

2015 年上海市崇明县中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

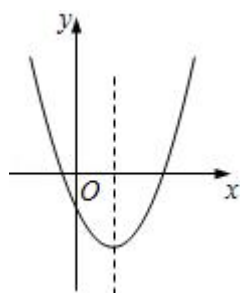
1. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{5}{2}$ ，那么下列等式中，不一定正确的是 ()

- A. $2a = 5b$ B. $\frac{a}{5} = \frac{b}{2}$ C. $a+b = 7$ D. $\frac{a+b}{b} = \frac{7}{2}$

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c ，下列等式中不一定成立的是 ()

- A. $b = a \tan B$ B. $a = c \cos B$ C. $c = \frac{a}{\sin A}$ D. $a = b \cos A$

3. (4 分) 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，那么下列判断中，不正确的是 ()



- A. $a > 0$ B. $b > 0$ C. $c < 0$ D. $b^2 - 4ac > 0$

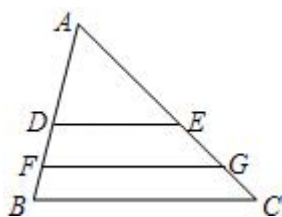
4. (4 分) 将二次函数 $y = x^2$ 的图象向下平移 1 个单位，再向右平移 1 个单位后所得图象的函数表达式为 ()

- A. $y = (x+1)^2 + 1$ B. $y = (x+1)^2 - 1$ C. $y = (x-1)^2 + 1$ D. $y = (x-1)^2 - 1$

5. (4 分) 下列说法正确的是 ()

- A. 相切两圆的连心线经过切点
B. 长度相等的两条弧是等弧
C. 平分弦的直径垂直于弦
D. 相等的圆心角所对的弦相等

6. (4 分) 如图，点 D 、 E 、 F 、 G 为 $\triangle ABC$ 两边上的点，且 $DE \parallel FG \parallel BC$ ，若 DE 、 FG 将 $\triangle ABC$ 的面积三等分，那么下列结论正确的是 ()



A. $\frac{DE}{FG} = \frac{1}{4}$

B. $\frac{DF}{FB} = \frac{EG}{GC} = 1$

C. $\frac{AD}{FB} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

D. $\frac{AD}{DB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点, $PA > PB$, $AB = 2cm$, 那么 $PA =$ cm .

8. (4 分) 两个相似三角形的面积比 1: 4, 则它们的周长之比为_____.

9. (4 分) 如果二次函数 $y = (m - 1)x^2 + 5x + m^2 - 1$ 的图象经过原点, 那么 $m =$ _____.

10. (4 分) 抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 在 y 轴右侧的部分是_____ (填“上升”或“下降”).

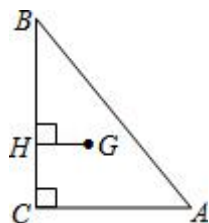
11. (4 分) 如果将抛物线 $y = 3x^2$ 平移, 使平移后的抛物线顶点坐标为 $(2, 2)$, 那么平移后的抛物线的表达式为_____.

12. (4 分) 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 5)$ 、 $B(4, 5)$, 那么此抛物线的对称轴是_____.

13. (4 分) 某飞机的飞行高度为 $1500m$, 从飞机上测得地面控制点的俯角为 60° , 此时飞机与这地面控制点的距离为_____ m .

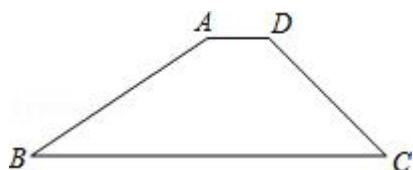
14. (4 分) 已知正六边形的半径为 $2cm$, 那么这个正六边形的边心距为_____ cm .

15. (4 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, 点 G 为重心, $GH \perp BC$, 垂足为点 H , 那么 $GH =$ _____.

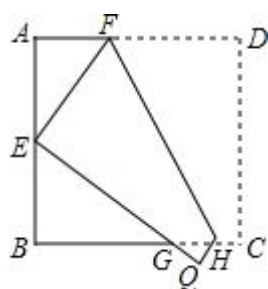


16. (4 分) 半径分别为 $8cm$ 与 $6cm$ 的 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点, 圆心距 O_1O_2 的长为 $10cm$, 那么公共弦 AB 的长为_____ cm .

17. (4分) 如图, 水库大坝的横截面是梯形, 坝顶 AD 宽 5 米, 坝高 10 米, 斜坡 CD 的坡角为 45° , 斜坡 AB 的坡度 $i = 1:1.5$, 那么坝底 BC 的长度为米.



18. (4分) 如图, 将边长为 6 的正方形 $ABCD$ 折叠, 使点 D 落在 AB 边的中点 E 处, 折痕为 FH , 点 C 落在点 Q 处, EQ 与 BC 交于点 G , 则 $\triangle EBG$ 的周长是 cm .



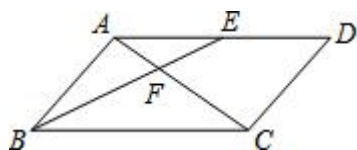
三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $|\cos 30^\circ - 1| + (-\cot 45^\circ)^{2014} + \sin 60^\circ$.

20. (10分) 已知: 如图, $\square ABCD$ 中, E 是 AD 中点, BE 交 AC 于点 F , 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

(1) 用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的线性组合表示 $\overrightarrow{FA}$;

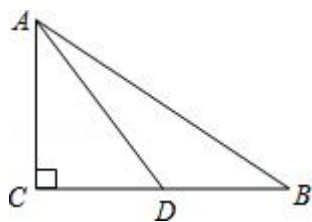
(2) 先化简, 再直接在图中求作该向量: $(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}) + (\frac{5}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b})$.



21. (10分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 是 BC 边上的一点, $CD = 6$, $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$, $\tan B = \frac{2}{3}$.

(1) 求 AC 和 AB 的长;

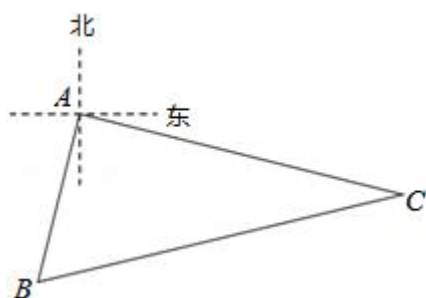
(2) 求 $\sin \angle BAD$ 的值.



22. (10分) 如图, 轮船从港口 A 出发, 沿着南偏西 15° 的方向航行了 100 海里到达 B 处, 沿着北偏东 75° 的方向航行 200 海里到达了 C 处.

(1) 求证: $AC \perp AB$;

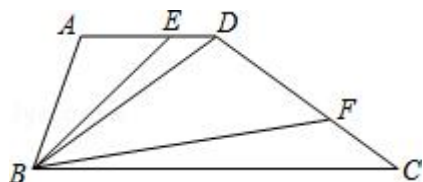
(2) 轮船沿着 BC 方向继续航行去往港口 D 处, 已知港口 D 位于港口 A 的正东方向, 求轮船还需航行多少海里.



23. (12分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = AB$, $\angle ABC = 2\angle C$, E 与 F 分别为边 AD 与 DC 上的两点, 且有 $\angle EBF = \angle C$.

(1) 求证: $BE:BF = BD:BC$;

(2) 当 F 为 DC 中点时, 求 $AE:ED$ 的比值.

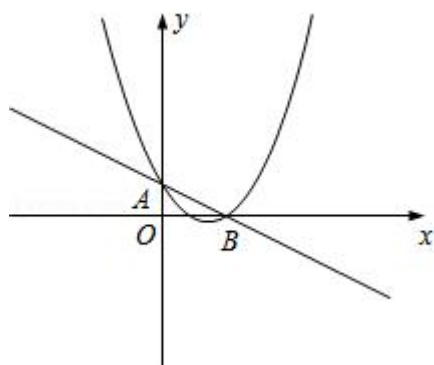


24. (12分) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{5}{8}x^2 + bx + c$ 经过直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 与坐标轴的两个交点 A 、 B , 点 C 为抛物线上的一点, 且 $\angle ABC = 90^\circ$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求点 C 坐标;

(3) 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 上是否存在点 P , 使得 $\triangle BCP$ 与 $\triangle OAB$ 相似? 若存在, 请直接写出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

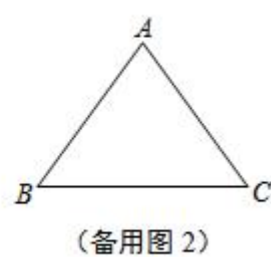
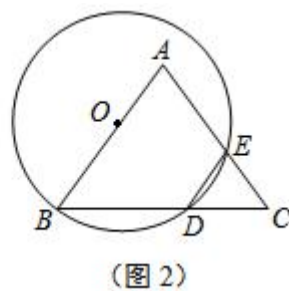
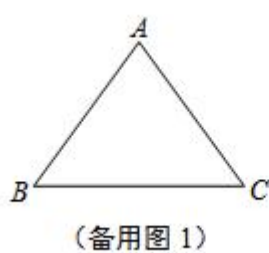
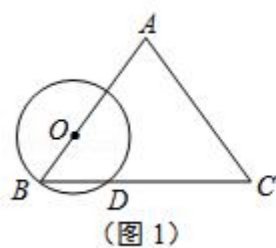


25. (14分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 6$, O 为边 AB 上一动点(不与 A 、 B 重合), 以 O 为圆心 OB 为半径的圆交 BC 于点 D , 设 $OB = x$, $DC = y$.

(1) 如图 1, 求 y 关于 x 的函数关系式及定义域;

(2) 当 $\odot O$ 与线段 AC 有且只有一个交点时, 求 x 的取值范围;

(3) 如图 2, 若 $\odot O$ 与边 AC 交于点 E (有两个交点时取靠近 C 的交点), 联结 DE , 当 $\triangle DEC$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, 求 x 的值.



2015 年上海市崇明县中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{5}{2}$ ，那么下列等式中，不一定正确的是 ()

A. $2a = 5b$ B. $\frac{a}{5} = \frac{b}{2}$ C. $a+b = 7$ D. $\frac{a+b}{b} = \frac{7}{2}$

【考点】S1：比例的性质.

【分析】根据比例的性质，可判断 A、B；根据合比性质，可判断 D.

【解答】解：A、由比例的性质，得 $2a = 5b$ ，故 A 正确；

B、 $2a = 5b$ ，得 $\frac{a}{5} = \frac{b}{2}$ ，故 B 正确；

C、 $a+b$ 有无数个值，故 C 错误；

D、由合比性质，得 $\frac{a+b}{b} = \frac{7}{2}$ ，故 D 正确；

故选：C.

【点评】本题考查了比例的性质，利用了比例的性质，合比性质.

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c ，下列等式中不一定成立的是 ()

A. $b = a \tan B$ B. $a = c \cos B$ C. $c = \frac{a}{\sin A}$ D. $a = b \cos A$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【专题】12：应用题.

【分析】根据三角函数的定义就可以解决.

【解答】解： $\because \angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c ，

$\therefore A$ 、 $\tan B = \frac{b}{a}$ ，则 $b = a \tan B$ ，故本选项正确，

B、 $\cos B = \frac{a}{c}$ ，故本选项正确，

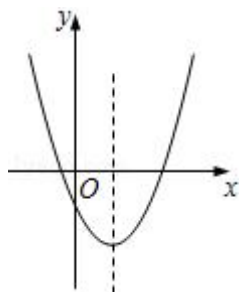
C、 $\sin A = \frac{a}{c}$ ，故本选项正确，

D、 $\cos A = \frac{b}{c}$ ，故本选项错误，

故选：D.

【点评】此题考查直角三角形中两锐角的三角函数之间的关系，难度适中.

3. (4分) 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，那么下列判断中，不正确的是 ()



- A. $a > 0$ B. $b > 0$ C. $c < 0$ D. $b^2 - 4ac > 0$

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】首先根据开口方向确定 a 的符号，再依据对称轴的正负和 a 的符号即可判断 b 的符号，然后根据与 y 轴的交点的纵坐标即可判断 c 的正负，由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴有两个交点，可得 $b^2 - 4ac > 0$.

【解答】解：由图象的开口向上可得 a 开口向上，由 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，可得 $b < 0$ ，

由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象交 y 轴于负半轴可得 $c < 0$ ，

由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴有两个交点，可得 $b^2 - 4ac > 0$ ，所以 B 不正确.

故选：B.

【点评】本题主要考查二次函数的图象与系数的关系，能根据图象正确确定各个系数的符号是解决此题的关键，此题运用了数形结合思想.

4. (4分) 将二次函数 $y = x^2$ 的图象向下平移 1 个单位，再向右平移 1 个单位后所得图象的函数表达式为 ()

- A. $y = (x+1)^2 + 1$ B. $y = (x+1)^2 - 1$ C. $y = (x-1)^2 + 1$ D. $y = (x-1)^2 - 1$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】先得到抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，再利用点的平移规律得到点 $(0, 0)$ 平移后对应点的坐标为 $(1, -1)$ ，然后根据顶点式写出平移的抛物线解析式.

【解答】解：抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，把点 $(0, 0)$ 向右平移 1 个

单位，向下平移 1 个单位得到对应点的坐标为 $(1, -1)$ ，所以平移后的新图象的函数表达式为 $y = (x - 1)^2 - 1$ 。

故选：D。

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式。

5. (4 分) 下列说法正确的是 ()

- A. 相切两圆的连心线经过切点
- B. 长度相等的两条弧是等弧
- C. 平分弦的直径垂直于弦
- D. 相等的圆心角所对的弦相等

【考点】 M1：圆的认识；M2：垂径定理；M4：圆心角、弧、弦的关系；MC：切线的性质。

【分析】 要找出正确命题，可运用相关基础知识分析找出正确选项，也可以通过举反例排除不正确选项，从而得出正确选项。(1) 等弧指的是在同圆或等圆中，能够完全重合的弧。长度相等的两条弧，不一定能够完全重合；(2) 此弦不能是直径；(3) 相等的圆心角所对的弦相等指的是在同圆或等圆中。

【解答】 解：A、根据圆的轴对称性可知此命题正确。

B、等弧指的是在同圆或等圆中，能够完全重合的弧。而此命题没有强调在同圆或等圆中，所以长度相等的两条弧，不一定能够完全重合，此命题错误；

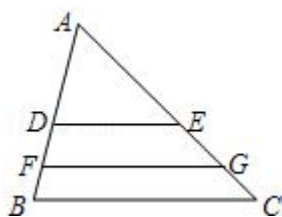
B、此弦不能是直径，命题错误；

C、相等的圆心角指的是在同圆或等圆中，此命题错误；

故选：A。

【点评】 本题考查知识较多，解题的关键是运用相关基础知识逐一分析才能找出正确选项。

6. (4 分) 如图，点 D、E、F、G 为 $\triangle ABC$ 两边上的点，且 $DE \parallel FG \parallel BC$ ，若 DE、FG 将 $\triangle ABC$ 的面积三等分，那么下列结论正确的是 ()



A. $\frac{DE}{FG} = \frac{1}{4}$

B. $\frac{DF}{FB} = \frac{EG}{GC} = 1$

C. $\frac{AD}{FB} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

D. $\frac{AD}{DB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】根据相似三角形的判定及其性质，求出线段 AD 、 AB 、 BD 、 BF 、 DF 之间的数量关系，即可解决问题.

【解答】解：∵ DE 、 FG 将 $\triangle ABC$ 的面积三等分，

∴ 设 $\triangle ADE$ 、 $\triangle AFG$ 、 $\triangle ABC$ 的面积分别为 λ 、 2λ 、 3λ

∵ $DE \parallel FG \parallel BC$,

∴ $\triangle ADE \sim \triangle AFG \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{\lambda}{2\lambda} = \left(\frac{AD}{AF}\right)^2 = \left(\frac{DE}{FG}\right)^2, \quad \frac{\lambda}{3\lambda} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2, \quad \frac{2\lambda}{3\lambda} = \left(\frac{AF}{AB}\right)^2,$$

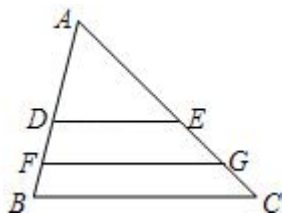
$$\therefore AF = \sqrt{2}AD, \quad AB = \sqrt{3}AD, \quad BF = (\sqrt{3} - \sqrt{2})AD,$$

$$DF = (\sqrt{2} - 1)AD, \quad BD = (\sqrt{3} - 1)AD,$$

$$\therefore \frac{DE}{FG} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{DF}{FB} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \neq 1, \quad \frac{AD}{FB} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2},$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} \neq \frac{\sqrt{2}}{2},$$

∴ 该题答案为 C.



【点评】该题主要考查了相似三角形的判定及其性质的应用；应牢固掌握相似三角形的判定及其性质定理，这是灵活运用的基础和关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点， $PA > PB$ ， $AB = 2cm$ ，那么 $PA =$

$\sqrt{5} - 1$ cm.

【考点】S3：黄金分割.

【分析】 根据黄金分割点的定义，知 AP 是较长线段；则 $AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$ ，代入运算即可。

【解答】 解：由于 P 为线段 $AB = 2$ 的黄金分割点，
且 AP 是较长线段；

则 $AP = 2 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = (\sqrt{5}-1) \text{ cm}$ 。

故答案为： $(\sqrt{5}-1) \text{ cm}$ 。

【点评】 此题考查了黄金分割的定义，应该识记黄金分割的公式：较短的线段 = 原线段的 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，难度一般。

8. (4 分) 两个相似三角形的面积比 1: 4，则它们的周长之比为 1: 2。

【考点】 S7: 相似三角形的性质。

【分析】 由两个相似三角形的面积比 1: 4，根据相似三角形的面积比等于相似比的平方，相似三角形的周长比等于相似比，即可求得答案。

【解答】 解：∵ 两个相似三角形的面积比 1: 4，

∴ 它们的相似比为：1: 2，

∴ 它们的周长之比为：1: 2。

故答案为：1: 2。

【点评】 此题考查了相似三角形的性质。此题比较简单，注意熟记定理是解此题的关键。

9. (4 分) 如果二次函数 $y = (m-1)x^2 + 5x + m^2 - 1$ 的图象经过原点，那么 $m =$ -1。

【考点】 H1: 二次函数的定义；H5: 二次函数图象上点的坐标特征。

【分析】 把原点坐标代入函数解析式求解即可得到 m 的值，再根据二次项系数不等于 0 求出 $m \neq 1$ 。

【解答】 解：∵ 二次函数 $y = (m-1)x^2 + 5x + m^2 - 1$ 的图象经过原点，

∴ $m^2 - 1 = 0$ ，

解得 $m = \pm 1$ ，

∵ 函数为二次函数，

∴ $m - 1 \neq 0$ ，

解得 $m \neq 1$,

所以, $m = -1$.

故答案为: -1 .

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的定义, 要注意二次项系数不等于 0.

10. (4 分) 抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 在 y 轴右侧的部分是 上升 (填“上升”或“下降”).

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据抛物线解析式可求得其对称轴, 结合抛物线的增减性可得到答案.

【解答】 解:

$$\because y = 2x^2 - 1,$$

$\therefore$ 其对称轴为 y 轴, 且开口向上,

$\therefore$ 在 y 轴右侧, y 随 x 增大而增大,

$\therefore$ 其图象在 y 轴右侧部分是上升,

故答案为: 上升.

【点评】 本题主要考查二次函数的增减性, 掌握开口向上的二次函数在对称轴右侧 y 随 x 的增大而增大是解题的关键.

11. (4 分) 如果将抛物线 $y = 3x^2$ 平移, 使平移后的抛物线顶点坐标为 $(2, 2)$, 那么平移后的抛物线的表达式为 $y = 3(x - 2)^2 + 2$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 平移不改变抛物线的开口方向与开口大小, 即解析式的二次项系数不变, 根据抛物线的顶点式可求抛物线解析式.

【解答】 解: $\because$ 原抛物线解析式为 $y = 3x^2$, 的顶点坐标是 $(0, 0)$, 平移后抛物线顶点坐标为 $(2, 2)$,

$$\therefore \text{平移后的抛物线的表达式为: } y = 3(x - 2)^2 + 2.$$

故答案为: $y = 3(x - 2)^2 + 2$.

【点评】 本题考查了抛物线的平移与解析式变化的关系. 关键是明确抛物线的平移实质上是顶点的平移, 能用顶点式表示平移后的抛物线解析式.

12. (4 分) 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 5)$ 、 $B(4, 5)$, 那么此抛物线

的对称轴是直线 $x = 2$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据点 A 、 B 的纵坐标相等判断出 A 、 B 关于对称轴对称, 然后列式计算即可得解.

【解答】 解: $\because$ 点 $A(0, 5)$ 、 $B(4, 5)$ 的纵坐标都是 5 相同,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{0+4}{2} = 2$.

故答案为: 直线 $x = 2$.

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 观察出 A 、 B 是对称点是解题的关键.

13.(4 分) 某飞机的飞行高度为 $1500m$, 从飞机上测得地面控制点的俯角为 60° ,

此时飞机与这地面控制点的距离为 $1000\sqrt{3}$ m .

【考点】 TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】 因为俯角为 60° , 飞机在 1500 米的上空, 设此时飞机与地面控制点的距离为 x 米, 根据三角函数可求距离.

【解答】 解: 设此时飞机与地面控制点的距离为 x 米.

$$\sin 60^\circ = \frac{1500}{x},$$

$$x = 1000\sqrt{3}.$$

故答案为: $1000\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查俯角的定义, 要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形.

14.(4 分) 已知正六边形的半径为 $2cm$, 那么这个正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$ cm .

【考点】 MM: 正多边形和圆.

【分析】 根据正六边形的特点, 通过中心作边的垂线, 连接半径, 结合解直角三角形的有关知识解决.

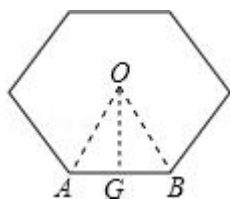
【解答】 解: 如图, 连接 OA 、 OB ; 过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G .

在 $Rt\triangle AOG$ 中,

$$\because OA = 2cm, \angle AOG = 30^\circ,$$

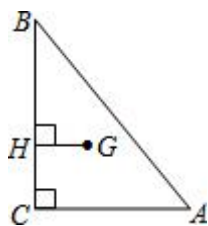
$$\therefore OG = OA \cdot \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} (cm).$$

故答案为: $\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查的是正多边形和圆，根据题意画出图形，利用数形结合求解是解答此题的关键.

15. (4分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ，点 G 为重心， $GH \perp BC$ ，垂足为点 H ，那么 $GH = \underline{2}$.



【考点】 K5：三角形的重心.

【分析】 连结 BG 并延长交 AC 于点 D . 由点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，根据三角形重心的性质得出 $DC = \frac{1}{2}AC = 3$ ，且 $BG = 2DG$ ，于是 $\frac{BG}{BD} = \frac{2}{3}$. 易证 $GH \parallel DC$ ，根据平行线分线段成比例定理得出 $\frac{GH}{DC} = \frac{BG}{BD} = \frac{2}{3}$ ，则 $GH = \frac{2}{3}DC = 2$.

【解答】 解：连结 BG 并延长交 AC 于点 D .

$\because$ 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore DC = \frac{1}{2}AC = 3, \text{ 且 } BG = 2DG,$$

$$\therefore \frac{BG}{BD} = \frac{2}{3}.$$

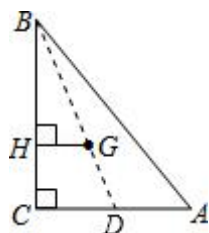
$\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $GH \perp BC$ ，

$$\therefore GH \parallel DC,$$

$$\therefore \frac{GH}{DC} = \frac{BG}{BD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore GH = \frac{2}{3}DC = 2.$$

故答案为2.



【点评】 本题考查了三角形重心的定义及性质，三角形三边中线的交点叫做三角形的重心，重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2: 1，也考查了平行线分线段成比例定理，难度适中．准确作出辅助线是解题的关键．

16. (4 分) 半径分别为 8cm 与 6cm 的 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，圆心距 O_1O_2 的长为 10cm ，那么公共弦 AB 的长为 9.6 cm ．

【考点】 ML：相交两圆的性质．

【分析】 根据相交两圆的性质以及垂径定理得出 $AC = \frac{1}{2}AB$ ，进而利用勾股定理得出 AC 的长即可得出 AB 的长．

【解答】 解：连接 AO_1 ， AO_2 ．

$\because \odot O_1$ ， $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，两圆半径分别为 8cm 和 6cm ，两圆的连心线 O_1O_2 的长为 10cm ，

$\therefore O_1O_2 \perp AB$ ，

$\therefore AC = \frac{1}{2}AB$ ，

设 $O_1C = x$ ，则 $O_2C = 10 - x$ ，

$\therefore 8^2 - x^2 = 6^2 - (10 - x)^2$ ，

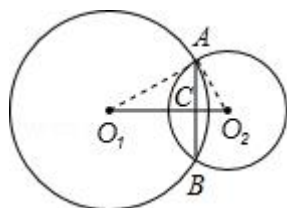
解得： $x = 6.4$ ，

$\therefore AC^2 = 8^2 - x^2 = 64 - 6.4^2 = 23.04$ ，

$\therefore AC = 4.8\text{cm}$ ，

$\therefore$ 弦 AB 的长为： 9.6cm ．

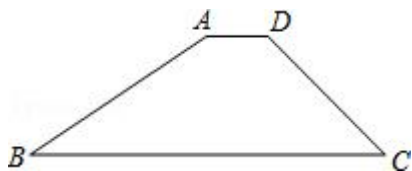
故答案为： 9.6．



【点评】 此题考查了相交圆的性质与勾股定理．此题难度适中，注意掌握辅助线

的作法，注意数形结合思想与方程思想的应用．

17. (4分) 如图，水库大坝的横截面是梯形，坝顶 AD 宽 5 米，坝高 10 米，斜坡 CD 的坡角为 45° ，斜坡 AB 的坡度 $i = 1:1.5$ ，那么坝底 BC 的长度为 30 米．



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题．

【分析】 首先过 A 、 D 作 $AE \perp BC$ 、 $DE \perp BC$ ，可得四边形 $AEFD$ 是矩形，又由斜坡 CD 的坡角为 45° ，斜坡 AB 的坡度 $i = 1:1.5$ ，根据坡度的定义，即可求解．

【解答】 解：分别过 A 、 D 作 $AE \perp BC$ 、 $DE \perp BC$ ，垂足为 E 、 F ，
可得： $BE \parallel CF$ ，

又 $\because BC \parallel AD$ ，

$$\therefore AD = EF, AE = DF$$

由题意，得 $EF = AD = 5$ ， $DF = AE = 10$ ，

$\because$ 斜坡 CD 的坡角为 45° ，

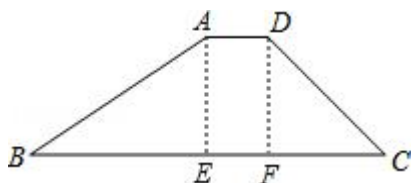
$$\therefore CF = DF \times \cot 45^\circ = 10 \times 1 = 10$$

$\because$ 斜坡 AB 的坡度 $i = 1:1.5$ ，

$$\therefore BE = 1.5AE = 15,$$

$$\therefore \text{坝底 } BC = BE + EF + CF = 15 + 5 + 10 = 30 \text{ 米}.$$

故答案为：30．



【点评】 此题考查了坡度坡角问题．此题难度适中，注意构造直角三角形，并借助于解直角三角形的知识求解是关键．

18. (4分) 如图，将边长为 6 的正方形 $ABCD$ 折叠，使点 D 落在 AB 边的中点 E 处，折痕为 FH ，点 C 落在点 Q 处， EQ 与 BC 交于点 G ，则 $\triangle EBG$ 的周长是

【专题】 121: 几何图形问题; 16: 压轴题.

【解答】 解：由翻折的性质得， $DF = EF$ ，

$\because$ 点 E 是 AB 的中点,

在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中, $AE^2 + AF^2 = EF^2$,

解得 $x = \frac{15}{4}$,

$$\because \angle FEG = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF + \angle BEG = 90^\circ,$$

$$\because \angle AEF + \angle AFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle BEG,$$

又 $\because \angle A = \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle BGE,$$

$$\therefore \frac{BE}{AF} = \frac{BG}{AE} = \frac{EG}{EF},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{3}{9}}{\frac{4}{4}} = \frac{BG}{3} = \frac{EG}{\frac{15}{4}},$$

解得 $BG = 4$, $EG = 5$,

$\therefore \triangle EBG$ 的周长 $= 3+4+5 = 12$.

故答案为: 12.

【点评】 本题考查了翻折变换的性质, 勾股定理, 相似三角形的判定与性质, 熟记性质并求出 $\triangle AEF$ 的各边的长, 然后利用相似三角形的性质求出 $\triangle EBG$ 的各边的长是解题的关键, 也是本题的难点.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $|\cos 30^\circ - 1| + (-\cot 45^\circ)^{2014} + \sin 60^\circ$.

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 根据特殊角的三角函数计算即可.

【解答】 解: $|\cos 30^\circ - 1| + (-\cot 45^\circ)^{2014} + \sin 60^\circ$.

$$= \left| \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right| + (-1)^{2014} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2.$$

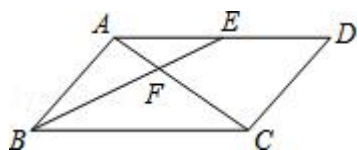
【点评】 本题考查特殊角三角函数值的计算, 特殊角三角函数值计算在中考中经常出现, 题型以选择题、填空题为主. 解题的关键是: 熟记特殊角三角函数值.

20. (10 分) 已知: 如图, $\square ABCD$ 中, E 是 AD 中点, BE 交 AC 于点 F , 设 $\overrightarrow{BA} =$

$$\overrightarrow{a}, \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{b}.$$

(1) 用 $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ 的线性组合表示 $\overrightarrow{FA}$;

(2) 先化简, 再直接在图中求作该向量: $(-\frac{1}{2}\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) - (\overrightarrow{a} + \frac{1}{4}\overrightarrow{b}) + (\frac{5}{2}\overrightarrow{a} + \frac{1}{4}\overrightarrow{b})$.



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 利用三角形法则, 可求得 $\overrightarrow{CA}$, 易证得 $\triangle AEF \sim \triangle CBF$, 然后由相似

三角形的对应边成比例，求得 $\frac{AF}{FC} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{2}$ ，继而求得答案；

(2) 首先利用平面向量的加减运算法则化简此题，然后利用三角形法则，求得答案．

【解答】解：(1) $\because \overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \vec{a} - \vec{b},$$

$\because \square ABCD$ 中, E 是 AD 中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CBF,$$

$$\therefore \frac{AF}{FC} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{2},$$

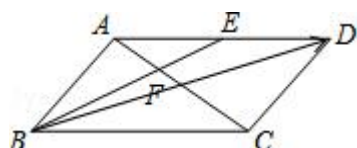
$$\therefore \overrightarrow{FA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} = \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b};$$

$$(2) \left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right) - \left(\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}\right) + \left(\frac{5}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}\right) = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} = \vec{a} + \vec{b}.$$

如图, $\because \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \vec{a} + \vec{b}.$$

$\therefore \overrightarrow{BD}$ 即为所求.

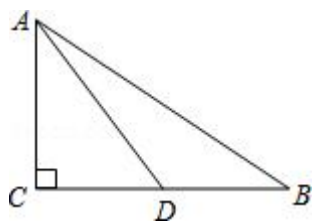


【点评】此题考查了平面向量的知识．此题难度适中，注意掌握三角形法则的应用，注意掌握数形结合思想的应用．

21. (10分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 是 BC 边上的一点， $CD = 6$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$ ， $\tan B = \frac{2}{3}$ ．

(1) 求 AC 和 AB 的长；

(2) 求 $\sin \angle BAD$ 的值．



【考点】T7：解直角三角形．

【分析】（1）通过解 $\text{Rt}\triangle ACD$ 得到 AD 边的长度；然后在该直角三角形中利用勾股定理来求 AC 的长度；然后通过解 $\text{Rt}\triangle ABC$ 可以求得 BC 的长度，再利用勾股定理求线段 AB 的长度．

（2）如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ，构建 $\text{Rt}\triangle ADE$ ，通过解该直角三角形来求 $\sin \angle BAD$ 的值．

【解答】解：（1）如图，在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\because \angle ACD = 90^\circ$ ， $CD = 6$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$ ，

$$\therefore \frac{CD}{AD} = \frac{3}{5}, \text{ 即 } \frac{6}{AD} = \frac{3}{5},$$

则 $AD = 10$ ，

$$\therefore \text{由勾股定理知, } AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

$$\text{又 } \because \tan B = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{2}{3}, \text{ 即 } \frac{8}{BC} = \frac{2}{3},$$

则 $BC = 12$ ．

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, 利用勾股定理知, } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}.$$

综上所述， $AC = 8$ ， $AB = 4\sqrt{13}$ ；

（2）如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ．

由（1）易知， $BD = 6$ ．

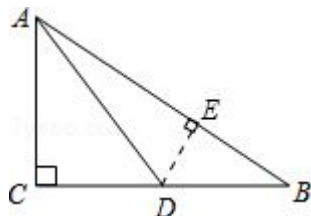
$$\because \tan B = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{DE}{BE} = \frac{2}{3}. \text{ 则 } BE = \frac{3}{2}DE.$$

$$\text{则由勾股定理得到: } 6^2 = DE^2 + \frac{9}{4}DE^2,$$

解得 $DE = \frac{12\sqrt{13}}{13}$,

$$\therefore \sin \angle BAD = \frac{DE}{AD} = \frac{\frac{12\sqrt{13}}{13}}{10} = \frac{6\sqrt{13}}{65}.$$

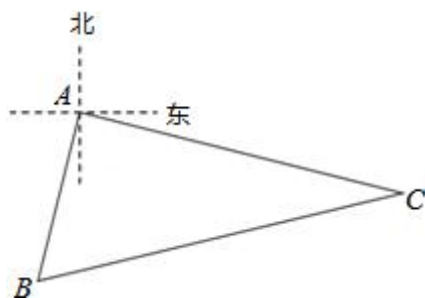


【点评】 本题考查了解直角三角形．要熟练掌握好边角之间的关系．

22. (10分) 如图, 轮船从港口 A 出发, 沿着南偏西 15° 的方向航行了 100 海里到达 B 处, 沿着北偏东 75° 的方向航行 200 海里到达了 C 处.

(1) 求证: $AC \perp AB$;

(2) 轮船沿着 BC 方向继续航行去往港口 D 处, 已知港口 D 位于港口 A 的正东方向, 求轮船还需航行多少海里.



【考点】 TB: 解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【分析】 (1) 利用方向角结合锐角三角函数关系得出 AN 的长, 进而求出 $\angle ACB$ 的度数, 进而得出答案;

(2) 根据题意得出 $AC = DC$, 进而求出答案.

【解答】 (1) 证明: 过点 A 作 $AN \perp BC$ 于点 N ,

由题意可得: $\angle EBA = \angle BAM = 15^\circ$, $\angle EBC = 75^\circ$,

则 $\angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore AB = 100$ 海里,

$\therefore BN = 50$ 海里, $AN = 50\sqrt{3}$ 海里,

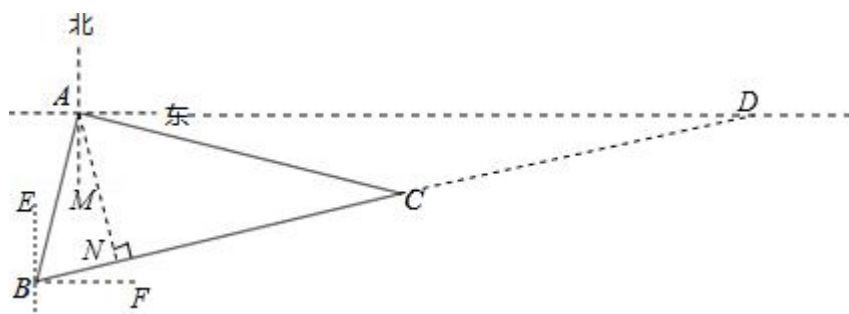
故 $NC = 200 - 50 = 150$ (海里),

则 $\tan \angle ACN = \frac{50\sqrt{3}}{150} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

则 $AC \perp AB$;

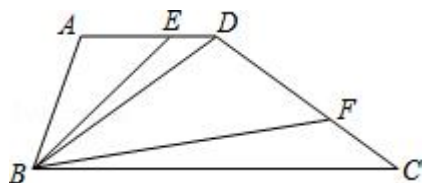
$$\therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 100\sqrt{3} \text{ (海里)},$$

答：轮船还需航行 $100\sqrt{3}$ 海里.



23. (12 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = AB$, $\angle ABC = 2\angle C$, E 与 F 分别为边 AD 与 DC 上的两点, 且有 $\angle EBF = \angle C$.

(2) 当 F 为 DC 中点时, 求 $AE:ED$ 的比值.



【分析】(1) 如图, 证明 $\angle EBD = \angle FBC$, 此为解决问题的关键性结论; 证明 $\triangle EBD \sim \triangle FBC$, 即可解决问题.

(2) 如图, 证明 $\frac{BE}{BF} = \frac{BD}{BC} = \frac{DE}{CF}$; 证明 $\triangle ABE \sim \triangle DBF$, 得到 $\frac{BE}{BF} = \frac{AE}{DF}$, $\frac{DE}{CF} = \frac{AE}{DF}$, 根据 $DF = CF$, 即可解决问题.

【解答】 解: (1) 如图, $\because AD \parallel BC$, $AD = AB$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB; \angle ADB = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABC = 2\angle DBC, \text{ 而 } \angle ABC = 2\angle C,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle C, \text{ 而 } \angle EBF = \angle C,$$

$$\therefore \angle EBF = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle FBC, \text{ 而 } \angle EDB = \angle C,$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle FBC,$$

$$\therefore BE: BF = BD: BC.$$

(2) 如图, $\because \triangle EBD \sim \triangle FBC$,

$$\therefore \frac{BE}{BF} = \frac{BD}{BC} = \frac{DE}{CF};$$

$$\because \angle AEB = \angle ADB + \angle DBE, \angle DFB = \angle C + \angle FBC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DFB, \text{ 且 } \angle ABE = \angle DBF,$$

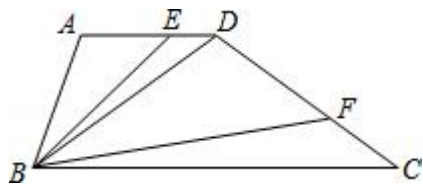
$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DBF,$$

$$\therefore \frac{BE}{BF} = \frac{AE}{DF}, \frac{DE}{CF} = \frac{AE}{DF},$$

$$\because DF = CF,$$

$$\therefore AE = DE,$$

$$\therefore AE: DE = 1.$$



【点评】 该题主要考查了相似三角形的判定及其性质、平行线的性质、三角形外角的性质等几何知识点的应用问题;

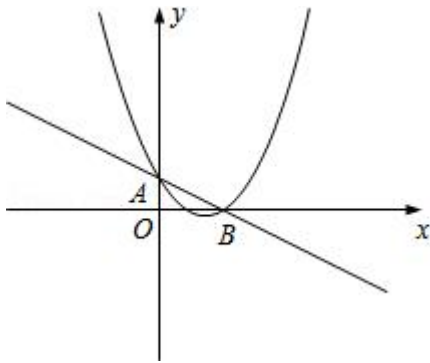
对综合的分析问题解决问题的能力提出了较高的要求.

24. (12分) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{5}{8}x^2 + bx + c$ 经过直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 与坐标轴的两个交点 A、B, 点 C 为抛物线上的一点, 且 $\angle ABC = 90^\circ$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求点 C 坐标;

(3) 直线 $y = -\frac{1}{2}x+1$ 上是否存在点 P , 使得 $\triangle BCP$ 与 $\triangle OAB$ 相似? 若存在, 请直接写出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据直线的解析式求得 A 、 B 的坐标, 然后根据待定系数法即可求得抛物线的解析式;

(2) 作 $CD \perp x$ 轴于 D , 根据题意求得 $\angle OAB = \angle CBD$, 然后求得 $\triangle AOB \sim \triangle BDC$, 根据相似三角形对应边成比例求得 $CD = 2BD$, 从而设 $BD = m$, 则 $C(2+m, 2m)$, 代入抛物线的解析式即可求得;

(3) 分两种情况分别讨论即可求得.

【解答】 解: (1) 把 $x=0$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x+1$ 得, $y=1$,

$\therefore A(0, 1)$,

把 $y=0$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x+1$ 得, $x=2$,

$\therefore B(2, 0)$,

把 $A(0, 1)$, $B(2, 0)$ 代入 $y = \frac{5}{8}x^2 + bx + c$ 得, $\begin{cases} 1=c \\ 0=\frac{5}{2}+2b+c \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} b=-\frac{7}{4} \\ c=1 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式 $y = \frac{5}{8}x^2 - \frac{7}{4}x + 1$,

(2) 如图, 作 $CD \perp x$ 轴于 D ,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABO + \angle CBD = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAB = \angle CBD$,

$$\because \angle AOB = \angle BDC,$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{OB}{OA} = 2,$$

$$\therefore CD = 2BD,$$

设 $BD = m$,

$$\therefore C(2+m, 2m),$$

$$\text{代入 } y = \frac{5}{8}x^2 - \frac{7}{4}x + 1 \text{ 得, } 2m = \frac{5}{8}(m+2)^2 - \frac{7}{4}(m+2) + 1, \text{ 解得, } m = 2 \text{ 或 } m = 0$$

(舍去),

$$\therefore C(4, 4);$$

$$(3) \because OA = 1, OB = 2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{5},$$

$$\because B(2, 0), C(4, 4),$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{5},$$

$$\text{①当 } \triangle AOB \sim \triangle PBC \text{ 时, 则 } \frac{PB}{OA} = \frac{BC}{OB}$$

$$\therefore \frac{PB}{1} = \frac{2\sqrt{5}}{2}, \text{ 解得, } PB = \sqrt{5},$$

作 $PE \perp x$ 轴于 E , 则 $\triangle AOB \sim \triangle PEB$,

$$\therefore \frac{PE}{OA} = \frac{PB}{AB}, \text{ 即 } \frac{PE}{1} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore PE = 1,$$

$$\therefore P \text{ 的纵坐标为 } \pm 1, \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 得, } x = 0 \text{ 或 } x = 4,$$

$$\therefore P(0, 1) \text{ 或 } (4, -1);$$

$$\text{②当 } \triangle AOB \sim \triangle CBP \text{ 时, 则 } \frac{PB}{OB} = \frac{BC}{OA},$$

$$\text{即 } \frac{PB}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{1}, \text{ 解得, } PB = 4\sqrt{5},$$

作 $PE \perp x$ 轴于 E , 则 $\triangle AOB \sim \triangle PEB$,

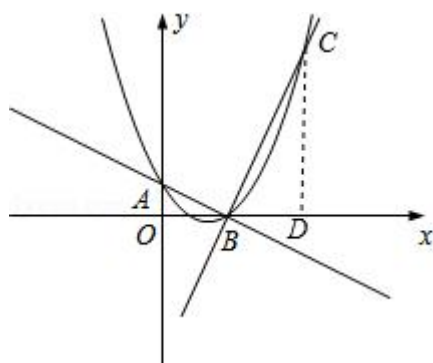
$$\therefore \frac{PE}{OA} = \frac{PB}{AB}, \text{ 即 } \frac{PE}{1} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore PE = 4,$$

$$\therefore P \text{ 的纵坐标为 } \pm 4, \text{ 代入 } y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 得, } x = -6 \text{ 或 } x = 10,$$

$\therefore P(-6, 4)$ 或 $(10, -4)$;

综上, P 的坐标为 $(0, 1)$ 或 $(4, -1)$ 或 $(-6, 4)$ 或 $(10, -4)$.



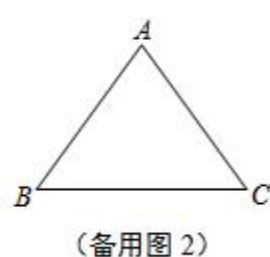
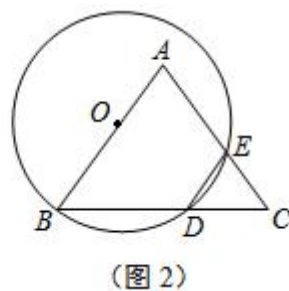
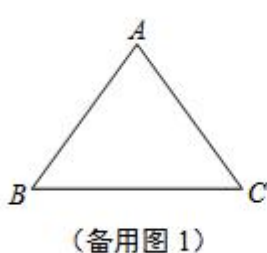
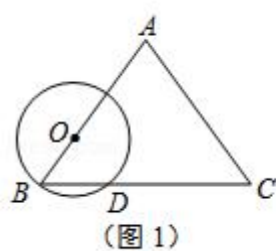
【点评】 本题是二次函数和一次函数的综合题,考查了待定系数法、三角形相似的判定和性质,数形结合运用是解题的关键.

25. (14分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 6$, O 为边 AB 上一动点 (不与 A 、 B 重合), 以 O 为圆心 OB 为半径的圆交 BC 于点 D , 设 $OB = x$, $DC = y$.

(1) 如图 1, 求 y 关于 x 的函数关系式及定义域;

(2) 当 $\odot O$ 与线段 AC 有且只有一个交点时, 求 x 的取值范围;

(3) 如图 2, 若 $\odot O$ 与边 AC 交于点 E (有两个交点时取靠近 C 的交点), 联结 DE , 当 $\triangle DEC$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, 求 x 的值.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 连接 OD , 求得 $OD \parallel AC$, 得出 $\triangle BOD \sim \triangle BAC$, $\frac{BO}{BA} = \frac{BD}{BC}$, 从而求得 $\frac{x}{5} = \frac{6-y}{6}$, 即可求得 y 关于 x 的函数关系式.

(2) 设切点为 M , 作 $BN \perp AC$ 于 N , 连接 OM , 得出 $OM \parallel BN$, $\frac{OM}{BN} = \frac{AO}{AB}$, 根据三角形的面积公式求得 $BN = \frac{24}{5}$, 从而求得 $\frac{x}{\frac{24}{5}} = \frac{5-x}{5}$, 解得 $x = \frac{120}{49}$, 所以 x

$= \frac{120}{49}$ 或 $2.5 < x < 5$ 时, $\odot O$ 与线段 AC 有且只有一个交点.

(3) ①如果 $\triangle DEC \sim \triangle ABC$ 时, 根据圆内接四边形的性质得出 $\angle EDC = \angle A$, $\angle DEC = \angle B$, 就可证得 $\triangle DEC \sim \triangle ABC$, 从而证得 AB 是圆 O 的直径, 即可求得 x 的值, ②如果 $\triangle DEC \sim \triangle BAC$ 时, 先证得四边形 $AODE$ 是平行四边形, 进而根据余弦函数即可求得.

【解答】 解: (1) 如图 1, 连接 OD ,

$$\because OB = OD, AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ODB. \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle C,$$

$$\therefore OD \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle BOD \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{BO}{BA} = \frac{BD}{BC}.$$

$$\because AB = AC = 5, BC = 6, OB = x, DC = y,$$

$$\therefore \frac{x}{5} = \frac{6-y}{6},$$

$$\therefore y = -\frac{6}{5}x + 6.$$

$\because O$ 为边 AB 上一动点 (不与 A 、 B 重合),

$$\therefore 0 < x < 5;$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的函数关系式为 } y = -\frac{6}{5}x + 6, \text{ 定义域为 } 0 < x < 5;$$

(2) 如图 2, 当 $\odot O$ 与 AC 相切时, 设切点为 M , $\odot O$ 与线段 AC 有且只有一个交点,

作 $BN \perp AC$ 于 N , 连接 OM ,

$$\therefore OM \perp AC,$$

$$\therefore OM \parallel BN,$$

$$\therefore \frac{OM}{BN} = \frac{AO}{AB},$$

$$\because AB = AC = 5, BC = 6,$$

$$\therefore BC \text{ 边上的高为 } 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2}BC \times 4 = \frac{1}{2}AC \cdot BN,$$

$$\therefore BN = \frac{24}{5},$$

$$\therefore \frac{x}{\frac{24}{5}} = \frac{5-x}{5},$$

$$\text{解得 } x = \frac{120}{49},$$

$$\therefore x = \frac{120}{49} \text{ 或 } 2.5 < x < 5 \text{ 时, } \odot O \text{ 与线段 } AC \text{ 有且只有一个交点.}$$

(3) 如图 3, ①若以 AB 为直径作圆 O , 交 AC 于 E 时, 根据圆内接四边形的性质 $\angle EDC = \angle A$, $\angle DEC = \angle B$,

则 $\triangle DEC \sim \triangle ABC$,

$$\text{此时 } x = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}.$$

②若 $DE \parallel AB$ 时, 如图 4, $\because OB = OD = x$,

$$\therefore \angle B = \angle ODB,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle C,$$

$$\therefore OD \parallel AC,$$

$\therefore$ 四边形 $AODE$ 是平行四边形,

$$\therefore DE = OA = 5 - x, \angle ODE = \angle A,$$

作 $CM \perp AB$ 于 M , $ON \perp DE$ 于 N ,

$$\because AB = AC = 5, BC = 6,$$

$$\therefore 5^2 - AM^2 = 6^2 - (5 - AM)^2,$$

$$\text{解得 } AM = \frac{7}{5},$$

$$\therefore \cos \angle A = \frac{AM}{AC} = \frac{\frac{7}{5}}{5} = \frac{7}{25},$$

$$\because OD = OE,$$

$$\therefore DN = \frac{1}{2}DE = \frac{5-x}{2},$$

$$\therefore \cos \angle ODE = \frac{DN}{OD} = \cos \angle A = \frac{7}{25}, \text{ 即 } \frac{5-x}{x} = \frac{7}{25},$$

$$\text{解得 } x = \frac{125}{39}.$$

综上, 当 $\triangle DEC$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, x 的值为 $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{125}{39}$.

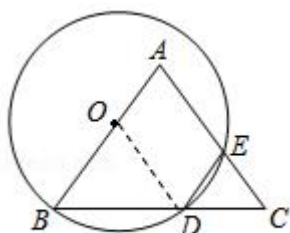
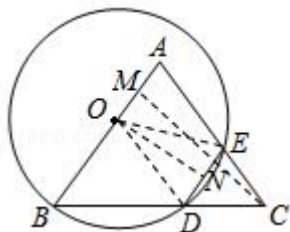


图3

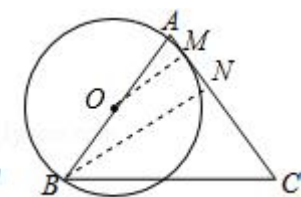


图2

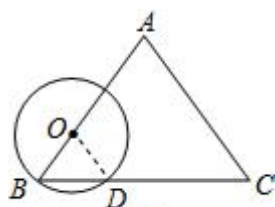


图1

【点评】 本题考查了切线的性质, 三角形相似的判定和性质, 三角形的面积等, 作出辅助线构建相似三角形是本题的关键.