

2015 年上海市普陀区中考数学二模试卷

一、选择题

1. (4 分) 下列分数中, 能化为有限小数的是 ()

- A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{2}{15}$ C. $\frac{3}{15}$ D. $\frac{5}{15}$

2. (4 分) 下列说法中, 不正确的是 ()

- A. 10 的立方根是 $\sqrt[3]{10}$
 B. -2 是 4 的一个平方根
 C. $\frac{4}{9}$ 的平方根是 $\frac{2}{3}$
 D. 0.01 的算术平方根是 0.1

3. (4 分) 数据 0, 1, 1, 3, 3, 4 的平均数和方差分别是 ()

- A. 2 和 1.6 B. 2 和 2 C. 2.4 和 1.6 D. 2.4 和 2

4. (4 分) 在下列图形中, 为中心对称图形的是 ()

- A. 等腰梯形 B. 平行四边形 C. 正五边形 D. 等腰三角形

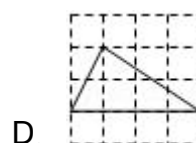
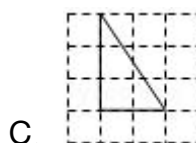
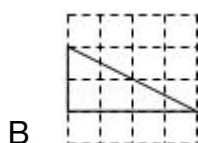
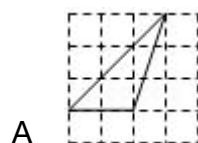
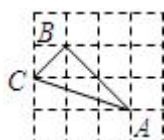
5. (4 分) 如果点 A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上,

并且 $x_1 < x_2 < 0$, 那么下列各式中正确的是 ()

- A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $0 < y_1 < y_2$ C. $y_1 > y_2 > 0$ D. $0 > y_1 > y_2$

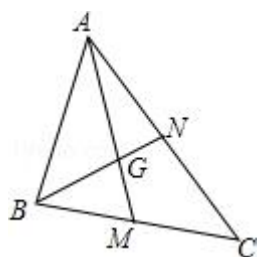
6. (4 分) 下列 4×4 的正方形网格中, 小正方形的边长均为 1, 三角形的顶点

都在格点上, 则与 $\triangle ABC$ 相似的三角形所在的网格图形是 ()

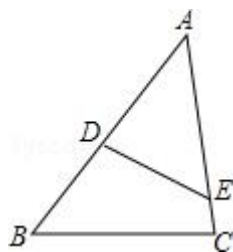


二、填空题

7. (4分) 分解因式: $ab^2 - ab =$ _____.
8. (4分) 方程 $\sqrt{x-5}=5$ 的根是_____.
9. (4分) 计算: $\sqrt{3} + \sqrt{27} =$ _____.
10. (4分) 一元二次方程 $x^2 + 9 = 0$ 根的判别式的值是_____.
11. (4分) 函数 $y = \sqrt{1-x}$ 的定义域是_____.
12. (4分) 某彩票共发行 100,000 份, 其中设特等奖 1 名, 一等奖 2 名, 二等奖 5 名, 三等奖 10 名, 那么抽中特等奖的概率是_____.
13. (4分) $\odot O$ 的直径为 10, 弦 AB 的弦心距 OM 是 3, 那么弦 AB 的长是_____.
14. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 中线 AM 、 BN 相交于点 G , 如果 $\overrightarrow{AG} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BN} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BC} =$ _____. (用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示).

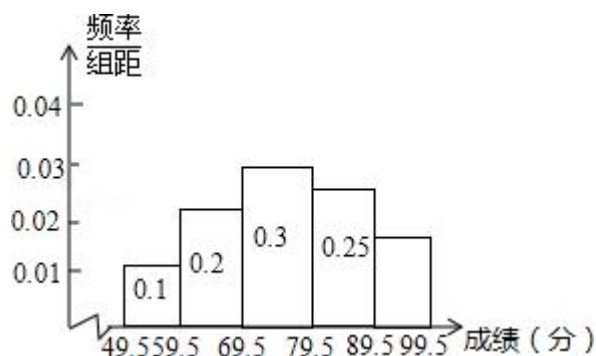


15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, $\angle ADE = \angle C$, 如果 $AE = 2$, $\triangle ADE$ 的面积是 4, 四边形 $BCED$ 的面积是 5, 那么 AB 的长是_____.

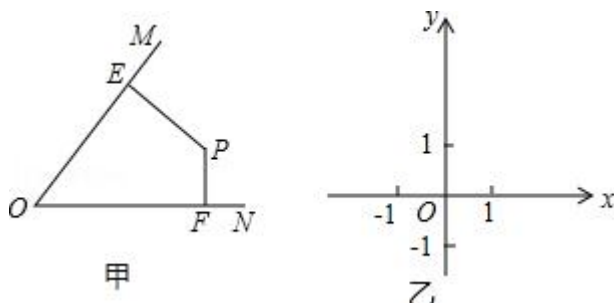


16. (4分) 某区有 6000 名学生参加了“创建国家卫生城市”知识竞赛, 为了了解本次竞赛成绩分布情况, 竞赛组委会从中随机抽取部分学生的成绩 (得分都是整数) 作为样本, 绘制成频率分布直方图如图, 请根据提供的信息估计该

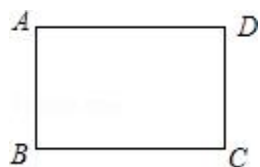
区本次竞赛成绩在 89.5 分 – 99.5 分的学生大约有_____名.



17. (4 分) 如图甲, 对于平面上不大于 90° 的 $\angle MON$, 我们给出如下定义: 如果点 P 在 $\angle MON$ 的内部, 作 $PE \perp OM$, $PF \perp ON$, 垂足分别为点 E 、 F , 那么称 $PE+PF$ 的值为点 P 相对于 $\angle MON$ 的“点角距离”, 记为 $d(P, \angle MON)$. 如图乙, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 在第一象限内, 且点 P 的横坐标比纵坐标大 1, 对于 $\angle xOy$, 满足 $d(P, \angle xOy) = 5$, 点 P 的坐标是_____.



18. (4 分) 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB < BC$. 点 M 、 N 分别在边 AD 、 BC 上, 沿直线 MN 将四边形 $DMNC$ 翻折, 点 C 恰好与点 A 重合. 如果此时在原图中 $\triangle CDM$ 与 $\triangle MNC$ 的面积比是 1: 3, 那么 $\frac{MN}{DM}$ 的值等于_____.



三、解答题

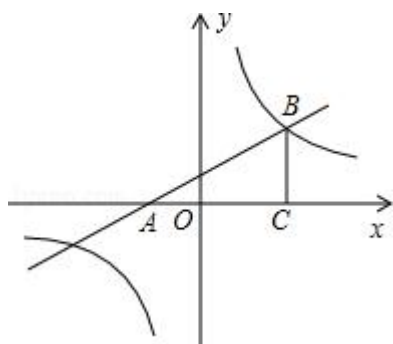
19. (10 分) 计算: $(\sqrt{3}-1)^0 + \sin 45^\circ - 2^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$.

20. (10 分) 解方程组 $\begin{cases} x-3y=0 \\ x^2-2xy+y^2-4=0. \end{cases}$

21. (10 分) 已知, 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 与 x 轴交与点 A , 在第一象限内与反比例函数图象交于点 B , BC 垂直于 x 轴, 垂足为点 C , 且 $OC=2AO$. 求:

(1) 点 C 的坐标;

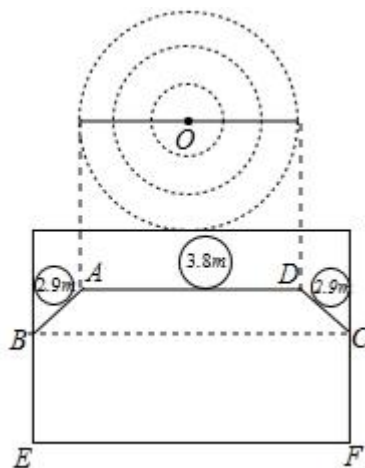
(2) 反比例函数的解析式.



22. (10 分) 本市为了给市容营造温馨和谐的夜间景观, 准备在一条宽 7.4 米的道路上空利用轻轨桥墩, 安装呈大中小三个同心圆的景观灯带 (如图甲所示). 如图乙, 已知 EF 表示路面宽度, 轻轨桥墩的下方为等腰梯形 $ABCD$, 且 $AD \parallel EF$, $AB=DC$, $\angle ABC=37^\circ$. 在轻轨桥墩上设有两处限高标志, 分别表示等腰梯形的下底边到路面的距离为 2.9 米和等腰梯形的上底边到路面的距离为 3.8 米, 大圆直径等于 AD , 三圆半径的比等于 1: 2: 3, 试求这三个圆形灯带的总长为多少米? (结果保留 π) (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



甲

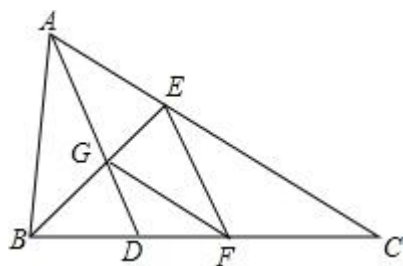


乙

23. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, BE 、 AD 相交于点 G , $EF \parallel AD$ 交 BC 于点 F , 且 $BF^2 = BD \cdot BC$, 联结 FG .

(1) 求证: $FG \parallel CE$;

(2) 设 $\angle BAD = \angle C$, 求证: 四边形 $AGFE$ 是菱形.

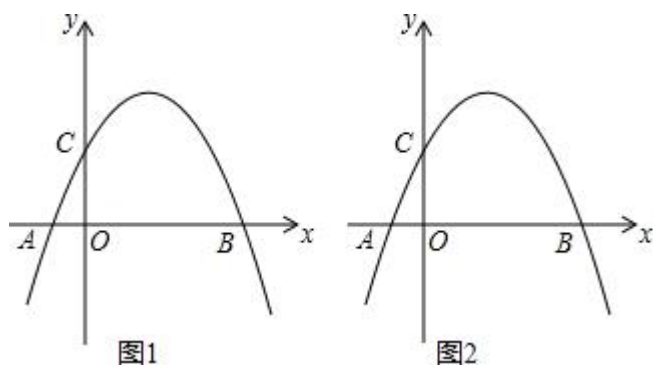


24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数的图象经过点 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$, $C(0, 2)$, 点 D 是点 C 关于原点的对称点, 联结 BD , 点 E 是 x 轴上的一个动点, 设点 E 的坐标为 $(m, 0)$, 过点 E 作 x 轴的垂线 l 交抛物线于点 P .

(1) 求这个二次函数的解析式;

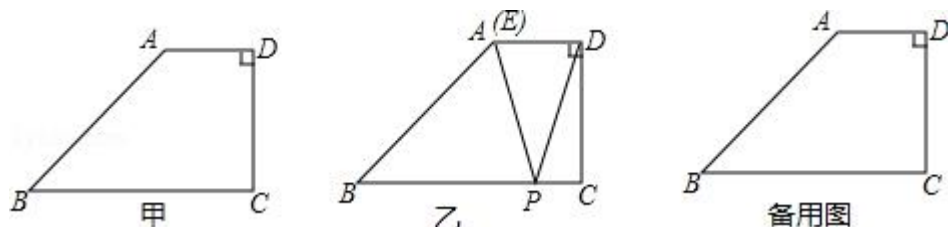
(2) 当点 E 在线段 OB 上运动时, 直线 l 交 BD 于点 Q , 当四边形 $CDQP$ 是平行四边形时, 求 m 的值;

(3) 是否存在点 P , 使 $\triangle BDP$ 是不以 BD 为斜边的直角三角形? 如果存在请直接写出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



25. (14 分) 如图甲, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 90^\circ$, $BC = 5$, $CD = 3$, $\cot B = 1$, P 是边 BC 上的一个动点 (不与点 B 、点 C 重合), 过点 P 作射线 PE , 使射线 PE 交射线 BA 于点 E , $\angle BPE = \angle CPD$.

- (1) 如图乙, 当点 E 与点 A 重合时, 求 $\angle DPC$ 的正切值;
- (2) 当点 E 落在线段 AB 上时, 设 $BP = x$, $BE = y$, 试求 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;
- (3) 设以 BE 长为半径的 $\odot B$ 和以 AD 长为直径的 $\odot O$ 相切, 求 BP 的长.



2015 年上海市普陀区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. (4 分) 下列分数中, 能化为有限小数的是 ()

- A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{2}{15}$ C. $\frac{3}{15}$ D. $\frac{5}{15}$

【考点】27: 实数.

【分析】运用有理数的除法法则计算可知.

【解答】解: 选项 A、B、D 是无限循环小数,

C. 中的结果是 0.2,

故选: C.

【点评】本题主要考查了有理数的除法, 在解题时要根据有理数的除法法则分别计算是解题的关键.

2. (4 分) 下列说法中, 不正确的是 ()

- A. 10 的立方根是 $\sqrt[3]{10}$
B. -2 是 4 的一个平方根
C. $\frac{4}{9}$ 的平方根是 $\frac{2}{3}$
D. 0.01 的算术平方根是 0.1

【考点】21: 平方根; 22: 算术平方根; 24: 立方根.

【分析】根据立方根, 平方根的定义, 即可解答.

【解答】解: A. 10 的立方根是 $\sqrt[3]{10}$, 正确;

B. -2 是 4 的一个平方根, 正确;

C. $\frac{4}{9}$ 的平方根是 $\pm \frac{2}{3}$, 故错误;

D. 0.01 的算术平方根是 0.1, 正确;

故选：C.

【点评】本题考查了平方根，立方根，解决本题的关键是熟记立方根，平方根的定义.

3. (4分) 数据 0, 1, 1, 3, 3, 4 的平均数和方差分别是 ()

- A. 2 和 1.6 B. 2 和 2 C. 2.4 和 1.6 D. 2.4 和 2

【考点】W1: 算术平均数; W7: 方差.

【分析】先由平均数的公式计算出这组数据的平均值, 再根据方差的公式计算.

【解答】解: 由题意得: $(0+1+1+3+3+4) \div 6=2$,

数据的方差 $S^2 = \frac{1}{6}[(0-2)^2 + 2 \times (1-2)^2 + 2 \times (3-2)^2 + (4-2)^2] = 2$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了方差的定义以及平均数的求法, 正确记忆方差公式, 是解决问题的关键. 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 则方差

$$S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2].$$

4. (4分) 在下列图形中, 为中心对称图形的是 ()

- A. 等腰梯形 B. 平行四边形 C. 正五边形 D. 等腰三角形

【考点】R5: 中心对称图形.

【分析】根据中心对称与轴对称的概念和各图形的特点即可求解.

【解答】解: 中心对称图形, 即把一个图形绕一个点旋转 180° 后能和原来的图形重合, A、C、D 都不符合;

是中心对称图形的只有 B.

故选: B.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念: 在同一平面内, 如果把一个图形绕某一点旋转 180 度, 旋转后的图形能和原图形完全重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形.

5. (4分) 如果点 A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上,

并且 $x_1 < x_2 < 0$, 那么下列各式中正确的是 ()

- A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $0 < y_1 < y_2$ C. $y_1 > y_2 > 0$ D. $0 > y_1 > y_2$

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 先根据反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 判断此函数图象所在的象限, 再根据 $x_1 < x_2$

< 0 判断出 A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 所在的象限, 根据反比例函数的增减性即可解答.

【解答】 解: $\because$ 反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 中, $k = -1 < 0$,

$\therefore$ 此函数的图象在二、四象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而增大,

$\because x_1 < x_2 < 0$,

$\therefore$ A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 两点均位于第二象限,

$\therefore 0 < y_1 < y_2$.

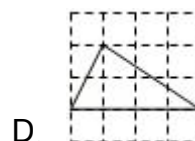
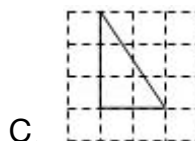
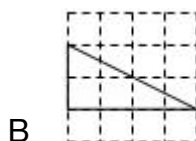
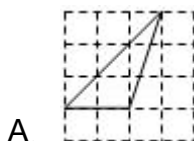
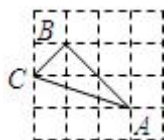
故选: B.

【点评】 本题考查的是反比例函数的性质: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 当 $k > 0$ 时, 图象

在第一、三象限, 在每个象限, y 随 x 的增大而减小, 当 $k < 0$ 时, 图象在第二、四象限, 在每个象限, y 随 x 的增大而增大.

6. (4分) 下列 4×4 的正方形网格中, 小正方形的边长均为 1, 三角形的顶点

都在格点上, 则与 $\triangle ABC$ 相似的三角形所在的网格图形是 ()



【考点】S8：相似三角形的判定.

【专题】24：网格型.

【分析】根据勾股定理求出 $\triangle ABC$ 的三边，并求出三边之比，然后根据网格结构利用勾股定理求出三角形的三边之比，再根据三边对应成比例，两三角形相似选择答案.

【解答】解：根据勾股定理， $AB=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$,

$$BC=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2},$$

$$AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10},$$

所以 $\triangle ABC$ 的三边之比为 $\sqrt{2}: 2\sqrt{2}: \sqrt{10}=1: 2: \sqrt{5}$,

A、三角形的三边分别为2, $\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$, $\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$, 三边之比为 $2: \sqrt{10}: 3\sqrt{2}=\sqrt{2}: \sqrt{5}: 3$, 故A选项错误;

B、三角形的三边分别为2, 4, $\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$, 三边之比为 $2: 4: 2\sqrt{5}=1: 2: \sqrt{5}$, 故B选项正确;

C、三角形的三边分别为2, 3, $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$, 三边之比为 $2: 3: \sqrt{13}$, 故C选项错误;

D、三角形的三边分别为 $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$, $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$, 4, 三边之比为 $\sqrt{5}: \sqrt{13}: 4$, 故D选项错误.

故选：B.

【点评】本题主要考查了相似三角形的判定与网格结构的知识，根据网格结构分别求出各三角形的三条边的长，并求出三边之比是解题的关键.

二、填空题

7. (4分) 分解因式： $ab^2 - ab = \underline{ab(b-1)}$.

【考点】53：因式分解 - 提公因式法.

【专题】11：计算题.

【分析】原式提取公因式即可得到结果.

【解答】解：原式= $ab(b-1)$.

故答案为： $ab(b-1)$

【点评】此题考查了因式分解－提公因式法，熟练掌握提取公因式的方法是解本题的关键.

8. (4分) 方程 $\sqrt{x-5}=5$ 的根是 30.

【考点】AG：无理方程.

【分析】根据平方，可得一元一次方程，根据解一元一次方程，可得答案.

【解答】解：两边平方，得

$$x-5=25.$$

解得 $x=30$,

故答案为：30.

【点评】本题考查了无理方程，平方运算是解无理方程的关键.

9. (4分) 计算： $\sqrt{3}+\sqrt{27}=\underline{4\sqrt{3}}$.

【考点】78：二次根式的加减法.

【分析】把二次根式化为最简二次根式，把同类二次根式进行合并即可.

【解答】解：原式= $\sqrt{3}+3\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

【点评】此题比较简单，解答此题的关键是熟知再进行二次根式的加减时，只有同类二次根式的能相互加减.

10. (4分) 一元二次方程 $x^2+9=0$ 根的判别式的值是 -36.

【考点】AA：根的判别式.

【分析】先找出一元二次方程 $x^2+9=0$ 中 a 、 b 、 c 的值，再直接代入判别式计算即可.

【解答】解： $\because a=1, b=0, c=9$,

$$\therefore \Delta=b^2-4ac=0^2-4\times 1\times 9=-36,$$

故答案为 - 36.

【点评】 本题考查了根的判别式: $\Delta = b^2 - 4ac$ 叫做一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

($a \neq 0$) 的根的判别式, 它是确定一元二次方程根的个数的基础, 是中考的必考考点.

11. (4 分) 函数 $y = \sqrt{1-x}$ 的定义域是 $x \leq 1$.

【考点】 72: 二次根式有意义的条件; E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 本题主要考查自变量的取值范围, 函数关系中主要有二次根式. 根据二次根式的意义, 被开方数是非负数.

【解答】 解: 根据题意得: $1 - x \geq 0$,

解得 $x \leq 1$.

【点评】 函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

12. (4 分) 某彩票共发行 100, 000 份, 其中设特等奖 1 名, 一等奖 2 名, 二等奖 5 名, 三等奖 10 名, 那么抽中特等奖的概率是 $\frac{1}{100000}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 由某彩票共发行 100, 000 份, 其中设特等奖 1 名, 一等奖 2 名, 二等奖 5 名, 三等奖 10 名, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 某彩票共发行 100, 000 份, 其中设特等奖 1 名, 一等奖 2 名, 二等奖 5 名, 三等奖 10 名,

$\therefore$ 抽中特等奖的概率是: $\frac{1}{100000}$.

故答案为: $\frac{1}{100000}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

13. (4分) $\odot O$ 的直径为 10, 弦 AB 的弦心距 OM 是 3, 那么弦 AB 的长是 8.

【考点】KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【专题】11: 计算题.

【分析】如图连结 OA , 根据垂径定理得到 $AM=BM$, 然后利用勾股定理计算出 $AM=4$, 于是得到 $AB=2AM=8$.

【解答】解: 如图, 连结 OA ,

$\because OM$ 为弦心距,

$\therefore OM \perp AB$,

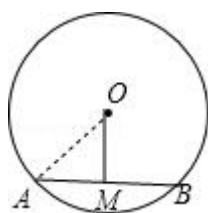
$\therefore AM=BM$,

在 $Rt\triangle OAM$ 中, $\because OM=3$, $OA=5$,

$$\therefore AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 4,$$

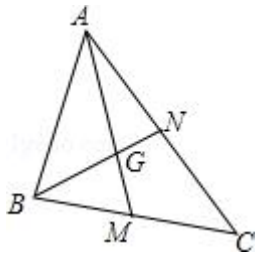
$$\therefore AB = 2AM = 8.$$

故答案为 8.



【点评】本题考查了垂径定理: 垂直于弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧. 也考查了勾股定理.

14. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 中线 AM 、 BN 相交于点 G , 如果 $\overrightarrow{AG} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BN} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BC} = \underline{\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}}$. (用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示).



【考点】LM: *平面向量.

【分析】由 $\triangle ABC$ 中, 中线 AM 、 BN 相交于点 G , 根据重心的性质, 即可得

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}, \quad \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BN},$$

继而求得 $\overrightarrow{AM}$ 与 $\overrightarrow{BG}$, 然后由三角形法则求得 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BM}$,

继而求得答案.

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 中, 中线 AM 、 BN 相交于点 G ,

$$\therefore \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}, \quad \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BN},$$

$$\therefore \overrightarrow{AG} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{BN} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\vec{a}, \quad \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{BG} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\vec{a} - \left(\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}\right) = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b},$$

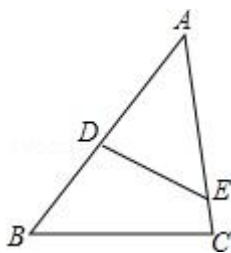
$$\therefore \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM} = \vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}.$$

$$\text{故答案为: } \vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}.$$

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意三角形法则的应用.

15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, $\angle ADE = \angle C$, 如

果 $AE = 2$, $\triangle ADE$ 的面积是4, 四边形 $BCED$ 的面积是5, 那么 AB 的长是 3.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】由 $\angle ADE = \angle C$, $\angle A$ 是公共角, 根据有两角对应相等的三角形相似,

即可证得 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，又由相似三角形面积的比等于相似比的平方，即

可得 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2$ ，然后由 $AE=2$ ， $\triangle ADE$ 的面积为4，四边形BCDE的面

积为5，即可求得AB的长.

【解答】解： $\because \angle AED = \angle B$ ， $\angle A$ 是公共角，

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2,$$

$\because \triangle ADE$ 的面积为4，四边形BCED的面积为5，

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为9，

$\because AE=2$ ，

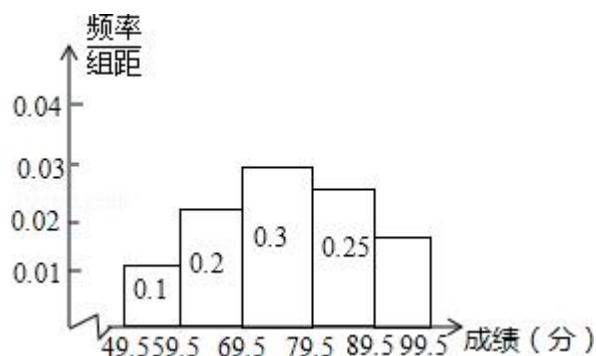
$$\therefore \frac{4}{9} = \left(\frac{2}{AB}\right)^2,$$

解得： $AB=3$.

故答案为：3.

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质. 此题比较简单，注意掌握有两角对应相等的三角形相似与相似三角形面积的比等于相似比的平方定理的应用.

16. (4分) 某区有6000名学生参加了“创建国家卫生城市”知识竞赛，为了了解本次竞赛成绩分布情况，竞赛组委会从中随机抽取部分学生的成绩（得分都是整数）作为样本，绘制成频率分布直方图如图，请根据提供的信息估计该区本次竞赛成绩在89.5分–99.5分的学生大约有 900 名.



【考点】V5：用样本估计总体；V8：频数（率）分布直方图.

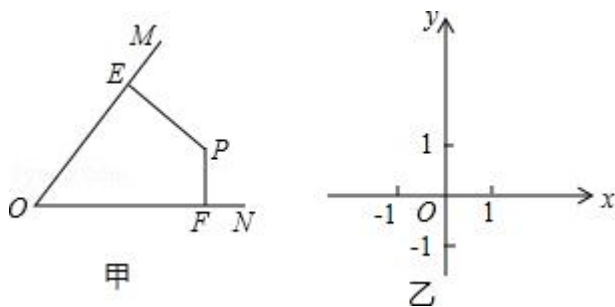
【分析】利用总人数 6000 乘以对应的频率即可.

【解答】解：该区本次竞赛成绩在 89.5 分 – 99.5 分的学生有：6000 (1 – 0.1 – 0.2 – 0.3 – 0.25) = 900 (人).

故答案是：900.

【点评】本题考查读频率分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力，要理解：频率=频数÷总数，用样本估计整体让整体×样本的百分比即可.

17. (4 分) 如图甲，对于平面上不大于 90° 的 $\angle MON$ ，我们给出如下定义：如果点 P 在 $\angle MON$ 的内部，作 $PE \perp OM$ ， $PF \perp ON$ ，垂足分别为点 E 、 F ，那么称 $PE+PF$ 的值为点 P 相对于 $\angle MON$ 的“点角距离”，记为 $d(P, \angle MON)$. 如图乙，在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 在第一象限内，且点 P 的横坐标比纵坐标大 1，对于 $\angle xOy$ ，满足 $d(P, \angle xOy) = 5$ ，点 P 的坐标是 (3, 2).



【考点】D1：点的坐标.

【专题】23：新定义.

【分析】设点 P 的横坐标为 x ，表示出纵坐标，然后列方程求出 x ，再求解即可.

【解答】解：设点 P 的横坐标为 x ，则点 P 的纵坐标为 $x - 1$ ，

由题意得， $x + x - 1 = 5$ ，

解得 $x = 3$ ，

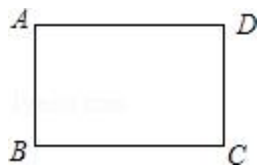
$x - 1 = 2$ ，

所以，点 P (3, 2).

故答案为：(3, 2).

【点评】本题考查了点的坐标，读懂题目信息，理解“点角距离”的定义并列方程是解题的关键.

18. (4 分) 如图，在矩形纸片 ABCD 中， $AB < BC$. 点 M、N 分别在边 AD、BC 上，沿直线 MN 将四边形 DMNC 翻折，点 C 恰好与点 A 重合. 如果此时在原图中 $\triangle CDM$ 与 $\triangle MNC$ 的面积比是 1:3，那么 $\frac{MN}{DM}$ 的值等于 $2\sqrt{3}$.



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】由折叠的性质可得： $\angle AMN = \angle CMN$ ，由四边形 ABCD 是矩形，可得 $\angle AMN = \angle CNM$ ，则可证得 $\angle CNM = \angle CMN$ ，继而可得 $CM = CN$ ；过点 M 作 $MH \perp BC$ 于点 H，由 $\triangle CDM$ 的面积与 $\triangle MNC$ 的面积比为 1:3，易得 $NC = 3MD = 3HC$ ，然后设 $DM = x$ ，由勾股定理，可求得 MN 的长，继而求得答案.

【解答】解：由折叠的性质可得： $\angle EMN = \angle DMN$ ，

即 $\angle EMN = \angle EMA + \angle AMN$ ，

$$\angle DMN = \angle DMC + \angle CMN,$$

$$\therefore \angle EMA = \angle DMC$$

$$\therefore \angle AMN = \angle CMN,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形,

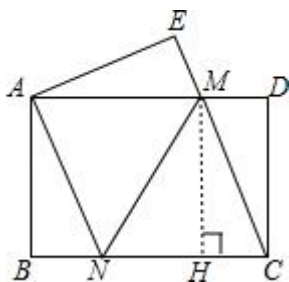
$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AMN = \angle CNM,$$

$$\therefore \angle CNM = \angle CMN,$$

$$\therefore CM = CN,$$

如图,



过点 M 作 $MH \perp BC$ 于点 H, 则四边形 MHCD 是矩形,

$$\therefore HC = DM, MH = DC,$$

$\therefore \triangle CDM$ 的面积与 $\triangle CMN$ 的面积比为 1: 3,

$$\therefore \frac{S_{\triangle CDM}}{S_{\triangle CMN}} = \frac{\frac{1}{2}DM \cdot MH}{\frac{1}{2}CN \cdot NH} = \frac{DM}{CN} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore NC = 3MD = 3HC,$$

$$\therefore NH = 2HC,$$

设 $DM = x$, 则 $HC = x$, $NH = 2x$,

$$\therefore CM = CN = 3x,$$

在 $Rt\triangle CDM$ 中, $DC = \sqrt{CM^2 - DM^2} = 2\sqrt{2}x$,

$$\therefore HM=2\sqrt{2}x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle MNH \text{ 中, } MN=\sqrt{MH^2+NH^2}=2\sqrt{3}x,$$

$$\therefore \frac{MN}{DM}=\frac{2\sqrt{3}x}{x}=2\sqrt{3}.$$

故答案为: $2\sqrt{3}$.

【点评】此题考查了矩形的性质、折叠的性质、勾股定理以及三角形的面积. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想与方程思想的应用.

三、解答题

$$19. (10 \text{ 分}) \text{ 计算: } (\sqrt{3}-1)^0 + \sin 45^\circ - 2^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}.$$

【考点】6E: 零指数幂; 79: 二次根式的混合运算; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据零指数幂、分数指数幂和特殊角的三角函数值得到原式 $= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

$- (\sqrt{2}-1)$, 然后去括号后合并即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - (\sqrt{2}-1) \\ &= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} + 1 \\ &= 2 - \sqrt{2}. \end{aligned}$$

【点评】本题考查了二次根式的计算: 先把各二次根式化为最简二次根式, 再进行二次根式的乘除运算, 然后合并同类二次根式. 也考查了零指数幂和分数指数幂.

$$20. (10 \text{ 分}) \text{ 解方程组 } \begin{cases} x-3y=0 \\ x^2-2xy+y^2-4=0. \end{cases}$$

【考点】AF: 高次方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】将方程 (2) 先变形为 $(x-y)^2=4$ ，然后两边开平方得到关于 x 、 y 的方程，再分别与方程 (1) 组成方程组，再用加减消元法解一元一次方程即可。

【解答】解：
$$\begin{cases} x-3y=0 & (1) \\ x^2-2xy+y^2-4=0 & (2) \end{cases}$$

方程 (2) 可以变形为 $(x-y)^2=4$ 。

两边开平方，得 $x-y=2$ 或 $x-y=-2$ 。(2 分)

因此，原方程组可以化为 $\begin{cases} x-3y=0 \\ x-y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-3y=0 \\ x-y=-2 \end{cases}$ ，(2 分)

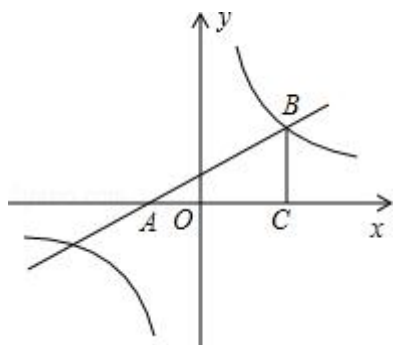
分别解这两个方程组，得原方程组的解是 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$ 。(4 分)

【点评】本题考查了高次方程的知识，解答此类题目一般用代入法比较简单，先消去一个未知数再解关于另一个未知数的一元二次方程，把求得结果代入一个较简单的方程中即可。

21. (10 分) 已知，如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 与 x 轴交与点 A ，在第一象限内与反比例函数图象交于点 B ， BC 垂直于 x 轴，垂足为点 C ，且 $OC=2AO$ 。求：

(1) 点 C 的坐标；

(2) 反比例函数的解析式。



【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题。

【分析】(1) 由一次函数的解析式求出图形与坐标轴的交点，根据 $OC=2OA$ ，求得点 C 的坐标；

(2) 根据 BC 垂直于 x 轴，得到平行线，得到对应线段成比例，列方程求解，

得到 B 点的坐标，应用待定系数法求得反比例函数的解析式.

【解答】解：如图在 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 中，令 $x=0$ ，则 $y=\frac{1}{2}$ ， $y=0$ ， $x=-1$ ，

$$\therefore A(-1, 0), C(0, \frac{1}{2}),$$

$$\therefore OA=1, OD=\frac{1}{2},$$

$$\therefore OC=2OA,$$

$$\therefore OC=2,$$

$$\therefore C(2, 0);$$

(2) $\because BC$ 垂直于 x 轴，

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AO}{AC} = \frac{OD}{BC},$$

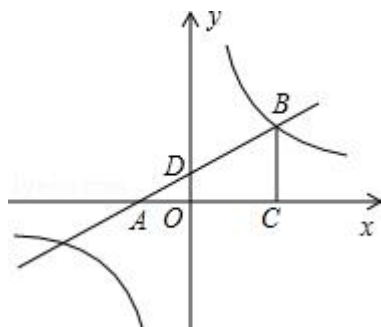
$$\therefore BC = \frac{3}{2},$$

$$\therefore B(2, \frac{3}{2}),$$

设反比例函数的解析式： $y = \frac{k}{x}$ ，

把点 B $(2, \frac{3}{2})$ 代入得 $k=3$ ，

$\therefore$ 反比例函数的解析式： $y = \frac{3}{x}$.



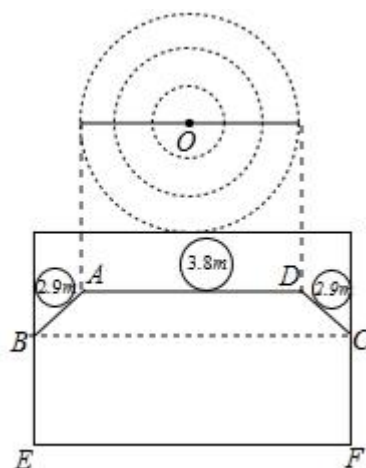
【点评】本题主要考查了待定系数法求反比例函数与利用一次函数的解析式求点

的坐标和反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义. 这里体现了数形结合的思想, 做此类题一定要正确理解 k 的几何意义.

22. (10 分) 本市为了给市容营造温馨和谐的夜间景观, 准备在一条宽 7.4 米的道路上空利用轻轨桥墩, 安装呈大中小三个同心圆的景观灯带 (如图甲所示). 如图乙, 已知 EF 表示路面宽度, 轻轨桥墩的下方为等腰梯形 $ABCD$, 且 $AD \parallel EF$, $AB=DC$, $\angle ABC=37^\circ$. 在轻轨桥墩上设有两处限高标志, 分别表示等腰梯形的下底边到路面的距离为 2.9 米和等腰梯形的上底边到路面的距离为 3.8 米, 大圆直径等于 AD , 三圆半径的比等于 1: 2: 3, 试求这三个圆形灯带的总长为多少米? (结果保留 π) (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



甲



乙

【考点】 T8: 解直角三角形的应用.

【分析】 作 $AG \perp BC$ 垂足为 G , $DH \perp BC$, 垂足为 H . 在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, 根据 $\frac{AG}{BG} = \tan 37^\circ$ 求出 BG 的长、 CH 的长, 从而得到大圆直径为 5 米, 根据三圆半径的比等于 1: 2: 3, 求出三个圆的直径, 从而求出三个圆的周长.

【解答】 解: 作 $AG \perp BC$ 垂足为 G , $DH \perp BC$, 垂足为 H .

在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, $\frac{AG}{BG} = \tan 37^\circ$,

$$\text{即 } BG = \frac{AG}{\tan 37^\circ} = \frac{3.8 - 2.9}{0.75} = 1.2 \text{ 米},$$

同理, $CH = 1.2$ 米,

$$GH = 7.4 - 1.2 - 1.2 = 5 \text{ 米},$$

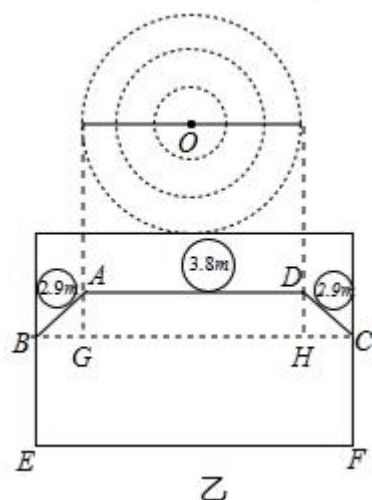
则大圆直径为 5 米,

由于三圆半径的比等于 1: 2: 3,

$$\text{可知中圆直径为 } 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3} \text{ 米},$$

$$\text{小圆直径为 } 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \text{ 米},$$

$$\text{三个圆的周长为 } 5\pi + \frac{10}{3}\pi + \frac{5}{3}\pi = 10\pi.$$

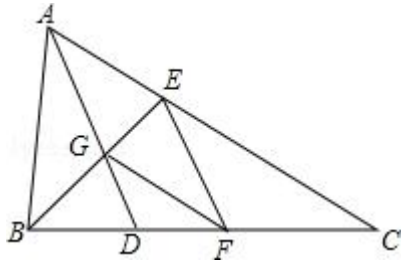


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 将实际问题转化为解直角三角形的问题, 找到直角三角形是解题的关键.

23. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在边 BC、AC 上, BE、AD 相交于点 G, $EF \parallel AD$ 交 BC 于点 F, 且 $BF^2 = BD \cdot BC$, 联结 FG.

(1) 求证: $FG \parallel CE$;

(2) 设 $\angle BAD = \angle C$, 求证: 四边形 AGFE 是菱形.



【考点】L7：平行四边形的判定与性质；L9：菱形的判定；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 根据平行线分线段成比例定理推出结论.

(2) 连接 AF 交 BE 于 O, 根据两组对边分别平行得到四边形 AGFE 是平行四边形, 由平行四边形的性质得到对角线互相平分, 通过三角形相似, 得到比例式, 推出等积式, 得到等腰三角形, 利用三线合一得到对角线垂直, 即得到结论.

【解答】证明: (1) $\because AD \parallel EF$,

$$\therefore \frac{BF}{BD} = \frac{BE}{BG},$$

$$\therefore BF^2 = BD \cdot BC,$$

$$\therefore \frac{BF}{BD} = \frac{BC}{BF},$$

$$\therefore \frac{BE}{BG} = \frac{BC}{BF},$$

$$\therefore FG \parallel CE;$$

(2) 连接 AF 交 BE 于 O,

$$\therefore AD \parallel EF, FG \parallel CE,$$

$\therefore$ 四边形 AGFE 是平行四边形,

$$\therefore AO = OF,$$

$$\therefore \angle C = \angle BAD,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB},$$

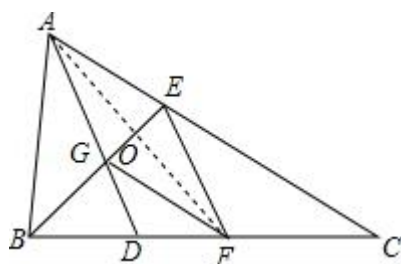
$$\therefore AB^2 = BD \cdot BC,$$

$$\therefore AB^2 = BF^2,$$

$$\therefore AB = BF,$$

$$\therefore BE \perp AF,$$

$\therefore \square AGFE$ 是菱形.



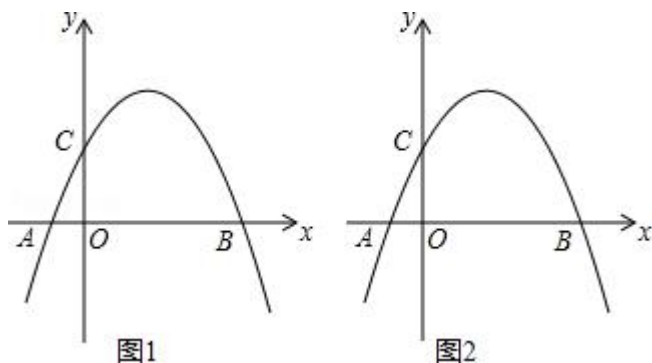
【点评】 本题考查了平行线分线段成比例，平行四边形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，菱形的判定定理，作出辅助线连接 **AF** 是做题的关键.

24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数的图象经过点 $A(-1, 0)$ ， $B(4, 0)$ ， $C(0, 2)$ ，点 D 是点 C 关于原点的对称点，联结 BD ，点 E 是 x 轴上的一个动点，设点 E 的坐标为 $(m, 0)$ ，过点 E 作 x 轴的垂线 l 交抛物线于点 P .

(1) 求这个二次函数的解析式；

(2) 当点 E 在线段 OB 上运动时，直线 l 交 BD 于点 Q ，当四边形 $CDQP$ 是平行四边形时，求 m 的值；

(3) 是否存在点 P ，使 $\triangle BDP$ 是不以 BD 为斜边的直角三角形？如果存在请直接写出点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由.



【考点】FA：待定系数法求一次函数解析式；H8：待定系数法求二次函数解析式；HF：二次函数综合题；L6：平行四边形的判定.

【专题】16：压轴题；31：数形结合；32：分类讨论；34：方程思想.

【分析】(1) 由点 A、B、C 的坐标，利用待定系数法求解即可；

(2) 先利用待定系数法求得直线 BD 的解析式，进而可设 $P(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$,

$Q(m, \frac{1}{2}m - 2)$ ，然后利用有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，

由 $PQ=CD$ 列出关于 m 的方程，求解即可；

(3) 分两种情况：点 D 为直角顶点与点 B 为直角顶点，分别过直角顶点作 BD 的垂线，求出其解析式，然后与抛物线联立得到方程组，求出方程组的解即为点 P 的坐标.

【解答】解：(1) 设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$),

$\therefore$ 二次函数的图象经过点 A、B、C,

$$\therefore \begin{cases} a-b+c=0 \\ 16a+4b+c=0 \\ c=2 \end{cases}$$

解得 $a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{3}{2}$, $c=2$,

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$;

(2) 如图 1, $\therefore$ 点 D 是点 C 关于 x 轴的对应点, C (0, 2),

$\therefore$ D (0, -2),

设直线 BD 的解析式为 $y=kx+n$ ($k \neq 0$),

$$\therefore \begin{cases} n=-2 \\ 4k+n=0 \end{cases},$$

解得 $k=\frac{1}{2}$, $n=-2$,

则直线 BD 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x-2$,

由点 P 在抛物线上, 点 Q 在 BD 上, $PE \perp x$ 轴, $E(m, 0)$,

设 $P(m, -\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2)$, $Q(m, \frac{1}{2}m-2)$,

$\therefore PQ \parallel CD$,

$\therefore$ 当 $PQ=CD$ 时, 四边形 CDQP 是平行四边形,

$$\therefore -\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2 - (\frac{1}{2}m-2) = 4,$$

解得 $m_1=2$, $m_2=0$ (舍去),

$\therefore m$ 的值为 2;

(3) ①如图 2, 当点 D 为直角顶点时, 过点 D 作 $DP \perp BD$, 交抛物线于点 P,

$\therefore$ 直线 BD: $y=\frac{1}{2}x-2$,

$\therefore$ 设直线 DP 的解析式为 $y=-2x+d$,

由 D (0, -2), 得 $d=-2$, 则直线 DP 的解析式为 $y=-2x-2$,

$$\therefore \begin{cases} y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2 \\ y=-2x-2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=8 \\ y=-18 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 (8, -18) 或 (-1, 0);

②如图 3, 当点 B 为直角顶点时, 过点 B 作 $BP \perp BD$, 交抛物线于点 P,

设直线 BP: $y=-2x+e$,

由 B (4, 0), 得 $-8+e=0$, 解得 $e=8$,

∴ 直线 BP: $y = -2x + 8$,

$$\therefore \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 \\ y = -2x + 8 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases},$$

∴ 点 P 的坐标为 (3, 2),

综上所述, 点 P 的坐标为 $P_1(8, -18)$, $P_2(-1, 0)$, $P_3(3, 2)$.

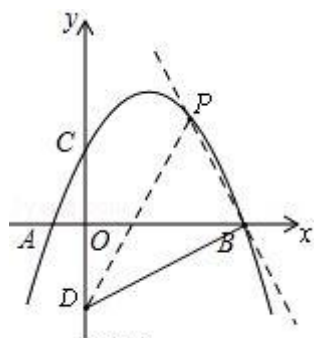


图 3

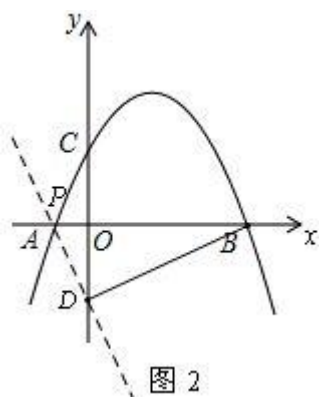


图 2

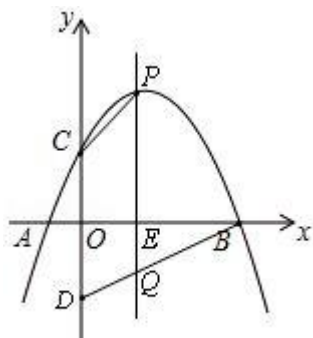


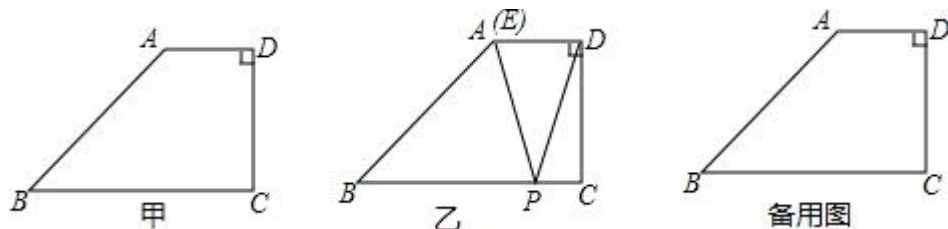
图 1

【点评】 本题考查了二次函数的综合应用, 平行四边形的判定, 用待定系数法求一次函数与二次函数的解析式, 一次函数与二次函数的交点问题等知识, 具有一定的综合性, 解答本题时要数形结合思想与方程思想的应用, 解答 (3)

的关键是运用分类讨论思想，不要漏解.

25. (14 分) 如图甲，已知梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle D = 90^\circ$ ， $BC = 5$ ， $CD = 3$ ， $\cot B = 1$ ， P 是边 BC 上的一个动点 (不与点 B 、点 C 重合)，过点 P 作射线 PE ，使射线 PE 交射线 BA 于点 E ， $\angle BPE = \angle CPD$.

- (1) 如图乙，当点 E 与点 A 重合时，求 $\angle DPC$ 的正切值；
- (2) 当点 E 落在线段 AB 上时，设 $BP = x$ ， $BE = y$ ，试求 y 与 x 之间的函数解析式，并写出 x 的取值范围；
- (3) 设以 BE 长为半径的 $\odot B$ 和以 AD 长为直径的 $\odot O$ 相切，求 BP 的长.



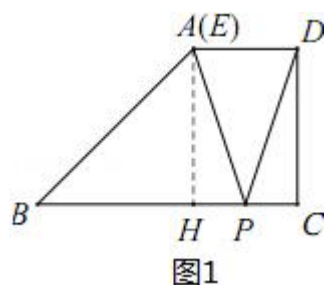
【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) 作 $AH \perp BC$ 于 H ，证明 $\triangle AHP \cong \triangle DCP$ ，求出 PC 的长，得到 $\angle DPC$ 的正切值；

(2) 作 $EM \perp BC$ 于 M ，用 x 、 y 表示 BM 、 PM ，证明 $\triangle EPM \sim \triangle DPC$ ，得到 y 与 x 之间的函数解析式；

(3) 分点 E 在线段 AB 上和线段 AB 的延长线上两种情况，根据两圆相切时，圆心距与两圆半径的关系解答即可.

【解答】 解：(1) 如图 1，作 $AH \perp BC$ 于 H ，



在 $\triangle AHP$ 和 $\triangle DCP$ 中,

$$\begin{cases} \angle BPF = \angle CPD \\ \angle AHP = \angle DCP \\ AH = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AHP \cong \triangle DCP$ (AAS),

$\therefore HP = PC$

$\therefore \cot B = 1,$

$\therefore \angle B = 45^\circ, BH = AH = 3, HP = PC = 1,$

$\tan \angle DPC = 3$

(2) 如图 2, 作 $EM \perp BC$ 于 M ,

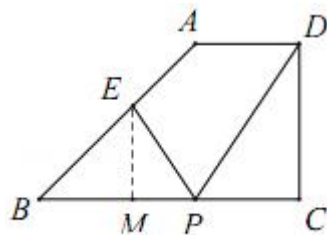


图2

$$EM = BM = \frac{\sqrt{2}}{2}y, \quad PM = x - \frac{\sqrt{2}}{2}y,$$

$\triangle EPM \sim \triangle DPC,$

$$\therefore \frac{EM}{CD} = \frac{PM}{CP}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}y}{3} = \frac{x - \frac{\sqrt{2}}{2}y}{5-x}, \quad y = \frac{3\sqrt{2}x}{8-x} \quad (0 < x \leq 4)$$

(3) 如图 3,

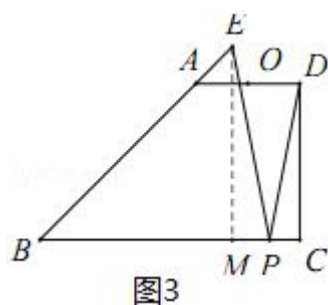


图3

$\because O$ 为 AD 的中点,

$\therefore BO=5$,

当 E 在边 AB 上时, $BO=BE+AO$

$$5=1+\frac{3\sqrt{2}x}{8-x}, \quad BP=x=48\sqrt{2}-64,$$

当 E 在边 AB 延长线上时, $BO=BE-AO$

$$5=\frac{3\sqrt{2}x}{8-x}-1, \quad BP=x=16-8\sqrt{2}$$

【点评】 本题考查的是直角梯形、相似三角形、锐角三角函数、两圆相切的知识, 综合性较强, 需要学生有综合运用知识的能力和严谨的逻辑思维能力, 解答时, 注意数形结合思想和分类讨论思想的运用.