

2015 年上海市闸北区中考数学二模试卷

一、选择题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1. (4 分) -8 的立方根是 ()

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. $\sqrt{2}$

2. (4 分) 下列属于最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{a^2+b^2}$ B. $\sqrt{\frac{1}{b}}$ C. $\sqrt{0.1}$ D. $\sqrt{18}$

3. (4 分) 下列方程中, 有实数根的是 ()

- A. $\sqrt{x} = -2$ B. $x^2+1=0$ C. $\frac{1}{1+x}=1$ D. $x^2+x+1=0$

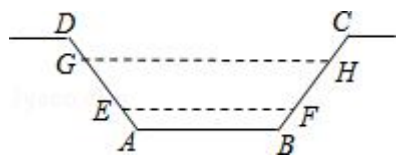
4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, DE 与边 AB 相交于点 D , 与边 AC 相交于点 E . 如果 DE 过重心 G 点, 且 $DE=4$, 那么 BC 的长是 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

5. (4 分) 饭店为某公司提供“白领午餐”, 有 12 元、15 元、18 元三种价格的套餐可供选择, 每人限购一份. 本周销售套餐共计 500 份, 其中 12 元的占总份数的 20%, 15 元的卖出 180 份, 其余均为 18 元的, 那么所购买的盒饭费用的中位数和众数分别是 ()

- A. 15 元和 18 元 B. 15 元和 15 元 C. 18 元和 15 元 D. 18 元和 18 元

6. (4 分) 如图, 某水渠的横断面是等腰梯形, 已知其斜坡 AD 和 BC 的坡度为 1: 0.6, 现测得放水前的水面宽 EF 为 1.2 米, 当水闸放水后, 水渠内水面宽 GH 为 2.1 米. 求放水后水面上升的高度是 ()



- A. 0.55 B. 0.8 C. 0.6 D. 0.75

二、填空题 (共 12 小题, 每小题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $2^{-2} =$ _____.

8. (4 分) 用科学记数法表示: $3402000 =$ _____.

9. (4 分) 化简分式: $\frac{x-2}{x^2+x-6} =$ _____.

10. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 \\ x-3 \geq 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

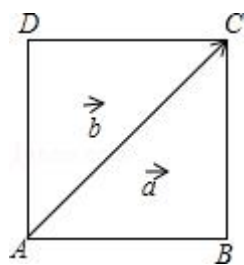
11. (4 分) 方程 $x + \sqrt{x} = 0$ 的解是_____.

12. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象过点 $(-1, -3)$, 在每个象限内, 自变量 x 的值逐渐增大时, y 的值随着逐渐_____. (填“减小”或“增大”)

13. (4 分) 文件夹里放了大小相同的试卷共 12 张, 其中语文 4 张、数学 2 张、英语 6 张, 随机从中抽出 1 张, 抽出的试卷恰好是数学试卷的概率为_____.

14. (4 分) 某品牌汽车经过两次连续的调价, 先降价 10%, 后又提价 10%, 原价 10 万元的汽车, 现售价_____万元.

15. (4 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 如果 $AC = 3\sqrt{2}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____.



16. (4 分) 某公园正在举行郁金香花展, 现从红、黄两种郁金香中, 各抽出 6 株, 测得它们离地面的高度分别如下 (单位 cm):

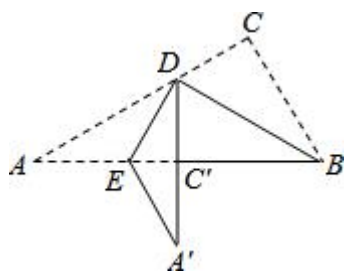
红: 54、44、37、36、35、34;

黄: 48、35、38、36、43、40;

已知它们的平均高度均是 40cm, 请判断哪种颜色的郁金香样本长得整齐? _____. (填“红”或“黄”)

17. (4分) 已知 $\odot O$ 的直径是10, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接等腰三角形, 且底边 $BC=6$, 求 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

18. (4分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿 BD 折叠, 点 C 恰巧落在边 AB 上的 C' 处, 折痕为 BD , 再将其沿 DE 折叠, 使点 A 落在 DC' 的延长线上的 A' 处. 若 $\triangle BED$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 则相似比 $\frac{BD}{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题 (共7小题, 满分78分)

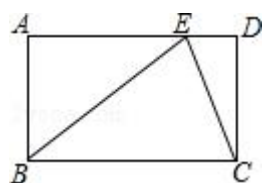
19. (10分) 计算: $\frac{1}{2+\tan 60^\circ} - |\cos 45^\circ - 1| + (-2015)^0 + 3\frac{1}{2}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 \text{ ①} \\ x^2 + 2xy + y^2 = 4 \text{ ②} \end{cases}$$

21. (10分) 已知: 如图, 点 E 是矩形 $ABCD$ 的边 AD 上一点, $BE=AD$, $AE=8$, 现有甲乙两人同时从 E 点出发, 分别沿 EC , ED 方向前进, 甲的速度是乙的 $\sqrt{10}$ 倍, 甲到达目的地 C 点的同时乙恰好到达终点 D 处.

(1) 求 $\tan \angle ECD$ 的值;

(2) 求线段 AB 及 BC 的长度.



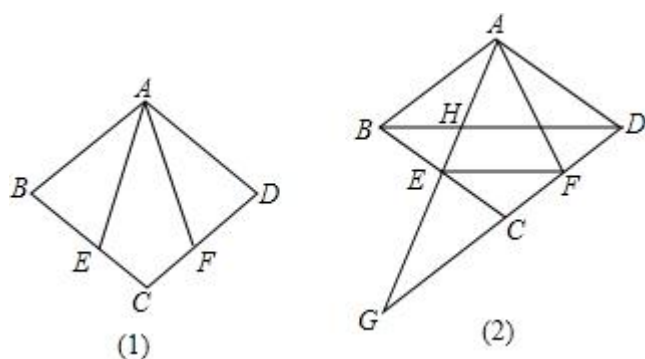
22. (10分) 某公司的物流业务原来由A运输队承接, 已知其收费标准 y (元) 与运输所跑路程 x (公里) 之间是某种函数关系. 其中部分数据如表所示:

x (公里)	80	120	180	200	...
y (元)	200	300	450	500	...

- (1) 写出 y (元) 关于 x (公里) 的函数解析式_____；(不需写出定义域)
- (2) 由于行业竞争激烈，现 B 运输队表示：若公司每次支付 200 元的汽车租赁费，则可按每公里 0.9 元收费. 请写出 B 运输队每次收费 y (元) 关于所跑路程 x (公里) 的函数解析式_____；(不需写出定义域)
- (3) 如果该公司有一笔路程 500 公里的运输业务，请通过计算说明应该选择哪家运输队？

23. (12 分) 已知：如图 (1)，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 BC 、 CD 上，且 $AE=AF$ ， $\angle AEC=\angle AFC$.

- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；
- (2) 如图 (2)，若 $AD=AF$ ，延长 AE 、 DC 交于点 G ，求证： $AF^2=AG \cdot DF$ ；
- (3) 在第 (2) 小题的条件下，连接 BD ，交 AG 于点 H ，若 $HE=4$ ， $EG=12$ ，求 AH 的长.

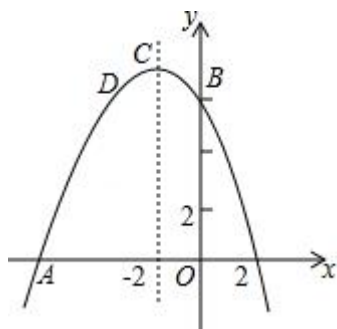


24. (12 分) 已知如图，二次函数图象经过点 $A(-6, 0)$ ， $B(0, 6)$ ，对称轴为直线 $x=-2$ ，顶点为点 C ，点 B 关于直线 $x=-2$ 的对称点为点 D .

- (1) 求二次函数的解析式以及点 C 和点 D 的坐标；
- (2) 联结 AB 、 BC 、 CD 、 DA ，点 E 在线段 AB 上，联结 DE ，若 DE 平分四边

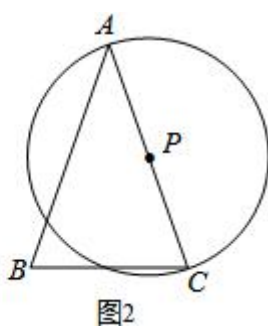
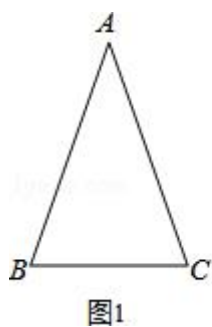
形 $ABCD$ 的面积，求线段 AE 的长；

- (3) 在二次函数的图象上是否存在点 P ，能够使 $\angle PCA = \angle BAC$ ？如果存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。



25. (14 分) 已知：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB=AC=6$ ， $BC=4$ ，以点 B 为圆心所作的 $\odot B$ 与线段 AB 、 BC 都有交点，设 $\odot B$ 的半径为 x 。

- (1) 若 $\odot B$ 与 AB 的交点为 D ，直线 CD 与 $\odot B$ 相切，求 x 的值；
- (2) 如图 2，以 AC 为直径作 $\odot P$ ，那么 $\odot B$ 与 $\odot P$ 存在哪些位置关系？并求出相应 x 的取值范围；
- (3) 若以 AC 为直径的 $\odot P$ 与 $\odot B$ 的交点 E 在线段 BC 上 (点 E 不与 C 点重合)，求两圆公共弦 EF 的长。



2015 年上海市闸北区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) -8 的立方根是 ()

A. 2

B. -2

C. ± 2

D. $\sqrt{2}$

【考点】24: 立方根.

【分析】利用立方根的定义即可求解.

【解答】解: $\because (-2)^3 = -8$,

$\therefore -8$ 的立方根是 -2 .

故选: B.

【点评】本题主要考查了平方根和立方根的概念. 如果一个数 x 的立方等于 a , 即 x 的三次方等于 a ($x^3=a$), 那么这个数 x 就叫做 a 的立方根, 也叫做三次方根. 读作“三次根号 a ”其中, a 叫做被开方数, 3 叫做根指数.

2. (4 分) 下列属于最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{a^2+b^2}$

B. $\sqrt{\frac{1}{b}}$

C. $\sqrt{0.1}$

D. $\sqrt{18}$

【考点】74: 最简二次根式.

【分析】判断一个二次根式是否为最简二次根式主要方法是根据最简二次根式的定义进行, 或直观地观察被开方数的每一个因数 (或因式) 的指数都小于根指数 2, 且被开方数中不含有分母, 被开方数是多项式时要先因式分解后再观察.

【解答】解: A、 $\sqrt{a^2+b^2}$, 无法化简, 故是最简二次根式, 故本选项正确;

B、 $\sqrt{\frac{1}{b}}$, 被开方数中含有分母; 故本选项错误;

C、 $\sqrt{0.1}=\sqrt{\frac{1}{10}}$ ，被开方数中含有分母，故本选项错误；

D、 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ 所以本二次根式的被开方数中含有没开的尽方的数；故本选项错误；

故选：A.

【点评】本题考查了最简二次根式的定义. 在判断最简二次根式的过程中要注意：

(1) 在二次根式的被开方数中，只要含有分数或小数，就不是最简二次根式；

(2) 在二次根式的被开方数中的每一个因式（或因数），如果幂的指数大于或等于 2，也不是最简二次根式.

3. (4 分) 下列方程中，有实数根的是 ()

A. $\sqrt{x} = -2$

B. $x^2+1=0$

C. $\frac{1}{1+x}=1$

D. $x^2+x+1=0$

【考点】AA：根的判别式；AG：无理方程；B2：分式方程的解.

【专题】11：计算题.

【分析】根据二次根式的性质可对 A 进行判断；根据判别式的意义对 B、D 进行判断；通过解分式方程对 C 进行判断.

【解答】解：A、方程 $\sqrt{x} = -2$ 没有实数解，所以 A 选项错误；

B、 $\Delta=0-4<0$ ，方程没有实数解，所以 B 选项错误；

C、去分母得 $1=x+1$ ，解得 $x=0$ ，经检验 $x=0$ 是原方程的解，所以 C 选项正确；

D、 $\Delta=1-4<0$ ，方程没有实数解，所以 D 选项错误.

故选：C.

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；当 $\Delta<0$ 时，方程无实数根. 也考查了分式方程和无理方程.

4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，DE 与边 AB 相交于点 D，与边 AC 相交于

点 E. 如果 DE 过重心 G 点, 且 $DE=4$, 那么 BC 的长是 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【考点】K5: 三角形的重心.

【专题】11: 计算题.

【分析】如图, 连结 AG 并延长交 BC 于 F, 根据三角形重心性质得 $\frac{AG}{GF}=2$, 再证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 根据相似三角形的性质得 $\frac{DE}{BC} = \frac{AG}{AF}$, 然后利用比例的性质计算 BC 的长.

【解答】解: 如图, 连结 AG 并延长交 BC 于 F, 如图,

$\therefore$ 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore \frac{AG}{GF}=2,$$

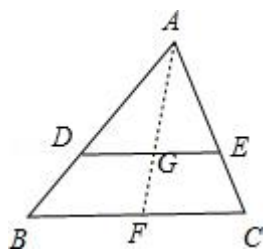
$\therefore DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AG}{AF}, \text{ 即 } \frac{4}{BC} = \frac{2}{2+1},$$

$$\therefore BC=6.$$

故选: B.



【点评】本题考查了三角形的重心: 三角形的重心是三角形三边中线的交点; 重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2: 1. 也考查了相似三角形的判定与性质.

5. (4 分) 饭店为某公司提供“白领午餐”, 有 12 元、15 元、18 元三种价格的套餐可供选择, 每人限购一份. 本周销售套餐共计 500 份, 其中 12 元的占总份

数的 20%，15 元的卖出 180 份，其余均为 18 元的，那么所购买的盒饭费用的中位数和众数分别是（ ）

A. 15 元和 18 元 B. 15 元和 15 元 C. 18 元和 15 元 D. 18 元和 18 元

【考点】W4：中位数；W5：众数.

【分析】根据题意先计算出本周销售套餐 12 元和 18 元的份数，再根据中位数和众数的定义即可得出答案.

【解答】解：12 元的份数有 $500 \times 20\% = 100$ （份），

18 元的份数有 $500 - 100 - 180 = 220$ （份），

$\therefore$ 本周销售套餐共计 500 份，

$\therefore$ 所购买的盒饭费用的中位数是第 250 和 251 个数的平均数，

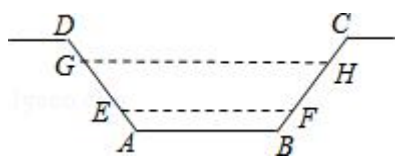
$\therefore$ 中位数是 15 元；

18 元出现的次数最多，则众数是 18 元；

故选：A.

【点评】此题考查了众数与中位数，众数是一组数据中出现次数最多的数；中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错.

6. （4 分）如图，某水渠的横断面是等腰梯形，已知其斜坡 AD 和 BC 的坡度为 1：0.6，现测得放水前的水面宽 EF 为 1.2 米，当水闸放水后，水渠内水面宽 GH 为 2.1 米. 求放水后水面上升的高度是（ ）



A. 0.55

B. 0.8

C. 0.6

D. 0.75

【考点】T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 先过点 E 作 $EM \perp GH$ 于点 M，根据水渠的横断面是等腰梯形，求出 GM，再根据斜坡 AD 的坡度为 1: 0.6，得出 EM: GM=1: 0.6，最后代入计算即可.

【解答】 解：如图；过点 E 作 $EM \perp GH$ 于点 M，

$\because$ 水渠的横断面是等腰梯形，

$$\therefore GM = \frac{1}{2} \times (GH - EF) = \frac{1}{2} \times (2.1 - 1.2) = 0.45,$$

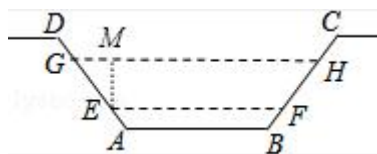
$\because$ 斜坡 AD 的坡度为 1: 0.6，

$$\therefore EM: GM = 1: 0.6,$$

$$\therefore EM: 0.45 = 1: 0.6,$$

$$\therefore EM = 0.75,$$

故选：D.



【点评】 此题考查了解直角三角形的应用，用到的知识点是坡度、等腰三角形的性质，关键是根据题意画出图形，作出辅助线，构造直角三角形.

二、填空题（共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算： $2^{-2} = \frac{1}{4}$.

【考点】 6F：负整数指数幂.

【专题】 11：计算题.

【分析】 根据负整数指数幂的定义求解： $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数)

【解答】 解： $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$,

故答案为 $\frac{1}{4}$.

【点评】 本题考查了负整数指数幂的定义，解题时牢记定义是关键，此题比较简

单，易于掌握.

8. (4分) 用科学记数法表示: $3402000 = 3.402 \times 10^6$.

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】确定 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$, n 为整数) 中 n 的值是易错点, 由于 3402000

有 7 位, 所以可以确定 $n = 7 - 1 = 6$.

【解答】解: $3402000 = 3.402 \times 10^6$.

故答案为: 3.402×10^6 .

【点评】此题考查科学记数法, 用科学记数法表示一个数的方法是

(1) 确定 a : a 是只有一位整数的数;

(2) 确定 n : 当原数的绝对值 ≥ 10 时, n 为正整数, n 等于原数的整数位数减 1;

当原数的绝对值 < 1 时, n 为负整数, n 的绝对值等于原数中左起第一个非零数前零的个数 (含整数位数上的零).

9. (4分) 化简分式: $\frac{x-2}{x^2+x-6} = \frac{1}{x+3}$.

【考点】66: 约分.

【专题】11: 计算题.

【分析】先把分母因式分解, 然后进行约分即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{x-2}{(x-2)(x+3)}$
 $= \frac{1}{x+3}$.

故答案为 $\frac{1}{x+3}$.

【点评】本题考查了约分: 约去分式的分子与分母的公因式, 不改变分式的值, 这样的分式变形叫做分式的约分.

10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 \\ x-3 \geq 0 \end{cases}$ 的解集是 $x \geq 3$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】根据不等式的性质求出不等式①和②的解集, 根据找不等式组的解集的

规律找出不等式组的解集即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} -2x < 4 \text{ ①} \\ x-3 \geq 0 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得: $x > -2$,

由②得: $x \geq 3$,

$\therefore$ 不等式组的解集是 $x \geq 3$.

故答案为 $x \geq 3$.

【点评】 本题主要考查对不等式的性质, 解一元一次不等式, 解一元一次不等式组等知识点的理解和掌握, 能根据不等式的解集找出不等式组的解集是解此题的关键.

11. (4 分) 方程 $x + \sqrt{x} = 0$ 的解是 0.

【考点】 AG: 无理方程.

【分析】 本题含根号, 计算比较不便, 因此可先对方程两边平方, 得到 $x = x^2$, 再对方程进行因式分解即可解出本题.

【解答】 解: 原方程变形为: $x = x^2$ 即 $x^2 - x = 0$

$$\therefore (x - 1) x = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 或 } x = 1$$

$\therefore x = 1$ 时不满足题意.

$$\therefore x = 0.$$

故答案为: 0.

【点评】 本题考查了一元二次方程的解法. 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法, 配方法, 公式法, 因式分解法, 要根据方程的提点灵活选用合适的方法. 本题运用的是因式分解法和平方法.

12. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象过点 $(-1, -3)$, 在每个象限

内, 自变量 x 的值逐渐增大时, y 的值随着逐渐 减小. (填“减小”或“增大”)

【考点】 G4: 反比例函数的性质.

【分析】 首先利用待定系数法确定反比例函数的比例系数, 然后根据其符号确定其增减性即可.

【解答】 解: 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$),

$\therefore$ 反比例函数图象过点 $(-1, -3)$,

$\therefore$ 把 $(-1, -3)$ 代入得 $3 = k > 0$,

根据反比例函数图象的性质可知它在每个象限内 y 随 x 的增大而减小,

故答案为: 减小;

【点评】 考查了反比例函数的性质, 解答此题的关键是要熟知反比例函数图象的性质及用待定系数法求反比例函数的解析式.

反比例函数图象的性质:

(1) 当 $k > 0$ 时, 反比例函数的图象位于一、三象限;

(2) 当 $k < 0$ 时, 反比例函数的图象位于二、四象限.

13. (4 分) 文件夹里放了大小相同的试卷共 12 张, 其中语文 4 张、数学 2 张、英语 6 张, 随机从中抽出 1 张, 抽出的试卷恰好是数学试卷的概率为 $\frac{1}{6}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 由文件夹里放了大小相同的试卷共 12 张, 其中语文 4 张、数学 2 张、英语 6 张, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解: $\therefore$ 文件夹里放了大小相同的试卷共 12 张, 其中语文 4 张、数学 2 张、英语 6 张,

$\therefore$ 随机从中抽出 1 张, 抽出的试卷恰好是数学试卷的概率为: $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

故答案为: $\frac{1}{6}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (4 分) 某品牌汽车经过两次连续的调价, 先降价 10%, 后又提价 10%,
 原价 10 万元的汽车, 现售价 9.9 万元.

【考点】1G: 有理数的混合运算.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据题意列出算式, 计算即可得到结果.

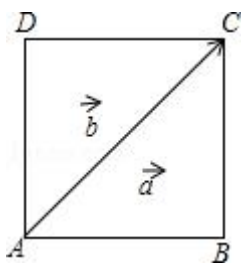
【解答】解: 根据题意得: $10 \times (1 - 10\%) \times (1 + 10\%) = 9.9$ (万元),

则现售价为 9.9 万元.

故答案为: 9.9.

【点评】此题考查了有理数的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

15. (4 分) 如图, 在正方形 ABCD 中, 如果 $AC = 3\sqrt{2}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ 3.



【考点】LM: *平面向量.

【分析】首先由在正方形 ABCD 中, 如果 $AC = 3\sqrt{2}$, 可求得 BC 的长, 又由 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 可得 $|\vec{a} - \vec{b}| = |\overrightarrow{BC}| = BC$.

【解答】解: $\because$ 在正方形 ABCD 中, $AC = 3\sqrt{2}$,

$$\therefore AB = BC = 3,$$

$$\because \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b},$$

$$\therefore \vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC},$$

$$\therefore |\vec{a} - \vec{b}| = |\overrightarrow{BC}| = BC = 3.$$

故答案为：3.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握三角形法则的应用.

16. (4 分) 某公园正在举行郁金香花展, 现从红、黄两种郁金香中, 各抽出 6 株, 测得它们离地面的高度分别如下 (单位 cm):

红: 54、44、37、36、35、34; 黄: 48、35、38、36、43、40;

已知它们的平均高度均是 40cm, 请判断哪种颜色的郁金香样本长得整齐?

黄. (填“红”或“黄”)

【考点】W7: 方差.

【分析】先根据方差公式 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ 分别求出红颜色和黄颜色的方差, 然后进行比较, 即可得出答案.

【解答】解: 红颜色的郁金香的方差是: $\frac{1}{6}[(54 - 40)^2 + (44 - 40)^2 + (37 - 40)^2 + (36 - 40)^2 + (35 - 40)^2 + (34 - 40)^2] \approx 49.67$,

黄颜色的郁金香的方差是: $\frac{1}{6}[(48 - 40)^2 + (35 - 40)^2 + (38 - 40)^2 + (36 - 40)^2 + (43 - 40)^2 + (40 - 40)^2] \approx 29.67$,

$\therefore S^2_{\text{红}} > S^2_{\text{黄}}$,

$\therefore$ 黄颜色的郁金香样本长得整齐;

故答案为: 黄.

【点评】本题考查方差的定义与意义: 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立.

17. (4 分) 已知 $\odot O$ 的直径是 10, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接等腰三角形, 且底边 $BC=6$, 求 $\triangle ABC$ 的面积是 3 或 27.

【考点】KH: 等腰三角形的性质; KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【分析】从圆心在三角形内部和外部两种情况讨论，根据垂径定理和三角形的性质求出答案.

【解答】解：当圆心在三角形内部时，

$$OB=5, BD=3,$$

根据勾股定理， $OD=4$ ，则 $AD=9$ ，

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27,$$

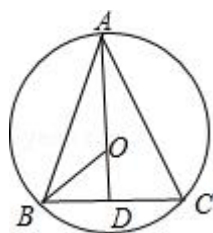
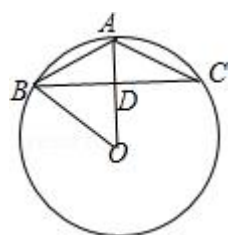
当圆心在三角形外部时，

$$OB=5, BD=3,$$

根据勾股定理， $OD=4$ ，则 $AD=1$ ，

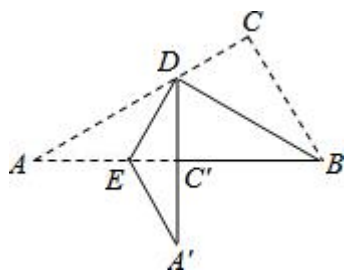
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 1 = 3,$$

故答案为：3 或 27.



【点评】本题考查的是垂径定理、等腰三角形的性质和勾股定理，正确运用定理和性质是解题的关键，注意分情况讨论思想的运用.

18. (4 分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 BD 折叠，点 C 恰巧落在边 AB 上的 C' 处，折痕为 BD ，再将其沿 DE 折叠，使点 A 落在 DC' 的延长线上的 A' 处. 若 $\triangle BED$ 与 $\triangle ABC$ 相似，则相似比 $\frac{BD}{AC} = \frac{2}{3}$.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题); S7: 相似三角形的性质.

【分析】 根据 $\triangle BED$ 与 $\triangle ABC$ 相似和 $\triangle ABC$ 沿 BD 折叠, 点 C 恰巧落在边 AB 上的 C' 处, 求出 $\angle A = \angle DBA = \angle DBC = 30^\circ$, 利用三角函数求出 BD 、 AC 的长, 得到答案.

【解答】 解: $\triangle BED$ 与 $\triangle ABC$ 相似,

$$\therefore \angle DBA = \angle A, \text{ 又 } \angle DBA = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle A = \angle DBA = \angle DBC = 30^\circ,$$

设 BC 为 x ,

$$\text{则 } AC = \sqrt{3}x, \quad BD = \frac{2\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\frac{BD}{AC} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{2}{3}.$$

【点评】 本题考查的是相似三角形的性质和翻折变换的知识, 掌握相似三角形的对应角相等和锐角三角函数的应用是解题的关键.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 78 分)

$$19. (10 \text{ 分}) \text{ 计算: } \frac{1}{2+\tan 60^\circ} - |\cos 45^\circ - 1| + (-2015)^0 + 3^{\frac{1}{2}}.$$

【考点】 2F: 分数指数幂; 6E: 零指数幂; 79: 二次根式的混合运算; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据零指数幂、分数指数幂和特殊角的三角函数值得到原式 $=\frac{1}{2+\sqrt{3}} -$

$|\frac{\sqrt{2}}{2} - 1| + 1 + \sqrt{3}$, 然后分母有理化和去绝对值后合并即可.

【解答】 解: 原式 $= \frac{1}{2+\sqrt{3}} - |\frac{\sqrt{2}}{2} - 1| + 1 + \sqrt{3}$
 $= 2 - \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + 1 + \sqrt{3}$
 $= 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}.$

【点评】 本题考查了二次根式的计算: 先把各二次根式化为最简二次根式, 再进行二次根式的乘除运算, 然后合并同类二次根式. 也考查了零指数幂和分数指数幂.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 & \text{①} \\ x^2 + 2xy + y^2 = 4 & \text{②} \end{cases}.$$

【考点】 AF: 高次方程.

【分析】 把①化为 $x = \pm 2y$, 把②化为 $x + y = \pm 2$, 重新组成方程组, 解二元一次方程组即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 & \text{①} \\ x^2 + 2xy + y^2 = 4 & \text{②} \end{cases},$$

由①得, $x = \pm 2y$,

由②得, $x + y = \pm 2$,

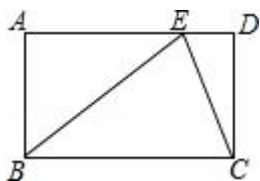
则 $\begin{cases} x=2y \\ x+y=2 \end{cases}, \begin{cases} x=-2y \\ x+y=2 \end{cases}, \begin{cases} x=-2y \\ x+y=-2 \end{cases}, \begin{cases} x=2y \\ x+y=-2 \end{cases},$
 解得, $\begin{cases} x_1=\frac{4}{3} \\ y_1=\frac{2}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_2=4 \\ y_2=-2 \end{cases}, \begin{cases} x_3=-4 \\ y_3=2 \end{cases}, \begin{cases} x_4=-\frac{4}{3} \\ y_4=-\frac{2}{3} \end{cases}.$

【点评】 本题考查的是二元二次方程组的解法, 把二元二次方程根据平方差公式和完全平方公式进行变形化为两个二元一次方程是解题的关键.

21. (10 分) 已知: 如图, 点 E 是矩形 ABCD 的边 AD 上一点, $BE=AD$, $AE=8$, 现有甲乙两人同时从 E 点出发, 分别沿 EC, ED 方向前进, 甲的速度是乙的 $\sqrt{10}$ 倍, 甲到达目的地 C 点的同时乙恰好到达终点 D 处.

(1) 求 $\tan \angle ECD$ 的值;

(2) 求线段 AB 及 BC 的长度.



【考点】KQ: 勾股定理.

【分析】(1) 设 $ED=a$, 则 $EC=\sqrt{10}a$, 在 $\text{Rt}\triangle EDC$ 中根据勾股定理用 a 表示出 DC 的长, 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 根据 $BE^2=AB^2+AE^2$ 求出 a 的值, 故可得出 ED 及 CD 的长, 由锐角三角函数的定义即可得出结论;

(2) 由 (1) 中, $DE=a$, $CD=3a$, $a=2$ 可得出 $DE=2$, $CD=6$, 再根据四边形 $ABCD$ 是矩形, $BE=AD$ 即可得出结论.

【解答】解: (1) 设 $ED=a$, 则 $EC=\sqrt{10}a$,

在 $\text{Rt}\triangle EDC$ 中,

$$\therefore DC = \sqrt{EC^2 - ED^2} = \sqrt{(\sqrt{10}a)^2 - a^2} = 3a,$$

$$\therefore BE = AE + ED = 8 + a.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中,

$$\therefore BE^2 = AB^2 + AE^2, \text{ 即 } (8+a)^2 = (3a)^2 + 8^2, \text{ 解得 } a=2,$$

$$\therefore ED=2, \quad CD=6,$$

$$\therefore \tan \angle ECD = \frac{ED}{CD} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

(2) $\therefore$ 由 (1) 知, $DE=a$, $CD=3a$, $a=2$,

$$\therefore DE=2, \quad CD=6.$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $BE=AD$, $AE=8$,

$$\therefore AB=CD=6, \quad BC=AD=AE+DE=8+2=10.$$

【点评】 本题考查的是勾股定理，熟知在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方是解答此题的关键.

22. (10 分) 某公司的物流业务原来由 A 运输队承接，已知其收费标准 y (元) 与运输所跑路程 x (公里) 之间是某种函数关系. 其中部分数据如表所示:

x (公里)	80	120	180	200	...
y (元)	200	300	450	500	...

- (1) 写出 y (元) 关于 x (公里) 的函数解析式 $y_A=2.5x$; (不需写出定义域)
- (2) 由于行业竞争激烈，现 B 运输队表示：若公司每次支付 200 元的汽车租赁费，则可按每公里 0.9 元收费. 请写出 B 运输队每次收费 y (元) 关于所跑路程 x (公里) 的函数解析式 $y_B=200+0.9x$; (不需写出定义域)
- (3) 如果该公司有一笔路程 500 公里的运输业务，请通过计算说明应该选择哪家运输队?

【考点】 FH：一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据表可知：当运输路程跑 80 公里时，收费 200 元，所以每公里收费为 2.5 元，所以 $y_A=2.5x$.

(2) 根据题意得： $y_B=200+0.9x$.

(3) 当 $x=500$ 时， $y_A=2.5 \times 500=1250$ ， $y_B=2000+0.9 \times 500=2450$ ，因为 $y_A > y_B$ ，所以选择 B 运输队.

【解答】 解：(1) 根据表可知：当运输路程跑 80 公里时，收费 200 元，

$\therefore$ 每公里收费为 2.5 元，

$\therefore y_A=2.5x$.

故答案为： $y_A=2.5x$.

(2) 根据题意得： $y_B=200+0.9x$.

故答案为: $y_B=200+0.9x$.

(3) 当 $x=500$ 时, $y_A=2.5 \times 500=1250$, $y_B=200+0.9 \times 500=650$,

$\therefore y_A > y_B$,

$\therefore$ 选择 B 运输队.

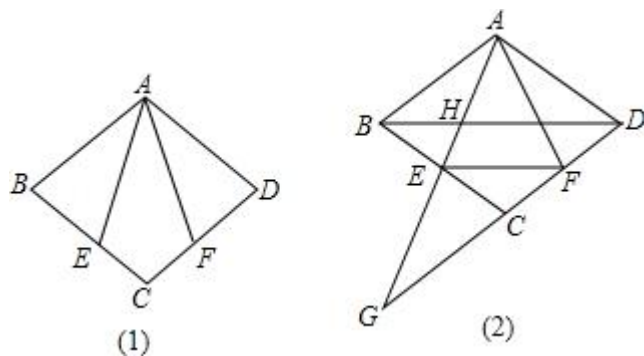
【点评】 本题考查了一次函数的应用, 解决本题的关键是读懂题意, 列出函数解析式.

23. (12 分) 已知: 如图 (1), 在平行四边形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上, 且 $AE=AF$, $\angle AEC=\angle AFC$.

(1) 求证: 四边形 ABCD 是菱形;

(2) 如图 (2), 若 $AD=AF$, 延长 AE、DC 交于点 G, 求证: $AF^2=AG \cdot DF$;

(3) 在第 (2) 小题的条件下, 连接 BD, 交 AG 于点 H, 若 $HE=4$, $EG=12$, 求 AH 的长.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 通过 AAS 证得 $\triangle AEB \cong \triangle AFD$, 则其对应边相等: $AB=AD$, 所以“邻边相等的平行四边形是菱形”;

(2) 欲证明 $AF^2=AG \cdot DF$, 需要通过相似三角形 $\triangle GAD \sim \triangle AFD$ 的对应边成比例得到 $AD=AF$, 则 $AF^2=AG \cdot DF$;

(3) 根据菱形的性质和平行线分线段成比例得到: $AH: HG=BH: HD$, $BH:$

HD=EH: AH, 故 AH: HG=EH: AH. 把相关线段的长度代入来求 AH 的长度即可.

【解答】(1) 证明: 如图 1, $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore \angle B = \angle D.$$

$$\because \angle AEC = \angle AFC, \quad \angle AEC + \angle AEB = \angle AFC + \angle AFD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AFD.$$

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle AEB = \angle AFD, \\ AE = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AFD \quad (\text{AAS})$$

$$\therefore AB = AD,$$

$\therefore$ 平行四边形 ABCD 是菱形;

(2) 由 (1) 知, $\triangle AEB \cong \triangle AFD$, 则 $\angle BAE = \angle DAF$.

如图 2, $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel DG,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle G,$$

$$\therefore \angle G = \angle DAF.$$

又 $\because \angle ADF = \angle GDA$,

$$\therefore \triangle GAD \sim \triangle AFD,$$

$$\therefore DA: DF = DG: DA,$$

$$\therefore DA^2 = DG \cdot DF.$$

$\because DG: DA = AG: FA$, 且 $AD = AF$,

$$\therefore DG=AG.$$

$$\text{又} \because AD=AF,$$

$$\therefore AF^2=AG \cdot DF;$$

(3) 如图 2, 在菱形 $ABCD$ 中, $\because AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$,

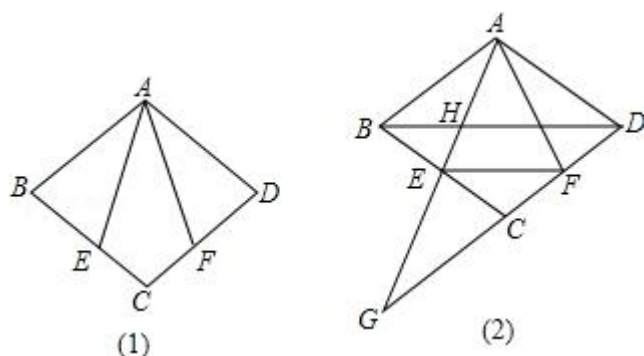
$$\therefore AH: HG=BH: HD, BH: HD=EH: AH,$$

$$\therefore AH: HG=EH: AH.$$

$$\because HE=4, EG=12,$$

$$\therefore AH: 16=4: AH,$$

$$\therefore AH=8.$$



【点评】 本题考查了相似综合题. 此题综合性比较强, 其中涉及到了菱形的性质, 平行线分线段成比例, 相似三角形的判定与性质, 解题时, 需要弄清楚相似三角形的对应边与对应角, 以防弄错.

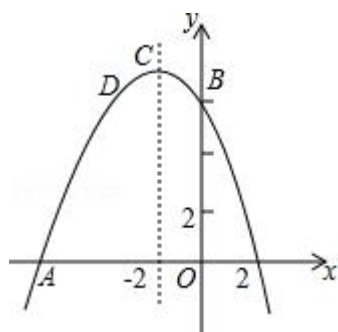
24. (12 分) 已知如图, 二次函数图象经过点 $A(-6, 0)$, $B(0, 6)$, 对称轴为直线 $x=-2$, 顶点为点 C , 点 B 关于直线 $x=-2$ 的对称点为点 D .

(1) 求二次函数的解析式以及点 C 和点 D 的坐标;

(2) 联结 AB 、 BC 、 CD 、 DA , 点 E 在线段 AB 上, 联结 DE , 若 DE 平分四边形 $ABCD$ 的面积, 求线段 AE 的长;

(3) 在二次函数的图象上是否存在点 P , 能够使 $\angle PCA=\angle BAC$? 如果存在,

请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】15：综合题；535：二次函数图象及其性质；536：二次函数的应用.

【分析】(1) 由二次函数对称轴为直线 $x=2$ ，根据 A 坐标确定出二次函数与 x 轴的另一个交点坐标，设出二次函数解析式为 $y=a(x+6)(x-2)$ ，把 C 坐标代入求出 a 的值，确定出二次函数解析式，进而确定出 C 与 D 坐标即可；

(2) 连接 AB、BC、CD、DA，点 E 在线段 AB 上，连接 DE，如图 1 所示，利用勾股定理求出 AB，BC，CD 与 BD 的长，根据直线 CD 与直线 AB 斜率相等，得到 DC 与 AB 平行，继而得到四边形 ABCD 为直角梯形，若 DE 平分四边形 ABCD 的面积，可得直角梯形面积等于三角形 ADE 面积的 2 倍，求出 AE 的长即可；

(3) 在二次函数的图象上存在点 P，能够使 $\angle PCA = \angle BAC$ ，如图 2 所示，直线 CP 与 AB 交于点 G，可得 $GA = GC$ ，根据直线 AB 解析式设出 G 坐标 $(x, x+6)$ ，利用两点间的距离公式求出 x 的值，确定出 G 坐标，利用待定系数法求出直线 CG 解析式，与二次函数解析式联立求出 P 坐标；由 (2) 得到四边形 ABCD 为直角梯形，即 DC 与 AB 平行，利用两直线平行内错角相等，得到 P 与 D 重合时，满足题意，确定出此时 P 的坐标即可.

【解答】解：(1) $\because$ 二次函数经过 A $(-6, 0)$ ，B $(0, 6)$ ，对称轴为直线 $x=2$ ，

∴二次函数图象经过 (2, 0),

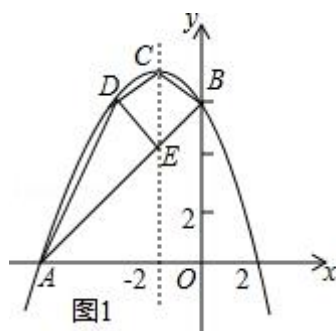
设二次函数解析式为 $y=a(x+6)(x-2)$,

把 B (0, 6) 代入得: $6=-12a$, 即 $a=-\frac{1}{2}$,

∴二次函数解析式为 $y=-\frac{1}{2}(x+6)(x-2)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8$,

则 C (-2, 8), D (-4, 6);

(2) 如图 1 所示, 由题意得: $AB=6\sqrt{2}$, $BC=CD=2\sqrt{2}$, $BD=4$,



∴ $BD^2=CD^2+BC^2$,

∴ $\angle DCB=90^\circ$,

∴直线 AB 的解析式为 $y=x+6$, 直线 DC 解析式为 $y=x+10$,

∴ $DC \parallel AB$,

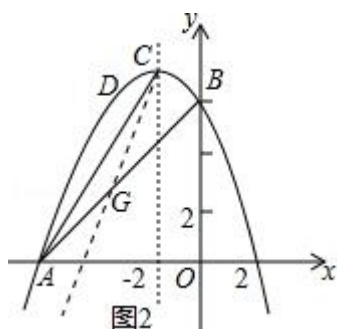
∴四边形 ABCD 为直角梯形,

若 $S_{\text{梯形}ABCD}=2S_{\triangle ADE}$, 即 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times (2\sqrt{2}+6\sqrt{2}) = 2 \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times AE$,

解得: $AE=4\sqrt{2}$;

(3) 如图 2, 在二次函数的图象上存在点 P, 使 $\angle PCA=\angle BAC$, 直线 CP 与

AB 交于点 G, 可得 $GA=GC$,



$\because A(-6, 0), C(-2, 8)$, 直线 AB 解析式为 $y=x+6$, 设 $G(x, x+6)$,

$$\therefore \sqrt{(x+6)^2 + (x+6)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (x-2)^2},$$

两边平方得: $2x^2 + 24x + 72 = 2x^2 + 8$,

移项合并得: $24x = -64$,

解得: $x = -\frac{8}{3}$, 经检验是原方程的根且符合题意,

$$\therefore G\left(-\frac{8}{3}, \frac{10}{3}\right),$$

设直线 CG 解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{把 } C \text{ 与 } G \text{ 坐标代入得: } \begin{cases} -\frac{8}{3}k+b=\frac{10}{3}, \\ -2k+b=8 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=7 \\ b=22 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 CG 解析式为 $y=7x+22$,

$$\text{联立得: } \begin{cases} y=7x+22 \\ y=-\frac{1}{2}x^2-2x+6 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=-16 \\ y=-90 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-2 \\ y=8 \end{cases} \text{ (经检验不合题意, 舍去),}$$

$\therefore P$ 坐标为 $(-16, -90)$;

由 (2) 得到四边形 ABCD 为直角梯形, $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle DCA = \angle BAC$,

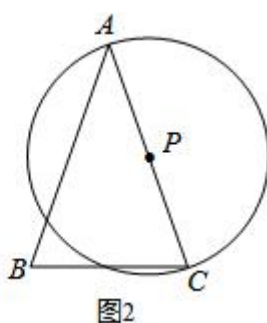
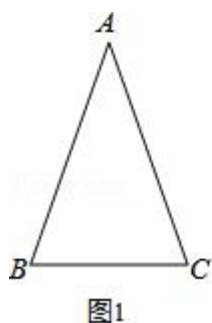
此时 P 与 D 重合, 即 $P(-4, 6)$,

综上, 满足题意 P 的坐标为 $(-16, -90)$ 或 $(-4, 6)$.

【点评】此题属于二次函数综合题，涉及的知识有：待定系数法确定二次函数解析式，待定系数法确定一次函数解析式，直角梯形的判定，直线与二次函数的交点，坐标与图形性质，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

25. (14 分) 已知：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB=AC=6$ ， $BC=4$ ，以点 B 为圆心所作的 $\odot B$ 与线段 AB 、 BC 都有交点，设 $\odot B$ 的半径为 x .

- (1) 若 $\odot B$ 与 AB 的交点为 D ，直线 CD 与 $\odot B$ 相切，求 x 的值；
- (2) 如图 2，以 AC 为直径作 $\odot P$ ，那么 $\odot B$ 与 $\odot P$ 存在哪些位置关系？并求出相应 x 的取值范围；
- (3) 若以 AC 为直径的 $\odot P$ 与 $\odot B$ 的交点 E 在线段 BC 上(点 E 不与 C 点重合)，求两圆公共弦 EF 的长.



【考点】MR：圆的综合题.

- 【分析】** (1) 作 $AH \perp BC$ 于点 H ，根据直线 CD 与 $\odot B$ 相切，得到 $CD \perp AB$ ，从而得到 $\cos \angle DBC = \cos \angle ACH$ ，利用余弦的定义得到 $BD: BC = CH: CA$ ，从而得到 $BD: 4 = 2: 6$ ，求得 BD 的长即可求得圆的半径；
- (2) 作 $PK \perp BC$ 于点 K ，求得两圆的圆心距，然后根据两圆的半径和圆心距的大小关系得到位置关系即可；
- (3) 设 EF 与 PB 交于点 G ， $BG = m$ ，在 $\triangle PBE$ 中， $PE^2 - PG^2 = BE^2 - BG^2$ 求得 m 的值，然后根据 $EG^2 - BG^2 = BE^2$ 求得 EG 的长即可求得 EF 的长.

【解答】 解：(1) 如图 1，作 $AH \perp BC$ 于点 H ，

$$\therefore AB=AC=6, \quad BC=4,$$

$$\therefore BH=2.$$

$\therefore$ 直线 CD 与 $\odot B$ 相切,

$$\therefore CD \perp AB,$$

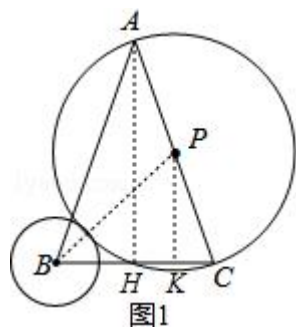
$$\therefore \angle DBC = \angle ACH,$$

$$\therefore \cos \angle DBC = \cos \angle ACH,$$

$$\therefore BD:BC = CH:CA,$$

$$\therefore BD:4 = 2:6,$$

$$\therefore BD = \frac{4}{3}.$$



(2) 如图 1, 作 $PK \perp BC$ 于点 K ,

$$\therefore PK \parallel AH.$$

$$\therefore AH \perp BC, \quad AB=AC=6, \quad BC=4,$$

$$\therefore BH=2,$$

$$\therefore AH=4\sqrt{2}.$$

$\therefore$ 以 AC 为直径作 $\odot P$,

$$\therefore AP=PC,$$

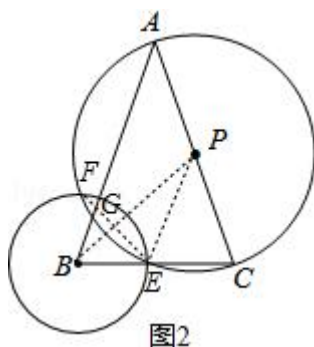
$$\therefore PK=2\sqrt{2}, \quad CK=\frac{1}{4}BC=1,$$

$$\therefore BK=3,$$

∴在 Rt△PBK 中, $PB = \sqrt{PK^2 + BK^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{17}$,

∴当 $0 < x < \sqrt{17} - 3$ 时, ⊙B 与 ⊙P 外离, 当 $x = \sqrt{17} - 3$ 时, ⊙B 与 ⊙P 外切,

当 $\sqrt{17} - 3 < x \leq 4$ 时, ⊙B 与 ⊙P 相交;



(3) 如图 2, 点 E 即为 BC 边的中点 H,

∴PE=3.

设 EF 与 PB 交于点 G, BG=m,

∴在△PBE 中, $PE^2 - PG^2 = BE^2 - BG^2$,

∴ $3^2 - (\sqrt{17} - m)^2 = 2^2 - m^2$,

∴ $m = \frac{6}{17}\sqrt{17}$.

∴ $EG^2 - BG^2 = BE^2$,

∴ $EG^2 - \left(\frac{6}{17}\sqrt{17}\right)^2 = 2^2$,

∴ $EG = \frac{4}{17}\sqrt{34}$,

∴ $EF = \frac{8}{17}\sqrt{34}$.

【点评】 本题考查了圆的综合知识, 题目中还涉及到了勾股定理、两圆的位置关系等知识, 知识点较多, 难度较大, 特别是最后一题中两次运用勾股定理求得 EG 的长更是解决本题的关键.