

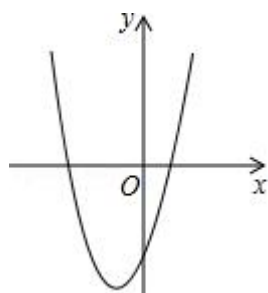
2015 年上海市黄浦区中考数学一模试卷

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $\angle A = \alpha$ ， $AB = c$ ，那么 BC 等于 ()

- A. $c \cdot \sin \alpha$ B. $c \cdot \cos \alpha$ C. $c \cdot \tan \alpha$ D. $c \cdot \cot \alpha$

2. (4 分) 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，那么下列判断正确的是 ()



- A. $a > 0, c > 0$ B. $a < 0, c > 0$ C. $a > 0, c < 0$ D. $a < 0, c < 0$

3. (4 分) 如果 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 反向，那么下列关系中成立的是 ()

- A. $\vec{a} = \frac{2}{3}\vec{b}$ B. $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{b}$ C. $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{b}$ D. $\vec{a} = -\frac{3}{2}\vec{b}$

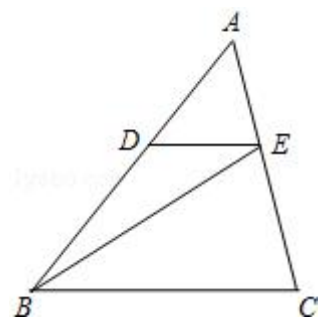
4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上，如果 $AD = 2$ ， $BD = 3$ ，那么由下列条件能够判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()

- A. $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$ C. $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{5}$

5. (4 分) 抛物线 $y = -x^2 + x - 1$ 与坐标轴（含 x 轴、 y 轴）的公共点的个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，且 $DE \parallel BC$ ，若 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BDE} = 1 : 2$ ，则 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BEC} =$ ()



A. 1: 4

B. 1: 6

C. 1: 8

D. 1: 9

二、填空题（共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分）

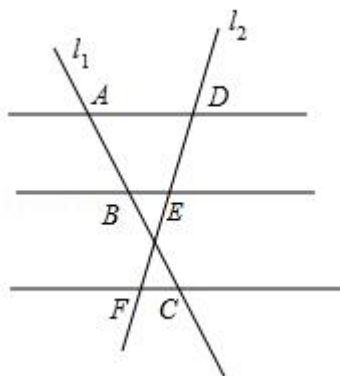
7. (4 分) 如果 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$, 那么 $\frac{x+y}{y}$ 的值是_____.

8. (4 分) 计算: $\tan 60^\circ - \cos 30^\circ =$ _____.

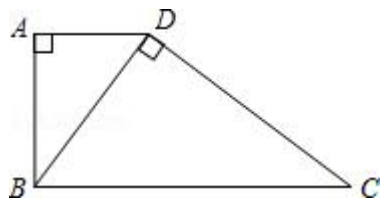
9. (4 分) 如果某个二次函数的图象经过平移后能与 $y = 3x^2$ 的图象重合, 那么这个二次函数的解析式可以是_____. (只要写出一个).

10. (4 分) 如果抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + (m-1)x - m+2$ 的对称轴是 y 轴, 那么 m 的值是_____.

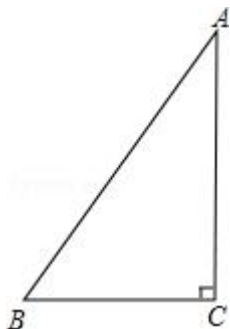
11. (4 分) 如图, $AD \parallel BE \parallel FC$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F . 如果 $AB = 2$, $BC = 3$, 那么 $\frac{DE}{EF}$ 的值是_____.



12. (4 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, $BD \perp CD$, 如果 $AD = 1$, $BC = 3$, 那么 BD 长是_____.



13. (4 分) 如图, 如果某个斜坡 AB 的长度为 10 米, 且该斜坡最高点 A 到地面 BC 的铅垂高度为 8 米, 那么该斜坡的坡比是_____.



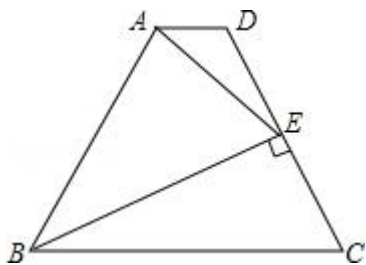
14. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的高, 如果 $CD = 3$, $BD = 2$. 那么 $\cos \angle A$ 的值是_____.

15. (4分) 正六边形的中心角等于_____度.

16. (4分) 在直角坐标平面内, 圆心 O 的坐标是 $(3, -5)$, 如果圆 O 经过点 $(0, -1)$, 那么圆 O 与 x 轴的位置关系是_____.

17. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 1$, 分别以 A 、 B 为圆心的两圆外切, 如果点 C 在圆 A 内, 那么圆 B 的半径长 r 的取值范围是_____.

18. (4分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BE \perp CD$, 垂足为点 E , 连结 AE , $\angle AEB = \angle C$, 且 $\cos \angle C = \frac{2}{5}$, 若 $AD = 1$, 则 AE 的长是_____.

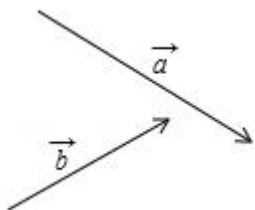


三、解答题 (共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10分) 如图, 已知两个不平行的向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$.

(1) 化简: $2(3\vec{a} - \vec{b}) - (\vec{a} + \vec{b})$;

(2) 求作 $\vec{c}$, 使得 $\vec{c} = \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$. (不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量).



20. (10分) 在直角坐标平面内, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过原点 O 、 $A(-2, -2)$ 与 $B(1, -5)$ 三点.

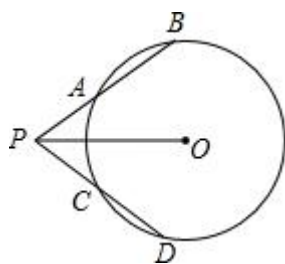
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 写出该抛物线的顶点坐标.

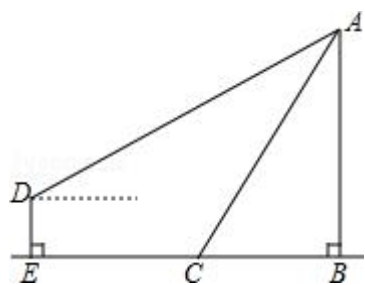
21. (10分) 已知: 如图, $\odot O$ 的半径为 5, P 为 $\odot O$ 外一点, PB 、 PD 与 $\odot O$ 分别交于点 A 、 B 和点 C 、 D , 且 PO 平分 $\angle BPD$.

(1) 求证: $\widehat{CB} = \widehat{AD}$;

(2) 当 $PA = 1$, $\angle BPO = 45^\circ$ 时, 求弦 AB 的长.



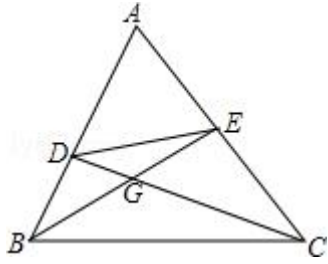
22. (10分) 如图, 小明想测量河对岸的一幢高楼 AB 的高度, 小明在河边 C 处测得楼顶 A 的仰角是 60° . 距 C 处 60 米的 E 处有幢楼房, 小明从该楼房中距地面 20 米的 D 处测得楼顶 A 的仰角是 30° (点 B 、 C 、 E 在同一直线上, 且 AB 、 DE 均与地面 BE 垂直), 求楼 AB 的高度.



23. (12分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $\angle ABE = \angle ACD$, BE 、 CD 交于点 G .

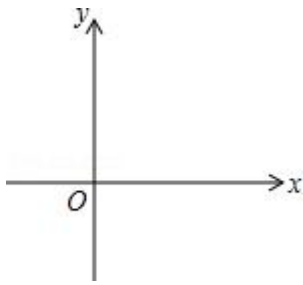
(1) 求证: $\triangle AED \sim \triangle ABC$;

(2) 如果 BE 平分 $\angle ABC$, 求证: $DE = CE$.



24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 将抛物线 $y = \frac{1}{4}(x-3)^2$ 向下平移使之经过点 $A(8, 0)$, 平移后的抛物线交 y 轴于点 B .

- (1) 求 $\angle OBA$ 的正切值;
- (2) 点 C 在平移后的抛物线上且位于第二象限, 其纵坐标为 6, 连接 CA 、 CB . 求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (3) 点 D 在平移后抛物线的对称轴上且位于第一象限, 连接 DA 、 DB , 当 $\angle BDA = \angle OBA$ 时, 求点 D 坐标.



25. (14分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 6$, 对角线 AC 、 BD 交于点 O , 点 E 在 AB 延长线上, 联结 CE , $AF \perp CE$, AF 分别交线段 CE 、边 BC 、对角线 BD 于点 F 、 G 、 H (点 F 不与点 C 、 E 重合).

- (1) 当点 F 是线段 CE 的中点, 求 GF 的长;
- (2) 设 $BE = x$, $OH = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
- (3) 当 $\triangle BHG$ 是等腰三角形时, 求 BE 的长.

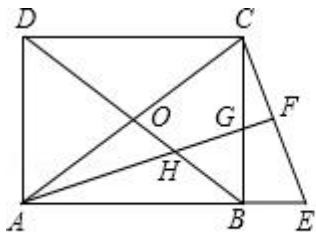
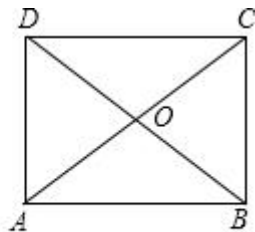


图1



备用图

2015 年上海市黄浦区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

- 1.（4 分）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $\angle A = \alpha$ ， $AB = c$ ，那么 BC 等于（ ）

A. $c \cdot \sin \alpha$ B. $c \cdot \cos \alpha$ C. $c \cdot \tan \alpha$ D. $c \cdot \cot \alpha$

【考点】T1：锐角三角函数的定义．

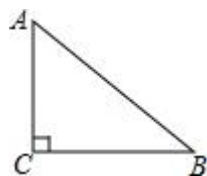
【分析】根据题意画出图形，进而利用 $\sin A = \frac{BC}{AB}$ ，求出即可．

【解答】解：如图所示： $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = \alpha$ ， $AB = c$ ，

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB},$$

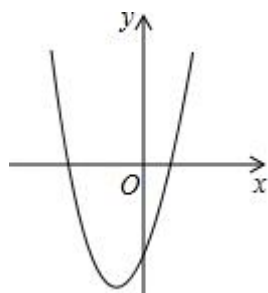
$$\therefore BC = AB \cdot \sin A = c \cdot \sin \alpha,$$

故选：A．



【点评】此题主要考查了锐角三角函数关系，正确记忆锐角三角函数关系是解题关键．

- 2.（4 分）如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，那么下列判断正确的是（ ）



A. $a > 0$ ， $c > 0$ B. $a < 0$ ， $c > 0$ C. $a > 0$ ， $c < 0$ D. $a < 0$ ， $c < 0$

【考点】H4：二次函数图象与系数的关系．

【分析】首先根据开口方向确定 a 的符号，再依据与 y 轴的交点的纵坐标即可判断 c 的正负，由此解决问题．

【解答】解：∵图象开口方向向上，

$$\therefore a > 0;$$

∵图象与 Y 轴交点在 y 轴的负半轴上，

$$\therefore c < 0;$$

$$\therefore a > 0, c < 0.$$

故选：C.

【点评】本题主要考查二次函数的图象与系数的关系，能根据图象正确确定各个系数的符号是解决此题的关键，运用了数形结合思想.

3. (4 分) 如果 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 反向，那么下列关系中成立的是 ()

A. $\vec{a} = \frac{2}{3}\vec{b}$ B. $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{b}$ C. $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{b}$ D. $\vec{a} = -\frac{3}{2}\vec{b}$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】由 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 反向，根据平面向量的定义，即可求得答案.

【解答】解：∵ $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，

$$\therefore |\vec{a}| = \frac{3}{2}|\vec{b}|,$$

∵ $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 反向，

$$\therefore \vec{a} = -\frac{3}{2}\vec{b}.$$

故选：D.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题难度不大，注意理解平面向量的定义是解此题的关键.

4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上，如果 $AD = 2$ ， $BD = 3$ ，那么由下列条件能够判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()

A. $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$ C. $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{5}$

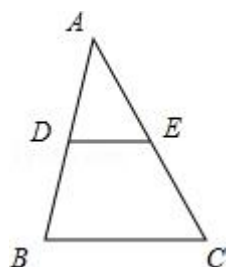
【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理的逆定理，当 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ 或 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ 时， $DE \parallel BD$ ，然后可对各选项进行判断.

【解答】解：当 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ 或 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ 时， $DE \parallel BD$ ，

$$\text{即 } \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3} \text{ 或 } \frac{AE}{AC} = \frac{2}{5}.$$

故选：D.



【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例．也考查了平行线分线段成比例定理的逆定理．

5. (4分) 抛物线 $y = -x^2 + x - 1$ 与坐标轴 (含 x 轴、 y 轴) 的公共点的个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【考点】 H5：二次函数图象上点的坐标特征．

【分析】 先根据判别式的值得到 $\Delta = -3 < 0$ ，根据 $\Delta = b^2 - 4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数得到抛物线与 x 轴没有交点，由于抛物线与 y 轴总有一个交点，所以抛物线 $y = -x^2 + x - 1$ 与坐标轴的交点个数为 1．

【解答】 解： $\because \Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = -3 < 0$,

$\therefore$ 抛物线与 x 轴没有交点，

而抛物线 $y = -x^2 + x - 1$ 与 y 轴的交点为 $(0, -1)$ ，

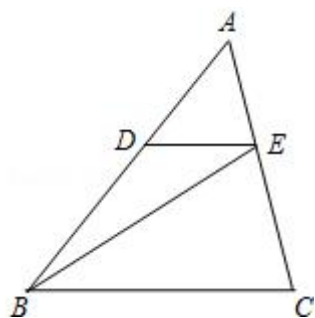
$\therefore$ 抛物线 $y = -x^2 + x - 1$ 与坐标轴的交点个数为 1．

故选：B.

【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点：求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标，令 $y = 0$ ，即 $ax^2 + bx + c = 0$ ，解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标．二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根之间的关系， $\Delta = b^2 - 4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数： $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点．

6. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，且 $DE \parallel BC$ ，若

$S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BDE} = 1 : 2$, 则 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BEC} = (\quad)$



- A. 1 : 4 B. 1 : 6 C. 1 : 8 D. 1 : 9

【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 首先证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 进而证明 $S_{\triangle ABC} = 9S_{\triangle ADE}$; 运用 $S_{\triangle BDE} = 2S_{\triangle ADE}$, 得到 $S_{\triangle BEC} = 6S_{\triangle ADE}$, 即可解决问题.

【解答】 解: $\because \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{AD}{BD}$, 且 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BDE} = 1 : 2$,

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}, \quad \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3};$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

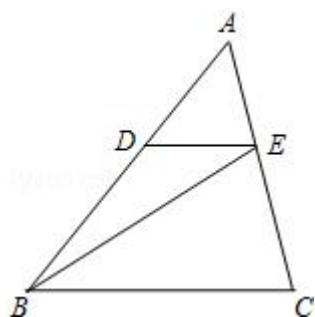
$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 9S_{\triangle ADE}, \text{ 而 } S_{\triangle BDE} = 2S_{\triangle ADE},$$

$$\therefore S_{\triangle BEC} = 6S_{\triangle ADE},$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BEC} = 1 : 6.$$

故选: B.



【点评】 该题主要考查了相似三角形的判定及其性质的应用问题; 解题的关键是牢固掌握相似三角形的判定及其性质, 这是灵活运用、解题的基础和关键.

二、填空题（共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）如果 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ，那么 $\frac{x+y}{y}$ 的值是 $\frac{7}{4}$ 。

【考点】S1：比例的性质.

【分析】根据合比性质，可得答案.

【解答】解：由 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ，那么 $\frac{x+y}{y} = \frac{3+4}{4} = \frac{7}{4}$ ，

故答案为： $\frac{7}{4}$ 。

【点评】本题考查了比例的性质，利用合比性质： $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ 。

8.（4 分）计算： $\tan 60^\circ - \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

【考点】T5：特殊角的三角函数值.

【分析】直接利用特殊角的三角函数值代入求出即可.

【解答】解：原式 $= \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

【点评】此题主要考查了特殊角的三角函数值，正确记忆相关数据是解题关键.

9.（4 分）如果某个二次函数的图象经过平移后能与 $y = 3x^2$ 的图象重合，那么这个二次函数的解析式可以是 $y = 3(x+2)^2 + 3$ 。（只要写出一个）。

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【专题】26：开放型.

【分析】先设原抛物线的解析式为 $y = a(x-h)^2 + k$ ，再根据经过平移后能与抛物线 $y = 3x^2$ 重合可知 $a = 3$ ，然后根据平移的性质写出解析式，答案不唯一。

【解答】解：先设原抛物线的解析式为 $y = a(x+h)^2 + k$ ，

$\because$ 经过平移后能与抛物线 $y = 3x^2$ 重合，

$\therefore a = 3$ ，

$\therefore$ 这个二次函数的解析式可以是 $y = 3(x+2)^2 + 3$ 。

故答案为： $y = 3(x+2)^2 + 3$ 。

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知图形平移不变性的性质是解答此题的关键。

10.（4 分）如果抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + (m-1)x - m+2$ 的对称轴是 y 轴，那么 m 的值

是 1 .

【考点】H3：二次函数的性质.

【分析】由对称轴是 y 轴可知一次项系数为 0，可求得 m 的值.

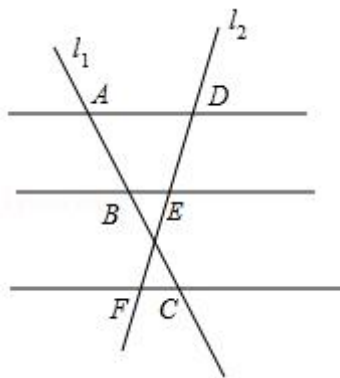
【解答】解： $\because y = \frac{1}{2}x^2 + (m-1)x - m + 2$ 的对称轴是 y 轴，

$\therefore m - 1 = 0$ ，解得 $m = 1$ ，

故答案为：1.

【点评】本题主要考查抛物线的对称轴，掌握抛物线的对称轴为 y 轴其一次项系数为 0 是解题的关键.

11. (4 分) 如图， $AD \parallel BE \parallel FC$ ，它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F . 如果 $AB = 2$ ， $BC = 3$ ，那么 $\frac{DE}{EF}$ 的值是 $\frac{2}{3}$.



【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例可得 $\frac{DE}{EF} = \frac{AB}{BC}$ ，代入可求得答案.

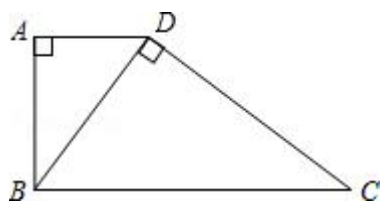
【解答】解： $\because AD \parallel BE \parallel FC$ ，

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3},$$

故答案为： $\frac{2}{3}$.

【点评】本题主要考查平行线分线段成比例，掌握平行线分线段所得线段对应成比例是解题的关键.

12. (4 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB \perp AD$ ， $BD \perp CD$ ，如果 $AD = 1$ ， $BC = 3$ ，那么 BD 长是 $\sqrt{3}$.



【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】如图，证明 $\angle A = \angle BDC$ ， $\angle ADB = \angle DBC$ ，得到 $\triangle ABD \sim \triangle DCB$ ，列出比例式即可解决问题.

【解答】解：如图， $\because AD \parallel BC$ ， $AB \perp AD$ ， $BD \perp CD$ ，

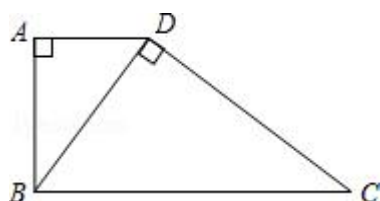
$$\therefore \angle A = \angle BDC, \angle ADB = \angle DBC,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCB,$$

$$\therefore AD:BD = BD:BC, \text{ 而 } AD = 1, BC = 3,$$

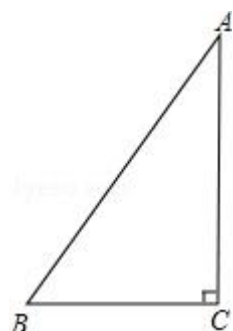
$$\therefore BD = \sqrt{3}.$$

故答案为 $\sqrt{3}$.



【点评】该题主要考查了相似三角形的判定及其性质的应用问题；牢固掌握相似三角形的判定及其性质是解题的基础和关键.

13. (4分) 如图，如果某个斜坡 AB 的长度为 10 米，且该斜坡最高点 A 到地面 BC 的铅垂高度为 8 米，那么该斜坡的坡比是 1: 0.75 .



【考点】T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】直接利用坡度的定义，坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比，又叫做坡比，进而得出答案.

【解答】解： $\because$ 某个斜坡 AB 的长度为 10 米，且该斜坡最高点 A 到地面 BC 的铅

垂高度为 8 米,

$$\therefore \text{水平距离 } BC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ (m)},$$

则该斜坡的坡比是: $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ 可以写为: 1: 0.75.

故答案为: 1: 0.75.

【点评】 此题主要考查了坡度的定义, 正确把握定义是解题关键.

14. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的高, 如果 $CD = 3$,

$BD = 2$. 那么 $\cos \angle A$ 的值是 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

【考点】 T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 根据题意画出图形, 进而利用锐角三角函数关系得出 $\cos A = \cos \angle BCD$ 进而求出即可.

【解答】 解: 如图所示: $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle B + \angle A = 90^\circ,$$

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BCD = 90^\circ,$$

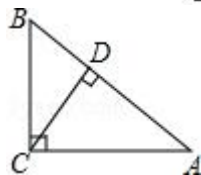
$$\therefore \angle BCD = \angle A,$$

$$\because CD = 3, BD = 2,$$

$$\therefore BC = \sqrt{13},$$

$$\therefore \cos A = \cos \angle BCD = \frac{DC}{BC} = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}.$$

故答案为: $\frac{3\sqrt{13}}{13}$.



【点评】 此题主要考查了锐角三角函数关系, 正确记忆锐角三角函数关系是解题关键.

15. (4 分) 正六边形的中心角等于 60 度.

【考点】 MM: 正多边形和圆.

【分析】 根据正六边形的六条边都相等即可得出结论.

【解答】解：∵正六边形的六条边都相等，

$$\therefore \text{正六边形的中心角} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ.$$

故答案为：60.

【点评】本题考查的是正多边形和圆，熟知正多边形的性质是解答此题的关键.

16. (4分) 在直角坐标平面内，圆心 O 的坐标是 $(3, -5)$ ，如果圆 O 经过点 $(0, -1)$ ，那么圆 O 与 x 轴的位置关系是相切.

【考点】D5：坐标与图形性质；MB：直线与圆的位置关系.

【分析】确定圆 O 的半径，然后根据点 O 到 x 轴的距离与圆的半径的大小进行判断即可.

【解答】解：∵圆心 O 的坐标是 $(3, -5)$ ，如果圆 O 经过点 $(0, -1)$ ，

$$\therefore \text{圆的半径为} \sqrt{(3-0)^2 + (-5+1)^2} = 5,$$

∵ O 到 x 轴的距离为 5，

∴ 圆 O 与 x 轴的位置关系是相切，

故答案为：相切.

【点评】本题考查了直线与圆的位置关系、坐标与图形的性质的知识，解题的关键是求得圆的半径，难度不大.

17. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 1$ ，分别以 A 、 B 为圆心的两圆外切，如果点 C 在圆 A 内，那么圆 B 的半径长 r 的取值范围是 $0 < r < 2 - \sqrt{3}$.

【考点】M8：点与圆的位置关系.

【分析】首先根据题意求得斜边 AB 和直角边 AC 的长，要使得点 C 在圆 A 内圆 A 的半径就满足比 AC 长、比 AB 短，从而得解.

【解答】解：∵ $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 1$ ，

$$\therefore AB = 2BC = 2, AC = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

∴ 以 A 、 B 为圆心的两圆外切，

∴ 两圆的半径的和为 2，

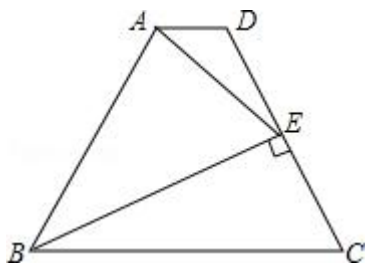
∴ 点 C 在圆 A 内，

∴ 圆 A 的半径长 r 的取值范围是 $0 < r < 2 - \sqrt{3}$,

故答案为: $0 < r < 2 - \sqrt{3}$.

【点评】考查了点与圆的位置关系, 判断点与圆的位置关系, 也就是比较点与圆心的距离和半径的大小关系.

18. (4分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BE \perp CD$, 垂足为点 E , 连结 AE , $\angle AEB = \angle C$, 且 $\cos \angle C = \frac{2}{5}$, 若 $AD = 1$, 则 AE 的长是 $\frac{\sqrt{21}}{2}$.



【考点】LH: 梯形; S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】作 $AF \parallel DC$, 交 BE 于 G , BC 于 F , 作 $FH \parallel BE$, 交 DC 于 H , 先求得四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 四边形 $EGFH$ 是矩形, 从而求得 $FC = AD = 1$, $GE = FH$, 由 $\cos \angle C = \frac{2}{5}$ 求得 CH , 然后根据勾股定理求得 FH , 最后根据 $\cos \angle AEB = \frac{2}{5}$ 即可求得 AE 的长.

【解答】解: 作 $AF \parallel DC$, 交 BE 于 G , BC 于 F , 作 $FH \parallel BE$, 交 DC 于 H ,

$\because AD \parallel BC$, $BE \perp CD$,

$\therefore$ 四边形 $AFCD$ 是平行四边形, $FH \perp DC$, $AF \perp BE$,

$\therefore FC = AD = 1$, $\angle FHC = 90^\circ$, $\angle AGE = 90^\circ$,

$\because \cos \angle C = \frac{HC}{FC} = \frac{2}{5}$,

$\therefore HC = \frac{2}{5}$,

$\therefore FH = \sqrt{FC^2 - HC^2} = \frac{\sqrt{21}}{5}$,

$\because FH \perp DC$, $AF \perp BE$, $BE \perp CD$,

$\therefore$ 四边形 $EGFH$ 是矩形,

$\therefore GE = FH = \frac{\sqrt{21}}{5}$,

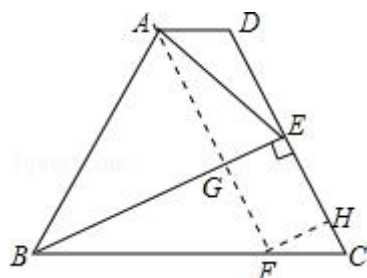
$\therefore \cos \angle AEB = \frac{GE}{AE}$,

$\because \angle AEB = \angle C$, 且 $\cos \angle C = \frac{2}{5}$,

$$\therefore \cos \angle AEB = \frac{GE}{AE} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore AE = \frac{5GE}{2} = \frac{5 \times \frac{\sqrt{21}}{5}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

故答案为 $\frac{\sqrt{21}}{2}$.



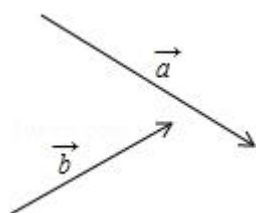
【点评】 本题考查了梯形的性质，平行四边形的判定和性质，矩形的判定和性质，勾股定理的应用，解直角三角形等，作出辅助线关键直角三角形、平行四边形、矩形是本题的关键.

三、解答题（共 7 小题，满分 78 分）

19. (10 分) 如图，已知两个不平行的向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$.

(1) 化简： $2(3\vec{a} - \vec{b}) - (\vec{a} + \vec{b})$;

(2) 求作 $\vec{c}$ ，使得 $\vec{c} = \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$. (不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量).



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得，注意去括号时的符号变化；

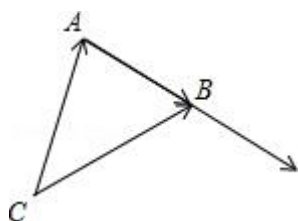
(2) 利用三角形法则求解即可求得答案.

【解答】 解：(1) $2(3\vec{a} - \vec{b}) - (\vec{a} + \vec{b}) = 6\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{a} - \vec{b} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$;

(2) 如图， $\vec{AB} = \frac{1}{2}\vec{a}$ ， $\vec{CB} = \vec{b}$ ，

$$\text{则 } \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{c} = \overrightarrow{b} - \frac{1}{2}\overrightarrow{a}.$$

$\therefore \overrightarrow{CA}$ 即为所求.



【点评】此题考查了平面向量的运算与作法. 此题难度不大, 注意掌握三角形法则的应用, 注意掌握数形结合思想的应用.

20. (10分) 在直角坐标平面内, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过原点 O 、 $A(-2, -2)$ 与 $B(1, -5)$ 三点.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 写出该抛物线的顶点坐标.

【考点】H3: 二次函数的性质; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】(1) 把原点 O 、 $A(-2, -2)$ 与 $B(1, -5)$ 三点分别代入函数解析式, 求得 a 、 b 、 c 的数值得出函数解析式即可;

(2) 把函数解析式化为顶点式, 得出顶点坐标即可.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过原点 O 、 $A(-2, -2)$ 与 $B(1, -5)$ 三点,

$$\therefore \begin{cases} c=0 \\ 4a-2b=-2, \\ a+b=-5 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-2 \\ b=-3, \\ c=0 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -2x^2 - 3x$.

$$(2) y = -2x^2 - 3x$$

$$= -2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8},$$

抛物线的顶点坐标为 $\left(-\frac{3}{4}, \frac{9}{8}\right)$.

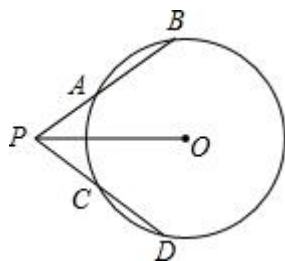
【点评】此题考查待定系数法求函数解析式, 以及利用配方法求得顶点坐标.

21. (10分) 已知: 如图, $\odot O$ 的半径为 5, P 为 $\odot O$ 外一点, PB 、 PD 与 $\odot O$ 分

别交于点 A 、 B 和点 C 、 D ，且 PO 平分 $\angle BPD$ 。

(1) 求证: $\widehat{CB} = \widehat{AD}$;

(2) 当 $PA = 1$, $\angle BPO = 45^\circ$ 时, 求弦 AB 的长。



【考点】 KF: 角平分线的性质; KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 作 $OE \perp AB$ 于 E , $OF \perp CD$ 于 F , 连结 OB 、 OD , 如图, 根据角平分线的性质得 $OE = OF$, 根据垂径定理得 $AE = BE$, $CF = DF$, 则可利用“HL”证明 $\text{Rt}\triangle OBE \cong \text{Rt}\triangle ODF$, 得到 $BE = DF$, 则 $AB = CD$, 根据圆心角、弧、弦的关系得到 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 所以 $\widehat{CB} = \widehat{AD}$;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle POE$ 中, 由于 $\angle BPO = 45^\circ$, 则可判断 $\triangle POE$ 为等腰直角三角形, 所以 $OE = PE = 1 + AE$, 则 $OE = 1 + BE$, 然后在 $\text{Rt}\triangle BOE$ 中根据勾股定理得 $(1 + BE)^2 + BE^2 = 5^2$, 解方程求出 BE 即可得到 AB .

【解答】 (1) 证明: 作 $OE \perp AB$ 于 E , $OF \perp CD$ 于 F , 连结 OB 、 OD , 如图,

$\because PO$ 平分 $\angle BPD$, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$,

$\therefore OE = OF$, $AE = BE$, $CF = DF$,

在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 和 $\text{Rt}\triangle ODF$ 中,

$$\begin{cases} OE=OF \\ OB=OD \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle OBE \cong \text{Rt}\triangle ODF$,

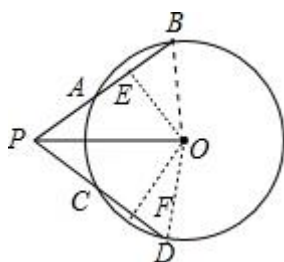
$\therefore BE = DF$,

$\therefore AB = CD$,

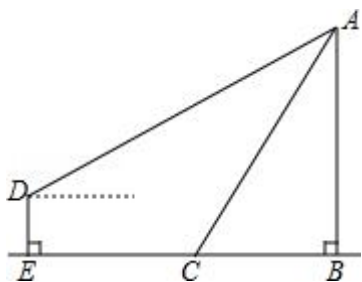
$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$,

$\therefore \widehat{AB} + \widehat{AC} = \widehat{AC} + \widehat{CD}$,

即 $\widehat{CB} = \widehat{AD}$;

$$\therefore AB = 2BE = 6.$$


22. (10 分) 如图, 小明想测量河对岸的一幢高楼 AB 的高度, 小明在河边 C 处测得楼顶 A 的仰角是 60° . 距 C 处 60 米的 E 处有幢楼房, 小明从该楼房中距地面 20 米的 D 处测得楼顶 A 的仰角是 30° (点 B 、 C 、 E 在同一直线上, 且 AB 、 DE 均与地面 BE 垂直), 求楼 AB 的高度.



则四边形 $BFDE$ 为矩形,

设 AB 的长度为 x 米, 则 $AF = x - 20$ 米,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$\because \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{x}{\sqrt{3}},$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

$$\because \angle ADF = 30^\circ,$$

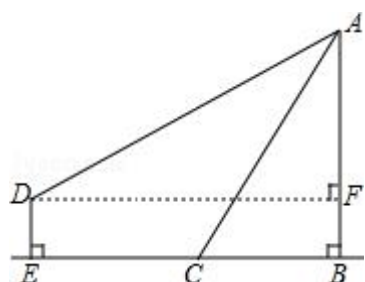
$$\therefore DF = \sqrt{3}(x - 20),$$

$$\because EB = DF, CE = 60 \text{ 米},$$

$$\therefore \sqrt{3}(x - 20) - \frac{x}{\sqrt{3}} = 60,$$

解得: $x = 30\sqrt{3} + 30$.

即楼 AB 的高度为 $(30\sqrt{3} + 30)$ 米.

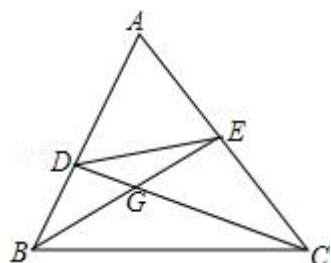


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是根据仰角构造直角三角形, 利用三角函数的知识求解, 难度一般.

23. (12 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $\angle ABE = \angle ACD$, BE 、 CD 交于点 G .

(1) 求证: $\triangle AED \sim \triangle ABC$;

(2) 如果 BE 平分 $\angle ABC$, 求证: $DE = CE$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】(1) 证明 B 、 C 、 E 、 D 四点共圆，得到 $\angle ADE = \angle ACB$ ，即可解决问题.

(2) 如图，作辅助线，证明 $EM = EF$ ；由 $\sin \alpha = \frac{ME}{DE}$ ， $\sin \alpha = \frac{EF}{EC}$ ，得到 $\frac{ME}{DE} = \frac{EF}{EC}$ ，

根据 $ME = EF$ ，即可解决问题.

【解答】(1) 证明： $\because \angle ABE = \angle ACD$ ，

$\therefore B$ 、 C 、 E 、 D 四点共圆，

$\therefore \angle ADE = \angle ACB$ ，而 $\angle A = \angle A$ ，

$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$.

(2) 解：过点 E 作 $EM \perp AB$ ， $EF \perp BC$ ；

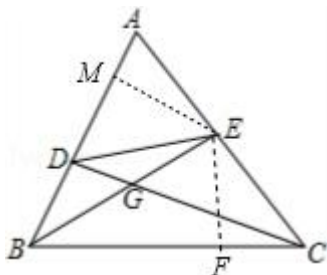
$\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore EM = EF$ ；设 $\angle ADE = \angle ACB = \alpha$ ，

则 $\sin \alpha = \frac{ME}{DE}$ ， $\sin \alpha = \frac{EF}{EC}$ ，

$\therefore \frac{ME}{DE} = \frac{EF}{EC}$ ，而 $ME = EF$ ，

$\therefore DE = CE$.



【点评】该题主要考查了相似三角形的判定及其性质的应用问题；应牢固掌握相似三角形的判定及其性质、四点共圆的判定等几何知识点.

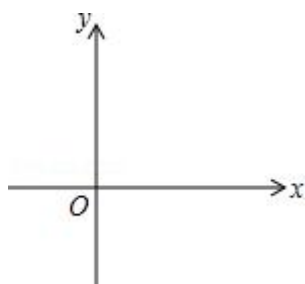
24. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中，将抛物线 $y = \frac{1}{4}(x-3)^2$ 向下平移使之

经过点 $A(8, 0)$ ，平移后的抛物线交 y 轴于点 B .

(1) 求 $\angle OBA$ 的正切值；

(2) 点 C 在平移后的抛物线上且位于第二象限，其纵坐标为 6，连接 CA 、 CB . 求 $\triangle ABC$ 的面积；

(3) 点 D 在平移后抛物线的对称轴上且位于第一象限，连接 DA 、 DB ，当 $\angle BDA = \angle OBA$ 时，求点 D 坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 设平移后的抛物线表达式为 $y = \frac{1}{4}(x-3)^2 + k$, 把 $A(8, 0)$ 代入表达式可得 k 的值, 可得出平移后的抛物线表达式, 把 $x=0$ 代入得 y 的值, 可得出 B 坐标, 即可得出 $\tan \angle OBA$ 的值.

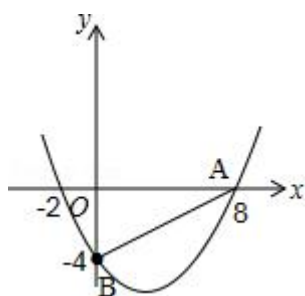
(2) 利用平移后的抛物线可得出点 C 的坐标, 从而得出直线 AC 的解析式, 由 AC 与 y 轴交于点 E , 可得出点 E 的坐标, 利用 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCE} + S_{\triangle ABE}$ 求解即可,

(3) 设对称轴交线段 AB 于 N , 交 x 轴于点 F , 利用角的关系可得 $\triangle NAD \sim \triangle DAB$, 由相似比可得 $AD^2 = AN \cdot AB$, 由 $FN \parallel BO$, 可得 $AN = \frac{5}{8}AB$, 再结合 $AF^2 + m^2 = AD^2$, 即可求出点 D 的坐标.

【解答】解: (1) 设平移后的抛物线表达式为 $y = \frac{1}{4}(x-3)^2 + k$, 把 $A(8, 0)$ 代入表达式解得 $k = -\frac{25}{4}$,

$\therefore$ 平移后的抛物线表达式为 $y = \frac{1}{4}(x-3)^2 - \frac{25}{4}$,

如图,



把 $x=0$ 代入得 $y = \frac{1}{4}(x-3)^2 - \frac{25}{4}$, 得 $y = -4$,

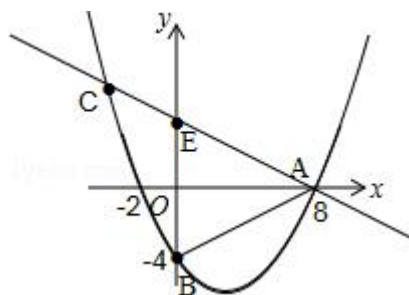
$\therefore B(0, -4)$,

在 $RT\triangle AOB$ 中, $\tan \angle OBA = \frac{OA}{OB} = 2$,

(2) 把 $y=6$ 代入 $y = \frac{1}{4}(x-3)^2 - \frac{25}{4}$, 解得 $x_1 = -4$ 或 $x_2 = 10$ (舍去),

$$\therefore C(-4, 6),$$

如图,

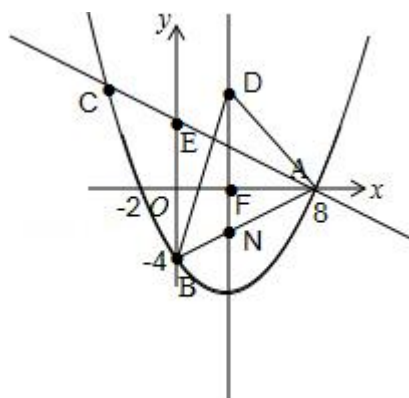


$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + 4,$$

设 AC 与 y 轴交于点 E , 则点 E 的坐标为 $(0, 4)$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCE} + S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}BE \cdot |C_{\text{横坐标}}| + \frac{1}{2}BE \cdot OA = 16 + 32 = 48,$$

(3) 如图, 设对称轴交线段 AB 与 N , 交 x 轴于点 F ,



$$\because FN \parallel BO,$$

$$\therefore \angle OBA = \angle DNA,$$

$$\because \angle BDA = \angle OBA$$

$$\therefore \angle BDA = \angle DNA,$$

$$\therefore \triangle NAD \sim \triangle DAB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AN} = \frac{AB}{AD}, \text{ 即 } AD^2 = AN \cdot AB,$$

$$\because FN \parallel BO,$$

$$\therefore \frac{AN}{AB} = \frac{AF}{AO} = \frac{5}{8},$$

$$\therefore AN = \frac{5}{8}AB,$$

设点 D 的坐标为 $(3, m)$,

由题意得 $AF^2 + m^2 = AD^2$ ，即 $5^2 + m^2 = \frac{5}{8} (4\sqrt{5})^2$ ，

解得 $m = 5$ （负值舍去），

$\therefore$ 点 $D(3, 5)$ 。

【点评】 本题主要考查了二次函数综合题涉及勾股定理，相似三角形，三角形面积等知识，解题的关键是确定平移后的抛物线表达式。

25. (14分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $BC = 6$ ，对角线 AC 、 BD 交于点 O ，点 E 在 AB 延长线上，联结 CE ， $AF \perp CE$ ， AF 分别交线段 CE 、边 BC 、对角线 BD 于点 F 、 G 、 H （点 F 不与点 C 、 E 重合）。

(1) 当点 F 是线段 CE 的中点，求 GF 的长；

(2) 设 $BE = x$ ， $OH = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

(3) 当 $\triangle BHG$ 是等腰三角形时，求 BE 的长。

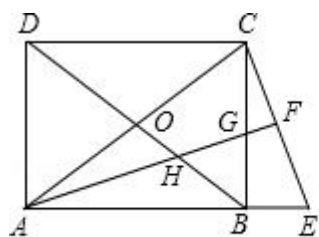
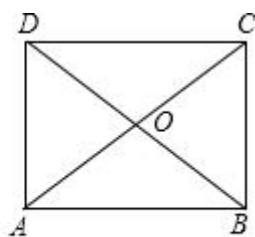


图1



备用图

【考点】 LO：四边形综合题。

【分析】 (1) 首先利用勾股定理得出 AC 的长，证得 $\triangle ACF \cong \triangle AEF$ ，得出 $BE = 2$ ，进一步得出 $\triangle CBE \sim \triangle ABG$ ， $\triangle CGF \sim \triangle CBE$ ，利用三角形相似的性质得出 CF 、 CG 的长，利用勾股定理求得而答案即可；

(2) 作 $BM \perp AF$ ， $ON \perp AF$ ，垂足分别为 M 、 N ，利用 $\triangle ONH \sim \triangle BMH$ ， $\triangle ANO \sim \triangle AFC$ ， $\triangle BMG \sim \triangle CFG$ ，建立 BE 、 OH 之间的联系，进一步整理得出 y 关于 x 的函数解析式，根据 $y = 0$ ，得出 x 的定义域即可；

(3) 分三种情况探讨：①当 $BH = BG$ 时，②当 $GH = GB$ ，③当 $HG = HB$ ，分别探讨得出答案即可。

【解答】 解：(1) $\because AB = 8$ ， $BC = 6$ ，

$\therefore AC = 10$ ，

$\because AF \perp CE$ ，

$\therefore \angle AFC = \angle AFE = 90^\circ$ ，

作 $BM \perp AF$, $ON \perp AF$, 垂足分别为 M 、 N ,

$$\because AF \perp CE,$$

$$\therefore ON \parallel BM \parallel CE,$$

$$\therefore \triangle ONH \sim \triangle BMH, \triangle ANO \sim \triangle AFC, \triangle BMG \sim \triangle CFG,$$

$$\therefore \frac{ON}{BM} = \frac{OH}{HB} = \frac{y}{5-y}, \frac{ON}{CF} = \frac{1}{2}, \frac{BM}{CF} = \frac{BG}{CG} = \frac{BG}{6-BG},$$

$$\therefore \frac{5-y}{2y} = \frac{BG}{6-BG},$$

$$\text{又} \because \triangle CBE \sim \triangle ABG,$$

$$\therefore \frac{CB}{AB} = \frac{BE}{BG}, \quad BE = x,$$

$$\therefore BG = \frac{4}{3}x,$$

$$\therefore \frac{5-y}{2y} = \frac{\frac{4}{3}x}{6-\frac{4}{3}x},$$

$$\text{则 } y = \frac{45-10x}{2x+9} \quad (0 < x < \frac{9}{2}).$$

(3) 当 $\triangle BHG$ 是等腰三角形,

$$\text{①当 } BH = BG \text{ 时, } \triangle AHD \sim \triangle BHG, \frac{BH}{HD} = \frac{BG}{AD}, \text{ 则 } 5+y = 6, y = 1, \text{ 由 } y = \frac{45-10x}{2x+9},$$

$$\text{解得 } x = 3;$$

$$\text{②当 } GH = GB, \triangle GBH \sim \triangle OBC, \text{ 同理解得 } x = \frac{7}{4};$$

③当 $HG = HB$, 得出 $\angle HGB = \angle HBG = \angle OCB$ 不存在.

$$\text{所以 } BE = 3 \text{ 或 } \frac{7}{4}.$$

【点评】 此题综合考查了矩形的性质, 勾股定理, 相似三角形的判定与性质, 等腰三角形的性质, 以及全等三角形的判定与性质, 知识设计的面广, 需要多方位思考解决问题, 渗透分类讨论的思想.