

2015 年上海市闵行区中考数学一模试卷

一. 选择题 (本大题满分 $4 \times 6 = 24$ 分)

1. (4 分) 如果把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边长度都扩大 2 倍, 那么锐角 A 的四个三角比的值 ()

- A. 都扩大到原来的 2 倍 B. 都缩小到原来的 $\frac{1}{2}$
- C. 都没有变化 D. 都不能确定

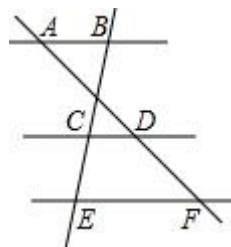
2. (4 分) 将抛物线 $y = (x - 1)^2$ 向左平移 2 个单位, 所得抛物线的表达式为 ()

- A. $y = (x + 1)^2$ B. $y = (x - 3)^2$ C. $y = (x - 1)^2 + 2$ D. $y = (x - 1)^2 - 2$

3. (4 分) 一个小球被抛出后, 如果距离地面的高度 h (米) 和运行时间 t (秒) 的函数解析式为 $h = -5t^2 + 10t + 1$, 那么小球到达最高点时距离地面的高度是 ()

- A. 1 米 B. 3 米 C. 5 米 D. 6 米

4. (4 分) 如图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AD: AF = 3: 5$, $BE = 12$, 那么 CE 的长等于 ()

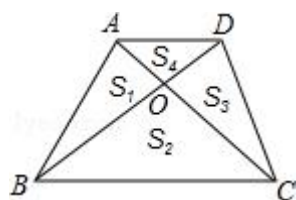


- A. 2 B. 4 C. $\frac{24}{5}$ D. $\frac{36}{5}$

5. (4 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = m$, $\angle B = \alpha$, 那么边 BC 的长等于 ()

- A. $2m \cdot \sin \alpha$ B. $2m \cdot \cos \alpha$ C. $2m \cdot \tan \alpha$ D. $2m \cdot \cot \alpha$

6. (4 分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, 如果对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $\triangle AOB$ 、 $\triangle BOC$ 、 $\triangle COD$ 、 $\triangle DOA$ 的面积分别记作 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 , 那么下列结论中, 不正确的是 ()



A. $S_1 = S_3$

B. $S_2 = 2S_4$

C. $S_2 = 2S_1$

D. $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$

二.填空题(本大题满分 $4 \times 12 = 48$ 分)

7. (4分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$, 那么 $\frac{2x-y}{2x+y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

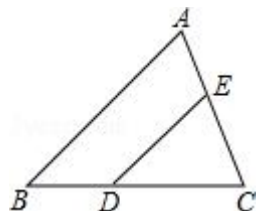
8. (4分) 计算: $-\frac{3}{2}\vec{a} + (\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4分) 已知线段 $a = 4\text{ cm}$, $b = 9\text{ cm}$, 则线段 a , b 的比例中项为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{ cm}$.

10. (4分) 二次函数 $y = -2x^2 - 5x + 3$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $AB = 6$, $\cos A = \frac{2}{3}$, 那么 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4分) 如图, 已知 D , E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 和 AC 上的点, $AE = 2$, $CE = 3$, 要使 $DE \parallel AB$, 那么 $BC:CD$ 应等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.



13. (4分) 如果抛物线 $y = (a+3)x^2 - 5$ 不经过第一象限, 那么 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

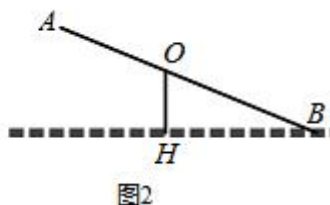
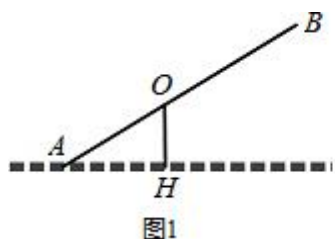
14. (4分) 已知点 G 是面积为 27 cm^2 的 $\triangle ABC$ 的重心, 那么 $\triangle AGC$ 的面积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (4分) 如图, 当小杰沿坡度 $i = 1:5$ 的坡面由 B 到 A 行走了 26 米时, 小杰实际上升高度 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ 米. (可以用根号表示)



16. (4分) 已知二次函数的图象经过点 $(1, 3)$, 对称轴为直线 $x = -1$, 由此可知这个二次函数的图象一定经过除点 $(1, 3)$ 外的另一点, 这点的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. (4分) 已知不等臂跷跷板 AB 长为 3 米, 当 AB 的一端点 A 碰到地面时 (如图 1), AB 与地面的夹角为 30° ; 当 AB 的另一端点 B 碰到地面时 (如图 2), AB 与地面的夹角的正弦值为 $\frac{1}{3}$, 那么跷跷板 AB 的支撑点 O 到地面的距离 $OH = \underline{\hspace{2cm}}$ 米.



18. (4分) 把一个三角形绕其中一个顶点逆时针旋转并放大或缩小(这个顶点不变), 我们把这样的三角形运动称为三角形的 T -变换, 这个顶点称为 T -变换中心, 旋转角称为 T -变换角, 三角形与原三角形的对应边之比称为 T -变换比; 已知 $\triangle ABC$ 在直角坐标平面内, 点 $A(0, -1)$, $B(-\sqrt{3}, 2)$, $C(0, 2)$, 将 $\triangle ABC$ 进行 T -变换, T -变换中心为点 A , T -变换角为 60° , T -变换比为 $\frac{2}{3}$, 那么经过 T -变换后点 C 所对应的点的坐标为_____.

三.解答题(本大题满分 10+10+10+10+12+12+14 = 78 分)

19. (10分) 已知在直角坐标平面内, 抛物线 $y = x^2 + bx + 6$ 经过 x 轴上两点 A, B , 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 与 y 轴相交于点 C ;

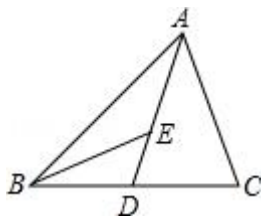
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

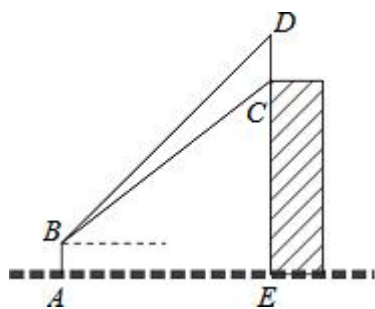
20. (10分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, AD 是边 BC 上的中线, 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$;

(1) 求 $\overrightarrow{AD}$ (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示);

(2) 如果点 E 在中线 AD 上, 求作 $\overrightarrow{BE}$ 在 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量; (不要求写作法, 但要保留作图痕迹, 并指出所作图中表示结论的分向量).



21. (10分) 如图, 某幢大楼的外墙边上竖直安装着一根旗杆 CD , 小明在离旗杆下方大楼底部 E 点 24 米的点 A 处放置一台测角仪, 测角仪的高度 AB 为 1.5 米, 并在点 B 处测得旗杆下端 C 的仰角为 40° , 上端 D 的仰角为 45° , 求旗杆 CD 的长度; (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$)



22. (10分) 用含 30° 、 45° 、 60° 这三个特殊角的四个三角比及其组合可以表示某些实数, 如: $\frac{1}{2}$ 可表示为 $\frac{1}{2} = \sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \tan 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \dots$;
仿照上述材料, 完成下列问题:

(1) 用含 30° 、 45° 、 60° 这三个特殊角的三角比或其组合表示 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 即填空:

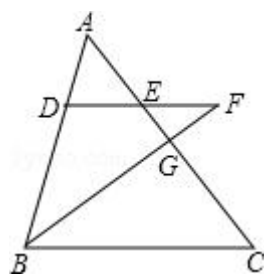
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \dots;$$

(2) 用含 30° 、 45° 、 60° 这三个特殊角的三角比, 结合加、减、乘、除四种运算, 设计一个等式, 要求: 等式中须含有这三个特殊角的三角比, 上述四种运算都至少出现一次, 且这个等式的结果等于 1, 即填空: $1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

23. (12分) 已知如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点, $DE \parallel BC$, 交边 AC 于点 E , 延长 DE 至点 F , 使 $EF = DE$, 联结 BF , 交边 AC 于点 G , 联结 CF

(1) 求证: $\frac{AE}{AC} = \frac{EG}{CG}$;

(2) 如果 $CF^2 = FG \cdot FB$, 求证: $CG \cdot CE = BC \cdot DE$.



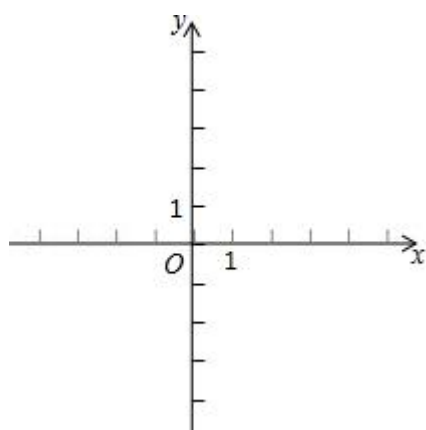
24. (12分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象经过点 $(1, -3)$ 和点 $(-1, 5)$;

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 将这个二次函数的图象向上平移, 交 y 轴于点 C , 其纵坐标为 m , 请用 m 的代数式表示平移后函数图象顶点 M 的坐标;

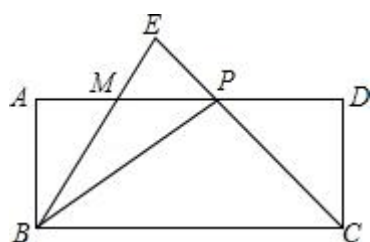
(3) 在第 (2) 小题的条件下, 如果点 P 的坐标为 $(2, 3)$, CM 平分 $\angle PCO$,

求 m 的值.



25. (14分) 已知在矩形 $ABCD$ 中, P 是边 AD 上的一动点, 联结 BP 、 CP , 过点 B 作射线交线段 CP 的延长线于点 E , 交边 AD 于点 M , 且使得 $\angle ABE = \angle CBP$, 如果 $AB = 2$, $BC = 5$, $AP = x$, $PM = y$;

- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
- (2) 当 $AP = 4$ 时, 求 $\angle EBP$ 的正切值;
- (3) 如果 $\triangle EBC$ 是以 $\angle EBC$ 为底角的等腰三角形, 求 AP 的长.



2015 年上海市闵行区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题（本大题满分 45 分）

1.（4 分）如果把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边长度都扩大 2 倍，那么锐角 A 的四个三角比的值（ ）

- A. 都扩大到原来的 2 倍 B. 都缩小到原来的 $\frac{1}{2}$
C. 都没有变化 D. 都不能确定

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【分析】根据三角形三边扩大相同的倍数，可得边的比不变，根据锐角三角函数的定义，可得答案.

【解答】解：如果把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边长度都扩大 2 倍，锐角 A 不变，锐角三角函数值不变，

故选：C.

【点评】本题考查了锐角三角函数，注意锐角不变，锐角三角函数值不变.

2.（4 分）将抛物线 $y = (x - 1)^2$ 向左平移 2 个单位，所得抛物线的表达式为（ ）

- A. $y = (x + 1)^2$ B. $y = (x - 3)^2$ C. $y = (x - 1)^2 + 2$ D. $y = (x - 1)^2 - 2$

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【专题】46：几何变换.

【分析】先根据二次函数的性质得到抛物线 $y = (x - 1)^2$ 的顶点坐标为 $(1, 0)$ ，再利用点平移的规律得到点 $(1, 0)$ 平移后对应点的坐标为 $(-1, 0)$ ，然后根据顶点式写出平移后抛物线的表达式.

【解答】解：抛物线 $y = (x - 1)^2$ 的顶点坐标为 $(1, 0)$ ，点 $(1, 0)$ 向左平移 2 个单位得到对应点的坐标为 $(-1, 0)$ ，所以平移后抛物线的表达式为 $y = (x + 1)^2$.

故选：A.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原

抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

3. (4分) 一个小球被抛出后，如果距离地面的高度 h (米) 和运行时间 t (秒) 的函数解析式为 $h = -5t^2 + 10t + 1$ ，那么小球到达最高点时距离地面的高度是 ()

A. 1 米 B. 3 米 C. 5 米 D. 6 米

【考点】HE：二次函数的应用.

【分析】直接利用配方法求出二次函数最值进而求出答案.

【解答】解： $h = -5t^2 + 10t + 1$

$$= -5(t^2 - 2t) + 1$$

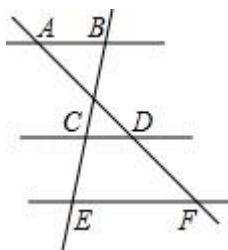
$$= -5(t - 1)^2 + 6,$$

故小球到达最高点时距离地面的高度是：6m.

故选：D.

【点评】此题主要考查了二次函数的应用，正确利用配方法求出是解题关键.

4. (4分) 如图，已知 $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $AD:AF = 3:5$ ， $BE = 12$ ，那么 CE 的长等于 ()



A. 2 B. 4 C. $\frac{24}{5}$ D. $\frac{36}{5}$

【考点】S4：平行线分线段成比例.

【专题】11：计算题.

【分析】根据平行线分线段成比例得到 $\frac{AD}{AF} = \frac{BC}{BE}$ ，即 $\frac{3}{5} = \frac{BC}{12}$ ，可计算出 BC ，然

后利用 $CE = BE - BC$ 进行计算.

【解答】解： $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

$$\therefore \frac{AD}{AF} = \frac{BC}{BE}, \text{ 即 } \frac{3}{5} = \frac{BC}{12},$$

$$\therefore BC = \frac{36}{5},$$

$$\therefore CE = BE - BC = 12 - \frac{36}{5} = \frac{24}{5}.$$

故选：C.

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例.

5. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = m$ ， $\angle B = \alpha$ ，那么边 BC 的长等于()

- A. $2m \cdot \sin \alpha$ B. $2m \cdot \cos \alpha$ C. $2m \cdot \tan \alpha$ D. $2m \cdot \cot \alpha$

【考点】 T1：锐角三角函数的定义.

【分析】 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ，构建直角 $\triangle ABD$ ，通过解该直角三角形得到 BD 的长度，然后利用等腰三角形“三线合一”的性质来求 BC 的长度.

【解答】 解：如图，过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D .

$$\because AB = m, \angle B = \alpha,$$

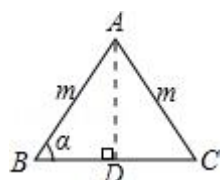
$$\therefore \cos \alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{BD}{m},$$

$$\text{则 } BD = m \cdot \cos \alpha.$$

$$\text{又 } \because AB = AC,$$

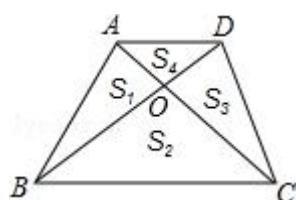
$$\therefore BC = 2BD = 2m \cdot \cos \alpha.$$

故选：B.



【点评】 此题主要考查了锐角三角函数的定义，正确区分正弦余弦三角函数是解决问题的关键.

6. (4分) 如图，已知在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ，如果对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $\triangle AOB$ 、 $\triangle BOC$ 、 $\triangle COD$ 、 $\triangle DOA$ 的面积分别记作 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 ，那么下列结论中，不正确的是()



A. $S_1 = S_3$

B. $S_2 = 2S_4$

$$C. S_2 = 2S_1$$

$$D. S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$$

【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】证三角形相似，再根据三角形的面积公式和相似三角形的面积比等于相似比的平方，以及三角形的面积公式即可得出结论.

【解答】解：A、 $\because \triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 同底、同高，则 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$,

$\therefore S_1 = S_3$ ，故命题正确；

B、 $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle AOD \sim \triangle COB$,

又 $\because BC = 2AD$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle COB}}{S_{\triangle AOD}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

则 $S_2 = 2S_4$ 正确. 故命题错误；

C、作 $MN \perp BC$ 于点 N ，交 AD 于点 M .

$\because \triangle AOD \sim \triangle COB$,

又 $\because BC = 2AD$,

$$\therefore \frac{OM}{ON} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}, \text{ 即 } \frac{ON}{MN} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle OBC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{2}{3},$$

则设 $S_{\triangle OBC} = 2x$ ，则 $S_{\triangle ABC} = 3x$ ，则 $S_{\triangle AOB} = x$ ，

即 $S_2 = 2S_1$ ，故命题正确；

D、设 $AD = y$ ，则 $BC = 2y$ ，设 $OM = z$ ，则 $ON = 2z$ ，

$$\text{则 } S_2 = \frac{1}{2} \times 2y \times 2z = 2yz, \quad S_4 = \frac{1}{2} \times y \times z = \frac{1}{2}yz,$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot MN = \frac{1}{2} \times 2y \cdot 3z = 3yz,$$

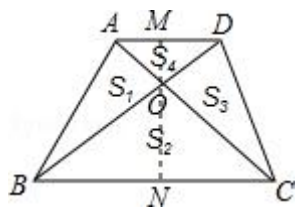
$$\text{则 } S_1 = S_3 = 3yz - 2yz = yz,$$

$$\text{则 } S_1 \cdot S_3 = yz \cdot yz,$$

$$S_2 \cdot S_4 = 2yz \cdot \frac{1}{2}yz,$$

故 $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ 正确.

故选：B.



【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，相似三角形面积的比等于相似比的平方，高线的比等于相似比，正确表示出 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 ，是解决本题的关键。

二.填空题（本大题满分 45 分）

7.（4 分）已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ，那么 $\frac{2x-y}{2x+y} = \frac{1}{5}$ 。

【考点】S1：比例的性质。

【分析】根据比例的性质，可用 y 表示 x ，根据分式的性质，可得答案。

【解答】解：由比例的性质，得 $x = \frac{3y}{4}$ 。

$$\text{当 } x = \frac{3y}{4} \text{ 时, } \frac{2x-y}{2x+y} = \frac{2 \times \frac{3y}{4} - y}{2 \times \frac{3y}{4} + y} = \frac{\frac{y}{2}}{\frac{5y}{2}} = \frac{1}{5},$$

故答案为： $\frac{1}{5}$ 。

【点评】本题考查了比例的性质，利用比例的性质用 y 表示 x 是解题关键。

8.（4 分）计算： $-\frac{3}{2}\vec{a} + (\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}) = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ 。

【考点】LM：*平面向量。

【专题】11：计算题。

【分析】先去括号，然后直接进行向量的加减运算即可。

【解答】解：原式 = $-\frac{3}{2}\vec{a} + \vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ 。

故答案为： $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ 。

【点评】本题考查了平面向量的知识，属于基础题，掌握平面向量的运算是关键。

9.（4 分）已知线段 $a = 4 \text{ cm}$ ， $b = 9 \text{ cm}$ ，则线段 a ， b 的比例中项为 6 cm。

【考点】S2：比例线段。

【专题】12：应用题。

【分析】根据比例中项的定义，列出比例式即可得出中项，注意线段不能为负。

【解答】解：根据比例中项的概念结合比例的基本性质，得：比例中项的平方等

于两条线段的乘积.

设它们的比例中项是 x , 则 $x^2 = 4 \times 9$, $x = \pm 6$, (线段是正数, 负值舍去), 故填 6.

【点评】理解比例中项的概念, 这里注意线段不能是负数.

10. (4分) 二次函数 $y = -2x^2 - 5x + 3$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$.

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据 y 轴上点的坐标特征得到二次函数 $y = -2x^2 - 5x + 3$ 的图象与 y 轴的交点的横坐标为 0, 然后计算自变量为 0 时的函数值即可得到交点坐标.

【解答】解: 当 $x = 0$ 时, $y = -2x^2 - 5x + 3 = 3$,

所以抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$.

故答案为 $(0, 3)$.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数图象上点的坐标满足其解析式.

11. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $AB = 6$, $\cos A = \frac{2}{3}$, 那么 $AC =$ 4.

【考点】T7: 解直角三角形.

【专题】11: 计算题.

【分析】利用锐角三角函数定义表示出 $\cos A$, 把 AB 的长代入求出 AC 的长即可.

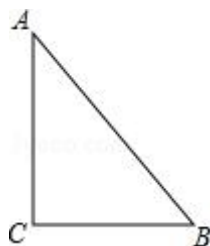
【解答】解: 如图所示,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 6$, $\cos A = \frac{2}{3}$,

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{3},$$

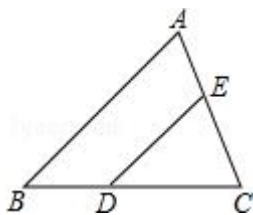
$$\text{则 } AC = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3} \times 6 = 4,$$

故答案为: 4.



【点评】此题考查了解直角三角形, 熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

12. (4分) 如图, 已知 D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 和 AC 上的点, $AE = 2, CE = 3$, 要使 $DE \parallel AB$, 那么 $BC:CD$ 应等于 $\frac{5}{3}$.



【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【专题】11: 计算题.

【分析】直接根据平行线分线段成比例进行计算.

【解答】解: $\because DE \parallel AB$,

$$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{CE} = \frac{AE+CE}{CE} = \frac{2+3}{3} = \frac{5}{3}.$$

故答案为 $\frac{5}{3}$.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例: 三条平行线截两条直线, 所得的对应线段成比例.

13. (4分) 如果抛物线 $y = (a+3)x^2 - 5$ 不经过第一象限, 那么 a 的取值范围是 $a < -3$.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】根据抛物线 $y = (a+3)x^2 - 5$ 不经过第一象限可以确定不等式的开口方向, 从而确定 a 的取值范围.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = (a+3)x^2 - 5$ 不经过第一象限,

$$\therefore a+3 < 0,$$

解得: $a < -3$,

故答案为: $a < -3$.

【点评】考查了二次函数的性质, 根据抛物线的开口方向, 与 y 轴的交点, 对称轴判断抛物线经过的象限.

14. (4分) 已知点 G 是面积为 27cm^2 的 $\triangle ABC$ 的重心, 那么 $\triangle AGC$ 的面积等于 9cm^2 .

【考点】K5: 三角形的重心.

【分析】首先根据题意画出图形, 由三角形重心的性质得出 $AG:GD = 2:1$, 利

用比例的性质结合三角形的面积公式得到 $S_{\triangle AGC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$ ，然后代入数值计算即可．

【解答】 解：如图， $\because$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，连结 AG 并延长交 BC 于点 D ，

$$\therefore AG:GD = 2:1,$$

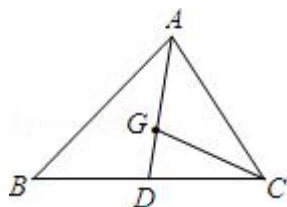
$$\therefore S_{\triangle AGC} = 2S_{\triangle CGD}, \quad S_{\triangle AGC} = \frac{2}{3}S_{\triangle ACD},$$

$\because D$ 为 BC 中点，

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

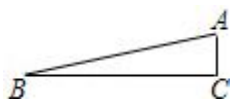
$$\therefore S_{\triangle AGC} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times 27 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

故答案为： 9cm^2 ．



【点评】 此题考查了三角形的重心的性质：三角形的重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍．根据题意得出 $S_{\triangle AGC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$ 是解题的关键．

15. (4 分) 如图，当小杰沿坡度 $i = 1:5$ 的坡面由 B 到 A 行走了 26 米时，小杰实际上升高度 $AC = \underline{\sqrt{26}}$ 米．(可以用根号表示)



【考点】 T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题．

【专题】 31：数形结合．

【分析】 由坡度易得 AC 与 BC 的比为 $1:5$ ，设出相应未知数，利用勾股定理可得 AC 的长度．

【解答】 解： $\because$ 坡度 $i = 1:5$ ，

$\therefore AC$ 与 BC 的比为 $1:5$ ，

设 AC 为 x ，则 BC 为 $5x$ ，

$$\therefore x^2 + (5x)^2 = 26^2,$$

$\because x > 0$ ，

$$\therefore x = \sqrt{26}.$$

故答案为: $\sqrt{26}$.

【点评】 本题考查了解直角三角形及勾股定理; 理解坡度的意义是解决本题的关键.

16. (4分) 已知二次函数的图象经过点 $(1, 3)$, 对称轴为直线 $x = -1$, 由此可知这个二次函数的图象一定经过除点 $(1, 3)$ 外的另一点, 这点的坐标是 $(-3, 3)$.

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

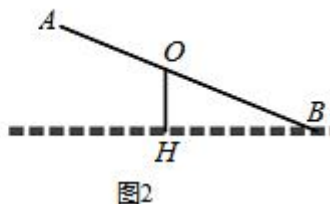
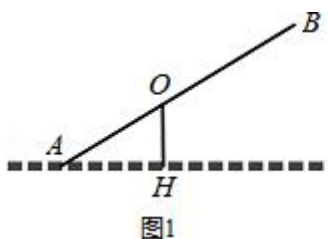
【专题】 11: 计算题.

【分析】 先确定点 $(1, 3)$ 关于直线 $x = -1$ 的对称点的坐标为 $(-3, 3)$, 然后根据抛物线的对称性求解.

【解答】 解: 点 $(1, 3)$ 关于直线 $x = -1$ 的对称点的坐标为 $(-3, 3)$, 所以这个二次函数的图象一定点 $(-3, 3)$.
故答案为 $(-3, 3)$.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数图象上点的坐标满足其解析式. 也考查了抛物线的对称性.

17. (4分) 已知不等臂跷跷板 AB 长为 3 米, 当 AB 的一端点 A 碰到地面时 (如图 1), AB 与地面的夹角为 30° ; 当 AB 的另一端点 B 碰到地面时 (如图 2), AB 与地面的夹角的正弦值为 $\frac{1}{3}$, 那么跷跷板 AB 的支撑点 O 到地面的距离 $OH = \underline{\frac{3}{5}}$ 米.



【考点】 T8: 解直角三角形的应用.

【分析】 利用锐角三角函数关系以及特殊角的三角函数关系表示出 AB 的长, 进而求出即可.

【解答】 解: 设 $OH = x$,

$\therefore$ 当 AB 的一端点 A 碰到地面时, AB 与地面的夹角为 30° ,

$$\therefore AO = 2xm,$$

$\therefore$ 当 AB 的另一端点 B 碰到地面时, AB 与地面的夹角的正弦值为 $\frac{1}{3}$,

$$\therefore BO = 3xm,$$

$$\text{则 } AO + BO = 2x + 3x = 3m,$$

$$\text{解得: } x = \frac{3}{5}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{3}{5}.$$

【点评】 此题主要考查了解直角三角形的应用, 正确用未知数表示出 AB 的长是解题关键.

18. (4 分) 把一个三角形绕其中一个顶点逆时针旋转并放大或缩小 (这个顶点不变), 我们把这样的三角形运动称为三角形的 T -变换, 这个顶点称为 T -变换中心, 旋转角称为 T -变换角, 三角形与原三角形的对应边之比称为 T -变换比; 已知 $\triangle ABC$ 在直角坐标平面内, 点 $A(0, -1)$, $B(-\sqrt{3}, 2)$, $C(0, 2)$, 将 $\triangle ABC$ 进行 T -变换, T -变换中心为点 A , T -变换角为 60° , T -变换比为 $\frac{2}{3}$, 那么经过 T -变换后点 C 所对应的点的坐标为 $(-\sqrt{3}, 0)$.

【考点】 R7: 坐标与图形变化 - 旋转.

【专题】 23: 新定义.

【分析】 根据题意判断 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 得到 $\angle BAC = 30^\circ$, 根据 T -变换角为 60° , 得到经过 T -变换后点 C 所对应的点在 x 轴上, 计算得到答案.

【解答】 解: $\because B(-\sqrt{3}, 2)$, $C(0, 2)$,

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形, $\angle BAC = 30^\circ$,

绕点 A 逆时针旋转 60° 后, $B'A \perp y$ 轴,

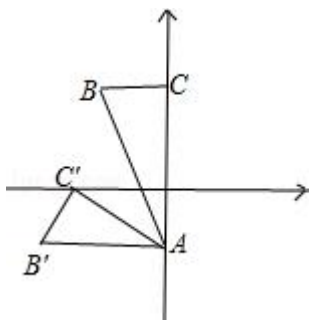
则点 C' 在 x 轴上,

T -变换比为 $\frac{2}{3}$, $AC = 3$,

$$\therefore AC' = 2,$$

$$OC' = \sqrt{3},$$

$\therefore$ 经过 T -变换后点 C 所对应的点的坐标为 $(-\sqrt{3}, 0)$.



【点评】 本题考查的是坐标与图形变化, 理解新定义和旋转的概念是解题的关键, 注意旋转中心、旋转方向和旋转角在旋转中的应用.

三.解答题 (本大题满分 10+10+10+10+12+12+14 = 78 分)

19. (10 分) 已知在直角坐标平面内, 抛物线 $y = x^2 + bx + 6$ 经过 x 轴上两点 A, B , 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 与 y 轴相交于点 C ;

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

【考点】 H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】 (1) 把点 B 的坐标 $(3, 0)$ 代入抛物线 $y = x^2 + bx + 6$, 即可得出抛物线的表达式 $y = x^2 - 5x + 6$;

(2) 先求出 $A(2, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, 6)$, 再利用三角形面积公式求解即可.

【解答】 解: (1) 把点 B 的坐标 $(3, 0)$ 代入抛物线 $y = x^2 + bx + 6$ 得 $0 = 9 + 3b + 6$, 解得 $b = -5$,

所以抛物线的表达式 $y = x^2 - 5x + 6$;

(2) $\because$ 抛物线的表达式 $y = x^2 - 5x + 6$;

$\therefore A(2, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, 6)$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 6 = 3$.

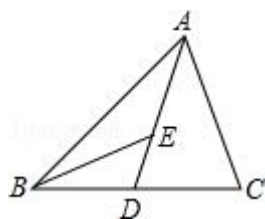
【点评】 本题主要考查了用待定系数法求二次函数的解析式, 解题的关键是正确的设出抛物线的解析式.

20. (10 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, AD 是边 BC 上的中线, 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$;

(1) 求 $\overrightarrow{AD}$ (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示);

(2) 如果点 E 在中线 AD 上, 求作 $\overrightarrow{BE}$ 在 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量; (不要求写作

法，但要保留作图痕迹，并指出所作图中表示结论的分向量).



【考点】LM: *平面向量.

【分析】(1) 由 AD 是边 BC 上的中线, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 可求得 $\overrightarrow{BD}$, 然后由三角形法则, 求得 $\overrightarrow{AD}$;

(2) 利用平行四边形法则, 即可求得 $\overrightarrow{BE}$ 在 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量.

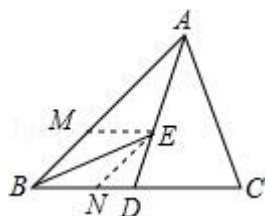
【解答】解: (1) $\because AD$ 是边 BC 上的中线, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2} \vec{b} - \vec{a};$$

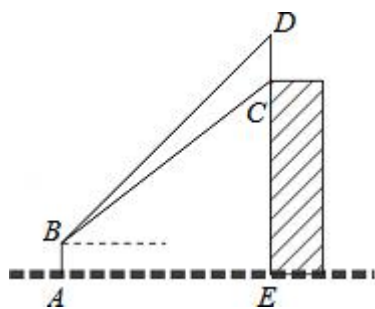
(2) 如图, 过点 E 作 $EM \parallel BC$, $EN \parallel AB$,

则 $\overrightarrow{BM}$ 、 $\overrightarrow{BN}$ 分别是 $\overrightarrow{BE}$ 在 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量.



【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题难度不大, 注意掌握三角形法则与平行四边形法则的应用, 注意掌握数形结合思想的应用.

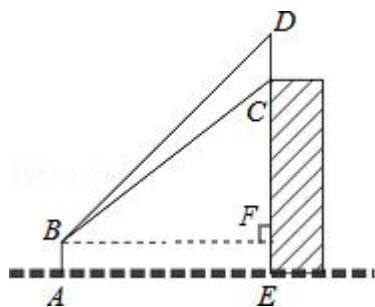
21. (10 分) 如图, 某幢大楼的外墙边上竖直安装着一根旗杆 CD , 小明在离旗杆下方大楼底部 E 点 24 米的点 A 处放置一台测角仪, 测角仪的高度 AB 为 1.5 米, 并在点 B 处测得旗杆下端 C 的仰角为 40° , 上端 D 的仰角为 45° , 求旗杆 CD 的长度; (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$)



【考点】TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】过点 B 作 $BF \perp DE$ 于点 F ，可得四边形 $ABFE$ 为矩形，先在 $\triangle BCF$ 中求出 CF 的长度，然后在 $\triangle BDF$ 中求出 DF 的长度，最后 $DF - CF$ 可求得 CD 的长度.

【解答】解：过点 B 作 $BF \perp DE$ 于点 F ，
 则四边形 $ABFE$ 为矩形，
 在 $\triangle BCF$ 中，
 $\because \angle CBF = 40^\circ$ ， $\angle CFB = 90^\circ$ ， $BF = AE = 24m$ ，
 $\therefore \frac{CF}{BF} = \tan 40^\circ$ ，
 $\therefore CF = 0.84 \times 24 \approx 20.16 (m)$ ，
 在 $\triangle BDF$ 中，
 $\because \angle DBF = 45^\circ$ ，
 $\therefore DF = 24m$ ，
 则 $CD = DF - CF = 24 - 20.16 = 3.84 \approx 3.8 (m)$.
 故旗杆 CD 的长为 $3.8m$.



【点评】本题考查了直角三角形的应用，解答本题的关键是根据仰角构造直角三角形，利用三角函数解直角三角形.

22. (10 分) 用含 30° 、 45° 、 60° 这三个特殊角的四个三角比及其组合可以表

示某些实数，如： $\frac{1}{2}$ 可表示为 $\frac{1}{2} = \sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \tan 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \dots$ ；

仿照上述材料，完成下列问题：

(1) 用含 30° 、 45° 、 60° 这三个特殊角的三角比或其组合表示 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，即填空：

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \tan 45^\circ \cdot \sin 60^\circ = \dots;$$

(2) 用含 30° 、 45° 、 60° 这三个特殊角的三角比，结合加、减、乘、除四种运算，设计一个等式，要求：等式中须含有这三个特殊角的三角比，上述四种运算都至少出现一次，且这个等式的结果等于 1，即填空： $1 = \underline{(\sin 30^\circ + \cos 60^\circ) \cdot \tan 45^\circ \div \cot 45^\circ}$ 。

【考点】 T5：特殊角的三角函数值。

【分析】 (1) 根据 30° 、 45° 、 60° 这三个特殊角的三角比进行填空；

(2) 因为该等式的要求是：等式中须含有这三个特殊角的三角比，上述四种运算都至少出现一次，且这个等式的结果等于 1，所以首先考虑到 $\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$ 。

【解答】 解：(1) $\because \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 45^\circ = 1$,

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \tan 45^\circ \cdot \sin 60^\circ = \dots;$$

故答案是： $= \sin 60^\circ$ ； $\cos 30^\circ$ ； $\tan 45^\circ \cdot \sin 60^\circ$ ；

(2) $\because \frac{1}{2} = \sin 30^\circ = \cos 60^\circ$, $\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$ 。

$\therefore$ 该等式可以是 $1 = (\sin 30^\circ + \cos 60^\circ) \cdot \tan 45^\circ \div \cot 45^\circ$ 。

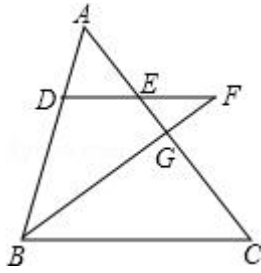
故答案是： $(\sin 30^\circ + \cos 60^\circ) \cdot \tan 45^\circ \div \cot 45^\circ$ (答案不唯一)。

【点评】 本题考查了特殊角的三角函数值。解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值。

23. (12 分) 已知如图， D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点， $DE \parallel BC$ ，交边 AC 于点 E ，延长 DE 至点 F ，使 $EF = DE$ ，联结 BF ，交边 AC 于点 G ，联结 CF

(1) 求证： $\frac{AE}{AC} = \frac{EG}{CG}$ ；

(2) 如果 $CF^2 = FG \cdot FB$ ，求证： $CG \cdot CE = BC \cdot DE$ 。



【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】14：证明题.

【分析】(1) 首先证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, $\triangle EFG \sim \triangle CBG$, 根据相似三角形的对应边的比相等, 以及 $DE = EF$ 即可证得;

(2) 首先证明 $\triangle CFG \sim \triangle BFC$, 证得 $\frac{CG}{BC} = \frac{FG}{FC}$, $\angle FCE = \angle CBF$, 然后根据平行线的性质证明 $\angle FEG = \angle CEF$, 即可证得 $\triangle EFG \sim \triangle ECF$, 则 $\frac{EF}{EC} = \frac{FG}{FC} = \frac{DE}{EC}$, 即可证得 $\frac{CG}{FG} = \frac{DE}{EC}$, 则所证结论即可得到.

【解答】证明: (1) $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC, \triangle EFG \sim \triangle CBG,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}, \frac{EF}{BC} = \frac{EG}{CG},$$

$$\text{又} \because DE = EF,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{EF}{BC},$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{EG}{CG};$$

$$(2) \because CF^2 = FG \cdot FB,$$

$$\therefore \frac{CF}{FG} = \frac{FB}{CF},$$

$$\text{又} \because \angle CFG = \angle CFB,$$

$$\therefore \triangle CFG \sim \triangle BFC,$$

$$\therefore \frac{CG}{BC} = \frac{FG}{FC}, \angle FCE = \angle CBF,$$

$$\text{又} \because DF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle CBF,$$

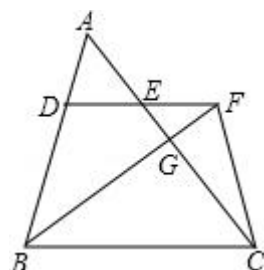
$$\therefore \angle FCE = \angle EFG,$$

又 $\because \angle FEG = \angle CEF$,

$\therefore \triangle EFG \sim \triangle ECF$,

$$\therefore \frac{EF}{EC} = \frac{FG}{FC} = \frac{DE}{EC},$$

$$\therefore \frac{CG}{BC} = \frac{DE}{EC}, \text{ 即 } CG \cdot CE = BC \cdot DE.$$



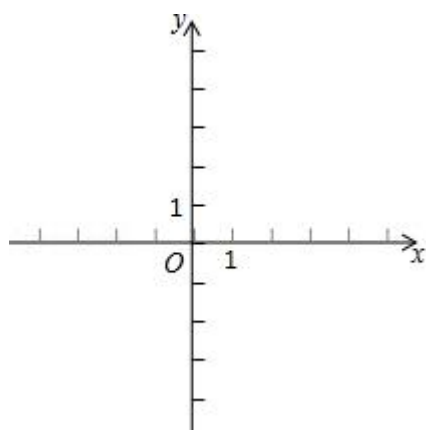
【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质,正确理解相似三角形的判定方法,证明 $\angle FEG = \angle CEF$, 证得 $\triangle EFG \sim \triangle ECF$ 是解决本题的关键.

24. (12分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象经过点 $(1, -3)$ 和点 $(-1, 5)$;

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 将这个二次函数的图象向上平移, 交 y 轴于点 C , 其纵坐标为 m , 请用 m 的代数式表示平移后函数图象顶点 M 的坐标;

(3) 在第(2)小题的条件下, 如果点 P 的坐标为 $(2, 3)$, CM 平分 $\angle PCO$, 求 m 的值.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 根据待定系数法, 可得函数解析式;

(2) 根据顶点坐标公式, 可得顶点坐标, 根据图象的平移, 可得 M 点的坐标;

(3) 根据角平分线的性质, 可得全等三角形, 根据全等三角形的性质, 可得方

程组，根据解方程组，可得答案.

【解答】解：(1) 由二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象经过点 $(1, -3)$ 和点 $(-1, 5)$ ，
得

$$\begin{cases} a+b=-3 \\ a-b=5 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases}.$$

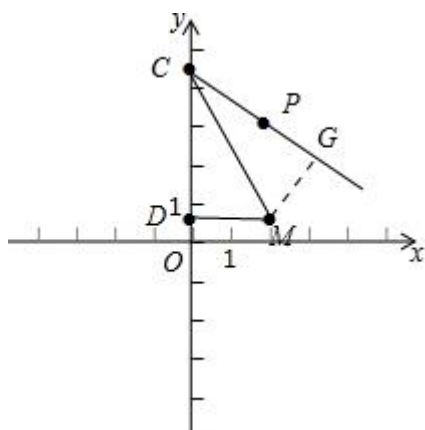
二次函数的解析式 $y = x^2 - 4x$;

(2) $y = x^2 - 4x$ 的顶点 M 坐标 $(2, -4)$,

这个二次函数的图象向上平移，交 y 轴于点 C ，其纵坐标为 m ，

顶点 M 坐标向上平移 m ，即 $M(2, m-4)$;

(3) 由待定系数法，得 CP 的解析式为 $y = \frac{3-m}{2}x + m$,



如图：

作 $MG \perp PC$ 于 G ，设 $G(a, \frac{3-m}{2}a + m)$.

由角平分线上的点到角两边的距离相等，

$DM = MG$.

在 $\text{Rt}\triangle DCM$ 和 $\text{Rt}\triangle GCM$ 中 $\begin{cases} DM=GM \\ CM=CM \end{cases}$,

$\text{Rt}\triangle DCM \cong \text{Rt}\triangle GCM$ (HL).

$CG = DC = 4$, $MG = DM = 2$,

$$\begin{cases} a^2 + (\frac{3-m}{2}a)^2 = 4^2 \\ (2-a)^2 + (m-4 - \frac{3-m}{2}a - m)^2 = 2^2 \end{cases},$$

化简，得 $8m = 36$,

解得 $m = \frac{9}{2}$.

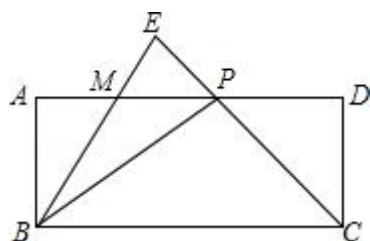
【点评】 本题考察了二次函数综合题, (1) 利用了待定系数法求函数解析式, (2) 利用了二次函数顶点坐标公式, 图象的平移方法; (3) 利用了角平分线的性质, 全等三角形的性质.

25. (14 分) 已知在矩形 $ABCD$ 中, P 是边 AD 上的一动点, 联结 BP 、 CP , 过点 B 作射线交线段 CP 的延长线于点 E , 交边 AD 于点 M , 且使得 $\angle ABE = \angle CBP$, 如果 $AB = 2$, $BC = 5$, $AP = x$, $PM = y$;

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

(2) 当 $AP = 4$ 时, 求 $\angle EBP$ 的正切值;

(3) 如果 $\triangle EBC$ 是以 $\angle EBC$ 为底角的等腰三角形, 求 AP 的长.



【考点】 KH: 等腰三角形的性质; KQ: 勾股定理; LB: 矩形的性质; SO: 相似形综合题; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 易证 $\triangle ABM \sim \triangle APB$, 然后根据相似三角形的性质就可得到 y 关于 x 的函数解析式, 由 P 是边 AD 上的一动点可得 $0 \leq x \leq 5$, 再由 $y > 0$ 就可求出该函数的定义域;

(2) 过点 M 作 $MH \perp BP$ 于 H , 由 $AP = x = 4$ 可求出 MP 、 AM 、 BM 、 BP , 然后根据面积法可求出 MH , 从而可求出 BH , 就可求出 $\angle EBP$ 的正切值;

(3) 可分 $EB = EC$ 和 $CB = CE$ 两种情况讨论: ①当 $EB = EC$ 时, 可证到 $\triangle AMB \cong \triangle DPC$, 则有 $AM = DP$, 从而有 $x - y = 5 - x$, 即 $y = 2x - 5$, 代入 (1) 中函数解析式就可求出 x 的值; ②当 $CB = CE$ 时, 可得到 $PC = EC - EP = BC - MP = 5 - y$, 在 $\text{Rt}\triangle DPC$ 中根据勾股定理可得到 x 与 y 的关系, 然后结合 y 关于 x 的函数解析式, 就可求出 x 的值.

【解答】 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AB = CD = 2$, $AD = BC = 5$, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle APB = \angle PBC$.

$$\because \angle ABE = \angle CBP,$$

$$\therefore \angle ABM = \angle APB.$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ABM \sim \triangle APB,$$

$$\therefore \frac{AB}{AP} = \frac{AM}{AB},$$

$$\therefore \frac{2}{x} = \frac{x-y}{2},$$

$$\therefore y = x - \frac{4}{x}.$$

$\because P$ 是边 AD 上的一动点,

$$\therefore 0 \leq x \leq 5.$$

$$\because y > 0,$$

$$\therefore x - \frac{4}{x} > 0,$$

$$\therefore x > 2,$$

$\therefore$ 函数的定义域为 $2 < x \leq 5$;

(2) 过点 M 作 $MH \perp BP$ 于 H , 如图.

$$\because AP = x = 4, \therefore y = x - \frac{4}{x} = 3,$$

$$\therefore MP = 3, AM = 1,$$

$$\therefore BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \sqrt{5}, BP = \sqrt{AB^2 + AP^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\because S_{\triangle BMP} = \frac{1}{2}MP \cdot AB = \frac{1}{2}BP \cdot MH,$$

$$\therefore MH = \frac{MP \cdot AB}{BP} = \frac{3\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore BH = \sqrt{BM^2 - MH^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \tan \angle EBP = \frac{MH}{BH} = \frac{3}{4};$$

(3) ①若 $EB = EC$,

则有 $\angle EBC = \angle ECB$.

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle EBC, \quad \angle DPC = \angle ECB,$$

$$\therefore \angle AMB = \angle DPC.$$

在 $\triangle AMB$ 和 $\triangle DPC$ 中,

$$\begin{cases} \angle AMB = \angle DPC \\ \angle A = \angle D \\ AB = DC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AMB \cong \triangle DPC,$$

$$\therefore AM = DP,$$

$$\therefore x - y = 5 - x,$$

$$\therefore y = 2x - 5,$$

$$\therefore x - \frac{4}{x} = 2x - 5,$$

解得: $x_1 = 1, x_2 = 4$.

$$\because 2 < x \leq 5,$$

$$\therefore AP = x = 4;$$

②若 $CE = CB$,

则 $\angle EBC = \angle E$.

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EMP = \angle EBC = \angle E,$$

$$\therefore PE = PM = y,$$

$$\therefore PC = EC - EP = 5 - y,$$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle DPC$ 中,

$$(5 - y)^2 - (5 - x)^2 = 2^2,$$

$$\therefore (10 - x - y)(x - y) = 4,$$

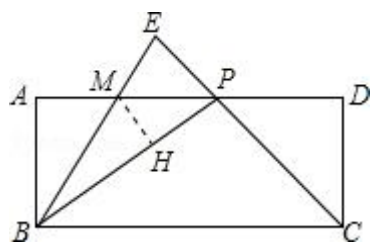
$$\therefore (10 - x - x + \frac{4}{x})(x - x + \frac{4}{x}) = 4,$$

整理得: $3x^2 - 10x - 4 = 0$,

解得: $x_3 = \frac{5+\sqrt{37}}{3}, x_4 = \frac{5-\sqrt{37}}{3}$ (舍负).

$$\therefore AP = x = \frac{5+\sqrt{37}}{3}.$$

综上所述: AP 的值为 4 或 $\frac{5+\sqrt{37}}{3}$.



【点评】 本题主要考查了相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、矩形的性质、勾股定理、解一元二次方程、三角函数等知识，证到 $\triangle ABM \sim \triangle APB$ 是解决第（1）小题的关键，把 $\angle EBP$ 放到直角三角形中是解决第（2）小题的关键，运用勾股定理建立 x 与 y 的等量关系是解决第（3）小题的关键．