

2015 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列计算中正确的是 ()

- A. $a^3+a^3=a^6$ B. $a^3 \cdot a^3=a^6$ C. $a^3 \div a^3=0$ D. $(a^3)^3=a^6$.

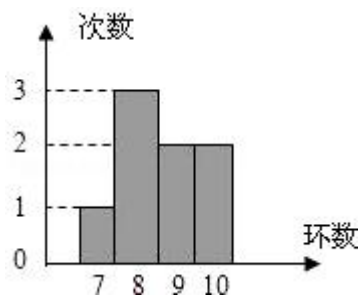
2. (4 分) 二元一次方程 $x+2y=3$ 的解的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 无数

3. (4 分) 关于反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象，下列叙述错误的是 ()

- A. y 随 x 的增大而减小
B. 图象位于一、三象限
C. 图象是轴对称图形
D. 点 $(-1, -2)$ 在这个图象上

4. (4 分) 一名射击运动员连续打靶 8 次，命中的环数如图所示，这组数据的众数与中位数分别为 ()

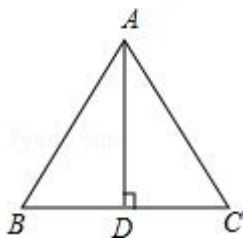


- A. 9 与 8 B. 8 与 9 C. 8 与 8.5 D. 8.5 与 9

5. (4 分) 相交两圆的圆心距是 5，如果其中一个圆的半径是 3，那么另外一个圆的半径可以是 ()

- A. 2 B. 5 C. 8 D. 10

6. (4 分) 如图，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高，下列能使 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 的条件是 ()



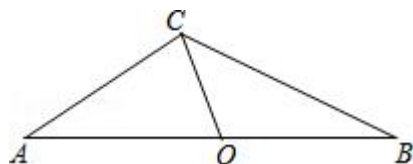
- A. $\angle B=45^\circ$ B. $\angle BAC=90^\circ$ C. $BD=AC$ D. $AB=AC$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 用代数式表示：a 的 5 倍与 b 的 $\frac{2}{7}$ 的差：_____.
8. (4 分) 分解因式： $x^2 - 2x - 15 =$ _____.
9. (4 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{x+3}$ ，那么 $f(-2) =$ _____.
10. (4 分) 某红外线遥控器发出的红外线波长为 0.00000094m，用科学记数法表示这个数是_____m.
11. (4 分) 若关于 x 的方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围为_____.
12. (4 分) 布袋中装有 2 个红球和 5 个白球，它们除颜色外其它都相同. 如果从这个布袋里随机摸出一个球，那么所摸到的球恰好为红球的概率是_____.
13. (4 分) 已知函数 $y = -2x + b$ ，函数值 y 随 x 的增大而_____（填“增大”或“减小”）.
14. (4 分) 如果正 n 边形的中心角是 40° ，那么 $n =$ _____.
15. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，且 $BD = 2DC$. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于_____（结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示）.
16. (4 分) 小明乘滑草车沿坡比为 1: 2.4 的斜坡下滑 130 米，则他下降的高度为_____米.
17. (4 分) 我们把三角形中最大内角与最小内角的度数差称为该三角形的“内角

正度值”。如果等腰三角形的腰长为 2，“内角正度值”为 45° ，那么该三角形的面积等于_____.

18. (4 分) 如图，已知钝角三角形 ABC ， $\angle A=35^\circ$ ， OC 为边 AB 上的中线，将 $\triangle AOC$ 绕着点 O 顺时针旋转，点 C 落在 BC 边上的点 C' 处，点 A 落在点 A' 处，联结 BA' ，如果点 A 、 C 、 A' 在同一直线上，那么 $\angle BA'C'$ 的度数为_____.



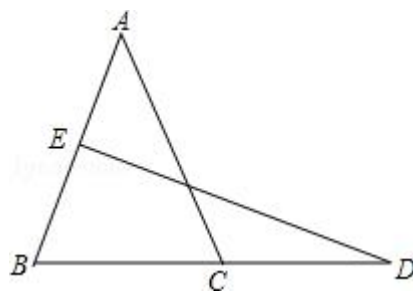
三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10 分) 计算： $\sqrt{18} + |\sqrt{2}-2| - 2\cos 45^\circ + (\sqrt{2}+1)^{-1}$.

20. (10 分) 解不等式组： $\begin{cases} 3(x-1) < 5x+1 \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$ ，将其解集在数轴上表示出来，并写出这个不等式组的最小整数解.

21. (10 分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=6$ ， $BC=4$ ， AB 的垂直平分线交 AB 于点 E ，交 BC 的延长线于点 D .

- (1) 求 $\angle D$ 的正弦值；
- (2) 求点 C 到直线 DE 的距离.

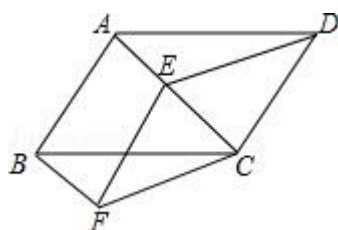


22. (10 分) 某学校组织为贫困地区儿童捐资助学的活动，其中七年级捐款总数为 1000 元，八年级捐款总数比七年级多了 20%。已知八年级学生人数比七年级学生人数少 25 名，而八年级的人均捐款数比七年级的人均捐款数多 4 元。求七年级学生人均捐款数.

23. (12 分) 已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E 是对角线 AC 上一点, $\angle DEC = \angle ABC$, 且 $CD^2 = CE \cdot CA$.

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

(2) 分别过点 E 、 B 作 AB 和 AC 的平行线交于点 F , 联结 CF , 若 $\angle FCE = \angle DCE$, 求证: 四边形 $EFCD$ 是菱形.



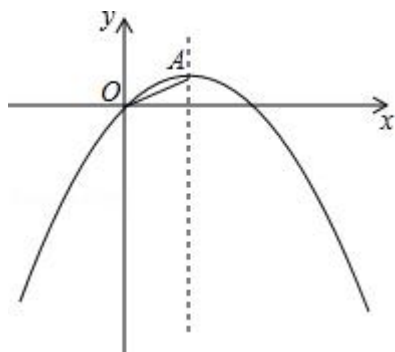
24. (12 分) 已知: 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + x$ 的对称轴为直线 $x = 2$, 顶点为 A

(1) 求抛物线的表达式及顶点 A 的坐标;

(2) 点 P 为抛物线对称轴上一点, 联结 OA 、 OP .

①当 $OA \perp OP$ 时, 求 OP 的长;

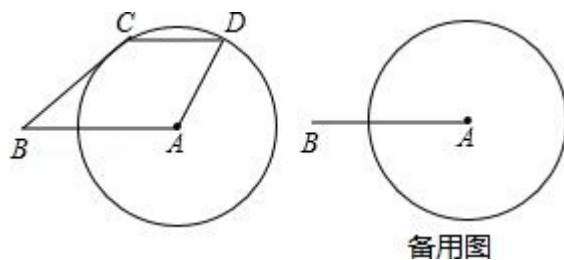
②过点 P 作 OP 的垂线交对称轴右侧的抛物线于点 B , 联结 OB , 当 $\angle OAP = \angle OBP$ 时, 求点 B 的坐标.



25. (14 分) 已知: 如图, 线段 $AB = 8$, 以 A 为圆心, 5 为半径作圆 A , 点 C 在 $\odot A$ 上, 过点 C 作 $CD \parallel AB$ 交 $\odot A$ 于点 D (点 D 在 C 右侧), 联结 BC 、 AD .

(1) 若 $CD = 6$, 求四边形 $ABCD$ 的面积;

- (2) 设 $CD=x$, $BC=y$, 求 y 与 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围;
- (3) 设 BC 的中点为 M , AD 的中点为 N , 线段 MN 交 $\odot A$ 于点 E , 联结 CE ,
当 CD 取何值时, $CE \parallel AD$.



2015 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 下列计算中正确的是 ()

A. $a^3+a^3=a^6$ B. $a^3 \cdot a^3=a^6$ C. $a^3 \div a^3=0$ D. $(a^3)^3=a^6$.

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；
48：同底数幂的除法.

【分析】根据合并同类项，可判断 A，根据同底数幂的乘法，可判断 B，根据同底数幂的除法，可判断 C，根据幂的乘方，可判断 D.

【解答】解：A、合并同类项系数相加字母部分不变，故 A 错误；

B、同底数幂的乘法底数不变指数相加，故 B 正确；

C、同底数幂的除法底数不变指数相减，故 C 错误；

D、幂的乘方底数不变指数相乘，故 D 错误；

故选：B.

【点评】本题考查了同底数幂的除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键.

2. (4 分) 二元一次方程 $x+2y=3$ 的解的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 无数

【考点】93：解二元一次方程.

【分析】由于二元一次方程 $x+2y=3$ 是不定方程，所以有无数组解.

【解答】解：由二元一次方程的解的定义知，任意一个二元一次方程都有无数个解.

故选：D.

【点评】二元一次方程都有无数个解，但对于一些特殊解有有数个.

3. (4分) 关于反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象，下列叙述错误的是 ()

- A. y 随 x 的增大而减小
- B. 图象位于一、三象限
- C. 图象是轴对称图形
- D. 点 $(-1, -2)$ 在这个图象上

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【分析】根据 $k > 0$ ，双曲线的两支分别位于第一、第三象限对 B, C 进行判断；

根据反比例函数图象上点的坐标特征对 D 进行判断；

根据反比例函数的增减性质对 A 进行判断.

【解答】解: $k=2 > 0$ ，反比例函数的图象分布在第一、第三象限，图象是轴对称图形，所以 B、C 选项的说法正确；

需要强调在每一象限内， y 的值随 x 的增大而减小，所以 A 选项的说法错误；

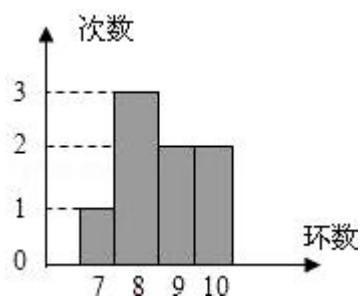
当 $x = -1$ 时， $y = -2$ ，故 D 选项正确.

故选: A.

【点评】本题考查了反比例函数的性质: $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线；当 $k >$

0，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ ，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大.

4. (4分) 一名射击运动员连续打靶 8 次，命中的环数如图所示，这组数据的众数与中位数分别为 ()



- A. 9 与 8 B. 8 与 9 C. 8 与 8.5 D. 8.5 与 9

【考点】W4：中位数；W5：众数.

【专题】27：图表型.

【分析】先读出数据，再按大小排列，然后利用众数、中位数的概念求解. 这里中位数是第 4、5 个数的平均数.

【解答】解：这组数据从小到大排列为 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 众数为 8, 中位数为 $\frac{8+9}{2}=8.5$.

故选：C.

【点评】本题为统计题，考查众数与中位数的意义. 中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错.

5. (4 分) 相交两圆的圆心距是 5，如果其中一个圆的半径是 3，那么另外一个圆的半径可以是 ()

- A. 2 B. 5 C. 8 D. 10

【考点】MJ：圆与圆的位置关系.

【分析】根据数量关系来判断两圆的位置关系. 设两圆的半径分别为 R 和 r ，且 $R \geq r$ ，圆心距为 d ：外离，则 $d > R+r$ ；外切，则 $d=R+r$ ；相交，则 $R-r < d < R+r$ ；内切，则 $d=R-r$ ；内含，则 $d < R-r$.

【解答】解：设圆的半径为 r ,

∵ 两圆相交,

∴ 圆心距满足: $r - 3 < 5 < r + 3$,

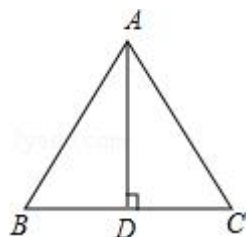
解得: $2 < r < 8$

∴ 满足条件的 R 只有 B,

故选: B.

【点评】 本题考查了由两圆位置关系的知识点, 利用了两圆相交时, 圆心距大于两半径之差, 小于两半径之和求解.

6. (4 分) 如图, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高, 下列能使 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 的条件是 ()



- A. $\angle B = 45^\circ$ B. $\angle BAC = 90^\circ$ C. $BD = AC$ D. $AB = AC$

【考点】 KB: 全等三角形的判定.

【分析】 添加 $AB = AC$, 可得 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 再根据三线合一的性质可得 $BD = CD$, 再利用 SSS 定理可判定 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

【解答】 解: 当 $AB = AC$ 时, $\triangle ABD \cong \triangle ACD$,

∵ AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高, $AB = AC$,

∴ $BD = CD$,

∴ 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ADC$ 中 $\begin{cases} AD = AD \\ BD = CD, \\ AB = AC \end{cases}$

∴ $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS),

故选: D.

【点评】 本题考查三角形全等的判定方法, 判定两个三角形全等的一般方法有:

SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 用代数式表示：a 的 5 倍与 b 的 $\frac{2}{7}$ 的差： $5a - \frac{2}{7}b$.

【考点】32：列代数式.

【分析】用 a 的 5 倍减去 b 的 $\frac{2}{7}$ 列式得出答案即可.

【解答】解：a 的 5 倍与 b 的 $\frac{2}{7}$ 的差为： $5a - \frac{2}{7}b$.

故答案为： $5a - \frac{2}{7}b$.

【点评】此题考查列代数式，理解语言叙述的运算顺序与计算方法是解决问题的关键.

8. (4 分) 分解因式： $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$.

【考点】57：因式分解 - 十字相乘法等.

【专题】11：计算题.

【分析】原式利用十字相乘法分解即可.

【解答】解：原式 = $(x - 5)(x + 3)$.

故答案为： $(x - 5)(x + 3)$.

【点评】此题考查了因式分解 - 十字相乘法，熟练掌握十字相乘的方法是解本题的关键.

9. (4 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{x+3}$ ，那么 $f(-2) = 1$.

【考点】E5：函数值.

【分析】把自变量 x 的值代入函数解析式计算即可得解.

【解答】解： $f(-2) = \sqrt{-2+3} = 1$.

故答案为： 1 .

【点评】本题考查了函数值的求解,把自变量的值代入函数解析式计算即可得解,比较简单.

10. (4分) 某红外线遥控器发出的红外线波长为 0.00000094m , 用科学记数法表示这个数是 $9.4 \times 10^{-7}\text{m}$.

【考点】1J: 科学记数法—表示较小的数.

【分析】绝对值小于1的正数也可以利用科学记数法表示,一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂,指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

【解答】解: $0.00000094 = 9.4 \times 10^{-7}$;

故答案为: 9.4×10^{-7} .

【点评】本题考查了用科学记数法表示较小的数,一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

11. (4分) 若关于 x 的方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围为 $k > -1$.

【考点】AA: 根的判别式.

【专题】11: 计算题.

【分析】由关于 x 的方程有两个不相等的实数根, 得到根的判别式大于0, 列出关于 k 的不等式, 求出不等式的解集即可得到 k 的范围.

【解答】解: $\because$ 方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4 + 4k > 0,$$

解得: $k > -1$,

则 k 的取值范围为 $k > -1$.

故答案为: $k > -1$

【点评】此题考查了一元二次方程根的判别式，一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 中，当 $b^2 - 4ac > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根； $b^2 - 4ac = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $b^2 - 4ac < 0$ 时，方程无解.

12. (4 分) 布袋中装有 2 个红球和 5 个白球，它们除颜色外其它都相同. 如果从这个布袋里随机摸出一个球，那么所摸到的球恰好为红球的概率是 $\frac{2}{7}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据概率公式，求摸到红球的概率，即用红球除以小球总个数即可得出得到红球的概率.

【解答】解：∵一个布袋里装有 2 个红球和 5 个白球，

∴摸出一个球摸到红球的概率为： $\frac{2}{2+5} = \frac{2}{7}$.

故答案为： $\frac{2}{7}$.

【点评】此题主要考查了概率公式的应用，由已知求出小球总个数再利用概率公式求出是解决问题的关键.

13. (4 分) 已知函数 $y = -2x + b$ ，函数值 y 随 x 的增大而 减小 (填“增大”或“减小”).

【考点】F5: 一次函数的性质.

【分析】根据一次函数的性质进行解答即可.

【解答】解：∵一次函数 $y = -x + b$ 中， $k = -2 < 0$ ，

∴函数值 y 随 x 的增大减小.

故答案为：减小.

【点评】本题考查的是一次函数的性质，熟知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中，当 $k < 0$ 时， y 随 x 的增大减小是解答此题的关键.

14. (4 分) 如果正 n 边形的中心角是 40° ，那么 $n = \underline{9}$.

【考点】MM: 正多边形和圆.

【分析】利用 360 度除以中心角的度数即可求得.

【解答】解: $n = \frac{360}{40} = 9$.

故答案是: 9.

【点评】本题考查了多边形的计算, 正多边形的中心角相等, 理解中心角的度数和正多边形的边数之间的关系是关键.

15. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, 且 $BD=2DC$. 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于 $\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

【考点】LM: *平面向量.

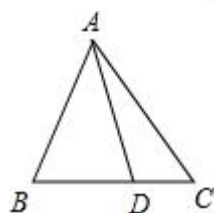
【分析】首先根据题意画出图形, 由 $BD=2DC$, 可求得 $\overrightarrow{BD}$, 再利用三角形法则求解即可求得答案.

【解答】解: 如图, $\because \overrightarrow{BC}=\vec{b}$, $BD=2DC$,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}.$$

故答案为: $\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$.



【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握三角形法则的应用是解此题的关键.

16. (4 分) 小明乘滑草车沿坡比为 1: 2.4 的斜坡下滑 130 米, 则他下降的高度为 50 米.

【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】根据斜坡的坡比为 1: 2.4, 可得 $BC: AC=1: 2.4$, 设 $BC=x$, $AC=2.4x$,

根据勾股定理求出 AB, 然后根据题意可知 $AB=130$ 米, 求出 x 的值, 继而可

求得 BC 的值.

【解答】解: $\because$ 坡比为 1: 2.4,

$\therefore$ BC: AC=1: 2.4,

设 BC=x, AC=2.4x,

则 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{x^2+(2.4x)^2}=2.6x$,

$\therefore$ AB=130 米,

$\therefore$ x=50,

则 BC=x=50 (米).

故答案为: 50.



【点评】本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是根据勾股定理求出 AB, 然后根据 AB 的长度求出 x 的值, 难度一般.

17. (4 分) 我们把三角形中最大内角与最小内角的度数差称为该三角形的“内角正度值”. 如果等腰三角形的腰长为 2, “内角正度值”为 45° , 那么该三角形的面积等于 2 或 1.

【考点】KH: 等腰三角形的性质; T7: 解直角三角形.

【专题】23: 新定义.

【分析】根据新定理, 设最小角为 x, 则最大角为 $x+45^\circ$, 再分类讨论: 当顶点为 $x+45^\circ$ 时, 根据三角形内角和可求得 $x=45^\circ$, 则可判断此三角形为等腰直角三角形, 易得此三角形的面积=2; 当顶点为 x 时, 根据三角形内角和定理可求得 $x=30^\circ$, 所以此三角形为顶点为 30° 的等腰三角形, 如图, $AB=AC=2$,

$\angle A=30^\circ$, 作 $CD \perp AB$ 于 D , 在 $Rt\triangle ADC$ 中, 利用 $\angle A=30^\circ$ 可得 $CD=\frac{1}{2}AC=1$,

则根据三角形面积公式计算出三角形 ABC 的面积 $=\frac{1}{2}CD \cdot AB=1$, 综上所述,

该三角形的面积等于 1 或 2.

【解答】 解: 设最小角为 x , 则最大角为 $x+45^\circ$,

当顶点为 $x+45^\circ$ 时, 则 $x+x+x+45^\circ=180^\circ$, 解得 $x=45^\circ$, 所以此三角形为等腰直

角三角形, 此三角形的面积 $=\frac{1}{2} \times 2 \times 2=2$;

当顶点为 x 时, 则 $x+x+45^\circ+x+45^\circ=180^\circ$, 解得 $x=30^\circ$, 所以此三角形为顶点为

30 度的等腰三角形, 如图, $AB=AC=2$, $\angle A=30^\circ$,

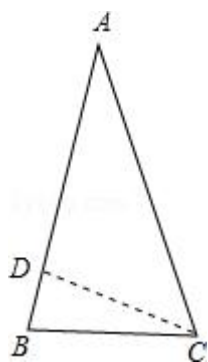
作 $CD \perp AB$ 于 D , 在 $Rt\triangle ADC$ 中, $\because \angle A=30^\circ$,

$$\therefore CD=\frac{1}{2}AC=1,$$

$$\therefore \text{三角形 } ABC \text{ 的面积}=\frac{1}{2}CD \cdot AB=\frac{1}{2} \times 1 \times 2=1,$$

综上所述, 该三角形的面积等于 1 或 2.

故答案为 1 或 2.

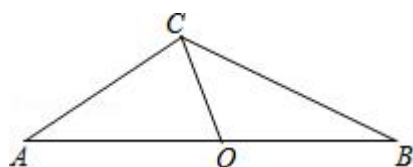


【点评】 本题考查了解直角三角形: 在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形. 也考查了等腰三角形的性质.

18. (4 分) 如图, 已知钝角三角形 ABC , $\angle A=35^\circ$, OC 为边 AB 上的中线, 将

$\triangle AOC$ 绕着点 O 顺时针旋转, 点 C 落在 BC 边上的点 C' 处, 点 A 落在点 A'

处, 联结 BA' , 如果点 A 、 C 、 A' 在同一直线上, 那么 $\angle BA'C'$ 的度数为 20° .



【考点】R2: 旋转的性质.

【分析】根据旋转的性质得出 $OA=OA'$, $\angle OA'C'=\angle A=35^\circ$, 根据三角形外角的性质从而求得 $\angle AOB=70^\circ$, 证得 $OA'=OB$, 根据等边对等角, 得出 $\angle OA'B=\angle OBA'=55^\circ$, 进而就可求得 $\angle BA'C'=55^\circ-35^\circ=20^\circ$.

【解答】解: 如图, 将 $\triangle AOC$ 绕着点 O 顺时针旋转, 点 C 落在 BC 边上的点 C' 处, 点 A 落在点 A' 处,

则 $OA=OA'$, $\angle OA'C'=\angle A=35^\circ$

$\therefore \angle OA'A=\angle A=35^\circ$,

$\therefore \angle A'OB=70^\circ$

$\because OC$ 为边 AB 上的中线,

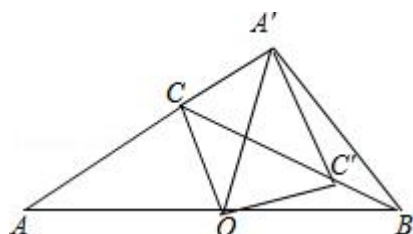
$\therefore OA=OB$,

$\therefore OA'=OB$,

$\therefore \angle OA'B=\angle OBA'=55^\circ$,

$\therefore \angle BA'C'=55^\circ-35^\circ=20^\circ$.

故答案为 20° .



【点评】本题考查了旋转的性质, 等腰三角形的判定和性质, 三角形外角的性质, 三角形的内角和定理, 熟练掌握性质定理是解题的关键.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\sqrt{18} + |\sqrt{2}-2| - 2\cos 45^\circ + (\sqrt{2}+1)^{-1}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】先根据负整数指数幂的计算法则、绝对值的性质及特殊角的三角函数值分别计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

【解答】解: 原式 $= 3\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$
 $= 3\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$
 $= 2\sqrt{2} + 1.$

【点评】本题考查的是实数的运算, 熟知负整数指数幂的计算法则、绝对值的性质及特殊角的三角函数值是解答此题的关键.

20. (10分) 解不等式组: $\begin{cases} 3(x-1) < 5x+1 \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$, 将其解集在数轴上表示出来, 并写出这个不等式组的最小整数解.

【考点】C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组; CC: 一元一次不等式组的整数解.

【分析】分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集并在数轴上表示出来, 写出这个不等式组的最小整数解即可.

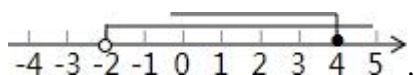
【解答】解: $\begin{cases} 3(x-1) < 5x+1 \text{ ①} \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得: $x > -2$.

由②得: $x \leq 4$.

所以, 原不等式组的解集是 $-2 < x \leq 4$.

在数轴上表示为,



所以, 这个不等式组的最小整数解是 -1 .

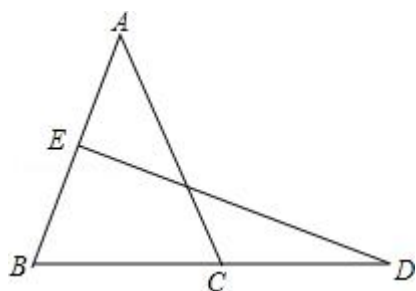
【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小

小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

21. (10 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=6$, $BC=4$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 E , 交 BC 的延长线于点 D .

(1) 求 $\angle D$ 的正弦值;

(2) 求点 C 到直线 DE 的距离.



【考点】 KG: 线段垂直平分线的性质; KH: 等腰三角形的性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H . 由等腰三角形三线合一的性质得出

$BH = \frac{1}{2}BC = 2$. 在 $\triangle ABH$ 中, 根据正弦函数的定义得出 $\sin \angle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{3}$, 根据三角形内角和定理求出 $\angle BAH = \angle D = 90^\circ - \angle B$, 则 $\sin \angle D = \sin \angle BAH = \frac{1}{3}$;

(2) 过点 C 作 $CM \perp DE$ 于点 M . 解直角 $\triangle BED$, 求出 $BD = \frac{BE}{\sin \angle D} = 9$, 则 $CD = BD - BC = 5$. 再解直角 $\triangle MCD$, 求出 $CM = \frac{5}{3}$, 即点 C 到 DE 的距离为 $\frac{5}{3}$.

【解答】 解: (1) 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H .

$$\because AB=AC, BC=4,$$

$$\therefore BH = \frac{1}{2}BC = 2.$$

$$\because \text{在 } \triangle ABH \text{ 中, } \angle BHA = 90^\circ, AB = 6,$$

$$\therefore \sin \angle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

$$\because DE \text{ 是 } AB \text{ 的垂直平分线,}$$

$$\therefore \angle BED = 90^\circ, BE = 3,$$

$$\therefore \angle BED = \angle BHA,$$

$$\text{又} \because \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \angle BAH = \angle D,$$

$$\therefore \sin \angle D = \sin \angle BAH = \frac{1}{3},$$

即 $\angle D$ 的正弦值为 $\frac{1}{3}$;

(2) 过点 C 作 $CM \perp DE$ 于点 M .

$$\because \text{在} \triangle BED \text{ 中, } \angle BED = 90^\circ, \sin \angle D = \frac{1}{3}, BE = 3,$$

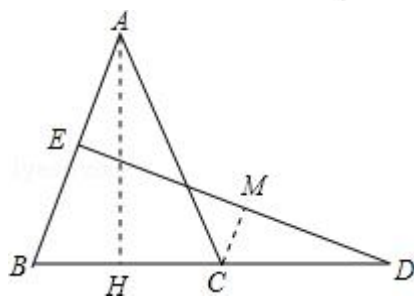
$$\therefore BD = \frac{BE}{\sin \angle D} = 9,$$

$$\therefore CD = BD - BC = 9 - 4 = 5.$$

$$\because \text{在} \triangle MCD \text{ 中, } \angle CMD = 90^\circ, \sin \angle D = \frac{CM}{CD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore CM = \frac{1}{3}CD = \frac{5}{3},$$

即点 C 到 DE 的距离为 $\frac{5}{3}$.



【点评】 本题考查了解直角三角形，等腰三角形的性质，线段垂直平分线的性质，锐角三角函数的定义，准确作出辅助线是解题的关键.

22. (10 分) 某学校组织为贫困地区儿童捐资助学的活动，其中七年级捐款总数为 1000 元，八年级捐款总数比七年级多了 20%. 已知八年级学生人数比七年级学生人数少 25 名，而八年级的人均捐款数比七年级的人均捐款数多 4 元. 求七年级学生人均捐款数.

【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 设七年级人均捐款数为 x 元，则八年级人均捐款数为 $(x+4)$ 元，由八年级学生人数比七年级学生人数少 25 名建立方程求出其解即可.

【解答】 解：设七年级人均捐款数为 x 元，则八年级人均捐款数为 $(x+4)$ 元，
根据题意，得

$$\frac{1000}{x} - 25 = \frac{1000(1+20\%)}{x+4}.$$

整理，得 $x^2 + 12x - 160 = 0$.

解得 $x_1 = 8$, $x_2 = -20$.

经检验： $x_1 = 8$, $x_2 = -20$ 是原方程的解， $x_2 = -20$ 不合题意，舍去.

$\therefore x = 8$.

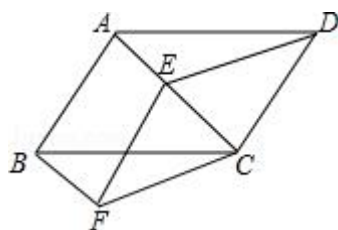
答：七年级人均捐款数为 8 元.

【点评】 本题考查了列分式方程解实际问题的运用，分式方程的解法的运用，解答时由八年级学生人数比七年级学生人数少 25 名建立方程是关键.

23. (12 分) 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，点 E 是对角线 AC 上一点， $\angle DEC = \angle ABC$ ，且 $CD^2 = CE \cdot CA$.

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

(2) 分别过点 E 、 B 作 AB 和 AC 的平行线交于点 F ，联结 CF ，若 $\angle FCE = \angle DCE$ ，求证：四边形 $EFCD$ 是菱形.



【考点】 L6：平行四边形的判定；L9：菱形的判定；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】 14：证明题.

【分析】 (1) 将乘积式整理成 $\frac{CE}{CD} = \frac{CD}{CA}$, 根据两边对应成比例, 夹角相等, 两三角

形相似求出 $\triangle ECD$ 和 $\triangle DCA$ 相似, 再根据相似三角形对应角相等求出 $\angle ADC = \angle DEC$, 从而得到 $\angle ABC = \angle ADC$, 再利用等角的补角相等求出 $\angle BAD = \angle BCD$, 然后根据两组对角相等的四边形是平行四边形证明即可;

(2) 根据平行四边形的定义求出四边形 $ABFE$ 是平行四边形, 根据平行四边形对边平行且相等可得 $AB \parallel EF$, $AB = EF$, 再求出 $CD \parallel EF$, $CD = EF$, 然后利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形求出四边形 $EFCD$ 是平行四边形, 根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle FEC = \angle ECD$, 从而求出 $\angle FEC = \angle FCE$, 根据等边对等角可得 $EF = FC$, 再根据邻边相等的平行四边形是菱形求出平行四边形 $EFCD$ 是菱形.

【解答】 (1) 证明: $\because CD^2 = CE \cdot CA$,

$$\therefore \frac{CE}{CD} = \frac{CD}{CA},$$

$$\therefore \angle ECD = \angle DCA,$$

$$\therefore \triangle ECD \sim \triangle DCA,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle DEC,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ, \quad \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BCD,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是平行四边形};$$

(2) 证明: $\because EF \parallel AB, BF \parallel AE,$

$\therefore$ 四边形 ABFE 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel EF, AB=EF,$

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD, AB=CD,$

$\therefore CD \parallel EF, CD=EF,$

$\therefore$ 四边形 EFCD 是平行四边形,

$\therefore CD \parallel EF,$

$\therefore \angle FEC = \angle ECD,$

又 $\because \angle DCE = \angle FCE,$

$\therefore \angle FEC = \angle FCE,$

$\therefore EF=FC,$

$\therefore$ 平行四边形 EFCD 是菱形.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 平行四边形的判定与性质, 菱形的判定, 等边对等角的性质, (1) 难点在于把乘积式转化为比例式并确定出相似三角形, (2) 关键在于求出平行四边形.

24. (12 分) 已知: 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+x$ 的对称轴为直线 $x=2$, 顶点为 A

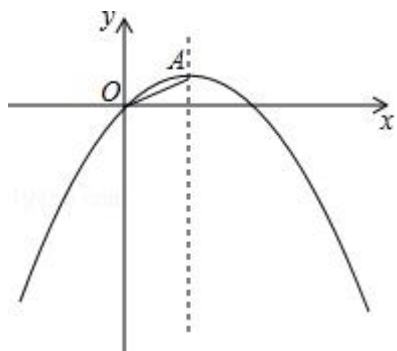
(1) 求抛物线的表达式及顶点 A 的坐标;

(2) 点 P 为抛物线对称轴上一点, 联结 OA、OP.

①当 $OA \perp OP$ 时, 求 OP 的长;

②过点 P 作 OP 的垂线交对称轴右侧的抛物线于点 B, 联结 OB, 当 $\angle OAP = \angle$

OBP 时，求点 B 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 根据抛物线对称轴列方程求出 a ，即可得到抛物线解析式，再根据抛物线解析式写出顶点坐标即可；

(2) 设对称轴与 x 轴的交点为 E ，①求出 $\angle OAE = \angle EOP$ ，然后根据锐角的正切值相等列出等式，再求解得到 PE ，然后利用勾股定理列式计算即可得解；

②过点 B 作 AP 的垂线，垂足为 F ，根据抛物线解析式设出点 B 的坐标，然后表示出 BF 、 EF ，在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle POB$ 中，利用相等的锐角的正切值相等列出式求出 $\frac{AE}{OE} = \frac{BP}{OP} = \frac{1}{2}$ ，再求出 $\triangle BPF$ 与 $\triangle POE$ 相似，然后根据相似三角形对应边成比例列出比例式求解得到 a 的值，从而得解.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + x$ 的对称轴为直线 $x = 2$,

$$\therefore -\frac{1}{2a} = 2,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为: } y = -\frac{1}{4}x^2 + x,$$

$$\therefore \text{顶点 } A \text{ 的坐标为 } (2, 1);$$

(2) 设对称轴与 x 轴的交点为 E .

①如图，在直角三角形 AOE 和直角三角形 POE 中， $\tan \angle OAE = \frac{OE}{AE}$ ， $\tan \angle$

$$\angle EOP = \frac{PE}{OE},$$

$$\therefore OA \perp OP,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle EOP,$$

$$\therefore \frac{OE}{AE} = \frac{PE}{OE},$$

$$\therefore AE = 1, OE = 2,$$

$$\therefore \frac{2}{1} = \frac{PE}{2},$$

解得 $PE = 4$,

$$\therefore OP = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5};$$

②如图，过点 B 作 AP 的垂线，垂足为 F，

设点 B $(a, -\frac{1}{4}a^2 + a)$ ，则 $BF = a - 2$ ， $EF = -(-\frac{1}{4}a^2 + a) = \frac{1}{4}a^2 - a$ ，

在 $Rt\triangle AOE$ 和 $Rt\triangle POB$ 中， $\cot \angle OAE = \frac{AE}{OE}$ ， $\cot \angle OBP = \frac{BP}{OP}$ ，

$$\therefore \angle OAE = \angle OBP,$$

$$\therefore \frac{AE}{OE} = \frac{BP}{OP} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle BFP = \angle PEO, \angle BPF = \angle POE,$$

$$\therefore \triangle BPF \sim \triangle POE,$$

$$\therefore \frac{BF}{PE} = \frac{BP}{OP} = \frac{PF}{OE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OE = 2,$$

$$\therefore PF = 1,$$

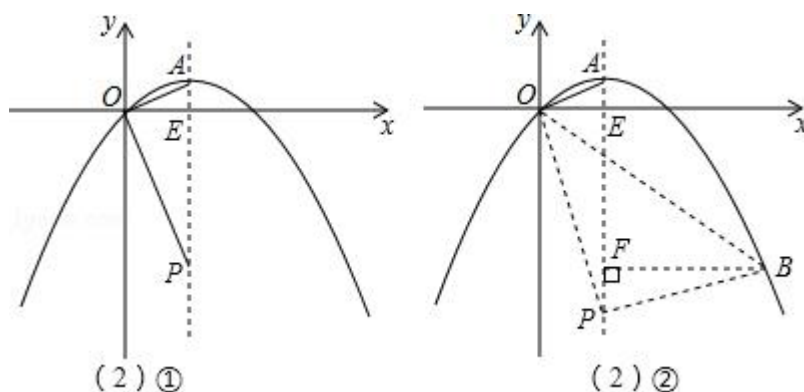
$$\therefore PE = \frac{1}{4}a^2 - a + 1,$$

$$\therefore \frac{a-2}{\frac{1}{4}a^2 - a + 1} = \frac{1}{2},$$

整理得, $a^2 - 12a + 20 = 0$,

解得 $a_1 = 10$, $a_2 = 2$ (不合题意, 舍去),

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(10, -15)$.



【点评】 本题是二次函数综合题型, 主要利用了二次函数的对称轴公式, 二次函数图象上点的坐标特征, 锐角三角函数的定义, 相似三角形的判定与性质, 一元二次方程的解法, 难点在于 (2) ② 作辅助线构造出相似三角形并最终列出关于点 B 的横坐标的比例式.

25. (14 分) 已知: 如图, 线段 $AB = 8$, 以 A 为圆心, 5 为半径作圆 A, 点 C 在

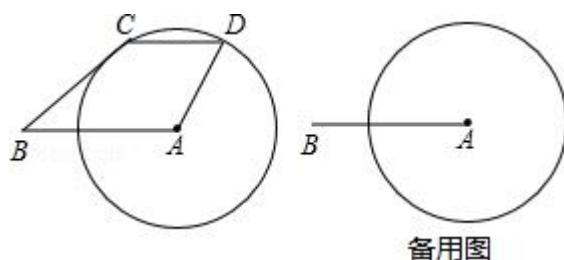
$\odot A$ 上, 过点 C 作 $CD \parallel AB$ 交 $\odot A$ 于点 D (点 D 在 C 右侧), 联结 BC、AD.

(1) 若 $CD = 6$, 求四边形 ABCD 的面积;

(2) 设 $CD = x$, $BC = y$, 求 y 与 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围;

(3) 设 BC 的中点为 M, AD 的中点为 N, 线段 MN 交 $\odot A$ 于点 E, 联结 CE,

当 CD 取何值时, $CE \parallel AD$.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 作 $AH \perp CD$ 于 H , 如图, 根据垂径定理得 $CH=DH=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2} \times 6=3$,

再利用勾股定理计算出 $AH=4$, 然后根据梯形的面积公式求解;

(2) 作 $CP \perp AB$ 于 P , 如图 1, 根据垂径定理得 $CH=DH=\frac{1}{2}x$, 易得 $AP=CH=\frac{1}{2}x$,

则 $BP=AB-AP=8-\frac{1}{2}x$, 在 $Rt\triangle PAC$ 中利用勾股定理得到 $CP^2=25-\frac{1}{4}x^2$,

在 $Rt\triangle BPC$ 中根据勾股定理得到 $y^2=(8-\frac{1}{2}x)^2+25-\frac{1}{4}x^2=89-8x$, 然后利

用算术平方根定义即可得到 y 与 x 的关系;

(3) 设 AH 交 MN 于点 F , 连结 AE , 如图 2, 易得 MN 为梯形 $ABCD$ 的中位线,

则 $MN \parallel CD$, 当 $CE \parallel AD$, 则可判断四边形 $CEND$ 为平行四边形, 得到

$DC=NE=x$, 再证明 FN 为 $\triangle AHD$ 的中位线得到 $FN=\frac{1}{2}DH=\frac{1}{4}x$, 所以 $EF=\frac{3}{4}x$,

根据勾股定理得到 $AF^2=AE^2-EF^2$, $AF^2=AN^2-NF^2$, 则 $AE^2-EF^2=AN^2-NF^2$,

即 $5^2-(\frac{3}{4}x)^2=(\frac{5}{2})^2-(\frac{1}{4}x)^2$, 然后解方程即可.

【解答】 解: (1) 作 $AH \perp CD$ 于 H , 如图, 则 $CH=DH=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2} \times 6=3$,

在 $Rt\triangle AHD$ 中, $\therefore AD=5$, $DH=3$,

$$\therefore AH=\sqrt{AD^2-DH^2}=4,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的面积}=\frac{1}{2}(CD+AB) \cdot AH=\frac{1}{2} \times (6+8) \times 4=28;$$

(2) 作 $CP \perp AB$ 于 P , 如图 1,

$$\therefore AH \perp CD, CD=x$$

$$\therefore CH=DH=\frac{1}{2}x,$$

$$\therefore AP=CH=\frac{1}{2}x,$$

$$\therefore BP=AB-AP=8-\frac{1}{2}x,$$

在 $Rt\triangle PAC$ 中, $\therefore AC^2=AP^2+CP^2$,

$$\therefore CP^2=25-\frac{1}{4}x^2,$$

在 $\text{Rt}\triangle BPC$ 中, $\therefore BC^2=BP^2+CP^2$,

$$\therefore y^2 = \left(8 - \frac{1}{2}x\right)^2 + 25 - \frac{1}{4}x^2 = 89 - 8x,$$

$$\therefore y = \sqrt{89-8x} \quad (0 < x < 10);$$

(3) 设 AH 交 MN 于点 F , 连结 AE , 如图 2,

$\therefore CD \parallel AB$, $CD \neq AB$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为梯形,

$\therefore BC$ 的中点为 M , AD 的中点为 N ,

$\therefore MN$ 为梯形 $ABCD$ 的中位线,

$\therefore MN \parallel CD$,

$\therefore CE \parallel AD$,

$\therefore$ 四边形 $CEND$ 为平行四边形,

$\therefore DC=NE=x$,

$\therefore FN \parallel CD$, N 点为 AD 的中点,

$\therefore FN$ 为 $\triangle AHD$ 的中位线,

$$\therefore FN = \frac{1}{2}DH = \frac{1}{4}x,$$

$$\therefore EF = x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x,$$

在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中, $AF^2 = AE^2 - EF^2$,

在 $\text{Rt}\triangle AFN$ 中, $AF^2 = AN^2 - NF^2$,

$$\therefore AE^2 - EF^2 = AN^2 - NF^2, \text{ 即 } 5^2 - \left(\frac{3}{4}x\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}x\right)^2, \text{ 解得 } x = \frac{5\sqrt{6}}{2}.$$

即当 CD 为 $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ 时, $CE \parallel AD$.

