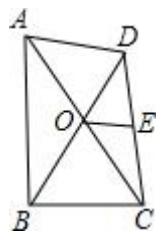


2015 年上海市长宁区中考数学二模试卷

一、选择题 (本题共 6 小题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. (4 分) 将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 3 个单位得到的抛物线表达式是 ()
- A. $y=(x-3)^2$ B. $y=(x+3)^2$ C. $y=x^2-3$ D. $y=x^2+3$
2. (4 分) 下列各式中, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()
- A. $\sqrt{3}-1$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{9}$ D. $\sqrt{12}$
3. (4 分) 一组数据: 5, 7, 4, 9, 7 的中位数和众数分别是 ()
- A. 4, 7 B. 7, 7 C. 4, 4 D. 4, 5
4. (4 分) 用换元法解方程 $\frac{y}{y^2-3} + \frac{y^2-3}{y} = \frac{5}{2}$ 时, 如果设 $x = \frac{y}{y^2-3}$, 那么原方程可化为 ()
- A. $2x^2 - 5x + 2 = 0$ B. $x^2 - 5x + 1 = 0$ C. $2x^2 + 5x + 2 = 0$ D. $2x^2 - 5x + 1 = 0$
5. (4 分) 在下列图形中, ①等边三角形, ②正方形, ③正五边形, ④正六边形. 其中既是轴对称图形又是中心对称的图形有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
6. (4 分) 如图, 在四边形 ABCD 中, $\angle ABC=90^\circ$, 对角线 AC、BD 交于点 O, $AO=CO$, $\angle AOD=\angle ADO$, E 是 DC 边的中点, 下列结论中, 错误的是 ()

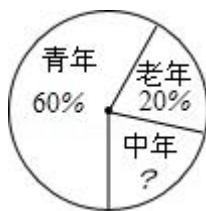


- A. $OE = \frac{1}{2}AD$ B. $OE = \frac{1}{2}OB$ C. $OE = \frac{1}{2}OC$ D. $OE = \frac{1}{2}BC$

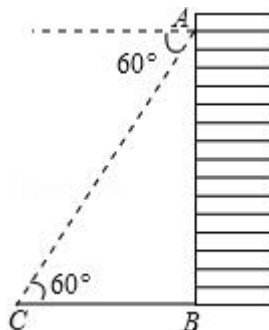
二、填空题 (本题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $9^{-\frac{1}{2}} =$ _____.

8. (4分) 计算: $(-m^3n)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3}=1$ 的解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. (4分) 若关于 x 的二次方程 $x^2+ax+a+3=0$ 有两个相等的实数根, 则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. (4分) 从数字 1, 2, 3, 4 中, 任意取两个数字组成一个两位数, 这个数是素数的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. (4分) 2015 年 1 月份, 某区体委组织“迎新春长跑活动”, 现将报名的男选手分成: 青年组、中年组、老年组, 各组人数所占比例如图所示, 已知青年组 120 人, 则中年组的人数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

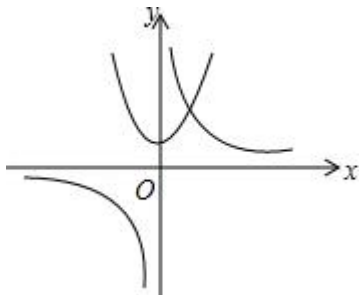


13. (4分) 已知 $\vec{b} = k\vec{a}$, 如果 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=6$, 那么实数 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. (4分) 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别是 5 和 3, 若 $O_1O_2=2$, 则两圆的位置关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. (4分) 已知在离地面 30 米的高楼窗台 A 处测得地面花坛中心标志物 C 的俯角为 60° , 那么这一标志物 C 离此栋楼房的地面距离 BC 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.

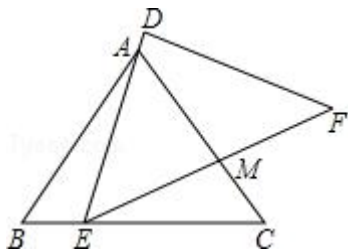


16. (4分) 已知线段 $AB=10$, P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$), 则 $AP = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. (4分) 请阅读下列内容: 我们在平面直角坐标系中画出抛物线 $y=x^2+1$ 和双曲线 $y=\frac{2}{x}$, 如图所示, 利用两图象的交点个数和位置来确定方程 $x^2+1=\frac{2}{x}$ 有一个正实数根, 这种方法称为利用的图象判断方程根的情况请用图象法判断方程 $-(x-3)^2+4=\frac{2}{x}$ 的根的情况_____ (填写根的个数及正负).



18. (4分) 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (点 A、B 分别与点 D、E 对应), $AB=AC=5$, $BC=6$, $\triangle ABC$ 固定不动, $\triangle DEF$ 运动, 并满足点 E 在 BC 边从 B 向 C 移动 (点 E 不与 B、C 重合), DE 始终经过点 A, EF 与 AC 边交于点 M, 当 $\triangle AEM$ 是等腰三角形时, $BE=$ _____.

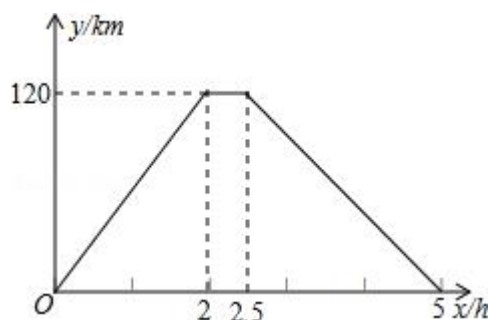


三、解答题 (本题共 7 题, 满分 78 分)

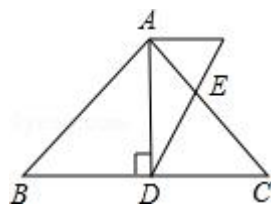
19. (10分) 解不等式组 $\begin{cases} 2(m+1.5) \geq 5 \\ \frac{5}{2}m < m+3 \end{cases}$, 并将解集在数轴上表示出来.
20. (10分) 先化简, 再求代数式的值: $(\frac{a+2}{1-a^2} - \frac{2}{a+1}) \div \frac{a}{1-a}$, 其中 $a=\sqrt{3}-1$.
21. (10分) 在一次运输任务中, 一辆汽车将一批货物从甲地运往乙地, 到达乙地卸货后返回甲地, 设汽车从甲地出发 x (h) 时, 汽车与甲地的距离为 y (km), y 与 x 的关系如图所示. 根据图象回答下列问题:
- (1) 汽车在乙地卸货停面_____ (h);

(2) 求汽车返回甲城时 y 与 x 的函数解析式，并写出定义域；

(3) 求这辆汽车从甲地出发 4h 时与甲地的距离.



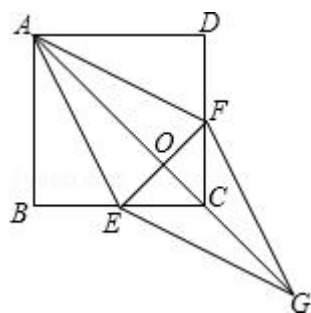
22. (10 分) 如图， AD 是等腰 $\triangle ABC$ 底边上的高，且 $AD=4$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，若 E 是 AC 边上的点，且满足 $AE:EC=2:3$ ，连接 DE ，求 $\cot \angle ADE$ 的值.



23. (12 分) 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上， $AE=AF$ ， AC 和 EF 交于点 O ，延长 AC 至点 G ，使得 $AO=OG$ ，连接 EG 、 FG .

(1) 求证： $BE=DF$ ；

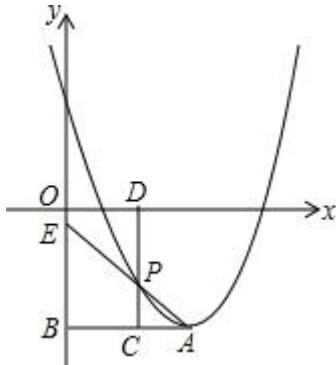
(2) 求证：四边形 $AEGF$ 是菱形.



24. (12 分) 如图，已知抛物线 $y=x^2-2tx+t^2-2$ 的顶点 A 在第四象限，过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于点 B ， C 是线段 AB 上一点（不与 A 、 B 重合），过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D ，并交抛物线与点 P .

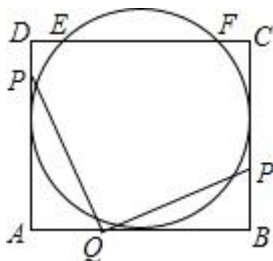
(1) 若点 C 的横坐标为 1，且是线段 AB 的中点，求点 P 的坐标；

- (2) 若直线 AP 交 y 轴负半轴于点 E , 且 $AC=CP$, 求四边形 $OEPA$ 的面积 S 关于 t 的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 在 (2) 的条件下, 当 $\triangle ADE$ 的面积等于 $2S$ 时, 求 t 的值.



25. (14 分) 如图, 已知矩形 $ABCD$, $AB=12\text{cm}$, $AD=10\text{cm}$, $\odot O$ 与 AD 、 AB 、 BC 三边都相切, 与 DC 交于点 E 、 F . 已知点 P 、 Q 、 R 分别从 D 、 A 、 B 三点同时出发, 沿矩形 $ABCD$ 的边逆时针方向匀速运动, 点 P 、 Q 、 R 的运动速度分别是 1cm/s 、 $x\text{cm/s}$ 、 1.5cm/s , 当点 Q 到达点 B 时停止运动, P 、 R 两点同时停止运动, 设运动时间为 t (单位: s)

- (1) 求证: $DE=CF$;
- (2) 设 $x=3$, 当 $\triangle PAQ$ 与 $\triangle QBR$ 相似时, 求出 t 的值;
- (3) 设 $\triangle PAQ$ 关于直线 PQ 对称轴的图形是 $\triangle PA'Q$, 当 t 和 x 分别为何值时, 点 A' 与圆心 O 恰好重合, 求出符合条件的 t , x 的值.



2015 年上海市长宁区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 6 小题，每题 4 分，满分 24 分）

1. （4 分）将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 3 个单位得到的抛物线表达式是（ ）

- A. $y=(x-3)^2$ B. $y=(x+3)^2$ C. $y=x^2-3$ D. $y=x^2+3$

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【分析】根据函数图象左加右减，可得答案.

【解答】解：将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 3 个单位得到的抛物线表达式是 $y=(x-3)^2$ ，

故选：A.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，用平移规律“左加右减，上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

2. （4 分）下列各式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{3}-1$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{9}$ D. $\sqrt{12}$

【考点】77：同类二次根式.

【分析】先化简二次根式，再判定即可.

【解答】解：A、不是同类二次根式，错误；

B、不是同类二次根式，错误；

C、 $\sqrt{9}=3$ ，不是同类二次根式，错误；

D、 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ 是同类二次根式，正确；

故选：D.

【点评】本题主要考查了同类二次根式，解题的关键是二次根式的化简.

3. (4分) 一组数据: 5, 7, 4, 9, 7 的中位数和众数分别是 ()

- A. 4, 7 B. 7, 7 C. 4, 4 D. 4, 5

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

【解答】解: 把这组数据从小到大排列: 4, 5, 7, 7, 9,

最中间的数是 7,

则这组数据的中位数是 7;

7 出现了 2 次, 出现的次数最多, 则众数是 7;

故选: B.

【点评】此题考查了中位数和众数, 将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数) 叫做这组数据的中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数.

4. (4分) 用换元法解方程 $\frac{y}{y^2-3} + \frac{y^2-3}{y} = \frac{5}{2}$ 时, 如果设 $x = \frac{y}{y^2-3}$, 那么原方程可化为 ()

- A. $2x^2 - 5x + 2 = 0$ B. $x^2 - 5x + 1 = 0$ C. $2x^2 + 5x + 2 = 0$ D. $2x^2 - 5x + 1 = 0$

【考点】B4: 换元法解分式方程.

【分析】根据换元法, 可得关于 x 的分式方程, 根据等式的性质, 可得整式方程.

【解答】解: 换元法解方程 $\frac{y}{y^2-3} + \frac{y^2-3}{y} = \frac{5}{2}$ 时, 如果设 $x = \frac{y}{y^2-3}$, 那么原方程可

化为 $2x + 2 \times \frac{1}{x} - 5 = 0$,

化简, 得 $2x^2 - 5x + 2 = 0$,

故选: A.

【点评】 本题考查了换元法解分式方程，换元是解题关键，注意要化简成整式方程.

5. (4 分) 在下列图形中, ①等边三角形, ②正方形, ③正五边形, ④正六边形. 其中既是轴对称图形又是中心对称的图形有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】 P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形.

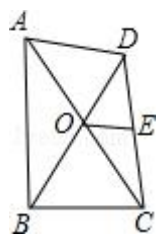
【分析】 根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形, 以及轴对称图形的定义即可判断出.

【解答】 解: ②、④两者都既是中心对称图形又是轴对称图形, ①③只是轴对称图形.

故选: B.

【点评】 此题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义, 根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

6. (4 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 对角线 AC 、 BD 交于点 O , $AO=CO$, $\angle AOD=\angle ADO$, E 是 DC 边的中点, 下列结论中, 错误的是 ()



- A. $OE=\frac{1}{2}AD$ B. $OE=\frac{1}{2}OB$ C. $OE=\frac{1}{2}OC$ D. $OE=\frac{1}{2}BC$

【考点】 KP: 直角三角形斜边上的中线; KX: 三角形中位线定理.

【分析】 根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $OE=\frac{1}{2}AD$, 根据等角对等边可得 $AO=AD$, 再根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $OB=OC=AO$, 然后作出判断即可.

【解答】 解: $\because AO=CO$, E 是 DC 边的中点,

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle ADO,$$

$$\therefore AO = AD,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, AO = CO,$$

$$\therefore OB = OC = AO,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}OB, OE = \frac{1}{2}OC,$$

$$\text{只有 } \angle BAC = 30^\circ \text{ 时, } BC = \frac{1}{2}AC = AO, OE = \frac{1}{2}BC.$$

$$\text{所以, 结论错误的是 } OE = \frac{1}{2}BC.$$

故选: D.

【点评】 本题考查了三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质, 等角对等边的性质, 熟记定理与各性质并准确识图是解题的关键.

二、填空题 (本题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$.

【考点】 6F: 负整数指数幂.

【分析】 根据负指数次幂, 以及分数指数次幂的意义即可求解.

【解答】 解: $9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3},$

故答案是: $\frac{1}{3}.$

【点评】 本题主要考查了负指数次幂以及分数指数次幂的意义, 正确理解意义是解题的关键.

8. (4 分) 计算: $(-m^3n)^2 = m^6n^2.$

【考点】 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】 根据积的乘方, 即可解答.

【解答】解： $(-m^3n)^2=m^6n^2$.

故答案为： m^6n^2 .

【点评】本题考查了幂的乘方和积的乘方，解决本题的关键是熟记积的乘方公式.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{2x+3}=1$ 的解为 $x=-1$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】把方程两边平方去根号后求解.

【解答】解：两边平方得： $2x+3=1$

解得： $x=-1$

经检验 $x=-1$ 是原方程的解.

故答案是： $x=-1$

【点评】本题主要考查了无理方程的解法，在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法，本题用了平方法.

10. (4 分) 若关于 x 的二次方程 $x^2+ax+a+3=0$ 有两个相等的实数根，则实数 $a=$
 -2 或 6 .

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据二次方程 $x^2+ax+a+3=0$ 有两个相等的实数根得到 $\Delta=a^2-4(a+3)=0$ ，解一元二次方程求出 a 的值.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的二次方程 $x^2+ax+a+3=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta=0$ ，即 $a^2-4(a+3)=0$ ，

$\therefore a^2-4a-12=0$ ，

$\therefore a_1=-2$ ， $a_2=6$ ，

故答案为： -2 或 6 .

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$.

4ac: 当 $\Delta=0$, 方程有两个相等的实数根, 解答此题还需要掌握因式分解法解一元二次方程的步骤, 此题难度不大.

11. (4 分) 从数字 1, 2, 3, 4 中, 任意取两个数字组成一个两位数, 这个数是素数的概率是 $\frac{5}{12}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】根据题意画出树状图, 找到素数的个数, 根据概率公式解答即可.

【解答】解: 列树状图得,

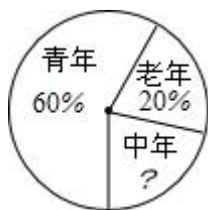


$$P(\text{两位数为素数}) = \frac{5}{12}.$$

故答案为 $\frac{5}{12}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图, 熟悉树状图的列法和概率公式是解题的关键.

12. (4 分) 2015 年 1 月份, 某区体委组织“迎新春长跑活动”, 现将报名的男选手分成: 青年组、中年组、老年组, 各组人数所占比例如图所示, 已知青年组 120 人, 则中年组的人数是 40.



【考点】VB: 扇形统计图.

【分析】首先根据青年组所占的百分比和青年组人数求得总人数, 然后乘以中间组所占的百分比即可求得中年组人数.

【解答】解: 观察扇形统计图知: 青年组有 120 人, 占 60%,

所以全部人数为: $120 \div 60\% = 200$ 人,

$\therefore$ 中年组有 $200(1 - 60\% - 20\%) = 40$ 人,

故答案为：40.

【点评】本题考查扇形统计图，关键知道扇形统计图表现部分占整体的百分比，根据青年人数和百分比求出总数，然后再根据中年人和老年人的百分比可求出中年组与老年组人数分别是多少.

13. (4 分) 已知 $\vec{b} = k\vec{a}$, 如果 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=6$, 那么实数 $k = \underline{\pm 3}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】由 $\vec{b} = k\vec{a}$, 如果 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=6$, 根据相等向量的知识, 即可求得 k 的值.

【解答】解: $\because \vec{b} = k\vec{a}$, $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=6$,

$\therefore k = \pm 3$.

故答案为: ± 3 .

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握向量模的意义.

14. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别是 5 和 3, 若 $O_1O_2=2$, 则两圆的位置关系是 内切.

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】由 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别是 5 和 3, 若 $O_1O_2=2$, 根据两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R , r 的数量关系间的联系即可得出两圆位置关系.

【解答】解: $\because \odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别是 5 和 3,

$\therefore$ 半径差为: 2,

$\because O_1O_2=2$,

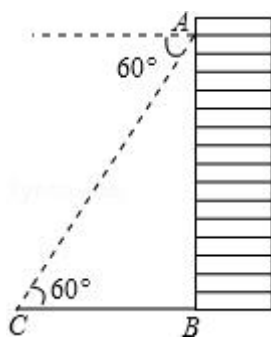
$\therefore$ 两圆的位置关系是: 内切.

故答案为: 内切.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系. 注意掌握两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R , r 的数量关系间的联系.

15. (4 分) 已知在离地面 30 米的高楼窗台 A 处测得地面花坛中心标志物 C 的

俯角为 60° ，那么这一标志物 C 离此栋楼房的地面距离 BC 为 $10\sqrt{3}$ 米.



【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】利用解直角三角形的知识知一边和角求另一边即可.

【解答】解：根据题意得到 $AB=30$ 米， $\angle BAC=30^\circ$,

$\therefore AB \perp BC$,

$$\therefore BC = AB \cdot \tan 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3} \text{ 米},$$

$\therefore$ 标志物 C 离此栋楼房的地面距离 BC 为 $10\sqrt{3}$ 米,

故答案为 $10\sqrt{3}$.

【点评】本题考查了解直角三角形的知识，解题的关键是从实际问题中整理出直角三角形并选择合适的边角关系求解.

16. (4 分) 已知线段 $AB=10$, P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$), 则 $AP=$

$$5\sqrt{5} - 5.$$

【考点】S3: 黄金分割.

【专题】11: 计算题.

【分析】直接根据黄金分割的定义计算.

【解答】解： $\because$ P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$),

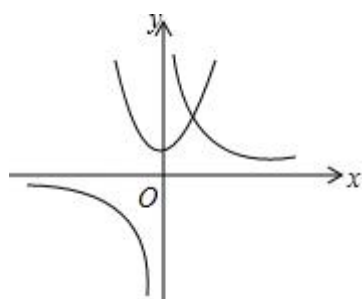
$$\therefore AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 10 = 5\sqrt{5} - 5.$$

故答案为 $5\sqrt{5} - 5$.

【点评】本题考查了黄金分割：把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$),

且使 AC 是 AB 和 BC 的比例中项 (即 $AB: AC=AC: BC$), 叫做把线段 AB 黄金分割, 点 C 叫做线段 AB 的黄金分割点. 其中 $AC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB\approx 0.618AB$, 并且线段 AB 的黄金分割点有两个.

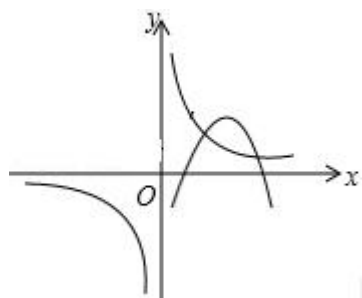
17. (4 分) 请阅读下列内容: 我们在平面直角坐标系中画出抛物线 $y=x^2+1$ 和双曲线 $y=\frac{2}{x}$, 如图所示, 利用两图象的交点个数和位置来确定方程 $x^2+1=\frac{2}{x}$ 有一个正实数根, 这种方法称为利用的图象判断方程根的情况请用图象法判断方程 $-(x-3)^2+4=\frac{2}{x}$ 的根的情况 两个正根一个负根 (填写根的个数及正负).



【考点】 G2: 反比例函数的图象; H2: 二次函数的图象.

【分析】 画出 $y=-(x-3)^2+4$ 和 $y=\frac{2}{x}$ 的图象, 根据图象观察 $-(x-3)^2+4=\frac{2}{x}$ 的根的情况.

【解答】 解: 如图可知, $-(x-3)^2+4=\frac{2}{x}$ 有两个正根和一个负根.

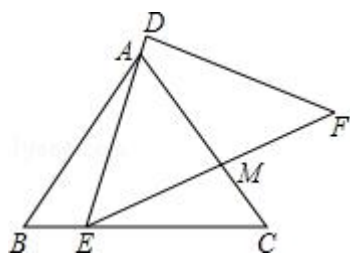


故答案为: 两个正根和一个负根.

【点评】 本题考查的是运用函数图象法求方程的解的知识, 掌握函数图象的交点与方程的解的关系是解题的关键.

18. (4 分) 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (点 A 、 B 分别与点 D 、 E 对应), $AB=AC=5$, $BC=6$, $\triangle ABC$ 固定不动, $\triangle DEF$ 运动, 并满足点 E 在 BC 边从 B 向 C 移动

(点 E 不与 B、C 重合), DE 始终经过点 A, EF 与 AC 边交于点 M, 当 $\triangle AEM$ 是等腰三角形时, $BE = \underline{1 \text{ 或 } \frac{11}{6}}$.



【考点】KH: 等腰三角形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】25: 动点型; 32: 分类讨论.

【分析】首先由 $\angle AEF = \angle B = \angle C$, 且 $\angle AME > \angle C$, 可得 $AE \neq AM$, 然后分别从 $AE = EM$ 与 $AM = EM$ 去分析, 注意利用全等三角形与相似三角形的性质求解即可求得答案;

【解答】解: $\because \angle AEF = \angle B = \angle C$, 且 $\angle AME > \angle C$,

$$\therefore \angle AME > \angle AEF,$$

$$\therefore AE \neq AM;$$

当 $AE = EM$ 时, 则 $\triangle ABE \cong \triangle ECM$,

$$\therefore CE = AB = 5,$$

$$\therefore BE = BC - EC = 6 - 5 = 1,$$

当 $AM = EM$ 时, 则 $\angle MAE = \angle MEA$,

$$\therefore \angle MAE + \angle BAE = \angle MEA + \angle CEM,$$

$$\text{即 } \angle CAB = \angle CEA,$$

$$\text{又 } \because \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle CAE \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{CE}{AC} = \frac{AC}{CB},$$

$$\therefore CE = \frac{AC^2}{CB} = \frac{25}{6},$$

$$\therefore BE = 6 - \frac{25}{6} = \frac{11}{6};$$

$$\therefore BE = 1 \text{ 或 } \frac{11}{6}.$$

故答案为 1 或 $\frac{11}{6}$.

【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定和性质、等腰三角形的性质，熟练掌握性质定理是解题的关键.

三、解答题 (本题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 解不等式组 $\begin{cases} 2(m+1.5) \geq 5 \\ \frac{5}{2}m < m+3 \end{cases}$, 并将解集在数轴上表示出来.

【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组.

【分析】 分别计算出两个不等式的解集, 再根据大小小大中间找确定不等式组的解集即可.

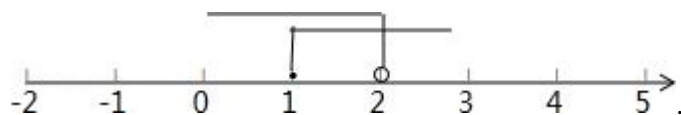
【解答】 解: $\begin{cases} 2(m+1.5) \geq 5 \text{ ①} \\ \frac{5}{2}m < m+3 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得: $m \geq 1$,

由②得: $m < 2$,

不等式组的解集为: $1 \leq m < 2$.

在数轴上表示为:



【点评】 此题主要考查了解一元一次不等式组, 解决此类问题的关键在于正确解得不等式的解集.

20. (10 分) 先化简, 再求代数式的值: $(\frac{a+2}{1-a^2} - \frac{2}{a+1}) \div \frac{a}{1-a}$, 其中 $a = \sqrt{3} - 1$.

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】先将 $1 - a^2$ 因式分解，再通分进行化简，代值求结果.

【解答】解：原式 $= \left(\frac{a+2}{1-a^2} - \frac{2}{a+1} \right) \cdot \frac{1-a}{a}$

$$= \left(\frac{a+2}{(1+a)(1-a)} - \frac{2}{a+1} \right) \cdot \frac{1-a}{a}$$
$$= \frac{a+2}{a(a+1)} - \frac{2(1-a)}{a(a+1)}$$
$$= \frac{3}{a+1},$$

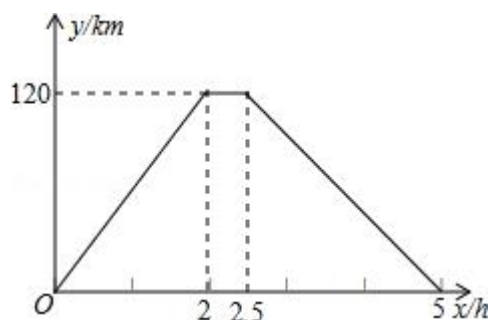
当 $a = \sqrt{3} - 1$ 时,

$$\text{原式} = \frac{3}{\sqrt{3}-1+1} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

【点评】本题主要考查分式的化简求值，把分式化到最简然后解题比较简单.

21. (10 分) 在一次运输任务中，一辆汽车将一批货物从甲地运往乙地，到达乙地卸货后返回甲地，设汽车从甲地出发 x (h) 时，汽车与甲地的距离为 y (km)， y 与 x 的关系如图所示. 根据图象回答下列问题：

- (1) 汽车在乙地卸货停面 0.5 (h)；
- (2) 求汽车返回甲城时 y 与 x 的函数解析式，并写出定义域；
- (3) 求这辆汽车从甲地出发 4h 时与甲地的距离.



【考点】FH：一次函数的应用.

【分析】(1) 从图象可以看出汽车在乙地卸货停了 $2.5 - 2 = 0.5$ 小时；

(2) 设返程中 y 与 x 的函数关系式为： $y = kx + b$ ，运用待定系数法可以直接求出其解就可以了；

(3) 根据时间的定义域得出 t 是 4h 时，应该代入返回时的解析式解答即可.

【解答】解：（1）根据图象可得：汽车在乙地卸货停了 $2.5 - 2 = 0.5$ 小时；

故答案为：0.5；

（2）设汽车返回甲城时 y 与 x 的函数解析式为 $y = kx + b$ ，

把 $(2.5, 120)$ 和 $(5, 0)$ 代入解析式可得：

$$\begin{cases} 120 = 2.5k + b \\ 0 = 5k + b \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} k = -48 \\ b = 240 \end{cases}$ ，

所以解析式为： $y = -48x + 240$ ($2.5 \leq x \leq 5$)；

（3）因为 $2.5 < 4 < 5$ ，所以把 $x = 4$ 代入 $y = -48x + 240$ 中，

可得： $y = 48$ ，

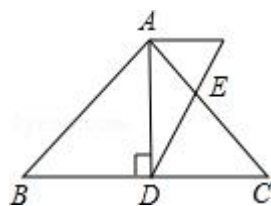
答：这辆汽车从甲地出发 4h 时与甲地的距离为 48km.

【点评】本题是一道关于一次函数的综合试题，考查了速度=路程÷时间的运用，

待定系数法求一次函数的解析式的运用，在解答时读懂图意是关键.

22. (10 分) 如图，AD 是等腰 $\triangle ABC$ 底边上的高，且 $AD = 4$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，若 E

是 AC 边上的点，且满足 $AE : EC = 2 : 3$ ，连接 DE，求 $\cot \angle ADE$ 的值.



【考点】T7：解直角三角形.

【专题】11：计算题.

【分析】作 $AF \parallel BC$ 交 DE 的延长线于 F，如图，根据等腰三角形的性质得

$BD = CD$ ， $AB = AC$ ，在 $Rt\triangle ABD$ 中利用 $\angle B$ 的正弦可求出 $AB = 5$ ，再利用勾

股定理可计算出 $BD = 3$ ，所以 $CD = 3$ ， $AC = 5$ ，然后通过 $\triangle AEF \sim \triangle CED$ ，利

用相似比可计算出 $AF = 2$ ，然后在 $Rt\triangle DAF$ 中，根据余切的定义求解.

【解答】解：作 $AF \parallel BC$ 交 DE 的延长线于 F ，如图，

$\therefore AD$ 是等腰 $\triangle ABC$ 底边上的高，

$\therefore BD=CD$ ， $AB=AC$ ，

在 $Rt\triangle ABD$ 中， $\therefore \sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{5}$ ，而 $AD=4$ ，

$\therefore AB=5$ ，

$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 3$ ，

$\therefore CD=3$ ， $AC=5$ ，

$\therefore AF \parallel CD$ ，

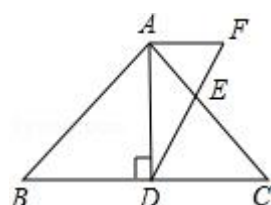
$\therefore \angle DAF = 90^\circ$ ， $\triangle AEF \sim \triangle CED$ ，

$\therefore \frac{AF}{CD} = \frac{AE}{EC}$ ，即 $\frac{AF}{3} = \frac{2}{3}$ ，

$\therefore AF=2$ ，

在 $Rt\triangle DAF$ 中， $\cot \angle ADF = \frac{AD}{AF} = \frac{4}{2} = 2$ ，

即 $\cot \angle ADE$ 的值为 2.



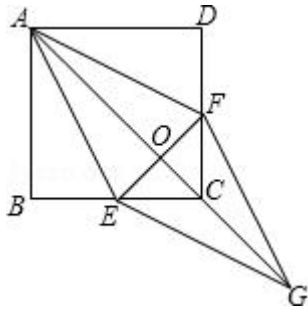
【点评】 本题考查了解直角三角形：在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形．也考查了相似三角形的判定与性质．

23. (12 分) 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上， $AE=AF$ ，

AC 和 EF 交于点 O ，延长 AC 至点 G ，使得 $AO=OG$ ，连接 EG 、 FG ．

(1) 求证： $BE=DF$ ；

(2) 求证： 四边形 $AEGF$ 是菱形．



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；L9：菱形的判定；LE：正方形的性质.

【专题】14：证明题.

【分析】(1) 根据正方形的性质可得 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $AD = AB$ ，然后再证明 $\text{Rt}\triangle$

$ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ (HL)，可得 $EB = DF$ ；

(2) 首先证明 $EC = FC$ ，再由 $AE = AF$ 可得 AC 垂直平分 EF ，再根据对角线互相垂直且平分的四边形是菱形可得四边形 $AEGF$ 是菱形.

【解答】证明：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $AD = AB$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中，

$$\begin{cases} AB = AD \\ AE = AF \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ (HL)，

$\therefore EB = DF$ ；

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BC = DC$ ，

$\therefore EB = DF$ ，

$\therefore EC = FC$ ，

$\therefore AC$ 垂直平分 EF ，

$\therefore AO=GO$,

$\therefore$ 四边形 AEGF 是菱形.

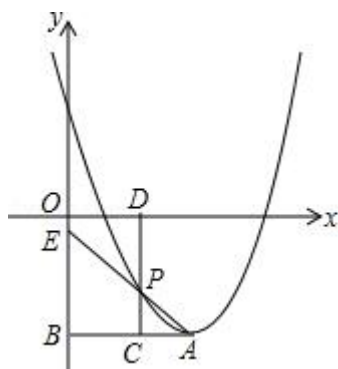
【点评】 此题主要考查了平行四边形的判定, 以及全等三角形的判定和性质, 关键是掌握对角线互相垂直且平分的四边形是菱形.

24. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y=x^2-2tx+t^2-2$ 的顶点 A 在第四象限, 过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于点 B, C 是线段 AB 上一点 (不与 A、B 重合), 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D, 并交抛物线于点 P.

(1) 若点 C 的横坐标为 1, 且是线段 AB 的中点, 求点 P 的坐标;

(2) 若直线 AP 交 y 轴负半轴于点 E, 且 $AC=CP$, 求四边形 OEPD 的面积 S 关于 t 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 $\triangle ADE$ 的面积等于 $2S$ 时, 求 t 的值.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 把解析式转化成顶点式, 得出顶点坐标, 进而根据已知得出 A (2, -2), 从而得出抛物线的解析式, 把 $x=1$ 代入即可求得 P 的坐标;

(2) 根据已知得出三角形 ABE 是等腰直角三角形, 得出 $BE=AB=t$, 即 E (0, -2+t), 根据待定系数法求得 AE 的解析式, 然后和抛物线的解析式联立方程, 解方程即可求得 P (t-1, -1), 然后根据梯形的面积公式即可求得;

(3) 根据已知得出 $\frac{1}{2}PD \cdot t = 2(-\frac{1}{2}t^2 - 2t + \frac{3}{2})$, 即 $\frac{1}{2}t = t^2 + 4t - 3$, 解方程即可求得.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y=x^2-2tx+t^2-2=(x-t)^2-2$,

$\therefore$ 顶点 A $(t, -2)$,

$\because$ 点 C 的横坐标为 1, 且是线段 AB 的中点,

$$\therefore \frac{t}{2}=1,$$

$$\therefore t=2,$$

$$\therefore A(2, -2),$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y=(x-2)^2-2=x^2-4x+2,$$

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } y=1-4+2=-1,$$

$$\therefore P(1, -1);$$

(2) 当 $AC=CP$ 时, $\angle EAB=45^\circ$,

$$\therefore BE=AB=t, \text{ 即 } E(0, -2+t),$$

$$\therefore \text{直线 AE 的解析式为 } y=-x+t-2,$$

$$\text{由 } \begin{cases} y=-x+t-2 \\ y=x^2-2tx+t^2-2 \end{cases} \text{ 得 } P(t-1, -1),$$

$$\therefore S=\frac{1}{2}OD \times (OE+DP) = \frac{1}{2}(t-1) \times (-t+2+1),$$

$$\therefore S=-\frac{1}{2}t^2+2t-\frac{3}{2} \quad (1 < t < 2);$$

$$(3) \because S_{\triangle ADE}=2S,$$

$$\therefore \frac{1}{2}PD \cdot t = 2 \left(-\frac{1}{2}t^2 + 2t - \frac{3}{2} \right), \text{ 即 } \frac{1}{2}t = t^2 + 4t - 3,$$

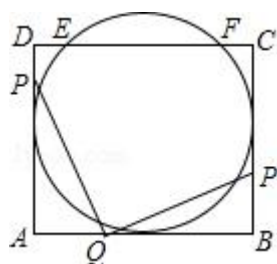
$$\text{解得 } t=2 \text{ (舍去) 或 } t=\frac{3}{2}.$$

【点评】本题是二次函数的综合题, 考查了待定系数法求解析式, 抛物线的顶点以及抛物线和直线的交点, 梯形的面积, 三角形的面积等.

25. (14 分) 如图, 已知矩形 ABCD, $AB=12\text{cm}$, $AD=10\text{cm}$, $\odot O$ 与 AD、AB、

BC 三边都相切，与 DC 交于点 E、F. 已知点 P、Q、R 分别从 D、A、B 三点同时出发，沿矩形 ABCD 的边逆时针方向匀速运动，点 P、Q、R 的运动速度分别是 1cm/s、xcm/s、1.5cm/s，当点 Q 到达点 B 时停止运动，P、R 两点同时停止运动，设运动时间为 t（单位：s）

- (1) 求证：DE=CF；
- (2) 设 x=3，当 $\triangle PAQ$ 与 $\triangle QBR$ 相似时，求出 t 的值；
- (3) 设 $\triangle PAQ$ 关于直线 PQ 对称轴的图形是 $\triangle PA'Q$ ，当 t 和 x 分别为何值时，点 A' 与圆心 O 恰好重合，求出符合条件的 t，x 的值.



【考点】MR：圆的综合题.

【分析】(1) 作 $OG \perp EF$ 于 G，设 $\odot O$ 与 AD 边相切于 M，连接 MO 并延长交 BC 于 N，则 $MN \perp AD$ ，由矩形的性质和垂径定理证出 $DG=CG$ ， $EG=FG$ ，即可得出结论；

(2) 分两种情况：①当 $\triangle PAQ \sim \triangle QBR$ 时，得出 $\frac{AP}{BQ} = \frac{AQ}{BR}$ ，求出 t 的值；②当 $\triangle PAQ \sim \triangle RBQ$ 时，得出 $\frac{AP}{BR} = \frac{AQ}{BQ}$ ，求出 t 的值即可；

(3) 根据题意得出 AA' 被直线 PQ 垂直平分，得出 $\triangle APQ$ 为等腰直角三角形，得出 $PQ=AA'=6\sqrt{2}$ ， $AP=AQ=6$ ，得出 $\begin{cases} 10-t=6 \\ tx=6 \end{cases}$ ，解方程即可.

【解答】(1) 证明：作 $OG \perp EF$ 于 G，设 $\odot O$ 与 AD 边相切于 M，连接 MO 并延长交 BC 于 N，如图 1 所示：

则 $MN \perp AD$ ，

∵ 四边形 ABCD 是矩形,

∴ AD//BC,

∴ MN ⊥ BC,

∴ BC 是⊙O 的切线,

∴ N 为切点,

∴ 四边形 CDMN 是矩形,

∴ MN=CD,

∴ OG ⊥ CD,

∴ DG=CG, EG=FG,

∴ DE=CF;

(2) 解: 分两种情况:

① x=3 时, $0 \leq t \leq 4$, $\angle A = \angle B$,

当 $\triangle PAQ \sim \triangle QBR$ 时, $\frac{AP}{BQ} = \frac{AQ}{BR}$,

$$\text{即 } \frac{10-t}{12-3t} = \frac{3t}{1.5t} = 2,$$

$$\text{解得: } t = \frac{14}{5};$$

② 当 $\triangle PAQ \sim \triangle RBQ$ 时, $\frac{AP}{BR} = \frac{AQ}{BQ}$,

$$\text{即 } \frac{10-t}{1.5t} = \frac{3t}{12-3t},$$

$$\text{解得: } t = 2\sqrt{69} - 14;$$

综上所述: t 的值为 $\frac{14}{5}$ 或 $2\sqrt{69} - 14$;

(3) 解: 如图 2 所示: 根据题意得: AA' 被直线 PQ 垂直平分,

∴ $\triangle APQ$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore PQ = AA' = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore AP=AQ=6,$$

$$\therefore \begin{cases} 10-t=6 \\ tx=6 \end{cases},$$

$$\text{解得: } t=4, x=\frac{3}{2}.$$

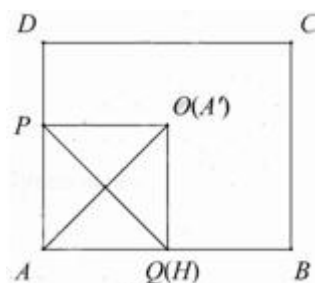


图2

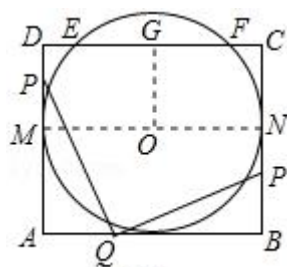


图1

【点评】 本题是圆的综合题目，考查了矩形的性质、切线的性质、垂径定理、三角形相似的性质、轴对称的性质以及等腰直角三角形的性质；本题难度较大，综合性强，特别是（2）中，需要进行分类讨论，由相似三角形的对应边成比例得出比例式才能得出结果.