的运算.

11. (4 分) 汽车沿着坡度为 1: 7 的斜坡向上行驶了 50 米, 则汽车升高了 $5\sqrt{2}$ 米.

【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】根据坡度即可求得坡角的正弦值, 根据三角函数即可求解.

【解答】解: $\because$ 坡度为 1: 7,

$\therefore$ 设坡角是 α , 则 $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$

$\therefore$ 上升的高度是: $50 \times \frac{\sqrt{2}}{10} = 5\sqrt{2}$ (米).

故答案是: $5\sqrt{2}$.

【点评】本题主要考查了坡度的定义, 正确求得坡角的正弦值是解题的关键.

12. (4 分) 已知抛物线 $y = (m - 1)x^2 + 4$ 的顶点是此抛物线的最高点, 那么 m 的取值范围是 $m < 1$.

【考点】H7: 二次函数的最值.

【分析】 根据二次函数 $y = (m+1)x^2 + 2$ 的顶点是此抛物线的最高点，得出抛物线开口向下，即 $m+1 < 0$ ，即可得出答案.

【解答】 解：∵ 抛物线 $y = (m-1)x^2 + 4$ 的顶点是此抛物线的最高点，
∴ 抛物线开口向下，
∴ $m-1 < 0$ ，
∴ $m < 1$ ，

故答案为 $m < 1$.

【点评】 此题主要考查了利用二次函数顶点坐标位置确定图象开口方向，此题型是中考中考查重点，同学们应熟练掌握.

13. (4 分) 周长为 16 的矩形的面积 y 与它的一条边长 x 之间的函数关系式为

$y = \underline{8x - x^2}$. (不需要写出定义域)

【考点】 HD: 根据实际问题列二次函数关系式.

【分析】 首先根据矩形周长为 16，一条边长 x 可表示出另一边长为 $8-x$ ，再根据矩形面积=长×宽列出函数解析式即可.

【解答】 解：∵ 矩形周长为 16，一条边长 x ，
∴ 另一边长为 $8-x$ ，
∴ 面积： $y = (8-x)x = 8x - x^2$.

故答案为： $8x - x^2$.

【点评】 此题主要考查了根据实际问题列二次函数解析式，关键是掌握矩形的面积公式=长×宽.

14. (4 分) 在直角坐标系中，已知点 P 在第一象限内，点 P 与原点 O 的距离 $OP=2$ ，点 P 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 60° ，则点 P 的坐标是 $\underline{(1, \sqrt{3})}$.

【考点】D5：坐标与图形性质；T7：解直角三角形.

【分析】作 $PM \perp x$ 轴于点 M ，构造直角三角形，根据三角函数的定义求解.

【解答】解：作 $PM \perp x$ 轴于点 M ，如图所示：

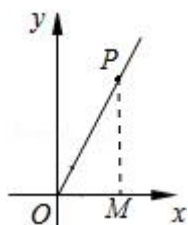
$$\therefore OP=2,$$

$$\therefore \sin 60^\circ = \frac{PM}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{OM}{OP} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore PM = \sqrt{3}, \quad OM = 1.$$

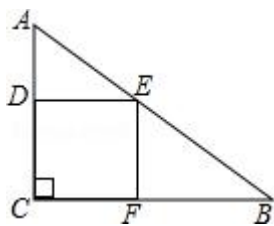
故 P 点坐标为： $(1, \sqrt{3})$.

故答案为： $(1, \sqrt{3})$.



【点评】本题考查了解直角三角形和坐标与图形性质的知识，难度不大，注意掌握一个角的余弦和正弦的计算方法.

15. (4分) 如图，正方形 $CDEF$ 内接于 $Rt\triangle ABC$ ，点 D 、 E 、 F 分别在边 AC 、 AB 和 BC 上，当 $AD=2$ ， $BF=3$ 时，正方形 $CDEF$ 的面积是 6.



【考点】LE：正方形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】根据正方形的性质得到 $DE \parallel BC$ ，由平行线的性质得到 $\angle AED = \angle B$ ，

$\angle ADE = \angle EFB = 90^\circ$ ，推出 $\triangle ADE \sim \triangle BEF$ ，根据相似三角形的性质得到

$$\frac{AD}{EF} = \frac{DE}{BF}, \text{ 代入数据即可得到结论.}$$

【解答】解： $\because$ 四边形 $CDEF$ 是正方形，

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AED = \angle B, \quad \angle ADE = \angle EFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle BEF,$$

$$\therefore \frac{AD}{EF} = \frac{DE}{BF},$$

$$\text{即 } \frac{2}{EF} = \frac{DE}{3},$$

$$\therefore DE \cdot EF = 2 \times 3 = 6,$$

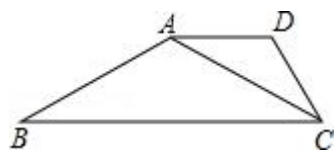
$\therefore$ 正方形 CDEF 的面积是 6.

故答案为：6.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，正方形的性质，熟练掌握相似三角形的性质定理是解题的关键.

16. (4 分) 如图，在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，AC 平分 $\angle BCD$ ， $\angle BAC = \angle D$ ，

若 $AD=4$ ， $BC=10$ ，则 $AC=$ $2\sqrt{10}$.



【考点】 S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】 根据平行线的性质得出 $\angle DAC = \angle ACB$ ，根据相似三角形的判定得出 $\triangle$

$ADC \sim \triangle CAB$ ，得出比例式，代入求出即可.

【解答】 解： $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB,$$

$$\because \angle BAC = \angle D,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{AC},$$

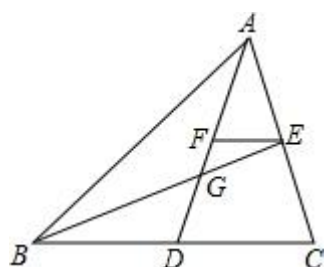
$$\therefore \frac{AC}{10} = \frac{4}{AC},$$

解得： $AC=2\sqrt{10}$.

故答案为： $2\sqrt{10}$.

【点评】 本题考查了相似三角形的性质和判定，平行线的性质的应用，能求出 $\triangle ADC \sim \triangle CAB$ 是解此题的关键.

17. (4 分) 如图， $\triangle ABC$ 的两条中线 AD 和 BE 相交于点 G ，过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AD 于点 F ，那么 $\frac{FG}{AG} = \frac{1}{4}$.



【考点】 K5： 三角形的重心； S4： 平行线分线段成比例.

【分析】 由三角形的重心定理得出 $\frac{EG}{BG} = \frac{1}{2}$ ， $\frac{DG}{AG} = \frac{1}{2}$ ， 由平行线分线段成比例定理得出 $\frac{FG}{DG} = \frac{EG}{BG} = \frac{1}{2}$ ， 即可得出结果.

【解答】 解： $\because$ 线段 AD 、 BE 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore \frac{EG}{BG} = \frac{1}{2}, \quad \frac{DG}{AG} = \frac{1}{2},$$

$$\because EF \parallel BC, \quad \frac{FG}{DG} = \frac{EG}{BG} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{FG}{AG} = \frac{1}{4}.$$

故答案为： $\frac{1}{4}$.

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理、三角形的重心定理；熟练掌握三角形的重心定理，由平行线分线段成比例定理得出 $FG: DG=1: 2$ 是解决问题的关键

18. (4 分) 如图，将一张矩形纸片 $ABCD$ 沿着过点 A 的折痕翻折，使点 B 落在

AD 边上的点 F，折痕交 BC 于点 E，将折叠后的纸片再次沿着另一条过点 A 的折痕翻折，点 E 恰好与点 D 重合，此时折痕交 DC 于点 G，则 CG: GD 的值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 连接 GE，由矩形的性质得出 $\angle BAD = \angle C = \angle ADC = \angle B = 90^\circ$ ， $AB = CD$ ， $AD = BC$ ，由折叠的性质得出 $\angle DAG = \angle EAG = 22.5^\circ$ ， $AG \perp DE$ ，由线段垂直平分线的性质得出 $GD = GE$ ，得出 $\angle GDE = \angle GED = \angle DAG = 22.5^\circ$ ，由三角形的外角性质得出 $\angle CGE = 45^\circ$ ，证出 $\triangle CEG$ 是等腰直角三角形，得出 $GD = GE = \sqrt{2}CG$ ，即可得出结果。

【解答】 解：如图所示：连接 GE，

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore \angle BAD = \angle C = \angle ADC = \angle B = 90^\circ$ ， $AB = CD$ ， $AD = BC$ ，

由折叠的性质得： $\angle DAE = \angle BAE = 45^\circ$ ， $\angle DAG = \angle EAG = 22.5^\circ$ ， $AG \perp DE$ ，

$\therefore GD = GE$ ，

$\therefore \angle GDE = \angle GED = \angle DAG = 22.5^\circ$ ，

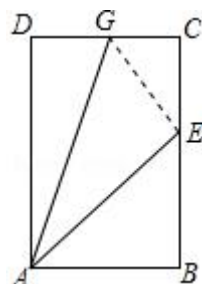
$\therefore \angle CGE = \angle GDE + \angle GED = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle CEG$ 是等腰直角三角形，

$\therefore GD = GE = \sqrt{2}CG$ ，

$$\therefore CG: GD = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



【点评】 本题考查了矩形的性质、翻折变换的性质、线段垂直平分线的性质、等腰三角形的性质、三角形的外角性质、等腰直角三角形的判定与性质；熟练掌握翻折变换和矩形的性质，证明 $\triangle CEG$ 是等腰直角三角形是解决问题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 解方程: $\frac{x-5}{x^2-1} + 1 = \frac{3}{x+1}$.

【考点】 B3: 解分式方程.

【专题】 11: 计算题; 522: 分式方程及应用.

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】 解: 去分母得: $x - 5 + x^2 - 1 = 3x - 3$,

整理得: $(x - 3)(x + 1) = 0$,

解得: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$,

经检验 $x = -1$ 是增根, 分式方程的解为 $x = 3$.

【点评】 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

20. (10 分) 已知二次函数的图象的顶点在原点 O , 且经过点 $A(1, \frac{1}{4})$.

(1) 求此函数的解析式;

(2) 将该抛物线沿着 y 轴向上平移后顶点落在点 P 处, 直线 $x=2$ 分别交原抛物线和新抛物线于点 M 和 N , 且 $S_{\triangle PMN}=3\sqrt{2}$, 求: MN 的长以及平移后抛物线的解析式.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】 (1) 根据题意可直接设 $y=ax^2$ 把点 $(1, -3)$ 代入得 $a=-3$, 所以 $y=-3x^2$;

(2) 设平移后 $y=\frac{1}{4}x^2+d$ ($d>0$), 则 $MN=d$, 根据题意得出 $S=\frac{1}{2} \times 2 \times d=3\sqrt{2}$,

即可求得 d 的值, 从而求得平移后的解析式.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线顶点是原点, 可设 $y=ax^2$,

把点 $A(1, \frac{1}{4})$ 代入, 得 $a=\frac{1}{4}$,

所以这个二次函数的关系式为 $y=\frac{1}{4}x^2$;

(2) 设平移后 $y=\frac{1}{4}x^2+d$ ($d>0$),

$\therefore MN=d$, $S=\frac{1}{2} \times 2 \times d=3\sqrt{2}$,

$\therefore d=3\sqrt{2}$,

$\therefore y=\frac{1}{4}x^2+3\sqrt{2}$.

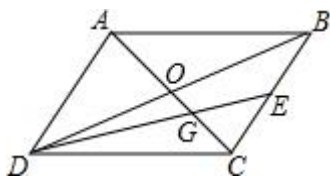
【点评】 主要考查了用待定系数法求函数解析式以及二次函数的图象与几何变换, 熟练掌握待定系数法和平移的规律是解题的关键.

21. (10 分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , 点 E 是边 BC

的中点, 联结 DE 交 AC 于点 G . 设 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$, $\overrightarrow{DC}=\vec{b}$,

(1) 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{OC}$;

(2) 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DG}$.



【考点】LM: *平面向量.

【分析】(1) 由 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 利用三角形法则, 可求得 $\overrightarrow{AC}$, 又由四边形 ABCD 是平行四边形, 根据平行四边形的对角线互相平分, 即可求得答案;

(2) 易得 $\triangle ADG \sim \triangle CEG$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 证得 AG:

CG=AD: CE=2: 1, 继而求得 $\overrightarrow{AG}$, 则可求得答案.

【解答】解: (1) $\because \overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \vec{a} + \vec{b},$$

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b};$$

(2) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC,$$

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle CEG,$$

$$\therefore AG: CG = AD: CE,$$

$\because$ 点 E 是边 BC 的中点,

$$\therefore AD: CE = 2: 1,$$

$$\therefore AG: CG = 2: 1,$$

$$\therefore AG: AC = 2: 3,$$

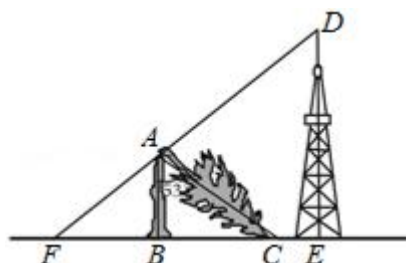
$$\therefore \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3} \vec{a} + \frac{2}{3} \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \vec{a} + \frac{2}{3} \vec{b} - \vec{a} = \frac{2}{3} \vec{b} - \frac{1}{3} \vec{a}.$$

【点评】此题考查了平面向量的知识、相似三角形的判定与性质以及平行四边形

的性质. 注意掌握三角形法则的应用是关键.

22. (10 分) 如图, 一棵大树在一次强台风中折断倒下, 未折断树杆 AB 与地面仍保持垂直的关系, 而折断部分 AC 与未折断树杆 AB 形成 53° 的夹角. 树杆 AB 旁有一座与地面垂直的铁塔 DE , 测得 $BE=6$ 米, 塔高 $DE=9$ 米. 在某一时刻的太阳照射下, 未折断树杆 AB 落在地面的影子 FB 长为 4 米, 且点 F 、 B 、 C 、 E 在同一条直线上, 点 F 、 A 、 D 也在同一条直线上. 求这棵大树没有折断前的高度. (参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$)



【考点】 T8: 解直角三角形的应用.

【分析】 由题意得出 $AB \parallel DE$, 证出 $\triangle ABF \sim \triangle DEF$, 由相似三角形的性质得出

$\frac{AB}{DE} = \frac{BF}{EF}$, 求出 AB , 再由三角函数求出 AC , 即可得出结果.

【解答】 解: 根据题意得: $AB \perp EF$, $DE \perp EF$,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, AB \parallel DE,$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle DEF,$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BF}{EF}, \text{ 即 } \frac{AB}{9} = \frac{4}{4+6},$$

解得: $AB=3.6$ 米,

$$\therefore \cos \angle BAC = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore AC = \frac{AB}{\cos 53^\circ} \approx \frac{3.6}{0.6} = 6 \text{ (米)},$$

$$\therefore AB+AC=3.6+6=9.6 \text{ 米}.$$

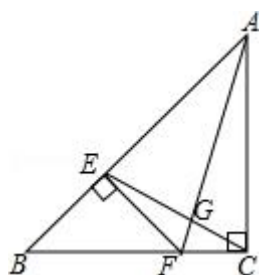
答: 这棵大树没有折断前的高度为 9.6 米.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用、相似三角形的应用；熟练掌握解直角三角形，由相似三角形的性质求出 AB 是解决问题的关键.

23. (12 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， $\angle BCA=90^\circ$ ，点 E 是斜边 AB 上的一个动点（不与 A 、 B 重合），作 $EF \perp AB$ 交边 BC 于点 F ，联结 AF 、 EC 交于点 G .

(1) 求证： $\triangle BEC \sim \triangle BFA$;

(2) 若 $BE:EA=1:2$ ，求 $\angle ECF$ 的余弦值.



【考点】 S9：相似三角形的判定与性质；T7：解直角三角形.

【分析】 (1) 根据已知条件得到 $\triangle BEF \sim \triangle ABC$ ，根据相似三角形的性质得到

$\frac{BE}{BC} = \frac{BF}{AB}$ ，根据相似三角形判定定理即可得到结论；

(2) 由已知条件的 $\frac{EF}{AE} = \frac{1}{2}$ ，根据三角函数的定义得到 $\tan \angle EAF = \frac{1}{2}$ ，根据相似三角形的性质得到 $\angle BAF = \angle BCE$ ，即可得到结论.

【解答】 解：(1) $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， $\angle BCA=90^\circ$ ，

$\therefore EF \perp AB$ ，

$\therefore \angle BEF=90^\circ$ ，

$\therefore \angle B=\angle B$ ，

$\therefore \triangle BEF \sim \triangle ABC$ ，

$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{BF}{AB}$ ，

$\therefore \triangle BEC \sim \triangle BFA$;

(2) $\because BE=EF$, $BE:EA=1:2$,

$$\therefore \frac{EF}{AE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle EAF = \frac{1}{2},$$

设 $EF=k$, $AE=2k$,

$$\therefore AF = \sqrt{5},$$

$\therefore \triangle BEC \sim \triangle BFA$,

$\therefore \angle BAF = \angle BCE$,

$$\therefore \cos \angle ECF = \cos \angle EAF = \frac{AE}{AF} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

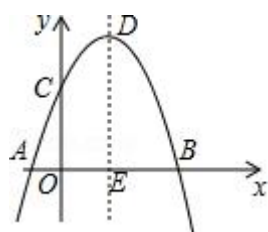
【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，锐角三角函数的定义，等腰直角三角形的性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 $C(0, 2)$ ，对称轴为直线 $x=1$ ，对称轴交 x 轴于点 E .

(1) 求该抛物线的表达式，并写出顶点 D 的坐标；

(2) 设点 F 在抛物线上，如果四边形 $AEFD$ 是梯形，求点 F 的坐标；

(3) 连结 BD ，设点 P 在线段 BD 上，若 $\triangle EBP$ 与 $\triangle ABD$ 相似，求点 P 的坐标.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据函数值相等的点关于对称轴对称，可得 B 点坐标，根据待定系数法，可得函数解析式；

(2) 根据平行线的一次项的系数相等，可得 EF 的解析式，根据解方程组，可

得答案;

(3) 根据两组对边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似, 可得 PB 的长,

根据勾股定理, 可得 P 点的横坐标, 根据自变量与函数值的对应关系, 可得

P 点坐标.

【解答】解: (1) 由 A、B 关于 $x=1$ 对称, 得 B (3, 0),

设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), 将 A、B、C 点坐标代入, 得

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0, \\ c=2 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{4}{3} \\ c=2 \end{cases}.$$

抛物线的解析式为 $y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2$, 顶点坐标为 D $(1, \frac{8}{3})$;

(2) ①当 $AE \parallel DF$ 时, 不存在, 舍去;

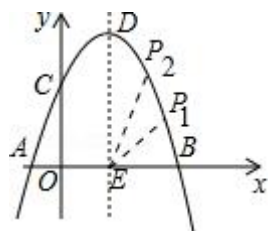
②当 $AD \parallel EF$ 时, AD 的解析式为 $y=\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}$,

EF 的解析式为 $y=\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}$,

$$\text{联立得} \begin{cases} y=\frac{4}{3}x-\frac{4}{3} \\ y=-\frac{2}{3}(x+1)(x-3) \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=\sqrt{5} \\ y=-\frac{4\sqrt{5}-4}{3} \end{cases},$$

F 点坐标为 $(\sqrt{5}, \frac{4\sqrt{5}-4}{3})$,

(3) $\angle PBE = \angle DBA$, 如图:



BD 的解析式为 $y=-\frac{4}{3}x+4$, P 在 BD 上, 设 P $(m, -\frac{4}{3}m+4)$

$$DB = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = \frac{10}{3}, \quad BA = 3 - (-1) = 4, \quad BE = 3 - 1 = 2.$$

$$\text{①当 } \triangle PBE \sim \triangle DBA \text{ 时, } \frac{PB}{DB} = \frac{BE}{BA},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{PB}{\frac{10}{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{4}, \text{ 解得 } BP = \frac{5}{3},$$

$$(3-m)^2 + \left(\frac{4}{3}m - 4\right)^2 = \frac{25}{9},$$

解得 $m=2$, $m=4$ (不符合题意, 舍),

$$\text{当 } m=2 \text{ 时, } -\frac{4}{3}m + 4 = \frac{4}{3},$$

$$P_1 \left(2, \frac{4}{3}\right);$$

$$\text{②当 } \triangle EBP \sim \triangle DBA \text{ 时,}$$

$$\frac{EB}{DB} = \frac{BP}{BA},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{2}{\frac{10}{3}}}{\frac{10}{3}} = \frac{BP}{4},$$

$$\text{解得 } BP = \frac{12}{5},$$

$$(3-m)^2 + \left(\frac{4}{3}m - 4\right)^2 = \frac{144}{25},$$

$$\text{解得 } m = \frac{39}{25}, \quad m = \frac{111}{25} \text{ (不符合题意, 舍),}$$

$$\text{当 } m = \frac{39}{25} \text{ 时, } -\frac{4}{3}m + 4 = \frac{48}{25},$$

$$P_2 \left(\frac{39}{25}, \frac{48}{25}\right),$$

综上所述: P 点坐标为 $P_1 \left(2, \frac{4}{3}\right)$, $P_2 \left(\frac{39}{25}, \frac{48}{25}\right)$.

【点评】 本题考查了二次函数综合题, 利用函数值相等的两点关于对称轴对称得出 B 点坐标是解题关键; 利用平行线的一次项的系数相等得出 EF 的解析式是解题关键; 利用两组对边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似得出 PB 的长是解题关键, 要分类讨论, 以防遗漏.

25. (14 分) 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $AD = 4$, $AB = 8$, $BC = 10$,

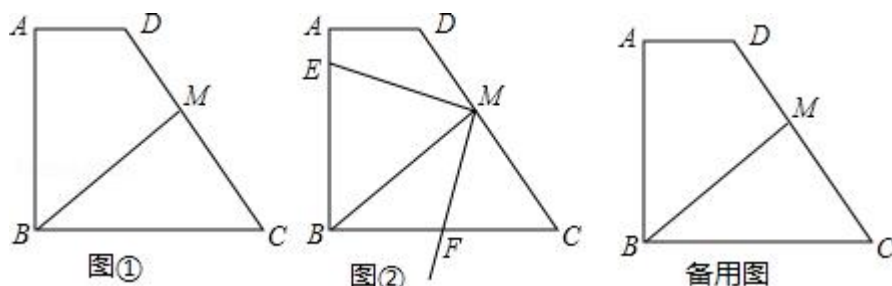
M 在边 CD 上, 且 $\frac{DM}{MC} = \frac{2}{3}$.

(1) 如图①, 联结 BM, 求证: $BM \perp DC$;

(2) 如图②, 作 $\angle EMF = 90^\circ$, ME 交射线 AB 于点 E, MF 交射线 BC 于点 F,

若 $AE = x$, $BF = y$. 当点 F 在线段 BC 上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 若 $\triangle MCF$ 是等腰三角形, 求 AE 的值.



【考点】SO: 相似形综合题.

【分析】(1) 连接 BD, 作 $DN \perp BC$ 于 N, 则四边形 ABND 是矩形, 得出 $DN = AB = 8$, $BN = AD = 4$, 求出 $CN = BC - BN = 6$, 由勾股定理求出 CD, 得出 $CD = BC = 10$, 由等腰三角形的性质和平行线的性质得出 $\angle ADB = \angle DBC = \angle BDC$, 求出 $DM = 4 = AD$, 由 SAS 证明 $\triangle ADB \cong \triangle MDB$, 得出对应角相等即可;

(2) 由角的互余关系得出 $\angle C = \angle MBA$, $\angle CMF = \angle BME$, 证出 $\triangle CMF \sim \triangle BME$, 得出对应边成比例, 即可得出结果;

(3) 分两种情况: ①当点 E 在线段 AB 上时, $\triangle CMF \sim \triangle BME$, $\triangle CMF$ 为等腰三角形, 得出 $\triangle BME$ 为等腰三角形, 当 $BE = BM = 8$ 时, $AE = 0$; 当 $BM = ME$ 时, 由三角函数求出 $BE = \frac{48}{5} > AE$, 舍去; 当 $BE = ME$ 时, 由三角函数求出 $BE = \frac{20}{3}$, 得出 $AE = AB - BE = \frac{4}{3}$;

②当点 E 在 BC 延长线上时, 同 (2) 可证 $\triangle CMF \sim \triangle BME$, $\triangle BME$ 为等腰三角形, 由 $\angle MBE > 90^\circ$, 得出 $BE = BM = 8$, 因此 $AE = 16$; 即可得出结果.

【解答】(1) 证明：连接 BD，如图 1 所示：

作 $DN \perp BC$ 于 N，则 $\angle DNC=90^\circ$ ，四边形 ABND 是矩形，

$$\therefore DN=AB=8, \quad BN=AD=4,$$

$$\therefore CN=BC-BN=10-4=6,$$

$$CD=\sqrt{6^2+8^2}=10,$$

$$\therefore CD=BC=10,$$

$$\therefore \angle DBC=\angle BDC,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB=\angle DBC=\angle BDC,$$

$$\therefore \frac{DM}{MC}=\frac{2}{3},$$

$$\therefore DM=4=AD,$$

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle MDB$ 中，

$$\begin{cases} AD=DM \\ \angle ADB=\angle BDC \\ BD=BD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle MDB \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle DMB=\angle A=90^\circ,$$

$$BM=AB=8,$$

$$\therefore BM \perp DC;$$

$$(2) \text{ 解: } \because \angle C=\angle MBA=90^\circ-\angle MBC,$$

$$\angle CMF=\angle BME=90^\circ-\angle FMB,$$

$$\therefore \triangle CMF \sim \triangle BME,$$

$$\therefore \frac{CF}{BE}=\frac{CM}{BM},$$

$$\text{即 } \frac{10-y}{8-x} = \frac{6}{8},$$

$$\text{解得: } y = \frac{3}{4}x + 4 \quad (0 \leq x \leq 8);$$

(3) 解: 分两种情况:

①当点 E 在线段 AB 上时, $\triangle CMF \sim \triangle BME$, $\triangle CMF$ 为等腰三角形,

$\therefore \triangle BME$ 为等腰三角形,

当 $BE=BM=8$ 时, $AE=0$;

当 $BM=ME$ 时, $BE = 2 \times BM \times \cos \angle MBA = 2 \times 8 \times \frac{3}{5} = \frac{48}{5} > AE$, 舍去

$$\text{当 } BE=ME \text{ 时, } BE = \frac{\frac{1}{2}BM}{\cos \angle MBA} = \frac{\frac{1}{2} \times 8}{\frac{3}{5}} = \frac{20}{3},$$

$$\therefore AE = AB - BE = 8 - \frac{20}{3} = \frac{4}{3};$$

②当点 E 在 BC 延长线上时, 如图 2 所示:

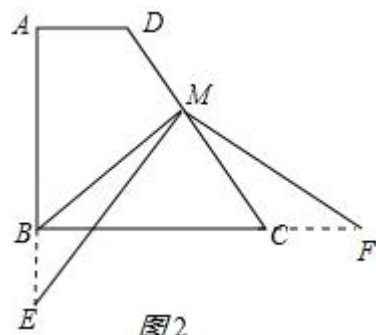
同 (2) 可证 $\triangle CMF \sim \triangle BME$, $\triangle BME$ 为等腰三角形,

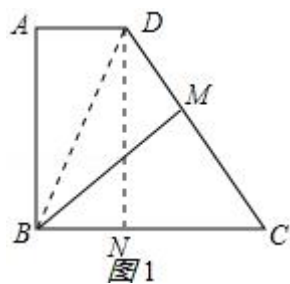
又 $\because \angle MBE > 90^\circ$,

$$\therefore BE = BM = 8,$$

$$\therefore AE = 16.$$

综上所述: 若 $\triangle MCF$ 是等腰三角形, AE 的值为 0 或 $\frac{4}{3}$ 或 16.





【点评】本题是四边形综合题目，考查了梯形的性质、相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、矩形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、三角函数等知识；本题综合性强，难度较大，特别是（3）中，需要进行分类讨论才能得出结果.