

2015 年上海市闵行区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24）

1. (4 分) 下列各题中是无理数的是 ()

- A. $\sqrt{9}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{24}{7}$ D. $\sqrt[3]{8}$

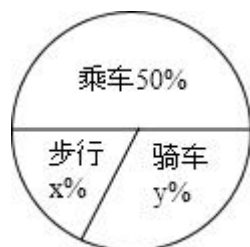
2. (4 分) 二次根式 $a+\sqrt{b}$ 的有理化因式是 ()

- A. $(a+\sqrt{b})^2$ B. $(a-\sqrt{b})^2$ C. $a-\sqrt{b}$ D. $a+\sqrt{b}$

3. (4 分) 下列方程中，有实数根的方程是 ()

- A. $x^4+3=0$ B. $\sqrt{x-2}=-1$
C. $\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{x^2-1}$ D. $\sqrt{x+1}=-x$

4. (4 分) 如图，反映的是某中学九（1）班学生外出乘车、步行、骑车人数的扇形分布图，其中乘车的学生有 20 人，骑车的学生有 12 人，那么下列说法正确的是 ()



- A. 九（1）班外出的学生共有 42 人
B. 九（1）班外出步行的学生有 8 人
C. 在扇形图中，步行学生人数所占的圆心角的度数为 82°
D. 如果该中学九年级外出的学生共有 500 人，那么估计全年级外出骑车的

学生约有 140 人

5. (4 分) 下列四边形中，是轴对称但不是中心对称的图形是 ()

- A. 矩形 B. 菱形 C. 平行四边形 D. 等腰梯形

6. (4分) 下列命题中假命题是 ()

- A. 平分弦的半径垂直于弦
- B. 垂直平分弦的直线必经过圆心
- C. 垂直于弦的直径平分这条弦所对的弧
- D. 平分弧的直径垂直平分这条弧所对的弦

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4分) 计算: $\frac{1}{4^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4分) 计算: $a^3 \cdot a^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

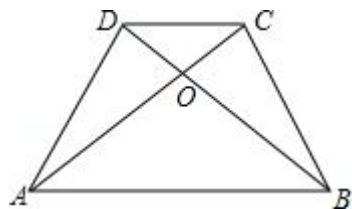
9. (4分) 在实数范围内分解因式: $x^3 - 4x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 3x-4 < x \\ \frac{x+2}{2} \leq 2x \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4分) 将直线 $y = \frac{1}{3}x + 1$ 向下平移 2 个单位, 那么所得到的直线表达式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (4分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 且 $AB = 3CD$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AO} = \underline{\hspace{2cm}}$ (用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示)

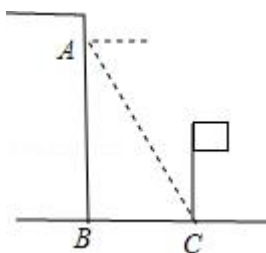


14. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 如果以点 C 为圆心, r 为半径的圆与直线 AB 相切, 那么 $r = \underline{\hspace{2cm}}$.

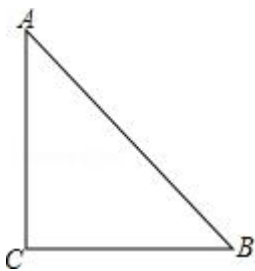
15. (4分) 从小敏、小杰等 3 名同学中任选 2 名同学担任校运动会的志愿者, 那么恰好选中小敏和小杰的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (4分) 某校几位九年级同学准备学业考试结束后结伴去周庄旅游, 预计共需费用 1200 元, 后来又有 2 位同学参加进来, 但总的费用不变, 每人可少分担 30 元. 试求共有几位同学准备去周庄旅游? 如果设共有 x 位同学准备去周庄旅游, 那么根据题意可列出方程为_____.

17. (4分) 小丽在大楼窗口 A 测得校园内旗杆底部 C 的俯角为 α 度, 窗口离地面高度 $AB=h$ (米), 那么旗杆底部与大楼的距离 $BC=$ _____米 (用 α 的三角比和 h 的式子表示)



18. (4分) 如图, 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC=1$, 点 D 在边 BC 上, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 AD 翻折, 使点 C 落在点 C' 处, 联结 AC' , 直线 AC' 与边 CB 的延长线相交于点 F. 如果 $\angle DAB=\angle BAF$, 那么 $BF=$ _____.



三. 解答题

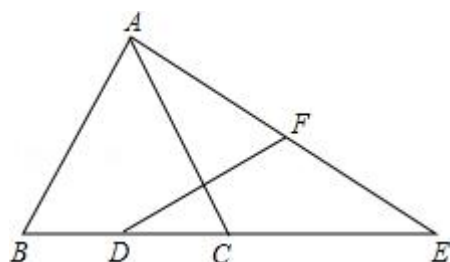
19. (10分) 计算: $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{6}) + \sqrt{2}$.

20. (10分) 解方程:
$$\begin{cases} x+2y=12 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$$

21. (10分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=2\sqrt{5}$, $\sin \angle B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, D 为边 BC 的中点, E 为边 BC 的延长线上一点, 且 $CE=BC$. 联结 AE, F 为线段 AE 的中点.

求：(1) 线段 DF 的长；

(2) $\angle CAE$ 的正切值.



22. (10 分) 货车在公路 A 处加满油后，以每小时 60 千米的速度匀速行驶，前往与 A 处相距 360 千米的 B 处. 下表记录的是货车一次加满油后油箱剩余油量 y (升) 与行驶时间 x (时) 之间的关系：

行驶时间 x (时)	0	1	2	3	4
余油量 y (升)	150	120	90	60	30

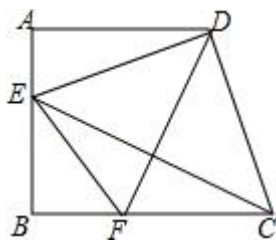
(1) 如果 y 关于 x 的函数是一次函数，求这个函数解析式 (不要求写出自变量的取值范围)

(2) 在 (1) 的条件下，如果货车的行驶速度和每小时的耗油量都不变，货车行驶 4 小时后到达 C 处，C 的前方 12 千米的 D 处有一加油站，那么在 D 处至少加多少升油，才能使货车到达 B 处卸货后能顺利返回会 D 处加油？ (根据驾驶经验，为保险起见，油箱内剩余油量应随时不少于 10 升)

23. (12 分) 如图，已知在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ，点 E 在边 AB 上，且 $DE \perp CD$ ， DF 平分 $\angle EDC$ ，交 BC 于点 F，联结 CE 、 EF .

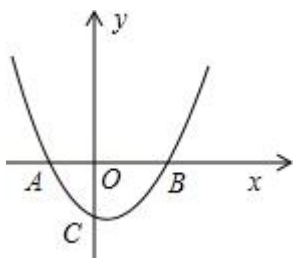
(1) 求证： $DE = DC$ ；

(2) 如果 $BE^2 = BF \cdot BC$ ，求证： $\angle BEF = \angle CEF$.



24. (12 分) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2-2ax-4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴相交于点 C , 其中点 A 的坐标为 $(-3, 0)$, 点 D 在线段 AB 上, $AD=AC$.

- (1) 求这条抛物线的关系式, 并求出抛物线的对称轴;
- (2) 如果以 DB 为半径的圆 D 与圆 C 外切, 求圆 C 的半径;
- (3) 设点 M 在线段 AB 上, 点 N 在线段 BC 上, 如果线段 MN 被直线 CD 垂直平分, 求 $\frac{BN}{CN}$ 的值.



25. (14 分) 如图 1, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=DC=5$, $AD=4$, M 、 N 分别是边 AD 、 BC 上的任意一点, 联结 AN 、 DN , 点 E 、 F 分别在线段 AN 、 DN 上, 且 $ME \parallel DN$, $MF \parallel AN$, 联结 EF .

- (1) 如图 2, 如果 $EF \parallel BC$, 求 EF 的长;
- (2) 如果四边形 $MENF$ 的面积是 $\triangle ADN$ 的面积的 $\frac{3}{8}$, 求 AM 的长;
- (3) 如果 $BC=10$, 试探索 $\triangle ABN$ 、 $\triangle AND$ 、 $\triangle DNC$ 能否两两相似? 如果能, 求 AN 的长; 如果不能, 请说明理由.

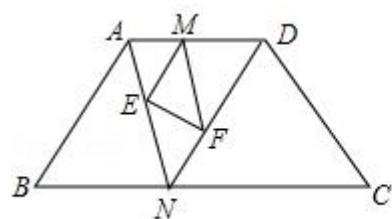


图1

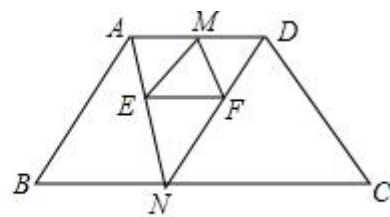


图2

2015 年上海市闵行区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24）

1. (4 分) 下列各题中是无理数的是 ()

A. $\sqrt{9}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{24}{7}$

D. $\sqrt[3]{8}$

【考点】26: 无理数.

【分析】根据无理数的三种形式求解.

【解答】解: $\sqrt{9}=3$, $\sqrt[3]{8}=2$,

$\frac{\pi}{2}$ 是无理数.

故选: B.

【点评】本题考查了无理数的知识, 解答本题的关键是掌握无理数的三种形式:

①开方开不尽的数, ②无限不循环小数, ③含有 π 的数.

2. (4 分) 二次根式 $a+\sqrt{b}$ 的有理化因式是 ()

A. $(a+\sqrt{b})^2$

B. $(a-\sqrt{b})^2$

C. $a-\sqrt{b}$

D. $a+\sqrt{b}$

【考点】76: 分母有理化.

【分析】根据平方差公式, 可分母有理化.

【解答】解: $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})=a^2-b$,

故选: C.

【点评】本题考查了分母有理化, 利用平方差公式是分母有理化的关键.

3. (4 分) 下列方程中, 有实数根的方程是 ()

A. $x^4+3=0$

B. $\sqrt{x-2}=-1$

C. $\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{x^2-1}$

D. $\sqrt{x+1}=-x$

【考点】AG: 无理方程; B2: 分式方程的解.

【分析】根据非负数的性质判断 A 和 B 选项；解分式方程判断 C 选项；两边平方，解无理方程判断 D 选项.

【解答】解：A、 $x^4+3=0$ ，方程无解，此选项错误；

B、 $\sqrt{x-2}=-1$ ，方程无解，此选项错误；

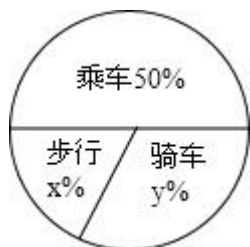
C、 $\frac{x}{x^2-1}=\frac{1}{x^2-1}$ ，解得 $x=1$ ，是方程的增根，此选项错误；

D、 $\sqrt{x+1}=-x$ ，解得 $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ，此选项正确；

故选：D.

【点评】本题主要考查了无理方程与分式方程的知识，解答本题的关键是掌握解无理方程的步骤，此题比较简单.

4. (4 分) 如图，反映的是某中学九 (1) 班学生外出乘车、步行、骑车人数的扇形分布图，其中乘车的学生有 20 人，骑车的学生有 12 人，那么下列说法正确的是 ()



- A. 九 (1) 班外出的学生共有 42 人
- B. 九 (1) 班外出步行的学生有 8 人
- C. 在扇形图中，步行学生人数所占的圆心角的度数为 82°
- D. 如果该中学九年级外出的学生共有 500 人，那么估计全年级外出骑车的学生约有 140 人

【考点】VB: 扇形统计图.

【专题】31: 数形结合.

【分析】先求出九 (1) 班的总人数，再求出步行的人数，进而求出步行人数所

占的圆心角度数，最后即可作出判断.

【解答】解：由扇形图知乘车的人数是 20 人，占总人数的 50%，所以九（1）

班有 $20 \div 50\% = 40$ 人，

所以骑车的占 $12 \div 40 = 30\%$ ，步行人数 $= 40 - 12 - 20 = 8$ 人，

所占的圆心角度数为 $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ，

如果该中学九年级外出的学生共有 500 人，那么估计全年级外出骑车的学生约有 150 人.

故选：B.

【点评】本题主要考查扇形统计图及用样本估计总体等知识. 统计的思想就是用样本的信息来估计总体的信息，本题体现了统计思想，考查了用样本估计总体的知识.

5. (4 分) 下列四边形中，是轴对称但不是中心对称的图形是 ()

A. 矩形 B. 菱形 C. 平行四边形 D. 等腰梯形

【考点】 P3：轴对称图形；R5：中心对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故错误；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形. 故错误；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形. 故错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故正确.

故选：D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 后与原图重合.

6. (4 分) 下列命题中假命题是 ()

- A. 平分弦的半径垂直于弦
- B. 垂直平分弦的直线必经过圆心
- C. 垂直于弦的直径平分这条弦所对的弧
- D. 平分弧的直径垂直平分这条弧所对的弦

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】根据垂径定理及其推论分别进行判断.

【解答】解: A、平分弦 (非直径) 的半径垂直于弦, 所以 A 为假命题;

B、垂直平分弦的直线必经过圆心, 所以 B 选项为真命题;

C、垂直于弦的直径平分这条弦所对的弧, 所以 C 选项为真命题;

D、平分弧的直径垂直平分这条弧所对的弦, 所以 D 选项为真命题.

故选: A.

【点评】本题考查了命题与定理: 判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $\frac{1}{4^2} = \underline{2}$.

【考点】22: 算术平方根.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据算术平方根的定义, 如果一个正数 x 的平方等于 a , 即 $x^2=a$, 那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根, 解答出即可;

【解答】解: 根据算术平方根的定义,

得, $\frac{1}{4^2} = \sqrt{4} = 2$.

故答案为：2.

【点评】本题考查了算术平方根的定义，一个非负数的算术平方根与求一个数的平方互为逆运算，在求一个非负数的算术平方根时，可以借助乘方运算来寻找.

8. (4分) 计算： $a^3 \cdot a^{-1} = \underline{a^2}$.

【考点】6F：负整数指数幂.

【分析】根据同底数幂的乘法，可得答案.

【解答】解：原式= $a^{3+(-1)}$

$=a^2$.

故答案为： a^2 .

【点评】本题考查了负整数指数幂，利用同底数幂的乘法计算是解题关键.

9. (4分) 在实数范围内分解因式： $x^3 - 4x^2 = \underline{x^2(x-4)}$.

【考点】58：实数范围内分解因式.

【专题】11：计算题.

【分析】原式提取公因式即可得到结果.

【解答】解：原式= $x^2(x-4)$.

故答案为： $x^2(x-4)$.

【点评】此题考查了实数范围内分解因式，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 3x-4 < x \\ \frac{x+2}{2} \leq 2x \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\frac{2}{3} \leq x < 2}$.

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【分析】先求出不等式的解集，再根据找不等式组解集的规律找出即可.

【解答】解： $\begin{cases} 3x-4 < x \text{ ①} \\ \frac{x+2}{2} \leq 2x \text{ ②} \end{cases}$

∴解不等式①得： $x < 2$,

解不等式②得： $x \geq \frac{2}{3}$,

∴不等式组的解集为 $\frac{2}{3} \leq x < 2$,

故答案为： $\frac{2}{3} \leq x < 2$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式和解一元一次不等式组的应用，解此题的关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集，难度适中.

11. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 没有实数根，那么 m 的取值范围是 $m < -1$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 根据根的判别式得出 $b^2 - 4ac < 0$ ，代入求出不等式的解集即可得到答案.

【解答】 解： ∵ 关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 没有实数根，

$$\therefore b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-m) < 0,$$

解得： $m < -1$,

故答案为： $m < -1$.

【点评】 本题主要考查对根的判别式，解一元一次不等式等知识点的理解和掌握，能根据题意得出 $(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-m) < 0$ 是解此题的关键.

12. (4 分) 将直线 $y = \frac{1}{3}x + 1$ 向下平移 2 个单位，那么所得到的直线表达式是 $y = \frac{1}{3}x - 1$.

【考点】 F9: 一次函数图象与几何变换.

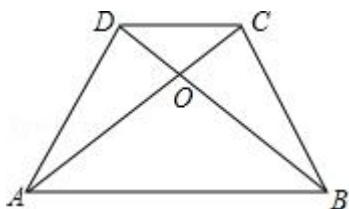
【分析】 根据平移 k 值不变及上移加，下移减可得出答案.

【解答】 解： 由题意得： 平移后的解析式为： $y = \frac{1}{3}x + 1 - 2$ ，即 $y = \frac{1}{3}x - 1$.

故答案为： $y = \frac{1}{3}x - 1$.

【点评】 本题考查一次函数图象与几何变换，掌握平移规律“左加右减，上加下减”是解题的关键.

13. (4 分) 如图，已知在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，且 $AB=3CD$ ，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}$ (用 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 的式子表示)



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 由 $AB \parallel CD$ ，且 $AB=3CD$ ，可求得 $\overrightarrow{DC}$ ，然后利用三角形法则求得 $\overrightarrow{AC}$ ，

再由 $AB \parallel CD$ ，证得 $\triangle AOB \sim \triangle COD$ ，根据相似三角形的对应边成比例，求得答案.

【解答】 解： $\because AB \parallel CD$ ，且 $AB=3CD$ ，

$$\overrightarrow{BD}=\vec{b}-\vec{a}$$

$$\overrightarrow{BO}=\frac{3}{4}(\vec{b}-\vec{a})$$

$$\therefore \overrightarrow{AO}=\vec{a}+\overrightarrow{BO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{4}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}.$$

【点评】 此题考查了平面向量的知识与相似三角形的判定与性质. 注意掌握三角形法则的应用.

14. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ，如果以点 C 为圆心， r 为半径的圆与直线 AB 相切，那么 $r=\frac{12}{5}$.

【考点】 MB: 直线与圆的位置关系.

【分析】 由 $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ，根据勾股定理求出 AB 的长， $\odot C$ 与 AB 相切，则圆心 C 到 AB 的距离就是半径的长，根据面积公式求出点 C 到 AB

的距离即可.

【解答】解: $\because \angle C=90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$,

$$\therefore AB=5,$$

设圆心 C 到 AB 的距离为 d ,

$$\text{则 } \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times d,$$

$$d = \frac{12}{5},$$

根据 $\odot C$ 与 AB 相切, 则圆心 C 到 AB 的距离就是半径的长,

$$r = \frac{12}{5},$$

故答案为: $\frac{12}{5}$.

【点评】 本题考查的是直线与圆的位置关系, 解决此类问题可通过比较圆心到直线距离 d 与圆半径大小关系完成.

15. (4 分) 从小敏、小杰等 3 名同学中任选 2 名同学担任校运动会的志愿者, 那么恰好选中小敏和小杰的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】 列表得出所有等可能的情况数, 找出选中小敏和小杰的情况数, 即可求出所求的概率.

【解答】 解: 小敏, 小杰还有其他同学分别用 1, 2, 3 表示, 列表得:

	1	2	3
1	---	(1, 2)	(1, 3)
2	(2, 1)	---	(2, 3)
3	(3, 1)	(1, 3)	---

所有等可能的情况有 6 种, 其中选中小敏和小杰情况有 2 种,

$$\text{则 } P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

16. (4 分) 某校几位九年级同学准备学业考试结束后结伴去周庄旅游, 预计共需费用 1200 元, 后来又有 2 位同学参加进来, 但总的费用不变, 每人可少分担 30 元. 试求共有几位同学准备去周庄旅游? 如果设共有 x 位同学准备去周庄旅游, 那么根据题意可列出方程为 $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x+2} = 30$.

【考点】B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【分析】设共有 x 位同学准备去周庄旅游, 则后来有 $(x+2)$ 位同学准备去周庄旅游, 根据题意可得, 加入 2 名同学之后每人可少分担 30 元, 列方程即可.

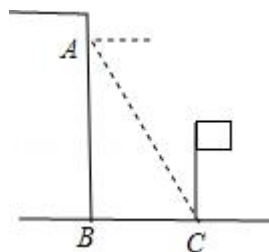
【解答】解: 设共有 x 位同学准备去周庄旅游, 则后来有 $(x+2)$ 位同学准备去周庄旅游,

由题意得, $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x+2} = 30$.

故答案为: $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{x+2} = 30$.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程.

17. (4 分) 小丽在大楼窗口 A 测得校园内旗杆底部 C 的俯角为 α 度, 窗口离地面高度 $AB=h$ (米), 那么旗杆底部与大楼的距离 $BC = \frac{h}{\tan \alpha}$ 米 (用 α 的三角比和 h 的式子表示)



【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】根据题意可得， $\angle ACB=\alpha$ ， $AB=h$ ，然后利用三角函数求出 BC 的长度.

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

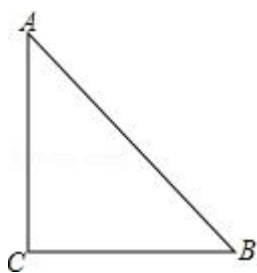
$$\therefore \angle ACB=\alpha, AB=h,$$

$$\therefore BC=\frac{AB}{\tan \alpha}=\frac{h}{\tan \alpha}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{h}{\tan \alpha}.$$

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是根据俯角构造直角三角形，利用三角函数的知识求解.

18. (4 分) 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=BC=1$ ，点 D 在边 BC 上，将 $\triangle ABC$ 沿直线 AD 翻折，使点 C 落在点 C' 处，联结 AC' ，直线 AC' 与边 CB 的延长线相交于点 F . 如果 $\angle DAB=\angle BAF$ ，那么 $BF=\underline{\sqrt{3}-1}$.



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=BC=1$ ，得到 $\angle CAB=\angle ABC=45^\circ$ ，由 $\triangle ADC'$ 是将 $\triangle ABC$ 沿直线 AD 翻折得到的，求出 $\angle CAD=\angle C'AD$ ，于是得到 $\angle ABF=135^\circ$ ，求得 $\angle F=30^\circ$ ，根据直角三角形的性质即可得到结果.

【解答】解： $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=BC=1$ ，

$$\therefore \angle CAB=\angle ABC=45^\circ,$$

$\because \triangle ADC'$ 是将 $\triangle ABC$ 沿直线 AD 翻折得到的，

$$\therefore \angle CAD=\angle C'AD,$$

$$\therefore \angle DAB=\angle BAF,$$

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle DAC = \frac{1}{3} \angle BAC = 15^\circ,$$

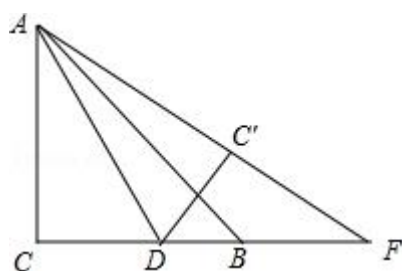
$$\therefore \angle ABF = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 30^\circ,$$

$$\therefore CF = \frac{AC}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3},$$

$$\therefore BF = CF - BC = \sqrt{3} - 1,$$

故答案为: $\sqrt{3} - 1$.



【点评】 本题考查了翻折变换 - 折叠问题, 等腰直角三角形的性质, 锐角三角函数, 正确的作出图形是解题的关键.

三. 解答题

19. (10 分) 计算: $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{6}) + \sqrt{2}$.

【考点】 79: 二次根式的混合运算.

【分析】 先进行二次根式的化简和乘法运算, 然后合并.

【解答】 解: 原式 $= \sqrt{2} + 1 + 3 - 3\sqrt{2} + \sqrt{2}$

$$= 4 - \sqrt{2}.$$

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算, 解答本题的关键是掌握二次根式的化简和乘法法则.

20. (10 分) 解方程:
$$\begin{cases} x+2y=12 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$$

【考点】 AF: 高次方程.

【分析】 把②通过因式分解化为两个二元一次方程, 把这两个二元一次方程分别与①组成方程组, 求解即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} x+2y=12 \text{①} \\ x^2-3xy+2y^2=0 \text{②} \end{cases}$$

由②得, $x-y=0$, $x-2y=0$,

把这两个方程与①组成方程组得,

$$\begin{cases} x+2y=12 \\ x-y=0 \end{cases}, \begin{cases} x+2y=12 \\ x-2y=0 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=4 \end{cases}, \begin{cases} x_2=6 \\ y_2=3 \end{cases}$.

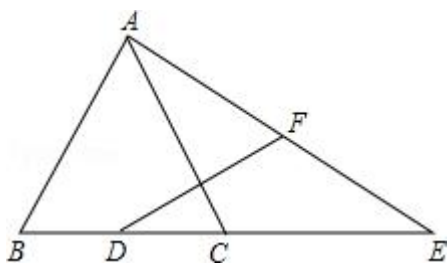
故方程组的解为: $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=4 \end{cases}, \begin{cases} x_2=6 \\ y_2=3 \end{cases}$.

【点评】 本题考查的是二元二次方程组的解法, 解答时, 用代入法比较简单, 如果其中的二元二次方程可以因式分解化为两个二元一次方程, 与另一个方程组成两个二元一次方程组, 解答更简单.

21. (10 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=2\sqrt{5}$, $\sin \angle B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, D 为边 BC 的中点, E 为边 BC 的延长线上一点, 且 $CE=BC$. 联结 AE , F 为线段 AE 的中点.

求: (1) 线段 DF 的长;

(2) $\angle CAE$ 的正切值.



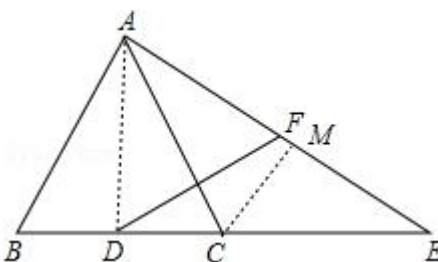
【考点】 T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 连接 AD , 根据等腰三角形性质求出 $\angle ADC=90^\circ$, 解直角三角形求出 AD , 求出 BD 和 CD , 即可得出答案;

(2) 过 C 作 $CM \perp AE$ 于 M , 则 $\angle CMA = \angle CME = 90^\circ$, 在 $Rt\triangle ADE$ 中, 由勾股

定理求出 AE ，由勾股定理得出方程 $(2\sqrt{5})^2 - AM^2 = 4^2 - (2\sqrt{13} - AM)^2$ ，

求出 AM ，求出 CM ，即可求出答案。



【解答】解：（1）如图，连接 AD ，

$\because AB=AC$ ， D 为 BC 的中点，

$\therefore AD \perp BC$ ，

$\therefore \angle ADB=90^\circ$ ，

$\because AB=AC=2\sqrt{5}$ ， $\sin \angle B=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，

$\therefore AD=4$ ，

由勾股定理得： $BD=2$ ，

$\therefore DC=BD=2$ ， $BC=4$ ，

$\because CE=BC$ ，

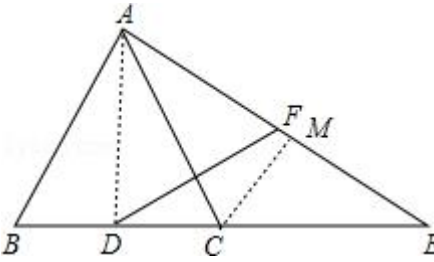
$\therefore CE=4$ ，

$\therefore DE=2+4=6$ ，

在 $Rt\triangle ADE$ 中，由勾股定理得： $AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$ ，

$\because F$ 为直角 $\triangle ADE$ 斜边 AE 的中点，

$\therefore DF=\frac{1}{2}AE=\sqrt{13}$ ；



(2) 过 C 作 $CM \perp AE$ 于 M, B D C E

则 $\angle CMA = \angle CME = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle ADE$ 中, 由勾股定理得; $AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$.

$\therefore$ 由勾股定理得; $CM^2 = AC^2 - AM^2 = CE^2 - EM^2$,

$$\therefore (2\sqrt{5})^2 - AM^2 = 4^2 - (2\sqrt{13} - AM)^2,$$

$$\text{解得: } AM = \frac{14\sqrt{13}}{13},$$

$$CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - \left(\frac{14\sqrt{13}}{13}\right)^2} = \frac{8\sqrt{13}}{13},$$

$$\therefore \angle CAE \text{ 的正切值是 } \frac{CM}{AM} = \frac{\frac{8\sqrt{13}}{13}}{\frac{14\sqrt{13}}{13}} = \frac{4}{7}.$$

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质, 解直角三角形, 勾股定理的应用, 解此题的关键是构造直角三角形, 并进一步求出各个线段的长, 有一定的难度.

22. (10 分) 货车在公路 A 处加满油后, 以每小时 60 千米的速度匀速行驶, 前往与 A 处相距 360 千米的 B 处. 下表记录的是货车一次加满油后油箱剩余油量 y (升) 与行驶时间 x (时) 之间的关系:

行驶时间 x(时)	0	1	2	3	4
余油量 y (升)	150	120	90	60	30

(1) 如果 y 关于 x 的函数是一次函数, 求这个函数解析式 (不要求写出自变量的取值范围)

(2) 在 (1) 的条件下, 如果货车的行驶速度和每小时的耗油量都不变, 货车行驶 4 小时后到达 C 处, C 的前方 12 千米的 D 处有一加油站, 那么在 D 处

至少加多少升油，才能使货车到达 B 处卸货后能顺利返回会 D 处加油？（根据驾驶经验，为保险起见，油箱内剩余油量应随时不少于 10 升）

【考点】 FH：一次函数的应用.

【分析】 (1) 设 x 与 y 之间的函数关系式为 $y=kx+b$ ，将点 $(0, 150)$ 和 $(1, 120)$ 代入求 k 和 b 值；

(2) 利用路程关系建立在 D 处加油的一元一次不等式，求在 D 处至少加油量.

【解答】 解：(1) 把 5 组数据在直角坐标系中描出来，这 5 个点在一条直线上，所以 y 与 x 满足一次函数关系，

设 $y=kx+b$ ，($k \neq 0$)

$$\text{则} \begin{cases} 150=b \\ 120=k+b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-30 \\ b=150 \end{cases},$$

$$\therefore y = -30x + 150.$$

(2) 设在 D 处至少加 W 升油，根据题意得：

$$150 - 4 \times 30 - \frac{12}{60} \times 30 + W \geq \frac{360 - 4 \times 60 - 12}{60} \times 30 \times 2 + 10 \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{即: } 150 - 120 - 6 + W \geq 118$$

解得 $W \geq 94$,

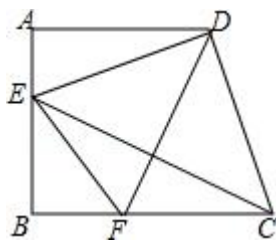
答：D 处至少加 94 升油，才能使货车到达灾区 B 地卸物后能顺利返回 D 处加油.

【点评】 本题考查了一次函数的应用，解决本题的关键是用待定系数法求函数解析式，要注意自变量的取值范围还必须使实际问题有意义.

23. (12 分) 如图，已知在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AD$ ，点 E 在边 AB 上，且 $DE \perp CD$ ，DF 平分 $\angle EDC$ ，交 BC 于点 F，联结 CE、EF.

(1) 求证： $DE = DC$ ；

(2) 如果 $BE^2 = BF \cdot BC$ ，求证： $\angle BEF = \angle CEF$.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】14：证明题.

【分析】(1) 过 D 作 $DG \perp BC$ 于 G，构造成矩形，然后通过三角形全等得到结论.

(2) 根据等腰三角形的性质三线合一，证得线段的垂直平分线，由等边对等角得到 $\angle FEC = \angle FCE$ ，通过三角形相似得到 $\angle BEF = \angle FCE$ ，于是得出 $\angle BEF = \angle CEF$.

【解答】(1) 证明：过 D 作 $DG \perp BC$ 于 G，

$\because AD \parallel BC, \angle A = 90^\circ,$

$\therefore \angle B = 90^\circ,$

$\therefore$ 四边形 ABGD 是矩形，

$\therefore \angle ADG = 90^\circ, DG = AB,$

$\therefore \angle EDC = 90^\circ,$

$\therefore \angle ADE = \angle CDG,$

在 $\triangle AED$ 与 $\triangle GCD$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle DGC \\ AD = DG \\ \angle ADE = \angle GDC \end{cases},$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle GCD,$

$\therefore DE = CD;$

(2) 由 (1) 知: $DE=CD$,

$\therefore DF$ 平分 $\angle EDC$,

$\therefore DF \perp CE$,

$\therefore EF=CF$,

$\therefore \angle FEC=\angle FCE$,

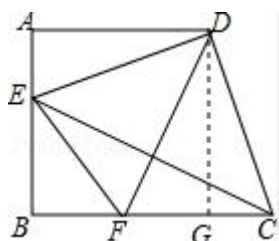
$\therefore BE^2=BF \cdot BC$,

$\therefore \frac{BE}{BF} = \frac{BC}{BE}$, $\therefore \angle B = \angle B$,

$\therefore \triangle EFB \sim \triangle CEB$,

$\therefore \angle BEF = \angle FCE$,

$\therefore \angle BEF = \angle CEF$.



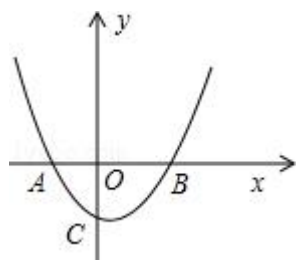
【点评】 本题考查了矩形的判定和性质, 全等三角形的判定与性质, 线段的垂直平分线的性质, 相似三角形的判定和性质, 辅助线的作法是解题的关键.

24. (12 分) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2-2ax-4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴相交于点 C , 其中点 A 的坐标为 $(-3, 0)$, 点 D 在线段 AB 上, $AD=AC$.

(1) 求这条抛物线的关系式, 并求出抛物线的对称轴;

(2) 如果以 DB 为半径的圆 D 与圆 C 外切, 求圆 C 的半径;

(3) 设点 M 在线段 AB 上, 点 N 在线段 BC 上, 如果线段 MN 被直线 CD 垂直平分, 求 $\frac{BN}{CN}$ 的值.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 把点 A 的坐标代入函数解析式，利用方程求得 a 的值；然后利用抛物线解析式来求对称轴方程；

(2) 根据抛物线解析式可以求得点 B、C 的坐标，结合已知条件“AD=AC”可以得到点 D 的坐标，由点的坐标与图形的性质来求圆 C 的半径；

(3) 利用等腰 $\triangle ACD$ 、线段垂直平分线的性质得到 $\angle AMC = \angle BND$ ，然后由三角形内角和推知 $\angle 180^\circ - \angle ACM - \angle AMC = 180^\circ - \angle B - \angle BND$ ，则 $\angle A = \angle BDN$ ，易得 $DN \parallel AC$ ，所以，根据平行线分线段成比例求得 $\frac{BN}{CN} = \frac{BD}{AD} = \frac{3}{5}$.

【解答】解：(1) 把 $(-3, 0)$ 代入 $y = ax^2 - 2ax - 4$ 得： $9a + 6a - 4 = 0$,

解得： $a = \frac{4}{15}$,

则抛物线的解析式是： $y = \frac{4}{15}x^2 - \frac{8}{15}x - 4$,

对称轴是 $x = -\frac{-\frac{8}{15}}{2 \times \frac{4}{15}} = 1$ ，即 $x = 1$ ；

(2) 在 $y = \frac{4}{15}x^2 - \frac{8}{15}x - 4$ 中，令 $y = 0$ ，得 $\frac{4}{15}x^2 - \frac{8}{15}x - 4 = 0$,

解得： $x = -3$ 或 5 .

则 B 的坐标是 $(5, 0)$.

在 $y = \frac{4}{15}x^2 - \frac{8}{15}x - 4$ 中令 $x = 0$,

解得： $y = -4$ ，则 C 的坐标是 $(0, -4)$.

$$AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

则 D 的坐标是 (2, 0),

$$\therefore CD = 2\sqrt{5}, \quad BD = 3.$$

当两圆外切时, $R_C + BD = CD$, $R_C = 2\sqrt{5} - 3$.

则圆 C 的半径是: $2\sqrt{5} - 3$;

$$(3) \because AC = AD,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD,$$

又 $\because$ 线段 MN 被直线 CD 垂直平分,

$$\therefore \angle DCB = \angle DCM,$$

$$\therefore \angle ACM = \angle B.$$

又 $\because \angle DNC = \angle DMC$,

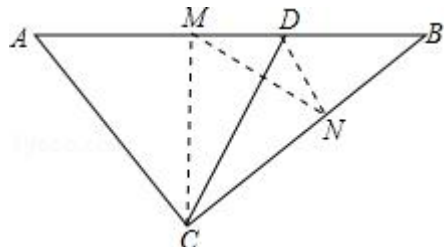
$$\therefore \angle AMC = \angle BND,$$

$$\therefore \angle 180^\circ - \angle ACM - \angle AMC = 180^\circ - \angle B - \angle BND,$$

$$\therefore \angle A = \angle BDN,$$

$$\therefore DN \parallel AC,$$

$$\therefore \frac{BN}{CN} = \frac{BD}{AD} = \frac{3}{5}.$$



【点评】本题着重考查了待定系数法求二次函数解析式、等腰三角形判定和性质、点的坐标与图形的性质以及线段垂直平分线的性质等知识点，综合性强，考查学生数形结合的数学思想方法。(3)中弄清 $DN \parallel AC$ 是解题的关键。

25. (14 分) 如图 1, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=DC=5$, $AD=4$, M 、 N 分别是边 AD 、 BC 上的任意一点, 联结 AN 、 DN , 点 E 、 F 分别在线段 AN 、 DN 上, 且 $ME \parallel DN$, $MF \parallel AN$, 联结 EF .

(1) 如图 2, 如果 $EF \parallel BC$, 求 EF 的长;

(2) 如果四边形 $MENF$ 的面积是 $\triangle ADN$ 的面积的 $\frac{3}{8}$, 求 AM 的长;

(3) 如果 $BC=10$, 试探索 $\triangle ABN$ 、 $\triangle AND$ 、 $\triangle DNC$ 能否两两相似? 如果能, 求 AN 的长; 如果不能, 请说明理由.

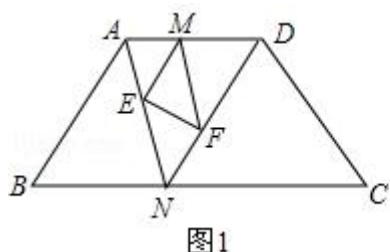


图1

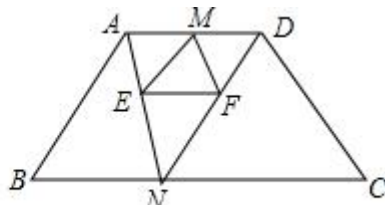


图2

【考点】SO: 相似形综合题.

【分析】(1) 利用平行线分线段成比例得到 EF 是 $\triangle AND$ 的中位线, 利用三角形中位线定理进行解答即可;

(2) 设 $AM=x$. 利用 (1) 中相似三角形的性质得到 $\frac{S_{\triangle AME}}{S_{\triangle ADN}} = \left(\frac{AM}{AD}\right)^2 = \frac{x^2}{16}$,

$\frac{S_{\triangle DMF}}{S_{\triangle ADN}} = \left(\frac{DM}{AD}\right)^2 = \frac{(4-x)^2}{16}$, 利用图中相关图形的面积间的数量关系和已知条件

件列出关于 x 的方程 $\left[1 - \frac{x^2}{16} - \frac{(4-x)^2}{16}\right] S_{\triangle AND} = \frac{3}{2} S_{\triangle AND}$. 由此求得 x 的值;

(3) 如答图 2, 过点 A 作 $AP \perp BC$ 于 P , 过点 D 作 $DQ \perp BC$ 于 Q . 需要分类讨论: 当 $\triangle ABN \sim \triangle DCN$ 、 $\triangle ABN \sim \triangle NCD$ 两种情况, 利用相似三角形的对应边成比例求得 $BN=CN=5$, 然后利用勾股定理计算 AN 的长度.

【解答】解: (1) 如答图 1, $\because EF \parallel BC$, $AD \parallel BC$,

$\therefore EF \parallel AD$,

又 $\because ME \parallel DN, MF \parallel AN,$

$$\therefore \frac{NE}{AN} = \frac{FN}{ND} = \frac{AM}{AD} = \frac{AE}{AN},$$

$$\therefore AE = EN.$$

同理, $NF = FD,$

$\therefore EF$ 是 $\triangle AND$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AD = 2;$$

(2) 设 $AM = x.$

$$\text{则 } \frac{S_{\triangle AME}}{S_{\triangle ADN}} = \left(\frac{AM}{AD}\right)^2 = \frac{x^2}{16}, \quad \frac{S_{\triangle DMF}}{S_{\triangle ADN}} = \left(\frac{DM}{AD}\right)^2 = \frac{(4-x)^2}{16},$$

$$\therefore S_{\text{四边形} MENF} = \left[1 - \frac{x^2}{16} - \frac{(4-x)^2}{16}\right] S_{\triangle AND} = \frac{3}{8} S_{\triangle AND}.$$

解得 $x_1 = 1, x_2 = 3,$

$\therefore AM$ 的长度是 1 或 3;

(3) 如答图 2, 过点 A 作 $AP \perp BC$ 于 P , 过点 D 作 $DQ \perp BC$ 于 Q ,

则 $PQ = AD = 4, BP = CQ = 3.$

$$\text{当 } \triangle ABN \sim \triangle DCN \text{ 时, } \frac{AB}{CD} = \frac{BN}{CN} = 1,$$

$$\therefore BN = CN = 5.$$

$$\therefore DN = AN = \sqrt{AP^2 + NP^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{又 } \frac{AD}{AN} = \frac{AN}{AB} = \frac{DN}{BN} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

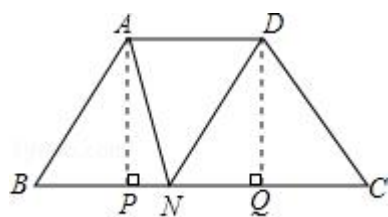
$$\therefore \triangle NAD \sim \triangle BAN \sim \triangle CDN.$$

$$\text{当 } \triangle ABN \sim \triangle NCD \text{ 时, } \frac{AB}{CN} = \frac{BN}{CD},$$

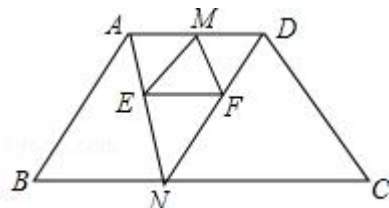
解得 $BN = CN = 5,$

$$\therefore DN=AN=\sqrt{AP^2+NP^2}=2\sqrt{5}.$$

综上所述，当 $\triangle ABN$ 、 $\triangle AND$ 、 $\triangle DNC$ 两两相似时， $AN=2\sqrt{5}$.



答图2



答图1

【点评】 本题考查了相似综合题. 该题综合性比较强，涉及到了三角形中位线定理，相似三角形的判定与性质，勾股定理等知识点，解题时，运用了“数形结合”和“分类讨论”的数学思想.