

2015 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

一、选择题 (每题 4 分, 共 24 分)

1. (4 分) 下列分数中, 可以化为有限小数的是 ()

- A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{3}{15}$ D. $\frac{3}{18}$

2. (4 分) 下列二次根式中最简根式是 ()

- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{8}$ C. $\sqrt{2a}$ D. $\sqrt{\frac{a}{2}}$

3. (4 分) 如表是某地今年春节放假七天最低气温 ($^{\circ}\text{C}$) 的统计结果

日期	除夕	初一	初二	初三	初四	初五	初六
最低气温 ($^{\circ}\text{C}$)	4	4	5	6	10	6	4

这七天最低气温的众数和中位数分别是 ()

- A. 4, 4 B. 4, 5 C. 6, 5 D. 6, 6

4. (4 分) 将抛物线 $y=x^2$ 向下平移 1 个单位, 再向左平移 2 个单位后, 所得新抛物线的表达式是 ()

- A. $y=(x-1)^2+2$ B. $y=(x-2)^2+1$ C. $y=(x+1)^2-2$ D. $y=(x+2)^2-1$

5. (4 分) 如果两圆的半径长分别为 6 与 2, 圆心距为 4, 那么这两个圆的位置关系是 ()

- A. 内含 B. 内切 C. 外切 D. 相交

6. (4 分) 下列命题中真命题是 ()

- A. 对角线互相垂直的四边形是矩形
B. 对角线相等的四边形是矩形
C. 四条边都相等的四边形是矩形
D. 四个内角都相等的四边形是矩形

二、填空题 (每题 4 分, 共 48 分)

7. (4分) 计算: $(a^2)^2 =$ _____.

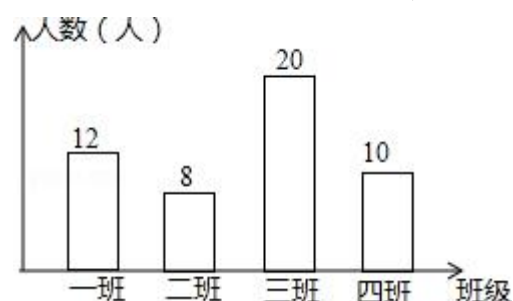
8. (4分) 分解因式: $2x^2 - 8x + 8 =$ _____.

9. (4分) 计算: $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x-1} =$ _____.

10. (4分) 方程 $\sqrt{7-x} = x - 1$ 的根是_____.

11. (4分) 如果抛物线 $y = (2-a)x^2 + 3x - a$ 的开口向上, 那么 a 的取值范围是_____.

12. (4分) 某校八年级共四个班, 各班寒假外出旅游的学生人数如图所示, 那么三班外出旅游学生人数占全年级外出旅游学生人数的百分比为_____.

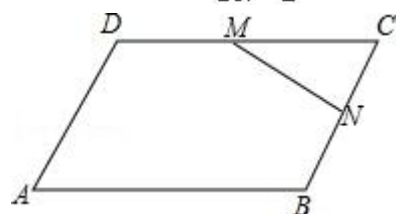


13. (4分) 将一枚质地均匀的硬币抛掷 2 次, 硬币正面均朝上的概率是_____.

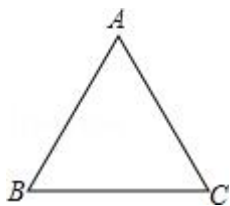
14. (4分) 如果梯形的下底长为 7, 中位线长为 5, 那么其上底长为_____.

15. (4分) 已知 AB 是 $\odot O$ 的弦, 如果 $\odot O$ 的半径长为 5, AB 长为 4, 那么圆心 O 到弦 AB 的距离是_____.

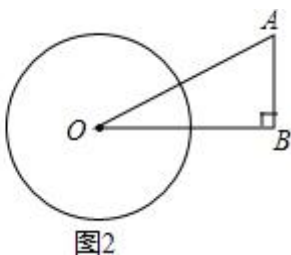
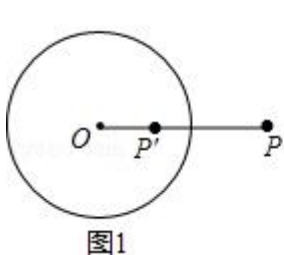
16. (4分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 M 是边 CD 中点, 点 N 是边 BC 上的点, 且 $\frac{CN}{BN} = \frac{1}{2}$. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{MN}$ 可用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为_____.



17. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 若点 A 绕点 C 顺时针旋转 30° 至点 A' , 联结 $A'B$, 则 $\angle ABA'$ 度数是_____.



18. (4分) 如图1, 点P是以r为半径的圆O外一点, 点P'在线段OP上, 若满足 $OP \cdot OP' = r^2$, 则称点P'是点P关于圆O的反演点. 如图2, 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 2$, $BO = 4$, 圆O的半径为2, 如果点A'、B'分别是点A、B关于圆O的反演点, 那么A'B'的长是_____.



三、解答题 (48分)

19. (6分) 计算: $4^0 + \frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} - (\sqrt{2} - 1)^{-1} + 1 - \sqrt{2}$.

20. (6分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = -2 & \text{①} \\ x - y = 1 & \text{②} \end{cases}$$

21. (6分) 温度通常有两种表示方法: 华氏度 (单位: $^\circ\text{F}$) 与摄氏度 (单位: $^\circ\text{C}$), 已知华氏度数y与摄氏度数x之间是一次函数关系, 如表列出了部分华氏度与摄氏度之间的对应关系:

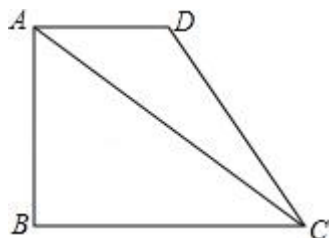
摄氏度数 x ($^\circ\text{C}$)	...	0	...	35	...	100	...
华氏度数 y ($^\circ\text{F}$)	...	32	...	95	...	212	...

- (1) 选用表格中给出的数据, 求y关于x的函数解析式 (不需要写出该函数的定义域);
- (2) 已知某天的最低气温是 -5°C , 求与之对应的华氏度数.
22. (6分) 如图, 在梯形ABCD中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, 已知 $AD = 2$, $\cot \angle$

$\angle ACB = \frac{4}{3}$, 梯形 ABCD 的面积是 9;

(1) 求 AB 的长;

(2) 求 $\tan \angle ACD$ 的值.

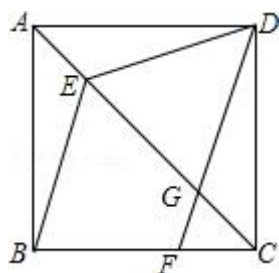


23. (6 分) 如图, 在正方形 ABCD 中, 点 E 在对角线 AC 上, 点 F 在边 BC 上,

联结 BE、DF, DF 交对角线 AC 于点 G, 且 $DE = DG$;

(1) 求证: $AE = CG$;

(2) 求证: $BE \parallel DF$.



24. (9 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 A 的坐标为 $(a, 3)$ (其

中 $a > 4$), 射线 OA 与反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图象交于点 P, 点 B、C 分别在函

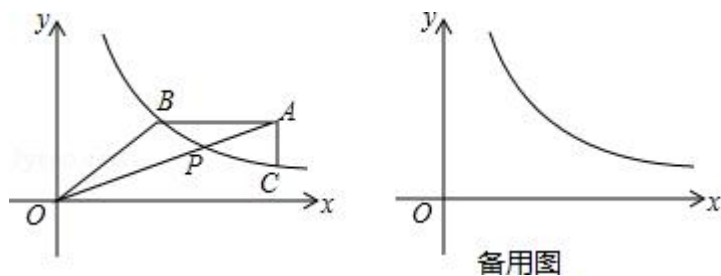
数 $y = \frac{12}{x}$ 的图象上, 且 $AB \parallel x$ 轴, $AC \parallel y$ 轴;

(1) 当点 P 横坐标为 6, 求直线 AO 的表达式;

(2) 联结 BO, 当 $AB = BO$ 时, 求点 A 坐标;

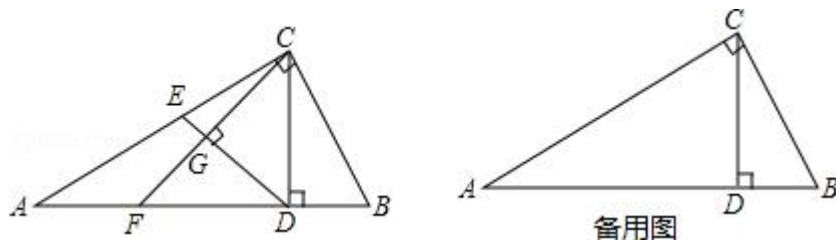
(3) 联结 BP、CP, 试猜想: $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACP}}$ 的值是否随 a 的变化而变化? 如果不变,

求出 $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACP}}$ 的值; 如果变化, 请说明理由.



25. (9 分) 如图, Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $BC=2$, CD 是斜边 AB 上的高, 点 E 为边 AC 上一点 (点 E 不与点 A 、 C 重合), 联结 DE , 作 $CF \perp DE$, CF 与边 AB 、线段 DE 分别交于点 F 、 G ;

- (1) 求线段 CD、AD 的长;
- (2) 设 $CE=x$, $DF=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
- (3) 联结 EF, 当 $\triangle EFG$ 与 $\triangle CDG$ 相似时, 求线段 CE 的长.



2015 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每题 4 分，共 24 分）

1. (4 分) 下列分数中，可以化为有限小数的是（ ）

A. $\frac{1}{15}$

B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{3}{15}$

D. $\frac{3}{18}$

【考点】27：实数.

【分析】根据分数与小数间的转化，可得答案.

【解答】解：A、 $\frac{1}{15}$ 是无限循环小数，故 A 错误；

B、 $\frac{1}{18}$ 是无限循环小数，故 B 错误；

C、 $\frac{3}{15}$ 是有限小数，故 C 正确；

D、 $\frac{3}{18}$ 是无限循环小数，故 D 错误；

故选：C.

【点评】本题考查了实数，利用了分数与小数的相互转化.

2. (4 分) 下列二次根式中最简根式是（ ）

A. $\sqrt{4}$

B. $\sqrt{8}$

C. $\sqrt{2a}$

D. $\sqrt{\frac{a}{2}}$

【考点】74：最简二次根式.

【分析】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

【解答】解：A、被开方数含开的尽的因数，故 A 错误；

B、被开方数含开的尽的因数，故 B 错误；

C、被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式，故 C 正确；

D、被开方数含分母，故 D 错误；

故选：C.

【点评】 本题考查最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

3. (4 分) 如表是某地今年春节放假七天最低气温 ($^{\circ}\text{C}$) 的统计结果

日期	除夕	初一	初二	初三	初四	初五	初六
最低气温 ($^{\circ}\text{C}$)	4	4	5	6	10	6	4

这七天最低气温的众数和中位数分别是 ()

- A. 4, 4 B. 4, 5 C. 6, 5 D. 6, 6

【考点】 W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 众数就是出现次数最多的数，而中位数就是大小处于中间位置的数，根据定义即可求解.

【解答】 解：将一周气温按从小到大的顺序排列为 4, 4, 4, 5, 6, 6, 10,

中位数为第四个数 5;

4 出现了 3 次，故众数为 4.

故选：B.

【点评】 本题考查了众数和中位数的概念：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数；将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

4. (4 分) 将抛物线 $y=x^2$ 向下平移 1 个单位，再向左平移 2 个单位后，所得新抛物线的表达式是 ()

- A. $y=(x-1)^2+2$ B. $y=(x-2)^2+1$ C. $y=(x+1)^2-2$ D. $y=(x+2)^2-1$

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 把抛物线的平移问题转化为点平移的问题：先确定抛物线 $y=x^2$ 的顶点坐标为 (0, 0)，再根据点平移的规律得到把向下平移 1 个单位，再向左平移 2 个单位后得到对应点的坐标为 (-2, -1)，然后根据顶点式写出平移后的

抛物线解析式.

【解答】解：抛物线 $y=x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，把点 $(0, 0)$ 向下平移 1 个单位，再向左平移 2 个单位后得到对应点的坐标为 $(-2, -1)$ ，

所以所得抛物线的表达式是 $y=(x+2)^2-1$.

故选：D.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

5. (4 分) 如果两圆的半径长分别为 6 与 2，圆心距为 4，那么这两个圆的位置关系是 ()

A. 内含 B. 内切 C. 外切 D. 相交

【考点】MJ：圆与圆的位置关系.

【分析】根据数量关系来判断两圆的位置关系. 设两圆的半径分别为 R 和 r ，且 $R \geq r$ ，圆心距为 d ：外离，则 $d > R+r$ ；外切，则 $d=R+r$ ；相交，则 $R-r < d < R+r$ ；内切，则 $d=R-r$ ；内含，则 $d < R-r$.

【解答】解： $\because$ 两圆半径之差 $=6-2=4$ =圆心距，

$\therefore$ 两个圆的位置关系是内切.

故选：B.

【点评】本题考查了由两圆位置关系的知识点，利用了两圆内切时，圆心距等于两圆半径的差求解.

6. (4 分) 下列命题中真命题是 ()

A. 对角线互相垂直的四边形是矩形

B. 对角线相等的四边形是矩形

C. 四条边都相等的四边形是矩形

D. 四个内角都相等的四边形是矩形

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】根据矩形的判定方法对四个命题进行判断.

【解答】解: A、对角线相等的平行四边形是矩形, 所以 A 选项错误;

B、对角线相等的平行四边形是矩形, 所以 B 选项错误;

C、四个角都相等的四边形是矩形, 所以 C 选项错误;

D、四个角都相等的四边形是矩形, 所以 D 选项正确.

故选: D.

【点评】本题考查了命题与定理: 判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理.

二、填空题 (每题 4 分, 共 48 分)

7. (4 分) 计算: $(a^2)^2 = \underline{a^4}$.

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据幂的乘方和积的乘方的运算法则求解.

【解答】解: $(a^2)^2 = a^4$.

故答案为: a^4 .

【点评】本题考查了幂的乘方和积的乘方, 解答本题的关键是掌握幂的乘方和积的乘方的运算法则.

8. (4 分) 分解因式: $2x^2 - 8x + 8 = \underline{2(x-2)^2}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】11: 计算题.

【分析】先提公因式 2，再用完全平方公式进行因式分解即可.

【解答】解：原式 $=2(x^2 - 4x + 4)$

$$=2(x-2)^2.$$

故答案为 $2(x-2)^2$.

【点评】本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，是基础知识要熟练掌握.

9. (4 分) 计算: $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$.

【考点】6B: 分式的加减法.

【专题】11: 计算题.

【分析】原式通分并利用同分母分式的加法法则计算，即可得到结果.

【解答】解：原式 $=\frac{x^2-x+x+1}{x^2-1} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$,

故答案为: $\frac{x^2+1}{x^2-1}$.

【点评】此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

10. (4 分) 方程 $\sqrt{7-x}=x-1$ 的根是 $x=3$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】把方程两边平方去根号后求解，注意检验.

【解答】解：两边平方得 $7-x=(x-1)^2$,

即 $(x+2)(x-3)=0$,

解得: $x=-2$ 或 $x=3$,

代入原方程，当 $x=-2$ 时，左边 $=\sqrt{7+2}=3$ ，右边 $=-3$ ，原方程不成立.

当 $x=3$ 时，左边 $=\sqrt{4}$ ，右边 $=2$ ，原方程成立.

故方程 $\sqrt{7-x}=x-1$ 的根是 $x=3$,

故本题答案为: $x=3$.

【点评】在解无理方程时最常用的方法是换元法或两边平方法，用此类方法解得答案时要验根.

11. (4 分) 如果抛物线 $y = (2 - a)x^2 + 3x - a$ 的开口向上，那么 a 的取值范围是 $a < 2$.

【考点】H3: 二次函数的性质.

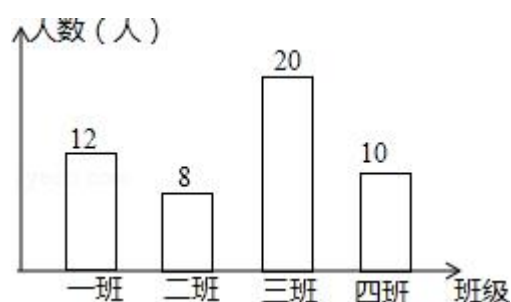
【分析】根据二次函数的性质可知，当抛物线开口向上时，二次项系数 $2 - a > 0$ ，解不等式即可求得 a 的取值.

【解答】解：因为抛物线 $y = (2 - a)x^2 + 3x - a$ 的开口向上，
所以 $2 - a > 0$ ，即 $a < 2$.

故答案为： $a < 2$.

【点评】本题主要考查了二次函数的性质. 用到的知识点：对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 来说，当 $a > 0$ 时，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 开口向上；当 $a < 0$ 时，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 开口向下.

12. (4 分) 某校八年级共四个班，各班寒假外出旅游的学生人数如图所示，那么三班外出旅游学生人数占全年级外出旅游学生人数的百分比为 40%.



【考点】VC: 条形统计图.

【分析】根据条形统计图给出的数据求出外出旅游学生的总人数，再用三班外出旅游学生人数除以总人数即可得出答案.

【解答】解：三班外出旅游学生人数占全年级外出旅游学生人数的百分比为 $\frac{20}{12+8+20+10} \times 100\% = 40\%$;

故答案为：40%.

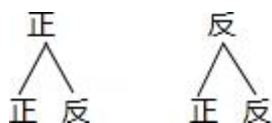
【点评】此题考查了条形统计图，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键.

13. (4分) 将一枚质地均匀的硬币抛掷2次，硬币正面均朝上的概率是 $\frac{1}{4}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】列举出所有情况，看正面都朝上的情况数占总情况数的多少即可.

【解答】解：如图所示：



共4种情况，正面都朝上的情况数有1种，所以概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案是 $\frac{1}{4}$.

【点评】考查概率的求法；用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.得到所求的情况数是解决本题的关键.

14. (4分) 如果梯形的下底长为7，中位线长为5，那么其上底长为 3.

【考点】LL: 梯形中位线定理.

【分析】设出梯形的上底长，直接运用梯形的中位线定理列出关于上底 λ 的方程，求出 λ 即可解决问题.

【解答】解：设梯形的上底长为 λ ；

由题意得： $\frac{\lambda+7}{2}=5$,

解得： $\lambda=3$,

故答案为3.

【点评】该题主要考查了梯形的中位线定理及其应用问题；应牢固掌握梯形的中位线定理并能灵活运用.

15. (4分) 已知AB是 $\odot O$ 的弦，如果 $\odot O$ 的半径长为5，AB长为4，那么圆

心 O 到弦 AB 的距离是 $\sqrt{21}$.

【考点】KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【分析】根据题意画出图形, 过点 O 作 $OD \perp AB$ 于点 D , 由垂径定理可得出 AD 的长, 在 $\text{Rt}\triangle OAD$ 中, 利用勾股定理及可求出 OD 的长.

【解答】解: 如图所示:

过点 O 作 $OD \perp AB$ 于点 D ,

$$\therefore AB=4,$$

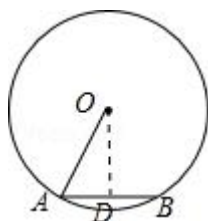
$$\therefore AD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2} \times 4=2,$$

在 $\text{Rt}\triangle OBD$ 中,

$$\therefore OA=5, AD=2,$$

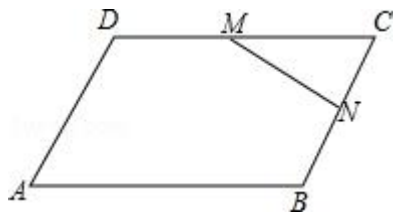
$$\therefore OD=\sqrt{OA^2-AD^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}.$$

故答案为: $\sqrt{21}$.



【点评】本题考查的是垂径定理及勾股定理, 根据题意画出图形, 利用数形结合求解是解答此题的关键.

16. (4分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 M 是边 CD 中点, 点 N 是边 BC 上的点, 且 $\frac{CN}{BN}=\frac{1}{2}$. 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{MN}$ 可用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$.



【考点】LM: *平面向量.

【分析】首先由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 求得 $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, 又由点 M 是边

CD 中点, 点 N 是边 BC 上的点, 且 $\frac{CN}{BN} = \frac{1}{2}$, 求得 $\overrightarrow{MC}$ 与 $\overrightarrow{NC}$, 再利用三角形法则求解即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} = \vec{a},$$

$\because$ 点 M 是边 CD 中点, 点 N 是边 BC 上的点, 且 $\frac{CN}{BN} = \frac{1}{2}$,

$$\therefore \overrightarrow{MC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DC} = \frac{1}{2} \vec{a}, \quad \overrightarrow{NC} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{3} \vec{b},$$

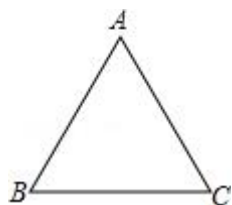
$$\therefore \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{NC} = \frac{1}{2} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}.$$

故答案为: $\frac{1}{2} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}$.

【点评】 此题考查了平面向量的知识. 注意掌握平行四边形法则与三角形法则的应用是解此题的关键.

17. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 若点 A 绕点 C 顺时针旋转 30° 至点 A',

联结 A'B, 则 $\angle ABA'$ 度数是 15° .



【考点】 R2: 旋转的性质.

【分析】 如图, 首先运用旋转变换的性质得到 $AC = A'C$, $\angle ACA' = 30^\circ$; 运用等腰三角形的性质得到, $\angle A'BC = 45^\circ$, 借助 $\angle ABC = 60^\circ$, 即可解决问题.

【解答】 解: 如图, 由题意得:

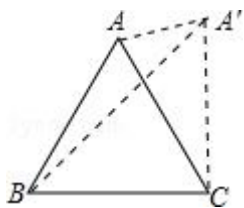
$$AC = A'C, \quad \angle ACA' = 30^\circ;$$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 60^\circ, \quad AC = BC,$$

$$\therefore BC = A'C, \quad \angle A'BC = \angle BA'C = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABA' = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ.$$



【点评】该题主要考查了等边三角形的性质、等腰三角形的性质、旋转变换的性质等几何知识点及其应用问题；灵活运用旋转变换的性质等知识点来分析、判断、解答是解题的关键.

18. (4分) 如图1, 点P是以r为半径的圆O外一点, 点P'在线段OP上, 若满足 $OP \cdot OP' = r^2$, 则称点P'是点P关于圆O的反演点. 如图2, 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 2$, $BO = 4$, 圆O的半径为2, 如果点A'、B'分别是点A、B关于圆O的反演点, 那么A'B'的长是 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

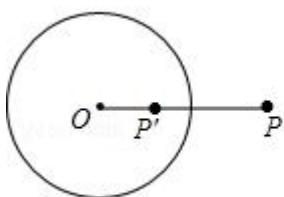


图1

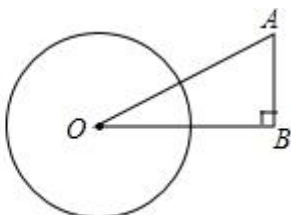


图2

【考点】M5: 圆周角定理; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】23: 新定义.

【分析】先证明 $\triangle AOB \sim \triangle B'OA'$, 然后根据相似三角形的对应角相等可以推知 $\angle OA'B' = \angle OBA = 90^\circ$, 根据勾股定理即可求得.

【解答】解: $\because$ A'、B'分别是点A、B关于圆O的反演点,

$$\therefore \frac{OA}{OB'} = \frac{OB}{OA'},$$

又 $\because \angle O = \angle O$,

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle B'OA',$$

$$\therefore \angle OA'B' = \angle OBA = 90^\circ,$$

$\because AB = 2$, $BO = 4$, 圆O的半径为2,

$$\therefore OA=2\sqrt{5},$$

$$\therefore OA'=\frac{r^2}{OA}=\frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad OB'=\frac{r^2}{OB}=1,$$

$$\therefore A'B'=\sqrt{OB'^2-OA'^2}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

【点评】 本题考查了圆的综合题. 解题时涉及到的知识点有: 相似三角形的判定与性质、圆周角定理、等式的性质等.

三、解答题 (48 分)

19. (6 分) 计算: $4^0 + 8^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{2}-1)^{-1} + 1 - \sqrt{2}$.

【考点】 2C: 实数的运算; 2F: 分数指数幂; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【分析】 先根据 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则、绝对值的性质及数的开方法则分别计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

【解答】 解: 原式 $= 1 + 2 - \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{2} - 1$

$$= 3 - (\sqrt{2}+1) + \sqrt{2} - 1$$

$$= 3 - \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} - 1$$

$$= 1.$$

【点评】 本题考查的是实数的运算, 数值 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则、绝对值的性质及数的开方法则是解答此题的关键.

20. (6 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = -2 \text{ ①} \\ x - y = 1 \text{ ②} \end{cases}.$$

【考点】 AF: 高次方程.

【分析】 把 $x - y = 1$ 化为 $x = y + 1$, 代入方程①, 求出 y , 再把 y 值代入 $x = y + 1$, 求出 x 即可.

【解答】 解: 由②得: $x = y + 1$ ③,

把③代入①得: $(y+1)^2 - 2y^2 = -2$,

即 $y^2 - 2y - 3 = 0$,

解得: $y_1 = -1$, $y_2 = 3$,

把 $y_1 = -1$, $y_2 = 3$ 代入③得 $x_1 = 0$, $x_2 = 4$.

故方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = -1 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 3 \end{cases}$.

【点评】 本题考查的是二元二次方程组的解法, 把其中的二元一次方程变形, 用一个未知数表示另一个未知数, 代入二元二次方程, 得到一个一元二次方程, 解出未知数, 代入求解, 得到原方程组的解.

21. (6 分) 温度通常有两种表示方法: 华氏度 (单位: $^{\circ}\text{F}$) 与摄氏度 (单位: $^{\circ}\text{C}$),

已知华氏度数 y 与摄氏度数 x 之间是一次函数关系, 如表列出了部分华氏度与摄氏度之间的对应关系:

摄氏度数 x ($^{\circ}\text{C}$)	...	0	...	35	...	100	...
华氏度数 y ($^{\circ}\text{F}$)	...	32	...	95	...	212	...

(1) 选用表格中给出的数据, 求 y 关于 x 的函数解析式 (不需要写出该函数的定义域);

(2) 已知某天的最低气温是 -5°C , 求与之对应的华氏度数.

【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设一次函数的解析式为 $y=kx+b$, 由待定系数法求出其解即可;

(2) 当 $x = -5$ 时代入 (1) 的解析式求出其解即可.

【解答】 解: (1) 设 $y=kx+b$,

把 $(0, 32)$ 和 $(35, 95)$ 代入得: $\begin{cases} 0+b=32 \\ 35k+b=95 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=\frac{9}{5} \\ b=32 \end{cases}$,

$$\therefore y = \frac{9}{5}x + 32.$$

(2) 当 $x = -5$ 时, $y = -9 + 32 = 23$.

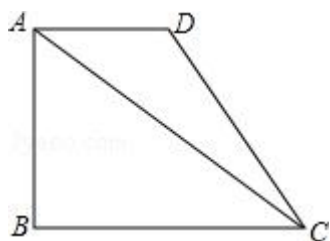
$\therefore$ 某天的最低气温是 -5°C , 与之对应的华氏度数为 23°F .

【点评】 本题考查了待定系数法求一次函数的解析式的运用, 解答时求出函数的解析式是关键.

22. (6分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, 已知 $AD=2$, $\cot \angle ACB = \frac{4}{3}$, 梯形 $ABCD$ 的面积是 9;

(1) 求 AB 的长;

(2) 求 $\tan \angle ACD$ 的值.



【考点】 LH: 梯形; S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 根据锐角三角函数设出边长, 利用梯形的面积公式列方程即可;

(2) 作 $DH \perp AC$ 于 H , 利用三角形相似, 列比例式求出 $DH = \frac{6}{5}$, $AH = \frac{8}{5}$, $CH = AC - AH = \frac{17}{5}$, 即可求出 $\tan \angle ACD = \frac{DH}{CH} = \frac{6}{17}$.

【解答】 解: (1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\cot \angle ACB = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$,

设 $BC=4k$, $AB=3k$,

$$\therefore S_{\text{梯形} ABCD} = \frac{1}{2} (AD+BC) \cdot AB = \frac{1}{2} (2+4k) \cdot 3k = 9,$$

$$\therefore k=1 \text{ 或 } k=-\frac{3}{2} \text{ (舍)},$$

$$\therefore AB=3;$$

(2) 作 $DH \perp AC$ 于 H ,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAH = \angle ACB,$$

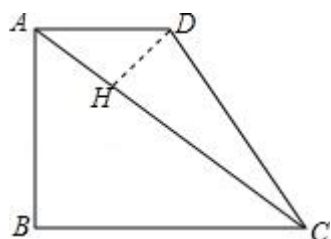
$$\therefore \triangle ADH \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{DH}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{AH}{BC} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore DH = \frac{6}{5}, \quad AH = \frac{8}{5},$$

$$\therefore CH = AC - AH = \frac{17}{5},$$

$$\therefore \tan \angle ACD = \frac{DH}{CH} = \frac{6}{17}.$$



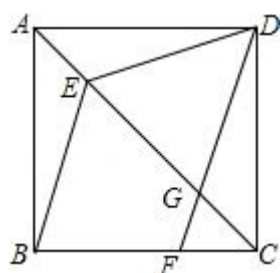
【点评】 本题考查了锐角三角函数，梯形的面积，相似三角形的判定和性质，作辅助线构造相似三角形是解题的关键.

23. (6分) 如图，在正方形 ABCD 中，点 E 在对角线 AC 上，点 F 在边 BC 上，

联结 BE、DF，DF 交对角线 AC 于点 G，且 DE=DG；

(1) 求证：AE=CG；

(2) 求证：BE ∥ DF.



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；LE：正方形的性质.

【专题】 14：证明题.

【分析】 (1) 先证 $\angle AED = \angle CGD$ ，再证明 $\triangle ADE \cong \triangle CDG$ ，根据全等三角形的

对应边相等即可得出结论；

(2) 先证明 $\triangle BCE \cong \triangle DCE$ ，得出对应角相等 $\angle BEC = \angle DEG$ ，得出 $\angle BEC = \angle DGE$ ，即可证出平行线.

【解答】 证明：(1) $\because DE = DG$,

$$\therefore \angle DEG = \angle DGE,$$

$$\therefore \angle AED = \angle CGD,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD = CD = BC, \quad \angle DAC = \angle BCE = \angle DCA = 45^\circ,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDG$ 中,

$$\begin{cases} \angle AED = \angle CGD \\ \angle DAC = \angle DCA \\ AD = CD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDG \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore AE = CG;$$

(2) 在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} BC = DC \\ \angle BCE = \angle DCE \\ CE = CE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCE \quad (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle BEC = \angle DEG,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle DGE,$$

$$\therefore BE \parallel DF.$$

【点评】 本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质；熟练掌握正方形的性质，证明三角形全等是解决问题的关键.

24. (9 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A 的坐标为 $(a, 3)$ (其中 $a > 4$)，射线 OA 与反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图象交于点 P ，点 B 、 C 分别在函

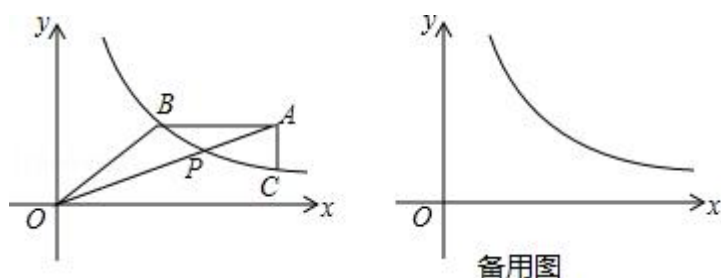
数 $y = \frac{12}{x}$ 的图象上，且 $AB \parallel x$ 轴， $AC \parallel y$ 轴；

(1) 当点 P 横坐标为 6，求直线 AO 的表达式；

(2) 联结 BO，当 $AB=BO$ 时，求点 A 坐标；

(3) 联结 BP、CP，试猜想： $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACP}}$ 的值是否随 a 的变化而变化？如果不变，

求出 $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACP}}$ 的值；如果变化，请说明理由。



【考点】 GB：反比例函数综合题.

【分析】 (1) 根据自变量的值，可得函数值，根据待定系数法，可得函数解析式；

(2) 根据函数值，可得自变量的值，根据勾股定理，可得 OB 长，根据 $AB=OB$ ，可得 A 点坐标；

(3) 联立函数解析式，可得方程组，根据解方程组，可得 P 点坐标，根据自变量与函数值的对应关系，可得 B、C 点坐标，根据三角形面积公式，可得答案.

【解答】 解：(1) 当 $x=6$ 时， $y=2$ ， $\therefore P(6, 2)$ ，

设直线 AO 的解析式为 $y=kx$ ，

代入 P (6, 2) 得 $k = \frac{1}{3}$ ，

$\therefore$ 直线 AO 的解析式为 $y = \frac{1}{3}x$ ；

(2) 由 $AB \parallel x$ 轴，得 B 点横坐标为 4.

当 $y=3$ 时， $x=4$ ，

$$\therefore B(4, 3).$$

$$OB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\therefore AB = OB,$$

$$\therefore 5 = a - 4, \text{ 即 } a = 9,$$

$$\therefore A(9, 3);$$

$$(3) \text{ 直线 } AO \text{ 的解析式为 } y = \frac{3}{a}x, \text{ 联立 } y = \frac{12}{x}, \text{ 得 } \begin{cases} y = \frac{3}{a}x \\ y = \frac{12}{x} \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 2\sqrt{a} \\ y = \frac{6\sqrt{a}}{a} \end{cases}.$$

$$\therefore P(2\sqrt{a}, \frac{6\sqrt{a}}{a}),$$

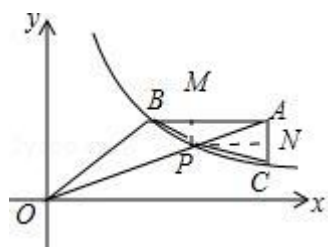
作 $PM \perp AB$, $PN \perp AC$.

当 $x = a$ 时, $y = \frac{12}{a}$, 即 $C(a, \frac{12}{a})$, 当 $y = 3$ 时, $x = 4$, 即 $B(4, 3)$.

$$AC = 3 - \frac{12}{a}, \quad PN = a - 2\sqrt{a}, \quad AB = a - 4, \quad PM = 3 - \frac{6\sqrt{a}}{a},$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} (a - 4) (3 - \frac{6\sqrt{a}}{a}), \quad S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2} (a - 2\sqrt{a}) (3 - \frac{12}{a}),$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle ACP}} = \frac{3a - 12 - 6\sqrt{a} + \frac{24\sqrt{a}}{a}}{3a - 6\sqrt{a} - 12 + \frac{24\sqrt{a}}{a}} = 1.$$



【点评】 本题考查了反比例函数综合题, (1) 利用待定系数法求函数解析式; (2)

利用平行 x 轴直线上的点的纵坐标相等得出 B 点的纵坐标, 再利用函数值与

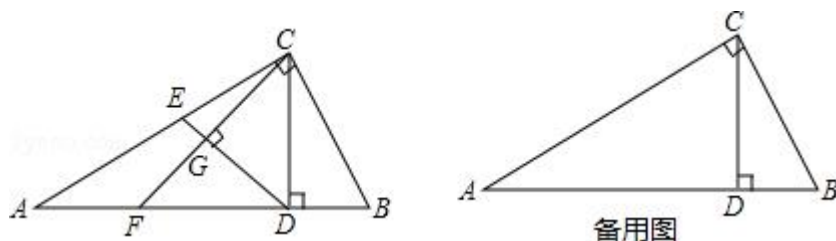
自变量的关系得出 B 点坐标, 利用两线段相等得出 A 点坐标; (3) 利用解方

程组得出 P 点坐标, 利用自变量与函数值的对应关系得出 B 、 C 点坐标, 利

用三角形的面积公式得出答案.

25. (9分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $BC=2$, CD 是斜边 AB 上的高, 点 E 为边 AC 上一点 (点 E 不与点 A 、 C 重合), 联结 DE , 作 $CF \perp DE$, CF 与边 AB 、线段 DE 分别交于点 F 、 G ;

- (1) 求线段 CD 、 AD 的长;
- (2) 设 $CE=x$, $DF=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
- (3) 联结 EF , 当 $\triangle EFG$ 与 $\triangle CDG$ 相似时, 求线段 CE 的长.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 利用特殊角的三角函数可知 $\sin \angle B = \frac{CD}{BC}$, $\tan \angle A = \frac{CD}{AD}$, 由此求得线段 CD 、 AD 的长;

(2) 证得 $\triangle CDE \sim \triangle BFC$, 得出 $\frac{CE}{BC} = \frac{CD}{BF}$, 整理得出答案即可;

(3) 分两种情况考虑: ①当 $\triangle EGF \sim \triangle DGC$ 时; ②当 $\triangle FEG \sim \triangle CGD$ 时; 利用相似的性质探讨得出答案即可.

【解答】 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

$$BC=2, \angle B=90^\circ - \angle A=60^\circ,$$

$$\sin \angle B = \frac{CD}{BC},$$

$$\text{即 } CD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3},$$

$$\text{同理 } \tan \angle A = \frac{CD}{AD},$$

$$AD = \frac{\sqrt{3}}{\tan 30^\circ} = 3;$$

(2) $\because \angle CDE = \angle BFC = 90^\circ - \angle DCF$, $\angle ECD = \angle B = 60^\circ$,

$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle BFC,$$

$$\therefore \frac{CE}{BC} = \frac{CD}{BF},$$

$$\text{即 } \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{y+1},$$

$$\therefore y = \frac{2\sqrt{3}}{x} - 1, \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \leq x < 2\sqrt{3}\right);$$

$$(3) \quad \angle EGF = \angle CGD = 90^\circ$$

①当 $\triangle EGF \sim \triangle DGC$ 时, $\angle GEF = \angle GDC$,

$$\therefore EF \parallel DC,$$

$$\therefore \frac{CE}{AC} = \frac{DF}{AD},$$

$$\text{即 } \frac{x}{2\sqrt{3}} = \frac{y}{3} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{x} - 1}{3},$$

$$\text{解得 } x = \frac{\sqrt{39} - \sqrt{3}}{3};$$

②当 $\triangle FEG \sim \triangle CGD$ 时,

$$\therefore \angle GEF = \angle GCD = \angle GDF,$$

$$\therefore EF = DF,$$

又 $\because CF \perp DE$,

$$\therefore EG = DG,$$

$$\therefore CD = CE = \sqrt{3};$$

$$\text{综上, } CE = \sqrt{3} \text{ 或 } \frac{\sqrt{39} - \sqrt{3}}{3};$$

【点评】此题考查相似的综合题, 综合考查了特殊角的三角函数, 相似三角形的判定与性质, 注意分类讨论思想的渗透.