

2015 年上海市宝山区中考数学二模试卷

一.选择题

- (4 分) 下列实数中, 属无理数的是 ()
A. $\frac{22}{7}$ B. 1.010010001
C. $\sqrt{27}$ D. $\cos 60^\circ$
- (4 分) 如果 $a > b$, 那么下列不等式一定成立的是 ()
A. $a - b < 0$ B. $-a > -b$ C. $\frac{1}{2}a < \frac{1}{2}b$ D. $2a > 2b$
- (4 分) 数据 6, 7, 5, 7, 6, 13, 5, 6, 8 的众数是 ()
A. 5 B. 6 C. 7 D. 5 或 6 或 7
- (4 分) 抛物线 $y = -(x+2)^2 - 3$ 向右平移了 3 个单位, 那么平移后抛物线的顶点坐标是 ()
A. $(-5, -3)$ B. $(1, -3)$ C. $(-1, -3)$ D. $(-2, 0)$
- (4 分) 下列命题中, 真命题是 ()
A. 菱形的对角线互相平分且相等
B. 矩形的对角线互相垂直平分
C. 对角线相等且垂直的四边形是正方形
D. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
- (4 分) $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 4$, 以点 A、B、C 为圆心的圆分别记作圆 A、圆 B、圆 C, 这三个圆的半径长都等于 2, 那么下列结论正确的是 ()
A. 圆 A 与圆 B 外离 B. 圆 B 与圆 C 外离
C. 圆 A 与圆 C 外离 D. 圆 A 与圆 B 相交

二.填空题

7. (4分) 计算: $(-\frac{1}{2})^2 =$ _____.

8. (4分) 计算: $-2x(x-2) =$ _____.

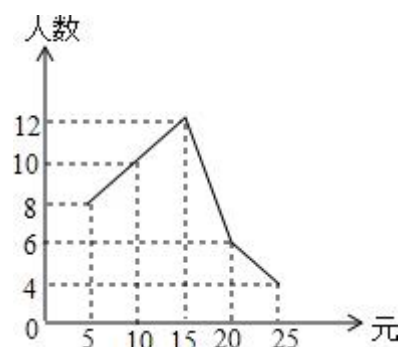
9. (4分) 方程 $\sqrt{1-x}=3$ 的解是_____.

10. (4分) 函数 $y=\frac{x+1}{4-2x}$ 的定义域是_____.

11. (4分) 如果正比例函数 $y=kx$ (k 常数, $k \neq 0$) 的图象经过点 $(-1, 2)$, 那么这个函数的解析式是_____.

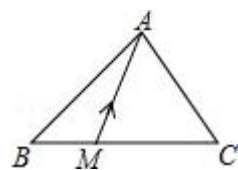
12. (4分) 抛物线 $y=-x^2+2x+m-2$ 与 y 轴的交点为 $(0, -4)$, 那么 $m=$ _____.

13. (4分) 某班 40 名学生参加了一次“献爱心一日捐”活动, 捐款人数与捐款额
如图所示, 根据图中所提供的信息, 你认为这次捐款活动中 40 个捐款额的中位数是_____元.

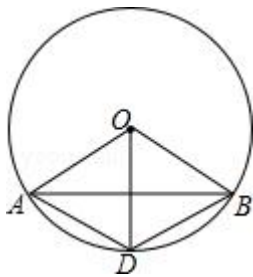


14. (4分) 在不透明的袋中装有 2 个红球、5 个白球和 3 个黑球, 它们除颜色外其它都相同, 如果从这不透明的袋里随机摸出一个球, 那么所摸到的球恰好为黑球的概率是_____.

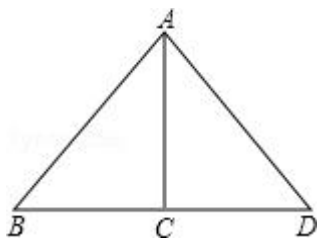
15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M 在边 BC 上, $MC=2BM$, 设向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AM}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BC}=$ _____ (结果用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示)



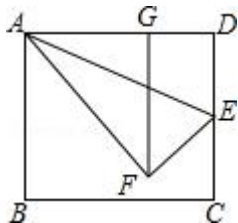
16. (4分) 如图, 在平行四边形 $ADBO$ 中, 圆 O 经过点 A 、 D 、 B , 如果圆 O 的半径 $OA=4$, 那么弦 $AB=$ _____.



17. (4 分) 我们把两个三角形的外心之间的距离叫做外心距. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle ACB = \angle ACD = 90^\circ$, 点 D 在边 BC 的延长线上, 如果 $BC = DC = 3$, 那么 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的外心距是_____.



18. (4 分) 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 15$, 点 E 在边 DC 上, 联结 AE , $\triangle ADE$ 沿直线 AE 翻折后点 D 落到点 F , 过点 F 作 $FG \perp AD$, 垂足为点 G , 如图, 如果 $AD = 3GD$, 那么 $DE =$ _____.



三.解答题

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2-2x+1}{x^2-x} - \frac{x^2-4}{x^2+2x} + \frac{1}{x}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

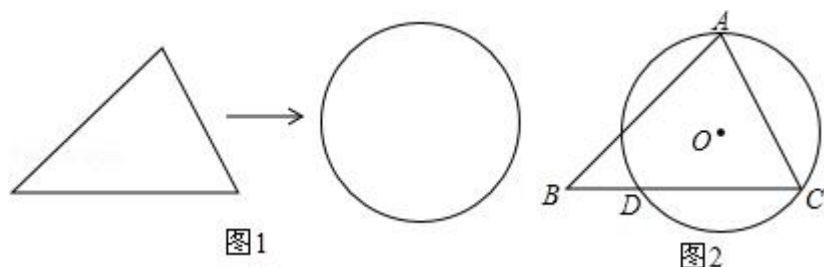
20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=8, & \text{①} \\ x^2-5xy-6y^2=0 & \text{②} \end{cases}$$

21. (10 分) 某住宅小区将现有一块三角形的绿化地改造为一块圆形的绿化地如图 1. 已知原来三角形绿化地中道路 AB 长为 $16\sqrt{2}$ 米, 在点 B 的拐弯处道路 AB 与 BC 所夹的 $\angle B$ 为 45° , 在点 C 的拐弯处道路 AC 与 BC 所夹的 $\angle C$ 的

正切值为 2 (即 $\tan \angle C=2$), 如图 2.

(1) 求拐弯点 B 与 C 之间的距离;

(2) 在改造好的圆形 (圆 O) 绿化地中, 这个圆 O 过点 A、C, 并与原道路 BC 交于点 D, 如果点 A 是圆弧 (优弧) 道路 DC 的中点, 求圆 O 的半径长.



22. (10 分) 已知一水池的容积 V (公升) 与注入水的时间 t (分钟) 之间开始是一次函数关系, 表中记录的是这段时间注入水的时间与水池容积部分对应值.

注入水的时间 t (分钟)	0	10	...	25
水池的容积 V (公升)	100	300	...	600

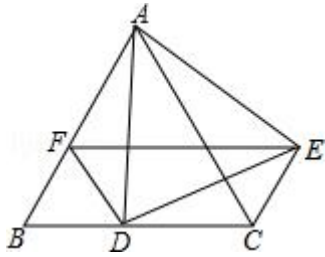
(1) 求这段时间时 V 关于 t 的函数关系式 (不需要写出函数的定义域);

(2) 从 t 为 25 分钟开始, 每分钟注入的水量发生了变化, 到 t 为 27 分钟时, 水池的容积为 726 公升, 如果这两分钟中的每分钟注入的水量增长的百分率相同, 求这个百分率.

23. (12 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形, 点 D 在边 BC 上, 点 E 在边 AD 的右侧, 联结 CE.

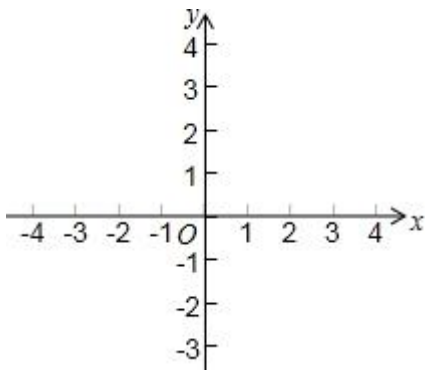
(1) 求证: $\angle ACE=60^\circ$;

(2) 在边 AB 上取一点 F, 使 $BF=BD$, 联结 DF、EF. 求证: 四边形 CDFE 是等腰梯形.



24. (12 分) 已知平面直角坐标系 xOy (如图), 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与直线 $y = x + 2$ 都经过点 $A(2, m)$.

- (1) 求 k 与 m 的值;
- (2) 此双曲线又经过点 $B(n, 2)$, 过点 B 的直线 BC 与直线 $y = x + 2$ 平行交 y 轴于点 C , 联结 AB 、 AC , 求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (3) 若 (2) 的条件下, 设直线 $y = x + 2$ 与 y 轴交于点 D , 在射线 CB 上有一点 E , 如果以点 A 、 C 、 E 所组成的三角形与 $\triangle ACD$ 相似, 且相似比不为 1, 求点 E 的坐标.



25. (14 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 2$, $Rt\triangle ABC$ 绕着点 B 按顺时针方向旋转, 使点 C 落在斜边 AB 上的点 D 处, 设点 A 旋转后与点 E 重合, 连接 AE , 过点 E 作直线 EM 与射线 CB 垂直, 交点为 M .

- (1) 若点 M 与点 B 重合, 如图 1, 求 $\cot \angle BAE$ 的值;
- (2) 若点 M 在边 BC 上如图 2, 设边长 $AC = x$, $BM = y$, 点 M 不与点 B 重合, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (3) 若 $\angle BAE = \angle EBM$, 求斜边 AB 的长.

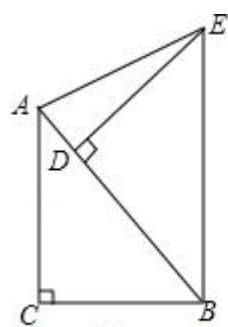


图1

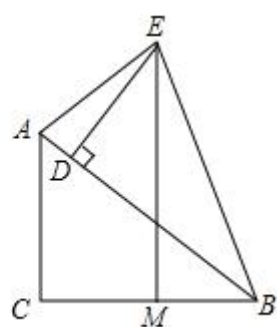


图2

2015 年上海市宝山区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题

1. (4 分) 下列实数中, 属无理数的是 ()

A. $\frac{22}{7}$

B. 1.010010001

C. $\sqrt{27}$

D. $\cos 60^\circ$

【考点】26: 无理数.

【分析】根据无理数的三种形式求解.

【解答】解: $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$, 是无理数.

故选: C.

【点评】本题考查了无理数的知识, 解答本题的关键是掌握无理数的三种形式:

①开方开不尽的数, ②无限不循环小数, ③含有 π 的数.

2. (4 分) 如果 $a > b$, 那么下列不等式一定成立的是 ()

A. $a - b < 0$

B. $-a > -b$

C. $\frac{1}{2}a < \frac{1}{2}b$

D. $2a > 2b$

【考点】C2: 不等式的性质.

【分析】根据不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变, 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变, 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变.

【解答】解: A、不等式的两边都减 b , 不等号的方向不变, 故 A 错误;

B、不等式的两边都乘以 -1 , 不等号的方向改变, 故 B 错误;

C、不等式的两边都乘以 $\frac{1}{2}$, 不等号的方向不变, 故 C 错误;

D、不等式的两边都乘以 2 , 不等号的方向不变, 故 D 正确;

故选: D.

【点评】 主要考查了不等式的基本性质. “0”是很特殊的一个数, 因此, 解答不等式的问题时, 应密切关注“0”存在与否, 以防掉进“0”的陷阱. 不等式的基本性质: 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变, 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变, 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变.

3. (4 分) 数据 6, 7, 5, 7, 6, 13, 5, 6, 8 的众数是 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 5 或 6 或 7

【考点】 W5: 众数.

【分析】 根据众数的定义即可得出答案.

【解答】 解: 在数据 6, 7, 5, 7, 6, 13, 5, 6, 8 中, 6 出现了 3 次, 出现的次数最多,

则众数是 6;

故选: B.

【点评】 此题考查了众数, 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

4. (4 分) 抛物线 $y = -(x+2)^2 - 3$ 向右平移了 3 个单位, 那么平移后抛物线的顶点坐标是 ()

- A. $(-5, -3)$ B. $(1, -3)$ C. $(-1, -3)$ D. $(-2, 0)$

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 根据二次函数图象左加右减, 上加下减的平移规律进行解答.

【解答】 解: 抛物线 $y = -(x+2)^2 - 3$ 的顶点坐标是 $(-2, -3)$, 向右平移 3 个单位后, 所得抛物线的顶点坐标是 $(-2+3, -3)$, 即 $(1, -3)$.

故选: B.

【点评】 主要考查了函数图象的平移, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减.

5. (4 分) 下列命题中，真命题是 ()

- A. 菱形的对角线互相平分且相等
- B. 矩形的对角线互相垂直平分
- C. 对角线相等且垂直的四边形是正方形
- D. 对角线互相平分的四边形是平行四边形

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】根据菱形的性质对 A 进行判断；根据矩形的性质对 B 进行判断；根据正方形的判定方法对 C 进行判断；根据平行四边形的判定方法对 D 进行判断.

【解答】解：A、菱形的对角线互相平分且垂直，所以 A 选项错误；

B、矩形的对角线互相平分且相等，所以 B 选项错误；

C、对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形，所以 C 选项错误；

D、对角线互相平分的四边形为平行四边形，所以 D 选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理.

6. (4 分) $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C=90^\circ$ ， $AC=BC=4$ ，以点 A、B、C 为圆心的圆分别记作圆 A、圆 B、圆 C，这三个圆的半径长都等于 2，那么下列结论正确的是 ()

- A. 圆 A 与圆 B 外离
- B. 圆 B 与圆 C 外离
- C. 圆 A 与圆 C 外离
- D. 圆 A 与圆 B 相交

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】根据三角形的三边长确定两圆的圆心距，与两圆的半径的和比较后即可确定正确的选项.

【解答】解： $\because \angle C=90^\circ$ ， $AC=BC=4$ ，

$$\therefore AB=\sqrt{2}AC=4\sqrt{2},$$

$\therefore$ 三个圆的半径长都等于 2，

$\therefore$ 圆 A 与圆 C 外切，圆 B 与圆 C 外切，圆 A 与圆 B 外离，

故选：A.

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系，解题的关键是根据圆的两边的长求得第三边的长，然后根据两圆的半径之和和两圆的圆心距的大小关系确定两圆的位置关系，难度不大.

二.填空题

7. (4 分) 计算： $(-\frac{1}{2})^2 = \underline{\frac{1}{4}}$.

【考点】1E：有理数的乘方.

【分析】本题考查有理数的乘方运算， $(-\frac{1}{2})^2$ 表示 2 个 $(-\frac{1}{2})$ 的乘积.

【解答】解： $(-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$.

故答案为： $\frac{1}{4}$.

【点评】乘方是乘法的特例，乘方的运算可以利用乘法的运算来进行. 负数的奇数次幂是负数，负数的偶数次幂是正数.

8. (4 分) 计算： $-2x(x-2) = \underline{-2x^2+4x}$.

【考点】4A：单项式乘多项式.

【分析】直接利用单项式乘以多项式运算法则求出即可.

【解答】解： $-2x(x-2) = -2x^2+4x$.

故答案为： $-2x^2+4x$.

【点评】此题主要考查了单项式乘以多项式，正确掌握运算法则是解题关键.

9. (4分) 方程 $\sqrt{1-x}=3$ 的解是 $x=-8$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】先把方程两边平方去根号后求解, 然后把求得值进行检验即可.

【解答】解: 两边平方得: $1-x=9$,

$$x=-8,$$

检验: 当 $x=-8$ 时,

原方程的左边 $=3$, 右边 $=3$,

则 $x=-8$ 是原方程的根.

故答案为: $x=-8$.

【点评】本题主要考查解无理方程, 在解无理方程时最常用的方法是两边平方法及换元法, 本题用了平方法; 注意要把求得 x 的值代入原方程进行检验.

10. (4分) 函数 $y=\frac{x+1}{4-2x}$ 的定义域是 $x \neq 2$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据分式有意义的条件是分母不为 0; 分析原函数式可得关系式 $4-2x \neq 0$, 解可得自变量 x 的取值范围.

【解答】解: 根据题意, 有 $4-2x \neq 0$,

解可得 $x \neq 2$;

故函数 $y=\frac{x+1}{4-2x}$ 的定义域是 $x \neq 2$.

故答案为 $x \neq 2$.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

11. (4 分) 如果正比例函数 $y=kx$ (k 常数, $k \neq 0$) 的图象经过点 $(-1, 2)$, 那么这个函数的解析式是 $y = -2x$.

【考点】FB: 待定系数法求正比例函数解析式.

【分析】首先把 $(-1, 2)$ 代入正比例函数 $y=kx$ 中可得 k 的值, 进而得到函数解析式.

【解答】解: $\because$ 正比例函数 $y=kx$ 的图象经过点 $(-1, 2)$,

$$\therefore 2 = -1 \times k,$$

解得: $k = -2$,

$\therefore$ 该正比例函数的解析式为 $y = -2x$,

故答案为: $y = -2x$.

【点评】此题主要考查了待定系数法求正比例函数解析式, 关键是掌握凡是函数经过的点必能满足解析式.

12. (4 分) 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m - 2$ 与 y 轴的交点为 $(0, -4)$, 那么 $m =$ -2 .

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】把 $(0, -4)$ 代入抛物线的解析式得到关于 m 的方程, 解方程即可.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m - 2$ 与 y 轴的交点为 $(0, -4)$,

$$\therefore m - 2 = -4,$$

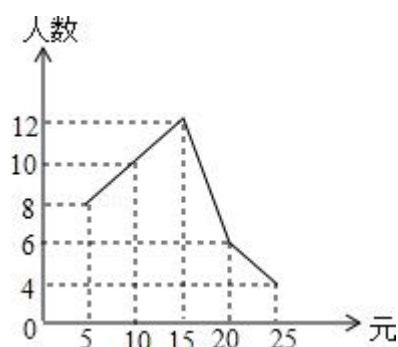
解得: $m = -2$.

故答案为: -2 .

【点评】此题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 函数与 x 轴交点坐标就要 $y=0$, 函数与 y 轴的交点坐标就要 $x=0$.

13. (4 分) 某班 40 名学生参加了一次“献爱心一日捐”活动, 捐款人数与捐款额

如图所示，根据图中所提供的信息，你认为这次捐款活动中 40 个捐款额的中位数是 15 元.



【考点】 VD: 折线统计图; W4: 中位数.

【分析】 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数.

【解答】 解: $\because$ 捐款的总人数为 40, 第 20 个与第 21 个数据都是 15 元,

$\therefore$ 中位数是 15 元.

故答案为: 15.

【点评】 此题考查了中位数的求法: 给定 n 个数据, 按从小到大排序, 如果 n 为奇数, 位于中间的那个数就是中位数; 如果 n 为偶数, 位于中间两个数的平均数就是中位数. 任何一组数据, 都一定存在中位数的, 但中位数不一定是这组数据里的数.

14. (4 分) 在不透明的袋中装有 2 个红球、5 个白球和 3 个黑球, 它们除颜色外其它都相同, 如果从这不透明的袋里随机摸出一个球, 那么所摸到的球恰好为黑球的概率是 $\frac{3}{10}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 由在不透明的袋中装有 2 个红球、5 个白球和 3 个黑球, 它们除颜色外其它都相同, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 在不透明的袋中装有 2 个红球、5 个白球和 3 个黑球, 它们除颜

色外其它都相同,

∴ 如果从这不透明的袋里随机摸出一个球, 所摸到的球恰好为黑球的概率是:

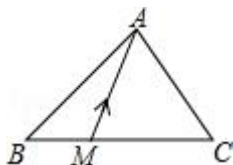
$$\frac{3}{2+5+3} = \frac{3}{10}.$$

故答案为: $\frac{3}{10}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点M在边BC上, $MC=2BM$, 设向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$,

$\overrightarrow{AM}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BC}=\underline{3\vec{b}-3\vec{a}}$ (结果用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示)



【考点】LM: *平面向量.

【分析】由向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AM}=\vec{b}$, 利用三角形法则, 可求得 $\overrightarrow{BM}$, 然后由点M在边BC上, $MC=2BM$, 即可求得答案.

【解答】解: ∵ 向量 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AM}=\vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a},$$

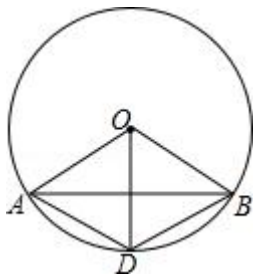
∵ 点M在边BC上, $MC=2BM$,

$$\therefore \overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BM}=3\vec{b}-3\vec{a}.$$

故答案为: $3\vec{b}-3\vec{a}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握三角形法则的应用.

16. (4分) 如图, 在平行四边形ADBO中, 圆O经过点A、D、B, 如果圆O的半径OA=4, 那么弦AB= $\underline{4\sqrt{3}}$.



【考点】LA：菱形的判定与性质；M2：垂径定理.

【分析】由四边形 ADBO 是平行四边形， $OA=OB$ ，有一组邻边相等的平行四边形是菱形，得到 $\square ADBO$ 是菱形，证得 AB，OD 互相垂直平分，再由勾股定理求得结果.

【解答】解： $\because$ 四边形 ADBO 是平行四边形，

$\therefore OA=OB$ ，

$\therefore \square ADBO$ 是菱形，

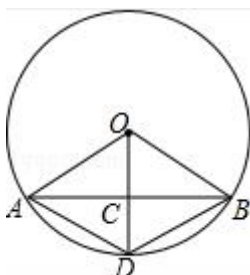
$\therefore AB, OD$ 互相垂直平分，

$\therefore OC = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{2}OA = 2$ ，

$\therefore AC = \sqrt{OA^2 - OC^2} = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore AB = 2AC = 4\sqrt{3}$.

故答案为： $4\sqrt{3}$.

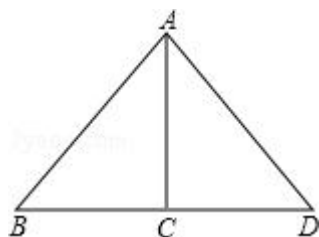


【点评】本题考查了菱形的判定和性质，勾股定理的应用，圆的性质，熟记同圆的半径相等是解题的关键.

17. (4 分) 我们把两个三角形的外心之间的距离叫做外心距. 如图，在 $Rt\triangle ABC$

和 $Rt\triangle ACD$ 中， $\angle ACB = \angle ACD = 90^\circ$ ，点 D 在边 BC 的延长线上，如果

$BC=DC=3$ ，那么 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的外心距是 3。



【考点】MA：三角形的外接圆与外心.

【专题】23：新定义.

【分析】利用直角三角形的性质得出两三角形的外心距为 $\triangle ABD$ 的中位线，即可得出答案.

【解答】解： $\because \angle ACB = \angle ACD = 90^\circ$,

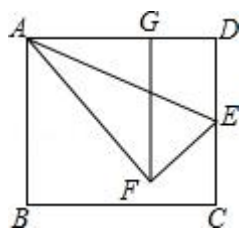
$\therefore \text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ACD$ 分别是 AB ， AD 的中点，

$\therefore$ 两三角形的外心距为 $\triangle ABD$ 的中位线，即为 $\frac{1}{2}BD=3$.

故答案为：3.

【点评】此题主要考查了三角形的外心，得出外心的位置是解题关键.

18. (4分) 在矩形 $ABCD$ 中， $AD=15$ ，点 E 在边 DC 上，联结 AE ， $\triangle ADE$ 沿直线 AE 翻折后点 D 落到点 F ，过点 F 作 $FG \perp AD$ ，垂足为点 G ，如图，如果 $AD=3GD$ ，那么 $DE=$ $3\sqrt{5}$ 。



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【专题】11：计算题.

【分析】作 $EH \perp FG$ 于 H ，如图，设 $DE=x$ ，先根据折叠的性质得 $AF=AD=15$ ，

$EF=DE=x$ ，再利用 $AD=3GD$ 可计算出 $DG=5$ ， $AG=10$ ，则在 $\text{Rt}\triangle AFG$ 中，

根据勾股定理可计算出 $FG=5\sqrt{5}$ ，接着利用四边形 DEHG 为矩形得到 $HG=DE=x$ ， $HE=GD=5$ ，所以 $HF=FG-HG=5\sqrt{5}-x$ ，然后在 $Rt\triangle FHE$ 中利用勾股定理得到 $5^2+(5\sqrt{5}-x)^2=x^2$ ，然后解方程求出 x 即可.

【解答】解：作 $EH\perp FG$ 于 H ，如图，设 $DE=x$ ，

$\because \triangle ADE$ 沿直线 AE 翻折后点 D 落到点 F ，

$\therefore AF=AD=15$ ， $EF=DE=x$ ，

$\therefore AD=3GD$ ，

$\therefore DG=5$ ，

$\therefore AG=10$ ，

在 $Rt\triangle AFG$ 中， $FG=\sqrt{AF^2-AG^2}=\sqrt{15^2-10^2}=5\sqrt{5}$ ，

易得四边形 DEHG 为矩形，

$\therefore HG=DE=x$ ， $HE=GD=5$ ，

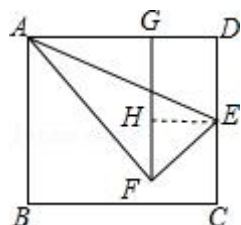
$\therefore HF=FG-HG=5\sqrt{5}-x$ ，

在 $Rt\triangle FHE$ 中， $\therefore HE^2+HF^2=EF^2$ ，

$\therefore 5^2+(5\sqrt{5}-x)^2=x^2$ ，解得 $x=3\sqrt{5}$ ，

即 $DE=3\sqrt{5}$ ．

故答案为 $3\sqrt{5}$ ．



【点评】 本题考查了折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．也考查了矩形的性质和勾股定理．

三.解答题

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2-2x+1}{x^2-x} - \frac{x^2-4}{x^2+2x} + \frac{1}{x}$, 其中 $x=\sqrt{3}-1$.

【考点】6D: 分式的化简求值.

【专题】11: 计算题.

【分析】原式前两项约分后, 利用同分母分式的加减法则计算得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】解: 原式 $= \frac{(x-1)^2}{x(x-1)} - \frac{(x+2)(x-2)}{x(x+2)} + \frac{1}{x}$
 $= \frac{x-1}{x} - \frac{x-2}{x} + \frac{1}{x}$
 $= \frac{x-1-x+2+1}{x}$
 $= \frac{2}{x},$

当 $x=\sqrt{3}-1$ 时, 原式 $= \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$.

【点评】此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (10 分) 解方程组: $\begin{cases} x+2y=8, & \text{①} \\ x^2-5xy-6y^2=0 & \text{②} \end{cases}$.

【考点】AF: 高次方程.

【分析】把方程②通过因式分解化为两个二元一次方程, 把这两个方程分别与①组成方程组, 解方程组得到答案.

【解答】解: 由②得, $x+y=0$, $x-6y=0$,

得到方程组 $\begin{cases} x+2y=8 \\ x+y=0 \end{cases}$, $\begin{cases} x+2y=8 \\ x-6y=0 \end{cases}$,

第一个方程组的解为: $\begin{cases} x=-8 \\ y=8 \end{cases}$,

第二个方程组的解为: $\begin{cases} x=6 \\ y=1 \end{cases}$.

所以方程组的解: $\begin{cases} x=-8 \\ y=8 \end{cases}$, $\begin{cases} x=6 \\ y=1 \end{cases}$.

【点评】本题考查的是二元二次方程组的解法, 通过因式分解把其中的二元二次

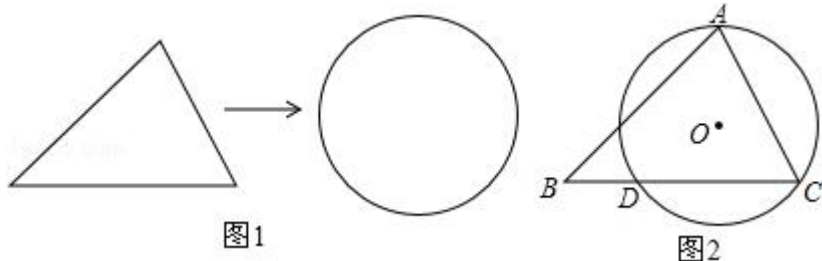
方程化为两个二元一次方程是解题的关键，本题也可以用代入法解方程组.

21. (10 分) 某住宅小区将现有一块三角形的绿化地改造为一块圆形的绿化地如图 1.

已知原来三角形绿化地中道路 AB 长为 $16\sqrt{2}$ 米，在点 B 的拐弯处道路 AB 与 BC 所夹的 $\angle B$ 为 45° ，在点 C 的拐弯处道路 AC 与 BC 所夹的 $\angle C$ 的正切值为 2 (即 $\tan \angle C=2$)，如图 2.

(1) 求拐弯点 B 与 C 之间的距离；

(2) 在改造好的圆形 (圆 O) 绿化地中，这个圆 O 过点 A、C，并与原道路 BC 交于点 D，如果点 A 是圆弧 (优弧) 道路 DC 的中点，求圆 O 的半径长.



【考点】T8: 解直角三角形的应用.

【分析】(1) 作 $AE \perp BC$ 于 E，根据正弦函数求得 AE，根据等腰直角三角形的性质求得 BE，根据正切函数求得 EC，进而即可求得 BC；

(2) 连接 AD，先根据已知求得三角形 ADC 是等腰三角形，进而根据垂径定理的推论求得 AE 经过圆心，连接 OC，根据勾股定理即可求得圆的半径.

【解答】解：(1) 作 $AE \perp BC$ 于 E，

$$\because \angle B=45^\circ,$$

$$\therefore AE=AB \cdot \sin 45^\circ=16\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}=16,$$

$$\therefore BE=AE=16,$$

$$\because \tan \angle C=2,$$

$$\therefore \frac{AE}{EC}=2,$$

$$\therefore EC = \frac{AE}{2} = 8,$$

$$\therefore BC = BE + EC = 16 + 8 = 24;$$

(2) 连接 AD,

$\because$ 点 A 是圆弧 (优弧) 道路 DC 的中点,

$$\therefore \angle ADC = \angle C,$$

$$\therefore AD = AC,$$

$\therefore$ AE 垂直平分 DC,

$\therefore$ AE 经过圆心,

设圆 O 的半径为 r,

$$\therefore OE = 16 - r,$$

在 $RT\triangle OEC$ 中, $OE^2 + EC^2 = OC^2$,

$$\text{即 } (16 - r)^2 + 8^2 = r^2,$$

解得 $r = 10$,

$\therefore$ 圆 O 的半径为 10.

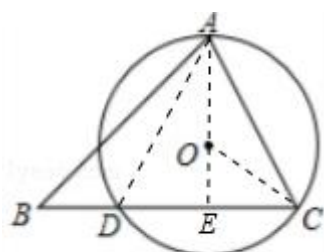


图2

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 这就要求学生把实际问题转化为直角三角形的问题, 利用三角函数解决问题.

22. (10 分) 已知一水池的容积 V (公升) 与注入水的时间 t (分钟) 之间开始是一次函数关系, 表中记录的是这段时间注入水的时间与水池容积部分对应值.

注入水的时间 t (分钟)	0	10	...	25
水池的容积 V (公升)	100	300	...	600

- (1) 求这段时间时 V 关于 t 的函数关系式 (不需要写出函数的定义域);
- (2) 从 t 为 25 分钟开始, 每分钟注入的水量发生了变化了, 到 t 为 27 分钟时, 水池的容积为 726 公升, 如果这两分钟中的每分钟注入的水量增长的百分率相同, 求这个百分率.

【考点】 AD: 一元二次方程的应用; FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 设 V 关于 t 的函数关系式为 $V=kt+b$, 根据图表所给出的数据代入计算, 即可得出这段时间时 V 关于 t 的函数关系式;

(2) 设这个百分率为 x , 根据 t 为 25 分钟时水池的容积是 600 公升和 t 为 27 分钟时, 水池的容积为 726 公升, 列出方程, 求解即可.

【解答】 解: (1) 设 V 关于 t 的函数关系式为 $V=kt+b$, 由题意, 得

$$\begin{cases} b=100 \\ 10k+b=300 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k=20 \\ b=100 \end{cases}$.

则这段时间时 V 关于 t 的函数关系式是 $V=20t+100$;

(2) 设这个百分率为 x , 根据题意得:

$$600(1+x)^2=726,$$

解得: $x_1=0.1=10\%$, $x_2=-2.1$ (舍去).

答: 这个百分率为 10%.

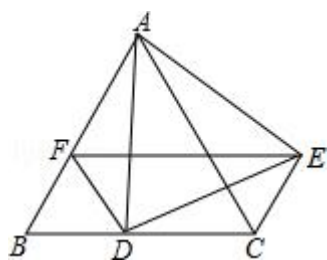
【点评】 本题考查了一次函数和一元二次方程的应用, 解题关键是要读懂题目的

意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解.

23. (12 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形，点 D 在边 BC 上，点 E 在边 AD 的右侧，联结 CE .

(1) 求证: $\angle ACE=60^\circ$;

(2) 在边 AB 上取一点 F , 使 $BF=BD$, 联结 DF 、 EF . 求证: 四边形 $CDFE$ 是等腰梯形.



【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; KK: 等边三角形的性质; LK: 等腰梯形的判定.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 根据 $\angle BAD + \angle CAD = 60^\circ$, $\angle EAC + \angle CAD = 60^\circ$, 得到 $\angle BAD = \angle EAC$, 证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 得到答案;

(2) 证明四边形 $BCEF$ 是平行四边形, 得到 $EF \parallel BC$, 再证明 $DF = CE$ 即可.

【解答】证明: (1) $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形,

$$\therefore \angle BAD + \angle CAD = 60^\circ, \quad \angle EAC + \angle CAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle EAC,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE \\ AD=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ABD = 60^\circ;$$

(2) $\because \angle ACE=60^\circ, \angle ABD=60^\circ, \angle ACB=60^\circ,$

$\therefore EC \parallel AB,$

$\because BF=BD, BD=CE, \therefore BF=CE,$

$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是平行四边形,

$\therefore EF \parallel BC,$

$\because \angle ABD=60^\circ, BF=BD,$

$\therefore BF=DF,$ 又 $BD=CE,$

$\therefore DF=CE, EF \parallel BC,$

$\therefore$ 四边形 $CDFE$ 是等腰梯形.

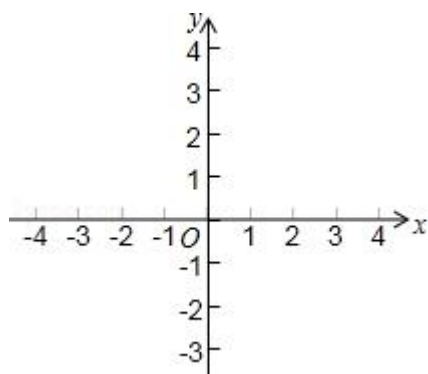
【点评】 本题考查的是等边三角形的性质和等腰梯形的判定, 找出三角形全等的条件是解题的关键, 证明等腰梯形时, 先证明一组对边平行, 再证明另一组对边相等.

24. (12 分) 已知平面直角坐标系 xOy (如图), 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与直线 $y=x+2$ 都经过点 $A(2, m)$.

(1) 求 k 与 m 的值;

(2) 此双曲线又经过点 $B(n, 2)$, 过点 B 的直线 BC 与直线 $y=x+2$ 平行交 y 轴于点 C , 联结 AB 、 AC , 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(3) 若 (2) 的条件下, 设直线 $y=x+2$ 与 y 轴交于点 D , 在射线 CB 上有一点 E , 如果以点 A 、 C 、 E 所组成的三角形与 $\triangle ACD$ 相似, 且相似比不为 1, 求点 E 的坐标.



【考点】GB: 反比例函数综合题.

【分析】(1) 可把 A 点坐标代入直线解析式求得 m , 再把 A 点坐标代入反比例函数解析式可求得 k ;

(2) 可先求得 B 点坐标, 再求得直线 BC 的方程, 可求得 C 点坐标, 可判断 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 可求得其面积;

(3) 先求得 D 点坐标, 计算出 AD、CD、AC 长, 结合条件只有 $\triangle ACD \sim \triangle CAE$, 再由相似三角形的性质可求得 CE 长, 设出 E 点坐标, 表示出 CE 长, 可求得 E 点坐标.

【解答】解: (1) $\because$ 直线 $y=x+2$ 都经过点 A (2, m),

$\therefore m=2+2=4$, 则 A (2, 4),

$\because$ 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 经过点 A,

$\therefore k=2 \times 4=8$;

(2) $\because$ 双曲线经过点 B (n , 2),

$\therefore 2n=8$, 解得 $n=4$,

$\therefore B$ (4, 2),

由题意可设直线 BC 解析式为 $y=x+b$,

把 B 点坐标代入可得 $2=4+b$, 解得 $b=-2$,

$\therefore$ 直线 BC 解析式为 $y=x-2$,

$$\therefore C(0, -2),$$

$$\therefore AC = \sqrt{(2-0)^2 + [4-(-2)]^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}, \quad BC = \sqrt{(4-0)^2 + [2-(-2)]^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2},$$

$$AB = \sqrt{(4-2)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore BC^2 + AB^2 = AC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是以 AC 为斜边的直角三角形,

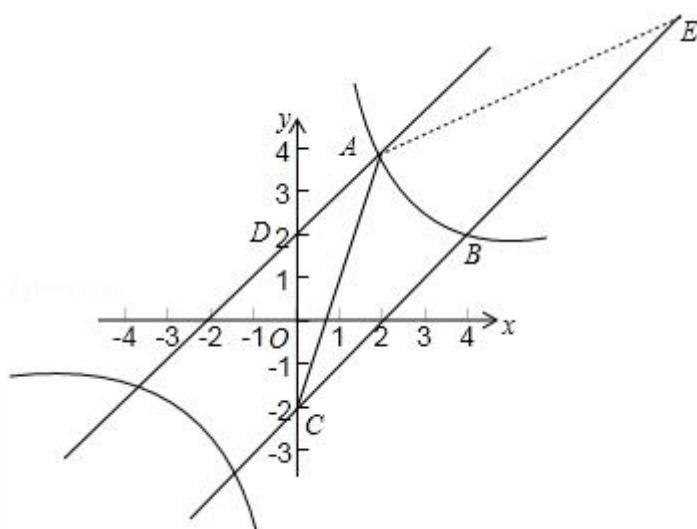
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 8;$$

(3) $\because$ 直线 $y=x+2$ 与 y 轴交于点 D ,

$$\therefore D(0, 2),$$

$$\therefore AD = \sqrt{(2-0)^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{2}, \quad \text{且 } AC = 2\sqrt{10}$$

如图所示,



$$\therefore AD \parallel CE,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACE,$$

若 $\angle ACD = \angle EAC$, 则 $AE \parallel CD$, 四边形 $AECD$ 为平行四边形, 此时 $\triangle ADC \cong \triangle$

CEA , 不满足条件,

$$\therefore \angle ACD = \angle AEC,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CAE,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{CE}, \text{ 即 } \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{CE}, \text{ 解得 } CE=10\sqrt{2},$$

$\therefore$ E 点在直线 BC 上,

$\therefore$ 可设 E (x, x-2) (x>0),

又 $\therefore$ C (0, -2),

$$\therefore CE = \sqrt{(x-0)^2 + [x-2-(-2)]^2} = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore \sqrt{2}x = 10\sqrt{2}, \text{ 解得 } x=10,$$

$\therefore$ E 点坐标为 (10, 8).

【点评】 本题主要考查反比例函数的综合应用, 涉及知识点有待定系数法求函数解析式、直角三角形的判定、平行四边形的性质、相似三角形的判定和性质等. 在 (1) 中注意反比例函数中 $k=xy$ 的应用, 在 (2) 中判定 $\triangle ABC$ 为直角三角形是解题的关键, 在 (3) 中根据相似求得 CE 的长是解题的关键. 本题涉及知识点较多, 综合性较强, 难度较大.

25. (14 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=2$, $Rt\triangle ABC$ 绕着点 B 按顺时针方向旋转, 使点 C 落在斜边 AB 上的点 D 处, 设点 A 旋转后与点 E 重合, 连接 AE, 过点 E 作直线 EM 与射线 CB 垂直, 交点为 M.

(1) 若点 M 与点 B 重合, 如图 1, 求 $\cot \angle BAE$ 的值;

(2) 若点 M 在边 BC 上如图 2, 设边长 $AC=x$, $BM=y$, 点 M 不与点 B 重合, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 若 $\angle BAE = \angle EBM$, 求斜边 AB 的长.

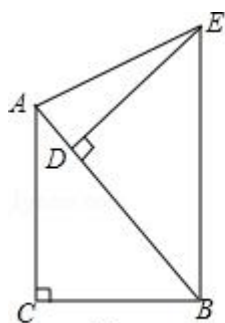


图1

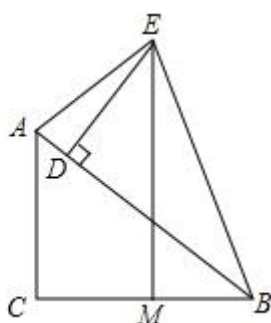


图2

【考点】RB: 几何变换综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 由旋转有, $BC=BD=2$, $AC=ED$, $\angle CBA=\angle EBD=\angle C=90^\circ$, 通过

计算出 $AC=CB=2$, $AB=2\sqrt{2}$, $DE=DB=2$, 即可;

(2) 由 (1) 中的结论得出 $\triangle EDG \sim \triangle BDE$, 再由 $\cos \angle ABC = \frac{MB}{BG} = \frac{BC}{AB}$, 建立函数关系;

(3) 由旋转有, $AB=EB$, $\angle AEB=\angle BAE$, $\angle CBA=x$ 经过简单的计算出:

$HC=BC=2$, $HB=HE=4$, $\angle CBA=60^\circ$ 即可.

【解答】解: (1) 由旋转有, $BC=BD=2$, $AC=ED$, $\angle CBA=\angle EBD=\angle C=90^\circ$,

$\therefore EM \perp CB$,

$\therefore \angle EBC=90^\circ$,

$\therefore \angle CBA=\angle EBD=45^\circ$,

$\therefore AC=CB=2$,

$\therefore AB=2\sqrt{2}$,

$\therefore DE=DB=2$,

$\therefore AD=AB-BD=2\sqrt{2}-2$,

$\therefore \cot \angle BAE = \frac{AD}{DE} = \sqrt{2}-1$,

(2) 设 EM 与边 AB 交于 G ,

$$\therefore x=36^{\circ},$$

$$\therefore \angle H=\angle ABH=\angle ABE=36^{\circ},$$

$$\angle HBE=\angle BAE=\angle AEB=72^{\circ},$$

$$\therefore AH=AB=BE, \quad HB=HE,$$

$$\therefore \angle ACB=90^{\circ}$$

$$\therefore HC=BC=2,$$

$$\therefore HB=HE=4,$$

$$\therefore \triangle BAE \sim \triangle HBE,$$

$$\therefore \frac{AB}{HB} = \frac{AE}{BE},$$

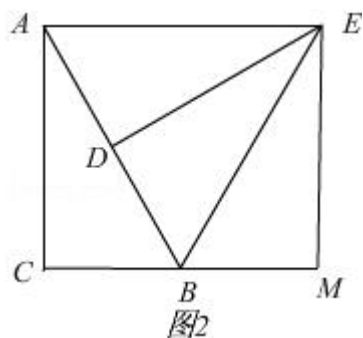
$$\therefore BE=AB,$$

$$\therefore AE=HE-HA=4-AB,$$

$$\therefore \frac{AB}{4} = \frac{4-AB}{AB},$$

$$\therefore AB=-2+2\sqrt{5} \text{ 或 } AB=-2-2\sqrt{5} \text{ (舍)},$$

当点 M 在 CB 延长线时, 如图 2,



$$\therefore \angle AEB=\angle BAE=\angle EBM,$$

$$\therefore \angle AEB=\angle EBM,$$

$$\therefore AE \parallel MC,$$

$$\therefore \angle BAE=\angle CBA,$$

$$\therefore \angle CBA = \angle EBA,$$

$$\therefore \angle EBM = \angle CBA = \angle EBA,$$

$$\therefore \angle CBA = 60^\circ,$$

$$\therefore \cos \angle CBA = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore BC = 2,$$

$$\therefore AB = 4,$$

即： $AB = -2 + 2\sqrt{5}$ 或 4 .

【点评】 此题是几何变换综合题，主要考查了平移，旋转的性质，三角函数相似三角形的性质和判定，由平移，旋转得出结论是解本题的关键.