

2015 年上海市崇明县中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列运算中，正确的是 ()

- A. $\frac{1}{9^2} = \pm 3$ B. $\sqrt[3]{-27} = 3$ C. $(-3)^0 = 0$ D. $3^{-2} = \frac{1}{9}$

2. (4 分) 轨道交通给人们的出行提供了便捷的服务，据悉，上海轨道交通 19 号线即将开建，一期规划为自川桥路站至长兴岛，设 6 站，全长约为 20600 米。二期、远期将延伸到崇明岛、横沙岛，届时崇明县三岛将全通地铁。将 20600 用科学记数法表示应为 ()

- A. 2.06×10^5 B. 20.6×10^3 C. 2.06×10^4 D. 0.206×10^5

3. (4 分) 从下列不等式中选择一个与 $x+1 \geq 2$ 组成不等式组，如果要使该不等式组的解集为 $x \geq 1$ ，那么可以选择的不等式可以是 ()

- A. $x > -1$ B. $x > 2$ C. $x < -1$ D. $x < 2$

4. (4 分) 已知点 A (x_1, y_1) 和点 B (x_2, y_2) 是直线 $y=2x+3$ 上的两个点，如果 $x_1 < x_2$ ，那么 y_1 与 y_2 的大小关系正确的是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 无法判断

5. (4 分) 窗花是我国的传统艺术，下列四个窗花图案中，不是轴对称图形的是 ()



C.



D.



6. (4分) 已知在四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于点 O , 那么下列条件中能判定这个四边形是正方形的是 ()

A. $AC=BD$ $AB \parallel CD$, $AB=CD$ B. $AD \parallel BC$, $\angle A = \angle C$ C. $AO=BO=CO=DO$, $AC \perp BD$ D. $AO=CO$, $BO=DO$, $AB=BC$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4分) 因式分解: $x^3 - 4x = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4分) 已知 $\sqrt{x+3}=2$, 那么 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4分) 如果分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 的值为 0, 那么 x 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (4分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (4分) 已知在方程 $x^2 + 2x + \frac{2}{x^2 + 2x} = 3$ 中, 如果设 $y = x^2 + 2x$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4分) 布袋中有 2 个红球和 3 个黑球, 它们除颜色外其他都相同, 那么从布袋中取出 1 个球恰好是红球的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

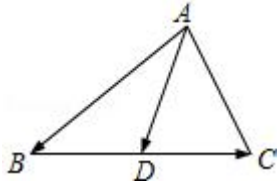
13. (4分) 某学校在开展“节约每一滴水”的活动中, 从初三年级的 360 名同学中随机选出 20 名同学汇报了各自家庭一个月的节水情况, 将有关数据整理如下表:

节水量 (单位: 吨)	1	1.2	1.5	2	2.5
同学数	4	5	6	3	2

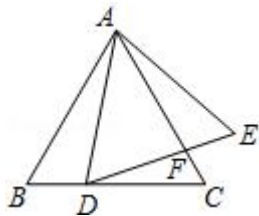
用所学的统计知识估计这 360 名同学的家庭一个月节约用水的总量大约是

吨.

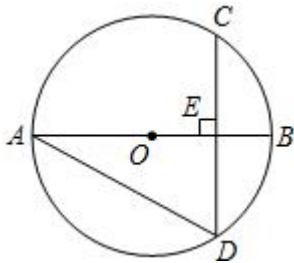
14. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是边 BC 上的中线, 设向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 如果用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BC}$, 那 $\overrightarrow{BC}=\underline{\hspace{2cm}}$.



15. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等边三角形, 点 D 在 BC 边上, DE 与 AC 相交于点 F , 如果 $AB=9$, $BD=3$, 那么 CF 的长度为_____.



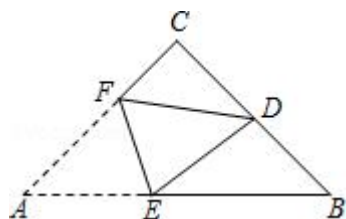
16. (4分) 如图, 已知在 $\odot O$ 中, 弦 CD 垂直于直径 AB , 垂足为点 E , 如果 $\angle BAD=30^\circ$, $OE=2$, 那么 $CD=\underline{\hspace{2cm}}$.



17. (4分) 如果一个二次函数的二次项系数为1, 那么这个函数可以表示为 $y=x^2+px+q$, 我们将 p , q 称为这个函数的特征数. 例如二次函数 $y=x^2-4x+2$ 的特征数是 -4 , 2 . 请根据以上的信息探究下面的问题: 如果一个二次函数的特征数是 2 , 3 , 将这个函数的图象先向左平移2个单位, 再向下平移3个单位, 那么此时得到的图象所对应的函数的特征数为_____.

18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA=CB$, $\angle C=90^\circ$, 点 D 是 BC 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿着直线 EF 折叠, 使点 A 与点 D 重合, 折痕交 AB 于点 E , 交 AC 于

点 F, 那么 $\sin \angle BED$ 的值为_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

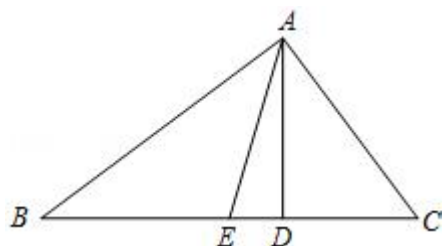
19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x-1} \div \frac{x+2}{x^2-2x+1}$, 其中 $x=6\tan 30^\circ$.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x-y=2 \\ x^2-2xy-3y^2=0 \end{cases}$$

21. (10 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, 点 E 是 BC 的中点, $AD \perp BC$, 垂足为点 D. 已知 $AC=9$, $\cos C = \frac{3}{5}$.

(1) 求线段 AE 的长;

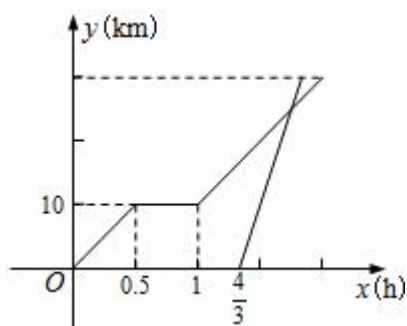
(2) 求 $\sin \angle DAE$ 的值.



22. (10 分) 周末, 小明骑电动自行车从家里出发到野外郊游. 从家出发 0.5 小时后到达甲地, 游玩一段时间后按原速前往乙地. 小明离家 1 小时 20 分钟后, 妈妈驾车沿相同路线前往乙地. 如图是他们离家的路程 y (km) 与小明离家时间 x (h) 的函数图象. 已知妈妈驾车的速度是小明骑电动自行车速度的 3 倍.

(1) 小明骑电动自行车的速度为_____千米/小时, 在甲地游玩的时间为_____小时;

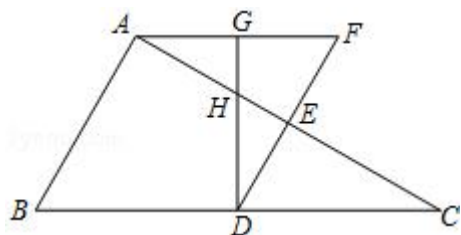
(2) 小明从家出发多少小时的时候被妈妈追上? 此时离家多远?



23. (12 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $BC=2AB$, 点 D 、 E 分别是 BC 、 AC 的中点, 过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交线段 DE 的延长线于点 F , 取 AF 的中点 G , 联结 DG , GD 与 AE 交于点 H .

(1) 求证: 四边形 $ABDF$ 是菱形;

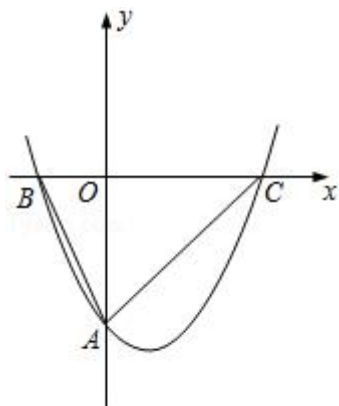
(2) 求证: $DH^2 = HE \cdot HC$.



24. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $A(0, -4)$, 点 $B(-2, 0)$, 点 $C(4, 0)$.

(1) 求这个抛物线的解析式, 并写出顶点坐标;

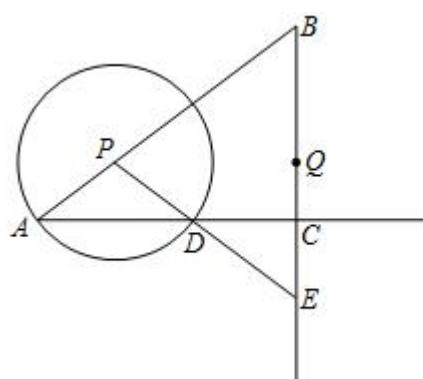
(2) 已知点 M 在 y 轴上, $\angle OMB + \angle OAB = \angle ACB$, 求点 M 的坐标.



25. (14 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=8$, $\tan B = \frac{4}{3}$, 点 P 是线

段 AB 上的一个动点，以点 P 为圆心， PA 为半径的 $\odot P$ 与射线 AC 的另一个交点为点 D ，射线 PD 交射线 BC 于点 E ，点 Q 是线段 BE 的中点.

- (1) 当点 E 在 BC 的延长线上时，设 $PA=x$ ， $CE=y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域；
- (2) 以点 Q 为圆心， QB 为半径的 $\odot Q$ 和 $\odot P$ 相切时，求 $\odot P$ 的半径；
- (3) 射线 PQ 与 $\odot P$ 相交于点 M ，联结 PC 、 MC ，当 $\triangle PMC$ 是等腰三角形时，求 AP 的长.



2015 年上海市崇明县中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列运算中，正确的是 ()

A. $9^{\frac{1}{2}} = \pm 3$ B. $\sqrt[3]{-27} = 3$ C. $(-3)^0 = 0$ D. $3^{-2} = \frac{1}{9}$

【考点】1E：有理数的乘方；24：立方根；2F：分数指数幂；6F：负整数指数幂.

【分析】根据分数指数幂的意义、立方根的意义、乘方的意义、负整数指数幂的意义分别计算即可求解.

【解答】解：A、 $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ ，故本选项错误；

B、 $\sqrt[3]{-27} = -3$ ，故本选项错误；

C、 $(-3)^0 \neq 0$ ，故本选项错误；

D、 $3^{-2} = \frac{1}{9}$ ，故本选项正确；

故选：D.

【点评】本题考查了分数指数幂的意义、立方根的意义、乘方的意义、负整数指数幂的意义，熟练掌握定义是解题的关键.

2. (4 分) 轨道交通给人们的出行提供了便捷的服务，据悉，上海轨道交通 19 号线即将开建，一期规划为自川桥路站至长兴岛，设 6 站，全长约为 20600 米. 二期、远期将延伸到崇明岛、横沙岛，届时崇明县三岛将全通地铁. 将 20600 用科学记数法表示应为 ()

A. 2.06×10^5 B. 20.6×10^3 C. 2.06×10^4 D. 0.206×10^5

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 20600 用科学记数法表示为 2.06×10^4 .

故选: C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (4 分) 从下列不等式中选择一个与 $x+1 \geq 2$ 组成不等式组, 如果要使该不等式组的解集为 $x \geq 1$, 那么可以选择的不等式可以是 ()

- A. $x > -1$ B. $x > 2$ C. $x < -1$ D. $x < 2$

【考点】C3: 不等式的解集.

【分析】首先计算出不等式 $x+1 \geq 2$ 的解集, 再根据不等式的解集确定方法: 大大取大, 小小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不着.

【解答】解: $x+1 \geq 2$,

解得: $x \geq 1$,

根据大大取大可得另一个不等式的解集一定是 x 不大于 1.

故选: A.

【点评】此题主要考查了不等式的解集, 关键是正确理解不等式组解集的确定方法: 大大取大, 小小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不着.

4. (4 分) 已知点 A (x_1 , y_1) 和点 B (x_2 , y_2) 是直线 $y=2x+3$ 上的两个点, 如果 $x_1 < x_2$, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系正确的是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 无法判断

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】先根据一次函数的解析式判断出函数的增减性, 再由 $x_1 < x_2$ 即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 直线 $y=2x+3$ 中, $k=2 > 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大.

$\because x_1 < x_2$,

$\therefore y_1 < y_2$.

故选: B.

【点评】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点, 熟知一次函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

5. (4 分) 窗花是我国的传统艺术, 下列四个窗花图案中, 不是轴对称图形的是 ()



【考点】P3: 轴对称图形.

【分析】根据轴对称的概念作答. 如果一个图形沿一条直线对折, 直线两旁的部分能互相重合, 那么这个图形叫做轴对称图形.

【解答】解: A、是轴对称图形, 不符合题意;

B、是轴对称图形, 不符合题意;

C、是轴对称图形, 不符合题意;

D、不是轴对称图形, 找不到任何这样的一条直线使一个图形沿一条直线对折,

直线两旁的部分能互相重合，符合题意；

故选：D.

【点评】此题主要考查了轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

6. (4分) 已知在四边形ABCD中，AC与BD相交于点O，那么下列条件中能判定这个四边形是正方形的是 ()

- A. $AC=BD$ $AB\parallel CD$, $AB=CD$ B. $AD\parallel BC$, $\angle A=\angle C$
C. $AO=BO=CO=DO$, $AC\perp BD$ D. $AO=CO$, $BO=DO$, $AB=BC$

【考点】LF: 正方形的判定.

【分析】根据正方形的判定: 对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形进行分析从而得到最后的答案.

【解答】解: A、不能, 只能判定为矩形;

B、不能, 只能判定为平行四边形;

C、能;

D、不能, 只能判定为菱形.

故选: C.

【点评】本题是考查正方形的判别方法, 判别一个四边形为正方形主要根据正方形的概念, 途径有两种: ①先说明它是矩形, 再说明有一组邻边相等; ②先说明它是菱形, 再说明它有一个角为直角.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) **【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】**

7. (4分) 因式分解: $x^3 - 4x = \underline{x(x+2)(x-2)}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】首先提取公因式 x , 进而利用平方差公式分解因式得出即可.

【解答】解: $x^3 - 4x$

$$=x(x^2 - 4)$$

$$=x(x+2)(x-2).$$

故答案为: $x(x+2)(x-2)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式, 熟练应用平方差公式是解题关键.

8. (4 分) 已知 $\sqrt{x+3}=2$, 那么 $x=\underline{1}$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】把方程 $\sqrt{x+3}=2$ 两边平方, 求出 x 的值即可.

【解答】解: $\because \sqrt{x+3}=2$,

$$\therefore x+3=4,$$

$$\therefore x=1,$$

经检验 $x=1$ 是方程的解.

故答案为 1.

【点评】本题主要考查了无理方程的知识, 解答本题的关键是把方程两边进行平方运算, 注意无理方程需要验根, 此题比较简单.

9. (4 分) 如果分式 $\frac{x^2-4}{x+2}$ 的值为 0, 那么 x 的值为 $\underline{2}$.

【考点】63: 分式的值为零的条件.

【分析】根据分式值为零的条件可得 $x^2 - 4 = 0$, 且 $x+2 \neq 0$, 再解即可.

【解答】解: 由题意得: $x^2 - 4 = 0$, 且 $x+2 \neq 0$,

解得: $x=2$,

故答案为: 2.

【点评】此题主要考查了分式值为零的条件, 关键是掌握分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零.

注意: “分母不为零”这个条件不能少.

10. (4分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 有两个相等的实数根,
那么 m 的值为 10.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据一元二次方程 $x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 有两个相等的实数根得到 $\Delta = 36 - 4$
 $(m - 1) = 0$, 求出 m 的值即可.

【解答】解: $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 有两个相等的实数,

$$\therefore \Delta = 36 - 4(m - 1) = 0,$$

$$\therefore m = 10,$$

故答案为 10.

【点评】此题主要考查了一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

11. (4分) 已知在方程 $x^2 + 2x + \frac{2}{x^2 + 2x} = 3$ 中, 如果设 $y = x^2 + 2x$, 那么原方程可化
为关于 y 的整式方程是 $y^2 - 3y + 2 = 0$.

【考点】B4: 换元法解分式方程.

【分析】方程各项具备倒数关系, 设 $y = x^2 + 2x$, 则原方程另一个分式为 $\frac{2}{y}$. 可用
换元法转化为关于 y 的分式方程, 然后去分母即可求解.

【解答】解: 设 $y = x^2 + 2x$, 则原方程可化为 $y + \frac{2}{y} = 3$,

去分母, 得 $y^2 - 3y + 2 = 0$.

故答案是: $y^2 - 3y + 2 = 0$.

【点评】本题考查了换元法解分式方程. 这是常用方法之一, 它能够把一些分式
方程化繁为简, 化难为易, 对此应注意总结能用换元法解的分式方程的特点,

寻找解题技巧.

12. (4 分) 布袋中有 2 个红球和 3 个黑球, 它们除颜色外其他都相同, 那么从布袋中取出 1 个球恰好是红球的概率为 $\frac{2}{5}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】由布袋中有 2 个红球和 3 个黑球, 它们除颜色外其他都相同, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 布袋中有 2 个红球和 3 个黑球, 它们除颜色外其他都相同,

$\therefore$ 从布袋中取出 1 个球恰好是红球的概率为: $\frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$.

故答案为: $\frac{2}{5}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

13. (4 分) 某学校在开展“节约每一滴水”的活动中, 从初三年级的 360 名同学中随机选出 20 名同学汇报了各自家庭一个月的节水情况, 将有关数据整理如下表:

节水量 (单位: 吨)	1	1.2	1.5	2	2.5
同学数	4	5	6	3	2

用所学的统计知识估计这 360 名同学的家庭一个月节约用水的总量大约是 540 吨.

【考点】V5: 用样本估计总体; W2: 加权平均数.

【分析】先计算这 20 名同学各自家庭一个月的节水量的平均数, 即样本平均数, 然后乘以总数 360 即可得出答案.

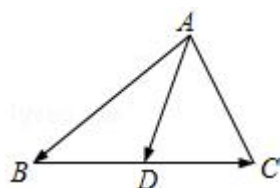
【解答】解: 这 20 名同学各自家庭一个月的节水量的平均数是: $(4+1.2 \times 5+1.5 \times 6+2 \times 3+2.5 \times 2) \div 20=1.5$ (吨),

则这 360 名同学的家庭一个月节约用水的总量大约是 $1.5 \times 360=540$ (吨);

故答案为：540.

【点评】 本题考查的是通过样本去估计总体，关键是求出这 20 名同学各自家庭一个月的节水量的平均数，将样本“成比例地放大”为总体即可.

14. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是边 BC 上的中线，设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，如果用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BC}$ ，那 $\overrightarrow{BC} = \underline{2\vec{b} - 2\vec{a}}$.



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 由向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，利用三角形法则，即可求得 $\overrightarrow{BD}$ ，再由 AD 是边 BC 上的中线，即可求得答案.

【解答】 解： $\because$ 向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a},$$

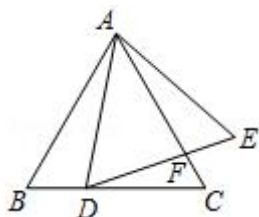
$\because AD$ 是边 BC 上的中线，

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BD} = 2(\vec{b} - \vec{a}) = 2\vec{b} - 2\vec{a}.$$

故答案为： $2\vec{b} - 2\vec{a}$.

【点评】 此题考查了平面向量的知识. 注意掌握三角形法则的应用.

15. (4 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等边三角形，点 D 在 BC 边上， DE 与 AC 相交于点 F ，如果 $AB=9$ ， $BD=3$ ，那么 CF 的长度为 2.



【考点】 KK: 等边三角形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】利用两对相似三角形，线段成比例：AB：BD=AE：EF，CD：CF=AE：

EF，可得CF=2.

【解答】解：如图， $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等边三角形，

$$\therefore \angle B = \angle BAC = 60^\circ, \angle E = \angle EAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle E, \angle BAD = \angle EAF,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle AEF,$$

$$\therefore AB : BD = AE : EF.$$

同理： $\triangle CDF \sim \triangle EAF$,

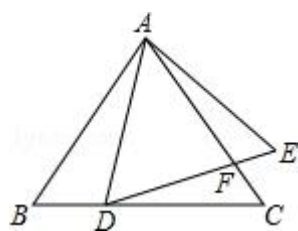
$$\therefore CD : CF = AE : EF,$$

$$\therefore AB : BD = CD : CF,$$

$$\text{即 } 9 : 3 = (9 - 3) : CF,$$

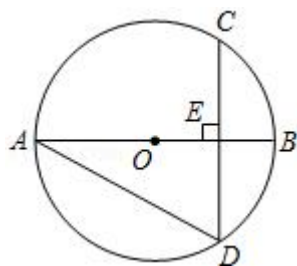
$$\therefore CF = 2.$$

故答案为：2.



【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质和等边三角形的性质. 此题利用了“两角法”证得两个三角形相似.

16. (4 分) 如图，已知在 $\odot O$ 中，弦 CD 垂直于直径 AB ，垂足为点 E ，如果 $\angle BAD = 30^\circ$ ， $OE = 2$ ，那么 $CD = 4\sqrt{3}$.



【考点】KQ：勾股定理；M2：垂径定理.

【分析】连接 OD，弦 CD 垂直于直径 AB， $\angle BAD=30^\circ$ ，由圆周角定理得 $\angle BOD=60^\circ$ ，设半径为 r，则 $OE=\frac{1}{2}r$ ， $r=4$ ，得 DE，CD.

【解答】解：连接 OD，

$$\because \angle BAD=30^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD=60^\circ,$$

设半径为 r，

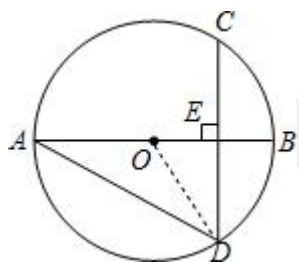
$$OE=\frac{1}{2}r, OE=2,$$

$$\therefore r=4,$$

$$\therefore DE=\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4=2\sqrt{3},$$

$$\therefore CD=4\sqrt{3}.$$

故答案为： $4\sqrt{3}$.



【点评】本题主要考查了垂径定理，圆周角定理，特殊角的三角函数，熟练运用特殊角的三角函数是解答此题的关键.

17. (4 分) 如果一个二次函数的二次项系数为 1，那么这个函数可以表示为

$y=x^2+px+q$ ，我们将 p，q 称为这个函数的特征数. 例如二次函数 $y=x^2-4x+2$

的特征数是 $-4, 2$. 请根据以上的信息探究下面的问题: 如果一个二次函数的特征数是 $2, 3$, 将这个函数的图象先向左平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位, 那么此时得到的图象所对应的函数的特征数为 $6, 8$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】 23: 新定义.

【分析】 首先得出函数解析式, 进而利用函数平移规律得出答案.

【解答】 解: 特征数是 $2, 3$ 的函数解析式为: $y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$, 其顶点坐标是 $(-1, 2)$,

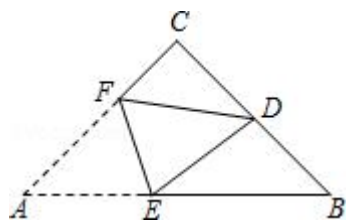
将这个函数的图象先向左平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位后的顶点坐标是 $(-3, -1)$,

所以平移后的函数解析式为: $y = (x+3)^2 - 1 = x^2 + 6x + 8$, 那么此时得到的图象所对应的函数的特征数为 $6, 8$.

故答案是: $6, 8$.

【点评】 主要考查了函数图象的平移, 抛物线与坐标轴的交点坐标的求法, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减. 并用规律求函数解析式. 会利用方程求抛物线与坐标轴的交点.

18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 是 BC 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿着直线 EF 折叠, 使点 A 与点 D 重合, 折痕交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F , 那么 $\sin \angle BED$ 的值为 $\frac{3}{5}$.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 先根据翻折变换的性质得到 $\triangle DEF \cong \triangle AEF$, 再根据等腰三角形的性质

及三角形外角的性质可得到 $\angle BED = \angle CDF$ ，设 $CD=1$ ， $CF=x$ ，则 $CA=CB=2$ ，再根据勾股定理即可求解.

【解答】解： $\because \triangle DEF$ 是 $\triangle AEF$ 翻折而成，

$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle AEF, \quad \angle A = \angle EDF,$$

$\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore \angle EDF = 45^\circ, \quad \text{由三角形外角性质得 } \angle CDF + 45^\circ = \angle BED + 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BED = \angle CDF,$$

设 $CD=1$ ， $CF=x$ ，则 $CA=CB=2$ ，

$$\therefore DF = FA = 2 - x,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CDF \text{ 中, 由勾股定理得, } CF^2 + CD^2 = DF^2, \text{ 即 } x^2 + 1 = (2 - x)^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \sin \angle BED = \sin \angle CDF = \frac{CF}{DF} = \frac{3}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3}{5}$$

【点评】 本题考查的是图形翻折变换的性质、等腰直角三角形的性质、勾股定理、三角形外角的性质，涉及面较广，但难易适中.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x-1} \div \frac{x+2}{x^2-2x+1}$, 其中 $x=6\tan 30^\circ$.

【考点】 6D: 分式的化简求值; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 原式第二项利用除法法则变形, 约分后利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

$$\text{【解答】解: 原式} = \frac{x}{x+2} - \frac{1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+2} = \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{x+2},$$

$$\therefore x=6\tan 30^\circ - 2 = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 = 2\sqrt{3} - 2,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

【点评】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算是解本题的关键.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x-y=2 \\ x^2-2xy-3y^2=0 \end{cases}$$

【考点】AF: 高次方程.

【专题】34: 方程思想.

【分析】用代入法即可解答，把①化为 $x=1+y$ ，代入②得 $(1+y)^2+2y+3=0$ 即可.

【解答】解:
$$\begin{cases} x-y=2 \text{①} \\ x^2-2xy-3y^2=0 \text{②} \end{cases}$$

由①得 $y=x-2$ ③

把③代入②，得 $x^2-2x(x-2)-3(x-2)^2=0$,

即 $x^2-4x+3=0$

解这个方程，得 $x_1=3, x_2=1$

代入③中，得 $\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=-1 \end{cases}$.

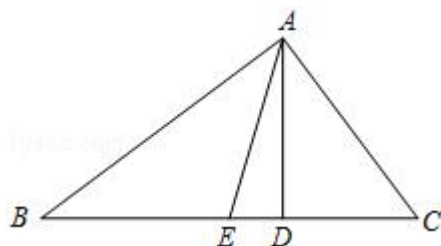
$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=-1 \end{cases}$.

【点评】考查了高次方程，解答此类题目一般用代入法比较简单，先消去一个未知数再解关于另一个未知数的一元二次方程，把求得结果代入一个较简单的方程中即可.

21. (10 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ，点 E 是 BC 的中点， $AD \perp BC$ ，垂足为点 D. 已知 $AC=9$ ， $\cos C = \frac{3}{5}$.

(1) 求线段 AE 的长;

(2) 求 $\sin \angle DAE$ 的值.



【考点】T7：解直角三角形.

【专题】11：计算题.

【分析】(1) 先在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中利用 $\angle C$ 的余弦计算出 $BC=15$ ，然后根据斜边上的中线性质的求 AE ；

(2) 先在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中利用 $\angle C$ 的余弦计算出 $CD=\frac{27}{5}$ ，则可得到 $DE=CE - CD=\frac{21}{10}$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中利用正弦的定义求解.

【解答】解：(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because \cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$,

$$\therefore BC = \frac{5}{3} \times 9 = 15,$$

$\because$ 点 E 是斜边 BC 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}BC = \frac{15}{2};$$

(2) $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADC = \angle ADE = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\because \cos C = \frac{CD}{AC} = \frac{3}{5}$,

$$\therefore CD = \frac{3}{5} \times 9 = \frac{27}{5},$$

$\because$ 点 E 是 BC 的中点,

$$\therefore CE = \frac{1}{2}BC = \frac{15}{2},$$

$$\therefore DE = CE - CD = \frac{15}{2} - \frac{27}{5} = \frac{21}{10},$$

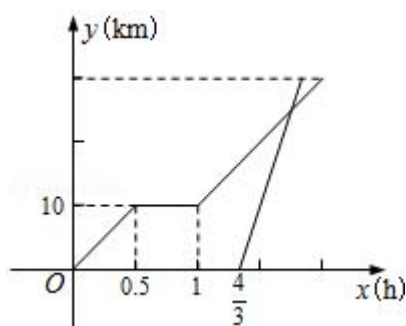
$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ADE \text{ 中, } \sin \angle DAE = \frac{DE}{AE} = \frac{\frac{21}{10}}{\frac{15}{2}} = \frac{7}{25}.$$

【点评】 本题考查了解直角三角形：在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形．灵活由于勾股定理、互余关系和三角函数关系．

22. (10 分) 周末，小明骑电动自行车从家里出发到野外郊游．从家出发 0.5 小时后到达甲地，游玩一段时间后按原速前往乙地．小明离家 1 小时 20 分钟后，妈妈驾车沿相同路线前往乙地．如图是他们离家的路程 y (km) 与小明离家时间 x (h) 的函数图象．已知妈妈驾车的速度是小明骑电动自行车速度的 3 倍．

(1) 小明骑电动自行车的速度为 20 千米/小时，在甲地游玩的时间为 0.5 小时；

(2) 小明从家出发多少小时的时候被妈妈追上？此时离家多远？



【考点】 FH：一次函数的应用．

【分析】 (1) 根据图象可以求出小明在甲地游玩的时间，由速度=路程÷时间就可以求出小明骑车的速度；

(2) 直接运用待定系数法就可以求出直线 BC 和 DE 的解析式，再由其解析式建立二元一次方程组，求出点 F 的坐标就可以求出结论．

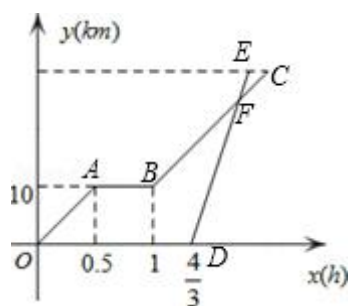
【解答】 解：(1) 由图象得

在甲地游玩的时间是 $1 - 0.5 = 0.5$ (h)，

小明骑车速度： $10 \div 0.5 = 20$ (km/h)，

故答案为： 20， 0.5．

(2) 如图,



妈妈驾车速度: $20 \times 3 = 60$ (km/h)

设直线 OA 的解析式为 $y = kx$ ($k \neq 0$),

则 $10 = 0.5k$,

解得: $k = 20$,

故直线 OA 的解析式为: $y = 20x$.

$\therefore$ 小明走 OA 段与走 BC 段速度不变,

$\therefore OA \parallel BC$,

设直线 BC 解析式为 $y = 20x + b_1$,

把点 B (1, 10) 代入得 $b_1 = -10$,

$\therefore y = 20x - 10$,

设直线 DE 解析式为 $y = 60x + b_2$, 把点 D ($\frac{4}{3}$, 0)

代入得: $b_2 = -80$,

$\therefore y = 60x - 80$,

$\therefore \begin{cases} y = 20x - 10 \\ y = 60x - 80 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x = 1.75 \\ y = 25 \end{cases}$,

$\therefore F (1.75, 25)$.

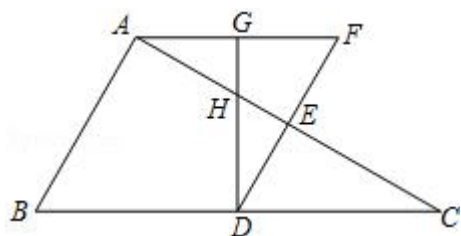
答: 小明出发 1.75 小时 (105 分钟) 被妈妈追上, 此时离家 25km.

【点评】 本题考查了一次函数的应用，考查了路程=速度×时间的运用，待定系数法求一次函数的解析式的运用，一次函数图象性质的运用。解题的关键是从实际问题中整理出一次函数模型。

23. (12 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $BC=2AB$ ，点 D、E 分别是 BC、AC 的中点，过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交线段 DE 的延长线于点 F，取 AF 的中点 G，联结 DG，GD 与 AE 交于点 H。

(1) 求证：四边形 ABDF 是菱形；

(2) 求证： $DH^2 = HE \cdot HC$ 。



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；LA：菱形的判定与性质；S9：相似三角形的判定与性质。

【分析】 (1) 首先根据三角形的中位线定理，得 $DE \parallel AB$ ，结合 $AF \parallel BC$ ，根据两组对边分别平行的四边形是平行四边形，可以判断该四边形是平行四边形，再根据一组邻边相等的平行四边形是菱形即可证明；

(2) 根据菱形的性质可以进一步得到 $\triangle FGD \cong \triangle FEA$ ，则 $GD = AE$ ，然后通过证明三角形相似，即可得到结论。

【解答】 (1) 证明： $\because$ 点 D、E 分别是 BC、AC 的中点

$\therefore DE \parallel AB$ ， $BC = 2BD$ ，

$\because AF \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 ABDF 是平行四边形，

$\because BC = 2AB$ ，

$\therefore AB = BD$ ，

∴ 四边形 ABDF 是菱形;

(2) 证明: ∵ 四边形 ABDF 是菱形,

$$\therefore AF=DF,$$

∵ 点 G 是 AF 的中点,

$$\therefore FG=\frac{1}{2}AF,$$

∵ 点 E 是 AC 的中点,

$$\therefore AE=CE,$$

$$\therefore AF \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{EF}{DE} = \frac{AE}{CE} = 1,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}DF,$$

$$\therefore FG=EF,$$

在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle DFG$ 中

$$\begin{cases} AF=DF \\ \angle F=\angle F, \\ EF=GF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle DFG,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle FDG,$$

$$\therefore AF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle C,$$

$$\therefore \angle FDG = \angle C,$$

又 $\because \angle EHD = \angle DHC,$

$$\therefore \triangle HED \sim \triangle HDC,$$

$$\therefore \frac{HE}{HD} = \frac{HD}{HC},$$

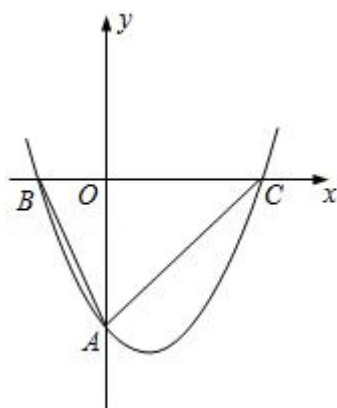
$$\therefore DH^2 = HE \cdot HC.$$

【点评】 本题考查了三角形的中位线定理、菱形的判定和性质、全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，熟记定理是解题的关键.

24. (12 分) 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 A (0, -4)，点 B (-2, 0)，点 C (4, 0).

(1) 求这个抛物线的解析式，并写出顶点坐标；

(2) 已知点 M 在 y 轴上， $\angle OMB + \angle OAB = \angle ACB$ ，求点 M 的坐标.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 (1) 把点 A (0, -4)，点 B (-2, 0)，点 C (4, 0) 代入抛物线解析式，组成方程组，即可解答；

(2) 取 OA 的中点，记为点 N，证明 $\angle OMB = \angle NBA$ ，分两种情况讨论：

①当点 M 在点 N 的上方时，记为 M_1 ，因为 $\angle BAN = \angle M_1AB$ ， $\angle NBA = \angle OM_1B$ ，

所以 $\triangle ABN \sim \triangle AM_1B$ ，求出 $AM_1 = 10$ ，又根据 A (0, -4)，所以 $M_1 (0, 6)$.

②当点 M 在点 N 的下方时，记为 M_2 ，点 M_1 与点 M_2 关于 x 轴对称，所以 $M_2 (0, -6)$.

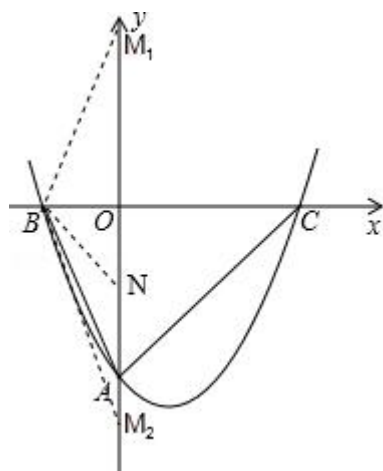
【解答】 (1) 解： $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 A (0, -4)，点 B (-2, 0)，点 C (4, 0).

$$\therefore \begin{cases} c=-4 \\ 4a-2b+c=0 \\ 16a+4b+c=0 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-1 \\ c=-4 \end{cases}$

$\therefore$ 这个抛物线的解析式为: $y=\frac{1}{2}x^2-x-4$, 顶点为 $(1, -\frac{9}{2})$.

(2) 如图: 取 OA 的中点, 记为点 N ,



$\therefore OA=OC=4$, $\angle AOC=90^\circ$,

$\therefore \angle ACB=45^\circ$,

$\therefore$ 点 N 是 OA 的中点,

$\therefore ON=2$,

又 $\therefore OB=2$,

$\therefore OB=ON$,

又 $\therefore \angle BON=90^\circ$,

$\therefore \angle ONB=45^\circ$,

$\therefore \angle ACB=\angle ONB$,

$\therefore \angle OMB+\angle OAB=\angle ACB$,

$\angle NBA+\angle OAB=\angle ONB$,

$$\therefore \angle OMB = \angle NBA;$$

①当点 M 在点 N 的上方时, 记为 M_1 ,

$$\therefore \angle BAN = \angle M_1AB, \quad \angle NBA = \angle OM_1B,$$

$$\therefore \triangle ABN \sim \triangle AM_1B$$

$$\therefore \frac{AN}{AB} = \frac{AB}{AM_1},$$

$$\text{又} \because AN=2, \quad AB=2\sqrt{5},$$

$$\therefore AM_1=10,$$

$$\text{又} \because A(0, -4)$$

$$\therefore M_1(0, 6).$$

②当点 M 在点 N 的下方时, 记为 M_2 ,

点 M_1 与点 M_2 关于 x 轴对称,

$$\therefore M_2(0, -6),$$

综上所述, 点 M 的坐标为 $(0, 6)$ 或 $(0, -6)$.

【点评】 本题考查了二次函数, 该函数综合题的难度较大, (2) 题注意分类讨论, 通过构建相似三角形是打开思路的关键所在.

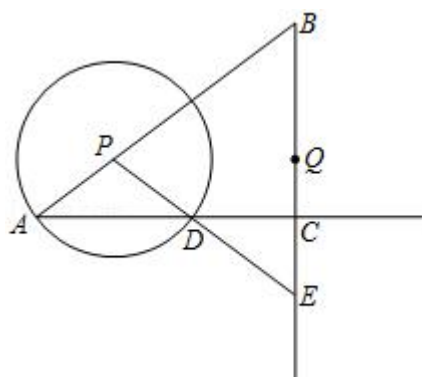
25. (14 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=8$, $\tan B=\frac{4}{3}$, 点 P 是线

段 AB 上的一个动点, 以点 P 为圆心, PA 为半径的 $\odot P$ 与射线 AC 的另一个交点为点 D, 射线 PD 交射线 BC 于点 E, 点 Q 是线段 BE 的中点.

(1) 当点 E 在 BC 的延长线上时, 设 $PA=x$, $CE=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;

(2) 以点 Q 为圆心, QB 为半径的 $\odot Q$ 和 $\odot P$ 相切时, 求 $\odot P$ 的半径;

(3) 射线 PQ 与 $\odot P$ 相交于点 M, 联结 PC、MC, 当 $\triangle PMC$ 是等腰三角形时, 求 AP 的长.



【考点】MR：圆的综合题.

【分析】(1) 过点 P 作 $PH \perp AD$ ，垂足为点 H，利用已知条件以及勾股定理可

分别得到 PH, AH, AD, CD 的长, 再由 $PH \parallel BE$, 可得 $\frac{PH}{CE} = \frac{DH}{CD}$, 所以 $\frac{\frac{3x}{5}}{y} = \frac{\frac{4x}{5}}{8 - \frac{8x}{5}}$,

进而可求出 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 首先利用已知条件得到 BQ, PQ 的长, 再分两种情况: ①当 $\odot Q$ 和 $\odot P$ 外切时, ②当 $\odot Q$ 和 $\odot P$ 内切时, 分别讨论求出 $\odot P$ 的半径即可;

(3) 当 $\triangle PMC$ 是等腰三角形, 存在以下几种情况: ①当 $MP=MC=x$ 时, ②当 $CP=CM$ 时, ③当 $PM=PC=x$ 时, 分别讨论求出符合题意的 x 值即可得到 AP 的长.

【解答】解: (1) 过点 P 作 $PH \perp AD$ ，垂足为点 H,

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \tan B = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \sin A = \frac{3}{5},$$

$$\therefore PA = x,$$

$$\therefore PH = \frac{3}{5}x,$$

$$\therefore \angle PHA = 90^\circ,$$

$$\therefore PH^2 + AH^2 = PA^2,$$

$$\therefore AH = \frac{4}{5}x.$$

∵在⊙P 中, PH⊥弦 AD,

$$\therefore DH=AH=\frac{4}{5}x,$$

$$\therefore AD=\frac{8}{5}x,$$

又∵AC=8,

$$\therefore CD=8-\frac{8}{5}x,$$

∵∠PHA=∠BCA=90°,

∴PH//BE,

$$\therefore \frac{PH}{CE} = \frac{DH}{CD},$$

$$\therefore \frac{\frac{3x}{5}}{y} = \frac{\frac{4x}{5}}{8-\frac{8x}{5}},$$

$$\therefore y=6-\frac{6}{5}x \quad (0 < x < 5);$$

(2) ∵PA=PD, PH⊥AD,

∴∠1=∠2,

∴PH//BE,

∴∠1=∠B, ∠2=∠3,

∴PB=PE,

∵Q 是 BE 的中点,

∴PQ⊥BE,

$$\therefore \tan B = \frac{PQ}{BQ} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \cos B = \frac{BQ}{BP} = \frac{3}{5},$$

∴PA=x,

∴PB=10-x,

$$\therefore BQ = 6 - \frac{3}{5}x, \quad PQ = 8 - \frac{4}{5}x,$$

①当 $\odot Q$ 和 $\odot P$ 外切时: $PQ = AP + BQ$

$$\therefore 8 - \frac{4}{5}x = x + 6 - \frac{3}{5}x,$$

$$\therefore x = \frac{5}{3};$$

②当 $\odot Q$ 和 $\odot P$ 内切时, 此时 $\odot P$ 的半径大于 $\odot Q$ 的半径, 则 $PQ = AP - BQ$,

$$\therefore 8 - \frac{4}{5}x = x - (6 - \frac{3}{5}x),$$

$$\therefore x = \frac{35}{6},$$

$\therefore$ 当 $\odot Q$ 和 $\odot P$ 相切时, $\odot P$ 的半径为 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{35}{6}$.

(3) 当 $\triangle PMC$ 是等腰三角形, 存在以下几种情况:

①当 $MP = MC = x$ 时,

$$\therefore QC = 6 - (6 - \frac{3}{5}x) = \frac{3}{5}x,$$

$$\therefore MQ = \frac{4}{5}x,$$

若 M 在线段 PQ 上时, $PM + MQ = PQ$,

$$\therefore x + \frac{4}{5}x = 8 - \frac{4}{5}x,$$

$$\therefore x = \frac{40}{13};$$

若 M 在线段 PQ 的延长线上时, $PM - MQ = PQ$,

$$\therefore x - \frac{4}{5}x = 8 - \frac{4}{5}x,$$

$$\therefore x = 8;$$

②当 $CP = CM$ 时,

$$\therefore CP = CM, \quad CQ \perp PM,$$

$$\therefore PQ = QM = \frac{1}{2}PM = \frac{1}{2}x,$$

$$\therefore x - \frac{4}{5}x = \frac{1}{2}x,$$

