

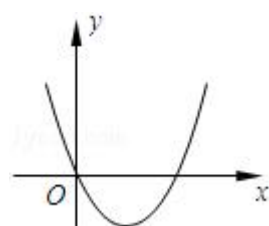
2015 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每小题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 对于抛物线 $y = (x - 2)^2$ ，下列说法正确的是 ()

- A. 顶点坐标是 (2, 0) B. 顶点坐标是 (0, 2)
C. 顶点坐标是 (-2, 0) D. 顶点坐标是 (0, -2)

2. (4 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象如图所示，那么 a 、 b 的符号为 ()

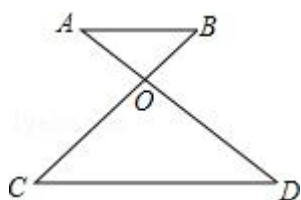


- A. $a > 0, b > 0$; B. $a < 0, b > 0$ C. $a > 0, b < 0$ D. $a < 0, b < 0$

3. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， a 、 b 、 c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边，下列等式中正确的是 ()

- A. $\cos A = \frac{a}{c}$ B. $\sin B = \frac{c}{b}$ C. $\tan B = \frac{a}{b}$ D. $\cot A = \frac{b}{a}$

4. (4 分) 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， AD 与 BC 相交于点 O ， $AO: DO = 1: 2$ ，那么下列式子正确的是 ()



- A. $BO: BC = 1: 2$ B. $CD: AB = 2: 1$ C. $CO: BC = 1: 2$
D. $AD: DO = 3: 1$

5. (4 分) 已知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{c}$ ，下列条件中，不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()

- A. $\vec{a} = -2\vec{b}$ B. $\vec{a} = \vec{c}, \vec{b} = 3\vec{c}$
C. $\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{c}, \vec{a} - \vec{b} = -\vec{c}$ D. $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$

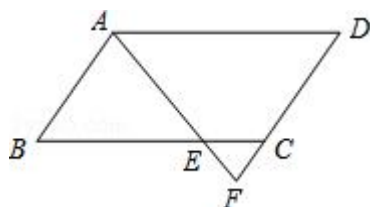
6. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3\text{cm}$ ， $BC = 4\text{cm}$ 。以点 A 为圆心，半

径为 3cm 的圆记作圆 A ，以点 B 为圆心，半径为 4cm 的圆记作圆 B ，则圆 A 与圆 B 的位置关系是（ ）

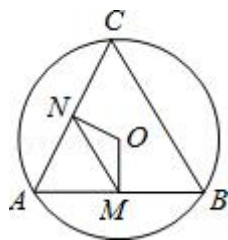
- A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切.

二、填空题：（本大题共 12 题，每小题 4 分，满分 48 分）【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

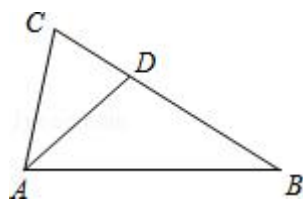
7. (4 分) 如果函数 $y = (a - 1)x^2$ 是二次函数，那么 a 的取值范围是_____.
8. (4 分) 在平面直角坐标系中，如果把抛物线 $y = x^2 + 2$ 向上平移 2 个单位，那么所得抛物线的表达式为_____.
9. (4 分) 已知抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 的对称轴为 l ，如果点 $M(-3, 0)$ 与点 N 关于这条对称轴 l 对称，那么点 N 的坐标是_____.
10. (4 分) 请写出一个经过点 $(0, 1)$ ，且在对称轴右侧部分是下降的抛物线的表达式，这条抛物线的表达式可以是_____.
11. (4 分) 已知线段 b 是线段 a 、 c 的比例中项，且 $a = 1$ ， $c = 4$ ，那么 $b =$ _____.
12. (4 分) 如果两个相似三角形的周长比为 $1:2$ ，那么它们的对应中线的比为_____.
13. (4 分) 如图，已知在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 BC 上，射线 AE 交 DC 的延长线于点 F ， $AB = 2$ ， $BE = 3EC$ ，那么 DF 的长为_____.



14. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin A = \frac{12}{13}$ ， $BC = 12$ ，那么 $AC =$ _____.
15. (4 分) 小杰在楼上点 A 处看到楼下点 B 处的小丽的俯角是 36° ，那么点 B 处的小丽看点 A 处的小杰的仰角是_____度.
16. (4 分) 正九边形的中心角等于_____度.
17. (4 分) 如图， AB 、 AC 都是圆 O 的弦， $OM \perp AB$ ， $ON \perp AC$ ，垂足分别为 M 、 N ，如果 $BC = 6$ ，那么 $MN =$ _____.



18. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=9$, $AC=5$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D
(如图), $\triangle ABD$ 沿直线 AD 翻折后, 点 B 落到点 B_1 处, 如果 $\angle B_1DC = \frac{1}{2}\angle BAC$, 那么 $BD = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题: (本大题共7题, 满分78分)

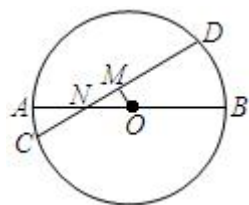
19. (10分) 计算: $|1 - \sin 30^\circ| + \frac{1}{2} \cot 30^\circ \cdot \tan 60^\circ + \frac{2}{1 - 2\cos 45^\circ}$.

20. (10分) 已知二次函数 $y = mx^2 - 2x + n$ ($m \neq 0$) 的图象经过点 $(2, -1)$ 和 $(-1, 2)$, 求这个二次函数的解析式, 并求出它的图象的顶点坐标和对称轴.

21. (10分) 如图, 已知 AB 是圆 O 的直径, $AB=10$, 弦 CD 与 AB 相交于点 N , $\angle ANC = 30^\circ$, $ON: AN = 2: 3$, $OM \perp CD$, 垂足为点 M .

(1) 求 OM 的长;

(2) 求弦 CD 的长.

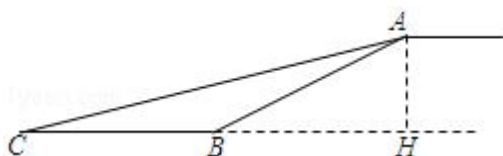


22. (10分) 如图, 某地下车库的入口处有斜坡 AB , 它的坡度为 $i=1:2$, 斜坡 AB 的长为 $6\sqrt{5}$ 米, 车库的高度为 AH ($AH \perp BC$), 为了让行车更安全, 现将斜坡的坡角改造为 14° (图中的 $\angle ACB = 14^\circ$).

(1) 求车库的高度 AH ;

(2) 求点 B 与点 C 之间的距离 (结果精确到1米).

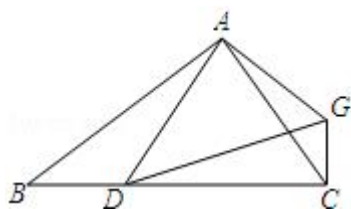
(参考数据: $\sin 14^\circ = 0.24$, $\cos 14^\circ = 0.97$, $\tan 14^\circ = 0.25$, $\cot 14^\circ = 4.01$)



23. (12分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，且 $\angle BAC = \angle DAG$ ， $\angle CDG = \angle BAD$ 。

(1) 求证： $\frac{AD}{AB} = \frac{AG}{AC}$ ；

(2) 当 $GC \perp BC$ 时，求证： $\angle BAC = 90^\circ$ 。

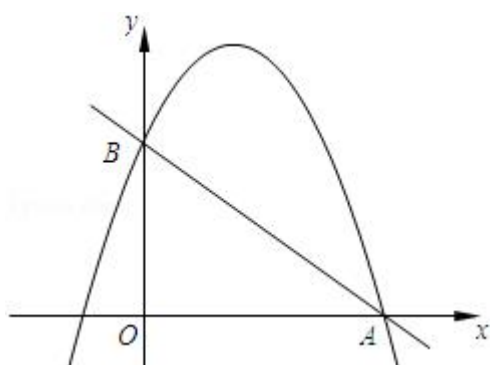


24. (12分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 坐标为 $(8, 0)$ ，点 B 在 y 轴的正半轴上，且 $\cot \angle OAB = \frac{4}{3}$ ，抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过 A 、 B 两点。

(1) 求 b 、 c 的值；

(2) 过点 B 作 $CB \perp OB$ ，交这个抛物线于点 C ，以点 C 为圆心， CB 为半径长的圆记作圆 C ，以点 A 为圆心， r 为半径长的圆记作圆 A 。若圆 C 与圆 A 外切，求 r 的值；

(3) 若点 D 在这个抛物线上， $\triangle AOB$ 的面积是 $\triangle OBD$ 面积的8倍，求点 D 的坐标。

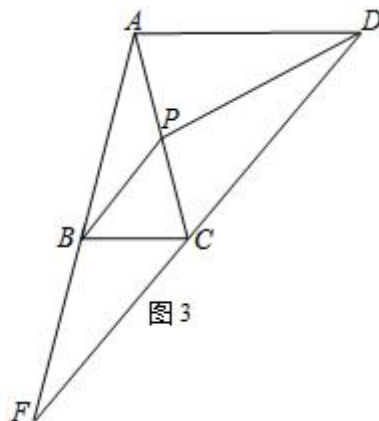
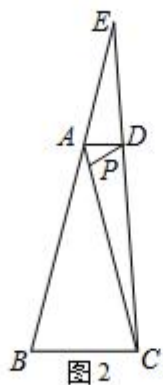
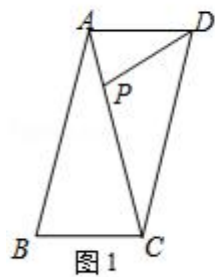


25. (14分) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 8$ ， $BC = 4$ ，点 P 是边 AC 上的一个动点， $\angle APD = \angle ABC$ ， $AD \parallel BC$ ，连接 DC 。

(1) 如图1，如果 $DC \parallel AB$ ，求 AP 的长；

(2) 如图2，如果直线 DC 与边 BA 的延长线交于点 E ，设 $AP = x$ ， $AE = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

(3) 如图 3, 如果直线 DC 与边 BA 的反向延长线交于点 F , 连接 BP , 当 $\triangle CPD$ 与 $\triangle CBF$ 相似时, 试判断线段 BP 与线段 CF 的数量关系, 并说明你的理由.



2015 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每小题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 对于抛物线 $y = (x - 2)^2$ ，下列说法正确的是 ()

- A. 顶点坐标是 (2, 0) B. 顶点坐标是 (0, 2)
C. 顶点坐标是 (-2, 0) D. 顶点坐标是 (0, -2)

【考点】H3：二次函数的性质.

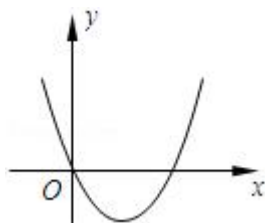
【分析】直接利用顶点式写出二次函数的顶点坐标即可得到正确的选项.

【解答】解：抛物线 $y = (x - 2)^2$ 的顶点坐标为 (2, 0),

故选：A.

【点评】本题考查了二次函数的性质，解题的关键是了解二次函数的顶点式，难度不大.

2. (4 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象如图所示，那么 a 、 b 的符号为 ()



- A. $a > 0, b > 0$; B. $a < 0, b > 0$ C. $a > 0, b < 0$ D. $a < 0, b < 0$

【考点】H4：二次函数图象与系数的关系.

【分析】根据函数图象的特点：开口方向、对称轴等即可判断出 a 、 b 的符号.

【解答】解：如图所示，抛物线开口向上，则 $a > 0$,

又因为对称轴在 y 轴右侧，故 $-\frac{b}{2a} > 0$,

因为 $a > 0$ ，所以 $b < 0$,

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数的图象与系数的关系，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 系数符号由抛物线开口方向、对称轴确定.

3. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, a 、 b 、 c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边, 下列等式中正确的是 ()

A. $\cos A = \frac{a}{c}$ B. $\sin B = \frac{c}{b}$ C. $\tan B = \frac{a}{b}$ D. $\cot A = \frac{b}{a}$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据三角函数定义: (1) 正弦: 我们把锐角 A 的对边 a 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的正弦, 记作 $\sin A$.

(2) 余弦: 锐角 A 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的余弦, 记作 $\cos A$.

(3) 正切: 锐角 A 的对边 a 与邻边 b 的比叫做 $\angle A$ 的正切, 记作 $\tan A$. 分别进行分析即可.

【解答】解: A、 $\cos A = \frac{b}{c}$, 故选项错误;

B、 $\sin B = \frac{b}{c}$, 故选项错误;

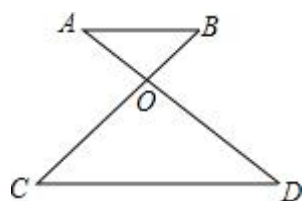
C、 $\tan B = \frac{b}{a}$, 故选项错误;

D、正确.

故选: D.

【点评】本题考查锐角三角函数的定义及运用: 在直角三角形中, 锐角的正弦为对边比斜边, 余弦为邻边比斜边, 正切为对边比邻边.

4. (4分) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, AD 与 BC 相交于点 O , $AO: DO = 1: 2$, 那么下列式子正确的是 ()



A. $BO: BC = 1: 2$

B. $CD: AB = 2: 1$ C. $CO: BC = 1: 2$

D. $AD: DO = 3: 1$

【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】证明 $\triangle AOB \sim \triangle DOC$, 得到 $AB: CD = AO: DO = 1: 2$, 即可解决问题.

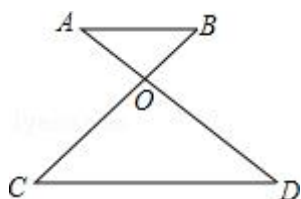
【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle DOC,$$

$$\therefore AB: CD = AO: DO = 1: 2,$$

$\therefore CD: AB = 2: 1$,

故选: B .



【点评】该题主要考查了平行线分线段成比例定理及其应用问题;解题的关键是判断出 $\triangle AOB \sim \triangle DOC$.

5. (4分) 已知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{c}$, 下列条件中, 不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()

A. $\vec{a} = -2\vec{b}$

B. $\vec{a} = \vec{c}$, $\vec{b} = 3\vec{c}$

C. $\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{c}$, $\vec{a} - \vec{b} = -\vec{c}$

D. $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】根据平行向量的定义, 符号相同或相反的向量叫做平行向量对各选项分析判断利用排除法求解.

【解答】解: A、 $\vec{a} = -2\vec{b}$, 两个向量方向相反, 互相平行, 故本选项错误;

B、 $\vec{a} = \vec{c}$, $\vec{b} = 3\vec{c}$, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b} \parallel \vec{c}$, 故本选项错误;

C、由已知条件知 $\vec{a} = -\vec{b}$, $3\vec{b} = 2\vec{c}$, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b} \parallel \vec{c}$, 故本选项错误;

D、 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ 只知道两向量模的数量关系, 但是方向不一定相同或相反, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不一定平行, 故本选项正确.

故选: D .

【点评】本题考查了平面向量, 主要是对平行向量的考查, 熟记概念是解题的关键.

6. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$. 以点 A 为圆心, 半径为 3cm 的圆记作圆 A , 以点 B 为圆心, 半径为 4cm 的圆记作圆 B , 则圆 A 与圆 B 的位置关系是 ()

A. 外离

B. 外切

C. 相交

D. 内切.

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】首先利用勾股定理求得斜边 AB 的长, 然后与两圆的半径的和比较即可

确定两圆的位置关系.

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$,

$$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{cm},$$

$\therefore$ 以点 A 为圆心, 半径为 3cm 的圆记作圆 A , 以点 B 为圆心, 半径为 4cm 的圆记作圆 B ,

$\therefore$ 两圆的半径之和为 7cm , 大于 AB 的长,

$\therefore$ 两圆相交,

故选: C .

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系, 解题的关键是利用勾股定理求得斜边的长, 难度不大.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每小题 4 分, 满分 48 分) 【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 如果函数 $y = (a - 1)x^2$ 是二次函数, 那么 a 的取值范围是 $a > 1$ 或 $a < 1$.

【考点】H1: 二次函数的定义.

【分析】根据二次函数的定义列出不等式求解即可.

【解答】解: 由 $y = (a - 1)x^2$ 是二次函数, 得

$a - 1 \neq 0$. 解得 $a \neq 1$,

即 $a > 1$ 或 $a < 1$,

故答案为: $a > 1$ 或 $a < 1$.

【点评】本题考查二次函数的定义, 注意二次函数二次项的系数不能为零.

8. (4 分) 在平面直角坐标系中, 如果把抛物线 $y = x^2 + 2$ 向上平移 2 个单位, 那么所得抛物线的表达式为 $y = x^2 + 4$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】易得新抛物线的顶点, 根据顶点式及平移前后二次项的系数不变可得新抛物线的解析式.

【解答】解: 原抛物线的顶点为 $(0, 2)$, 向上平移 2 个单位, 那么新抛物线的顶点为 $(0, 4)$;

则新抛物线的解析式为: $y = x^2 + 4$.

故答案是： $y = x^2 + 4$.

【点评】 主要考查了函数图象的平移，抛物线平移不改变二次项的系数的值，解决本题的关键是得到新抛物线的顶点坐标.

9. (4分) 已知抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 的对称轴为 l ，如果点 $M(-3, 0)$ 与点 N 关于这条对称轴 l 对称，那么点 N 的坐标是 $(1, 0)$.

【考点】 H3：二次函数的性质.

【分析】 首先确定该二次函数的对称轴，然后根据关于对称轴对称的两点到对称轴的距离相等确定正确的选项.

【解答】 解： $\because$ 抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 的对称轴为 l ,

$$\therefore l: x = -\frac{2}{2 \times 1} = -1,$$

$\because$ 点 $M(-3, 0)$ 与点 N 关于这条对称轴 l 对称,

$$\therefore \text{设 } N(a, 0), \text{ 则 } \frac{-3+a}{2} = -1,$$

解得： $a = 1$,

故点 N 的坐标为 $(1, 0)$,

故答案为 $(1, 0)$.

【点评】 本题考查了二次函数的性质，解题的关键是了解位于抛物线上的纵坐标相同的点到对称轴的距离相等.

10. (4分) 请写出一个经过点 $(0, 1)$ ，且在对称轴右侧部分是下降的抛物线的表达式，这条抛物线的表达式可以是 $y = -x^2 + 1$.

【考点】 H3：二次函数的性质.

【专题】 26：开放型.

【分析】 首先根据在对称轴右侧部分是下降确定其开口方向，然后根据经过的点的坐标确定解析式即可.

【解答】 解： $\because$ 在对称轴右侧部分是下降，

$$\therefore \text{设抛物线的解析式为 } y = -x^2 + b,$$

$\because$ 经过点 $(0, 1)$,

$$\therefore \text{解析式可以是 } y = -x^2 + 1,$$

故答案为： $y = -x^2 + 1$.

【点评】 考查了二次函数的性质，掌握二次函数在对称轴两侧的增减性相反是解

题的关键，即根据增减性可以确定出开口方向进而确定出 a 的符号.

11. (4分) 已知线段 b 是线段 a 、 c 的比例中项，且 $a = 1$ ， $c = 4$ ，那么 $b =$ 2.

【考点】S2：比例线段.

【分析】根据比例中项的定义可得 $b^2 = ac$ ，从而易求 b .

【解答】解：∵ b 是 a 、 c 的比例中项，

$$\therefore b^2 = ac,$$

$$\text{即 } b^2 = 4,$$

$$\therefore b = \pm 2 \text{ (负数舍去).}$$

故答案是：2.

【点评】本题考查了比例线段，解题的关键是理解比例中项的含义.

12. (4分) 如果两个相似三角形的周长比为 1:2，那么它们的对应中线的比为 1:2.

【考点】S7：相似三角形的性质.

【分析】根据相似三角形的周长比等于相似比可求得其相似比，再根据对应中线的比等于相似比可得到答案.

【解答】解：∵ 两个相似三角形的周长比为 1:2，

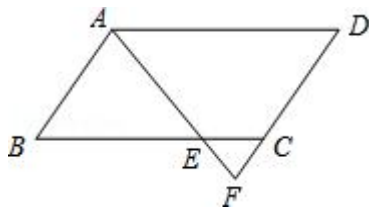
$$\therefore \text{两个相似三角形的相似比为 } 1:2,$$

$$\therefore \text{对应中线的比为 } 1:2,$$

故答案为：1:2.

【点评】本题主要考查相似三角形的性质，掌握相似三角形的周长比、对应中线比等于相似比是解题的关键.

13. (4分) 如图，已知在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 BC 上，射线 AE 交 DC 的延长线于点 F ， $AB = 2$ ， $BE = 3EC$ ，那么 DF 的长为 $\frac{8}{3}$.



【考点】L5：平行四边形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】如图，证明 $AB \parallel CD$ ， $CD = AB = 2$ ，得到 $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ ，列出比例式

求出 CF 的长度，即可解决问题．

【解答】 解：如图， $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

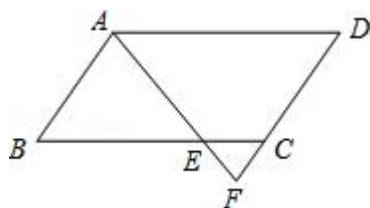
$$\therefore AB \parallel CD, CD = AB = 2;$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCE,$$

$$\therefore \frac{AB}{CF} = \frac{BE}{CE} = \frac{3CE}{CE},$$

$$\therefore CF = \frac{2}{3}, DF = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3},$$

故答案为 $\frac{8}{3}$ ．



【点评】 该题主要考查了平行四边形的性质、相似三角形的判定及其性质的应用问题；应牢固掌握平行四边形的性质、相似三角形的判定及其性质等知识点．

14. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin A = \frac{12}{13}$ ， $BC = 12$ ，那么 $AC = \underline{5}$ ．

【考点】 T7：解直角三角形．

【分析】 先根据正切的定义得到 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$ ，则可得到 $AB = 13$ ，然后根据

勾股定理计算 AC 的长．

【解答】 解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}, BC = 12,$$

$$\therefore AB = 13,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 5.$$

故答案为 5．

【点评】 本题考查了解直角三角形：在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形．

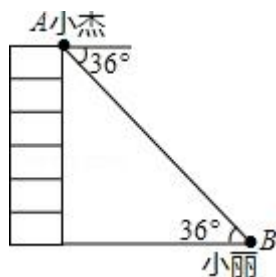
15. (4 分) 小杰在楼上点 A 处看到楼下点 B 处的小丽的俯角是 36° ，那么点 B 处的小丽看点 A 处的小杰的仰角是 $\underline{36^\circ}$ 度．

【考点】 TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题．

【分析】 根据仰角俯角的定义解答．

【解答】解：如图，点 B 处的小丽看点 A 处的小杰的仰角是 36° .

故答案为 36° .



【点评】本题考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，要求学生理解仰角俯角的定义并灵活掌握.

16. (4 分) 正九边形的中心角等于 40 度.

【考点】MM: 正多边形和圆.

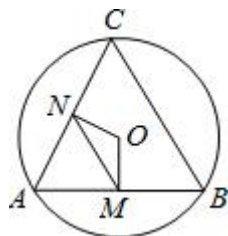
【分析】利用 360 度除以边数 9，即可求解.

【解答】解：正九边形的中心角等于： $\frac{360}{9} = 40^\circ$.

故答案是：40.

【点评】本题考查了正多边形的计算，理解正多边形的中心角相等是关键.

17. (4 分) 如图， AB 、 AC 都是圆 O 的弦， $OM \perp AB$ ， $ON \perp AC$ ，垂足分别为 M 、 N ，如果 $BC = 6$ ，那么 $MN =$ 3 .



【考点】KX: 三角形中位线定理；M2: 垂径定理.

【专题】11: 计算题.

【分析】由 OM 垂直于 AB ， ON 垂直于 AC ，利用垂径定理得到 M 与 N 分别为 AB 、 AC 的中点，即 MN 为三角形 ABC 的中位线，利用中位线定理得到 MN 等于 BC 的一半，即可求出 MN 的长.

【解答】解： $\because OM \perp AB$ ， $ON \perp AC$ ，

$\therefore M$ 、 N 分别为 AB 、 AC 的中点，

$\therefore MN$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\because BC = 6,$$

$$\therefore MN = \frac{1}{2}BC = 3.$$

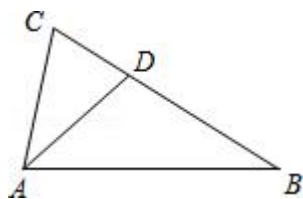
故答案为：3.

【点评】此题考查了垂径定理，以及中位线定理，熟练掌握定理是解本题的关键.

18. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 9$ ， $AC = 5$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D

(如图)， $\triangle ABD$ 沿直线 AD 翻折后，点 B 落到点 B_1 处，如果 $\angle B_1DC = \frac{1}{2}\angle$

BAC ，那么 $BD = \underline{6}$.



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】如图，作辅助线；证明 $\triangle ADB' \sim \triangle DCB'$ ，得到 $\frac{AB'}{B'D} = \frac{B'D}{CB'}$ ；求出

AB' 、 CB' 的长度；进而求出 $B'D$ 的长度，即可解决问题.

【解答】解：如图，由题意得： $\triangle ABD \cong \triangle AB'D$ ，

$$\therefore BD = B'D, \angle B'AD = \angle BAD \text{ (设为 } \alpha \text{)};$$

$$\because \angle B'DC = \frac{1}{2}\angle BAC,$$

$$\therefore \angle B'DC = \angle B'AD; \text{ 而 } \angle B' = \angle B',$$

$$\therefore \triangle ADB' \sim \triangle DCB',$$

$$\therefore \frac{AB'}{B'D} = \frac{B'D}{CB'} \text{ ①};$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle CAB,$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{9}{5},$$

设 $B'D = BD = 9\lambda$ ，则 $CD = 5\lambda$ ；

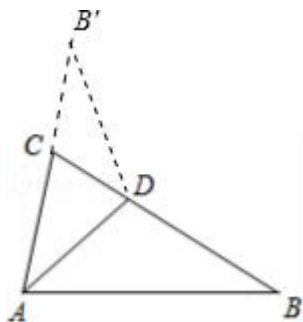
$$\because \triangle ABD \cong \triangle AB'D,$$

$$\therefore AB' = AB = 9, CB' = 9 - 5 = 4, \text{ 代入①并解得:}$$

$$B'D = 6,$$

$$\therefore BD = 6.$$

故答案为6.



【点评】该题主要考查了翻折变换的性质、相似三角形的判定及其性质等几何知识点及其应用问题；解题的关键是牢固掌握相似三角形的判定及其性质．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）计算： $|1 - \sin 30^\circ| + \frac{1}{2} \cot 30^\circ \cdot \tan 60^\circ + \frac{2}{1 - 2\cos 45^\circ}$.

【考点】79：二次根式的混合运算；T5：特殊角的三角函数值．

【分析】利用特殊角的三角函数值及二次根式的混合运算的顺序求解即可．

【解答】解： $|1 - \sin 30^\circ| + \frac{1}{2} \cot 30^\circ \cdot \tan 60^\circ + \frac{2}{1 - 2\cos 45^\circ}$.

$$\begin{aligned}
 &= |1 - \frac{1}{2}| + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} + \frac{2}{1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}, \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{2}{1 - \sqrt{2}}, \\
 &= -2\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

【点评】本题主要考查了二次根式的混合运算及特殊角的三角函数值，解题的关键是熟记特殊角的三角函数值及二次根式的混合运算的顺序．

20.（10 分）已知二次函数 $y = mx^2 - 2x + n$ ($m \neq 0$) 的图象经过点 (2, -1) 和 (-1, 2), 求这个二次函数的解析式, 并求出它的图象的顶点坐标和对称轴.

【考点】H8：待定系数法求二次函数解析式．

【分析】把点 (2, -1) 和 (-1, 2) 代入 $y = mx^2 - 2x + n$ ($m \neq 0$) 求出 m, n 的值, 即可求出二次函数的解析式及它的图象的顶点坐标和对称轴.

【解答】解：由题意得

$$\begin{cases} 4m - 4 + n = -1 \\ m + 2 + n = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m = 1 \\ n = -1 \end{cases},$$

所以这个二次函数的解析式为 $y = x^2 - 2x - 1$,

顶点坐标为 (1, -2) 对称轴是直线 $x = 1$.

【点评】本题主要考查了待定系数法求二次函数解析式, 解题的关键是利用待定

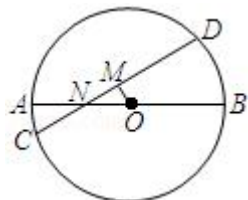
系数法求二次函数解析式.

21. (10 分) 如图, 已知 AB 是圆 O 的直径, $AB = 10$, 弦 CD 与 AB 相交于点 N ,

$\angle ANC = 30^\circ$, $ON: AN = 2: 3$, $OM \perp CD$, 垂足为点 M .

(1) 求 OM 的长;

(2) 求弦 CD 的长.



【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【分析】 (1) 作辅助线; 首先根据题意求出 ON , 根据 30° 角的直角三角形的性质即可求得 OM ;

(2) 借助勾股定理求出 CM 的长度, 即可解决问题.

【解答】 解: $\because AB = 10$,

$$\therefore OA = 5,$$

$$\because ON: AN = 2: 3,$$

$$\therefore ON = 2,$$

$$\because \angle ANC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ONM = 30^\circ,$$

$$\therefore OM = \frac{1}{2}ON = 1;$$

(2) 如图, 连接 OC ,

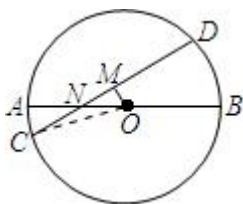
由勾股定理得:

$$CM^2 = CO^2 - OM^2$$

$$= 25 - 1 = 24,$$

$$\therefore CM = 2\sqrt{6},$$

$$\therefore CD = 2CM = 4\sqrt{6}.$$



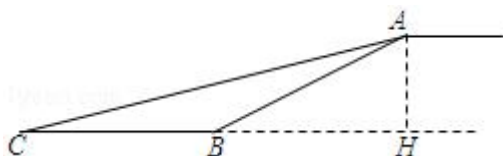
【点评】 本题考查了垂径定理、勾股定理、含 30° 角的直角三角形的边角关系及其应用问题；解题的关键是作辅助线，灵活运用有关定理来分析、判断、推理或解答.

22. (10 分) 如图, 某地下车库的入口处有斜坡 AB , 它的坡度为 $i = 1:2$, 斜坡 AB 的长为 $6\sqrt{5}$ 米, 车库的高度为 AH ($AH \perp BC$), 为了让行车更安全, 现将斜坡的坡角改造为 14° (图中的 $\angle ACB = 14^\circ$).

(1) 求车库的高度 AH ;

(2) 求点 B 与点 C 之间的距离 (结果精确到 1 米).

(参考数据: $\sin 14^\circ = 0.24$, $\cos 14^\circ = 0.97$, $\tan 14^\circ = 0.25$, $\cot 14^\circ = 4.01$)



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 (1) 利用坡度为 $i = 1:2$, 得出 $AH: BH = 1:2$, 进而利用勾股定理求出 AH 的长;

(2) 利用 $\tan 14^\circ = \frac{6}{BC+12}$, 求出 BC 的长即可.

【解答】 解: (1) 由题意可得: $AH: BH = 1:2$,

设 $AH = x$, 则 $BH = 2x$,

故 $x^2 + (2x)^2 = (6\sqrt{5})^2$,

解得: $x = 6$,

答: 车库的高度 AH 为 $6m$;

(2) $\because AH = 6$, $\therefore BH = 2AH = 12$,

$\therefore CH = BC + BH = BC + 12$,

在 $Rt\triangle AHC$ 中, $\angle AHC = 90^\circ$,

故 $\tan \angle ACB = \frac{AH}{CH}$,

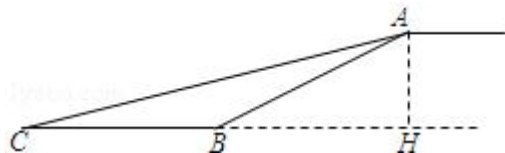
又 $\because \angle ACB = 14^\circ$,

$\therefore \tan 14^\circ = \frac{6}{BC+12}$,

$$\therefore 0.25 = \frac{6}{BC+12},$$

解得： $BC = 12$ ，

答：点 B 与点 C 之间的距离是 $12m$ 。

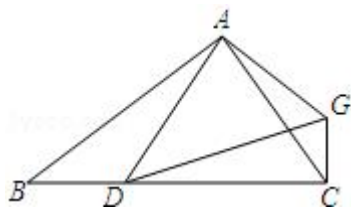


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，坡度坡角问题，注意：坡度等于坡角的正切值。

23. (12分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，且 $\angle BAC = \angle DAG$ ，
 $\angle CDG = \angle BAD$ 。

(1) 求证： $\frac{AD}{AB} = \frac{AG}{AC}$ ；

(2) 当 $GC \perp BC$ 时，求证： $\angle BAC = 90^\circ$ 。



【考点】 S9：相似三角形的判定与性质。

【专题】 14：证明题。

【分析】 (1) 证明 $\angle ADG = \angle B$ ，运用已知条件 $\angle BAC = \angle DAG$ ，得到 $\triangle ABC \sim \triangle ADG$ ，即可解决问题。

(2) 证明 $\angle CDG = \angle CAG$ ，得到 A 、 D 、 C 、 G 四点共圆，借助圆内接四边形对角互补，即可解决问题。

【解答】 解：(1) $\because \angle ADC = \angle B + \angle BAD$ ，

且 $\angle CDG = \angle BAD$ ，

$$\therefore \angle ADG = \angle B;$$

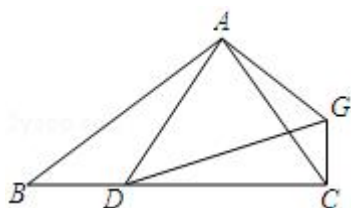
$$\because \angle BAC = \angle DAG,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADG,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AG}{AC}.$$

(2) $\because \angle BAC = \angle DAG$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle CAG$;
 又 $\because \angle CDG = \angle BAD$,
 $\therefore \angle CDG = \angle CAG$,
 $\therefore A、D、C、G$ 四点共圆,
 $\therefore \angle DAG + \angle DCG = 180^\circ$;
 $\because GC \perp BC$,
 $\therefore \angle DCG = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DAG = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle DAG = 90^\circ$.



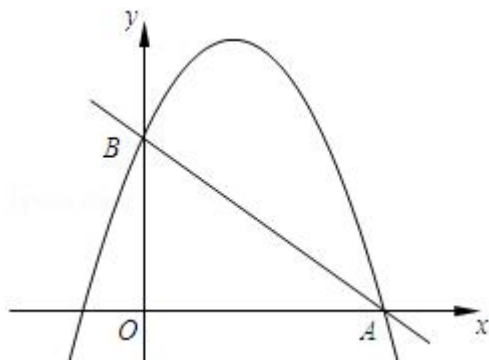
【点评】 该题主要考查了相似三角形的判定及其性质的应用问题；同时还渗透了对四点共圆的判定及其性质等几何知识点的考查；对综合的分析问题、解决问题的能力提出了一定的要求.

24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 坐标为 $(8, 0)$, 点 B 在 y 轴的正半轴上, 且 $\cot \angle OAB = \frac{4}{3}$, 抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过 $A、B$ 两点.

(1) 求 $b、c$ 的值;

(2) 过点 B 作 $CB \perp OB$, 交这个抛物线于点 C , 以点 C 为圆心, CB 为半径长的圆记作圆 C , 以点 A 为圆心, r 为半径长的圆记作圆 A . 若圆 C 与圆 A 外切, 求 r 的值;

(3) 若点 D 在这个抛物线上, $\triangle AOB$ 的面积是 $\triangle OBD$ 面积的 8 倍, 求点 D 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 根据点 A 的坐标求出 OA ，再求出 OB ，然后写出点 B 的坐标，再把点 A 、 B 的坐标代入抛物线解析式求解即可；

(2) 先求出点 C 的坐标，再求出 CB ，再利用两点间的距离公式求出 AC ，然后根据两圆外切的定义列式求解即可得到 r ；

(3) 先求出 $\triangle AOB$ 的面积，再求出 $\triangle OBD$ 的面积，然后求出点 D 到 OB 的距离，再根据抛物线解析式求解即可.

【解答】解：(1) $\because A(8, 0)$,

$$\therefore OA = 8,$$

$$\because \cot \angle OAB = \frac{OA}{OB} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore OB = 6,$$

$\because$ 点 B 在 y 轴正半轴上,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 6)$,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{4} \times 8^2 + 8b + c = 0 \\ c = 6 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = \frac{5}{4} \\ c = 6 \end{cases};$$

(2) 由 (1) 得抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{4}x + 6$,

$\because CB \perp OB$, 点 $B(0, 6)$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(5, 6)$,

$$\therefore CB = 5,$$

$$\therefore AC = \sqrt{(8-5)^2 + (0-6)^2} = 3\sqrt{5},$$

$\because$ 圆 C 与圆 A 外切,

$$\therefore CB + r = AC,$$

$$\therefore r = 3\sqrt{5} - 5;$$

(3) $\because OA = 8$, $OB = 6$,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24,$$

$\therefore \triangle AOB$ 的面积是 $\triangle OBD$ 面积的 8 倍,

$$\therefore S_{\triangle OBD} = \frac{1}{8} \times 24 = 3,$$

$\therefore$ 点 D 在这个抛物线上,

$$\therefore \text{可设点 } D \text{ 的坐标为 } (x, -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{4}x + 6),$$

$$\therefore S_{\triangle OBD} = \frac{1}{2} \times |x| \times OB = 3,$$

$$\therefore x = \pm 1,$$

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时, } -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{4}x + 6 = -\frac{1}{4} \times 1^2 + \frac{5}{4} \times 1 + 6 = 7,$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{4}x + 6 = -\frac{1}{4} \times (-1)^2 + \frac{5}{4} \times (-1) + 6 = \frac{9}{2},$$

所以, 点 D 的坐标为 $(1, 7)$ 或 $(-1, \frac{9}{2})$.

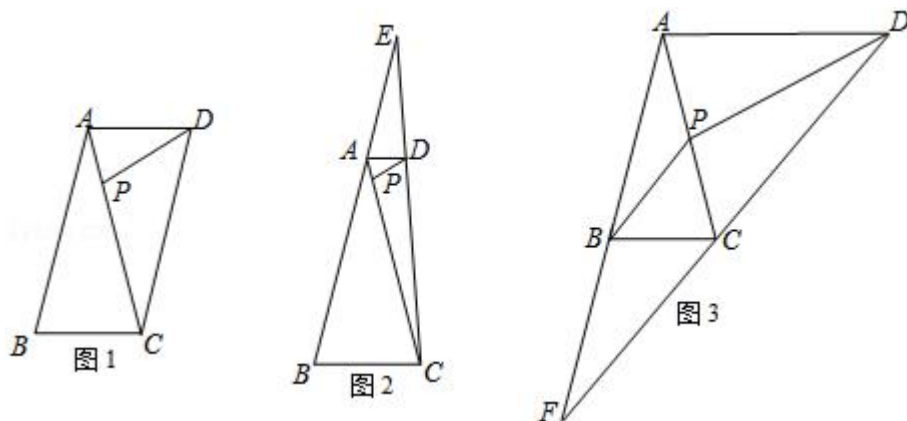
【点评】 本题是二次函数综合题型, 主要利用了待定系数法求二次函数解析式, 两点间的距离公式, 圆与圆的位置关系, 三角形的面积, 综合题但难度不大, 要注意 (3) 有两种情况.

25. (14 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 8$, $BC = 4$, 点 P 是边 AC 上的一个动点, $\angle APD = \angle ABC$, $AD \parallel BC$, 连接 DC .

(1) 如图 1, 如果 $DC \parallel AB$, 求 AP 的长;

(2) 如图 2, 如果直线 DC 与边 BA 的延长线交于点 E , 设 $AP = x$, $AE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

(3) 如图 3, 如果直线 DC 与边 BA 的反向延长线交于点 F , 连接 BP , 当 $\triangle CPD$ 与 $\triangle CBF$ 相似时, 试判断线段 BP 与线段 CF 的数量关系, 并说明你的理由.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 先证明 $\triangle DPA \sim \triangle ABC$, 得出比例式 $\frac{AP}{BC} = \frac{AD}{AC}$, 即可求出 $AP = 2$;

(2) 由 (1) 得出 $\frac{AP}{BC} = \frac{AD}{AC}$, $AD = 2AP$, 再由 $AD \parallel BC$, 得出 $\frac{AD}{BC} = \frac{AE}{ED}$, 即可得出

$$y = \frac{8x}{2-x};$$

(3) 由 $\triangle CPD \sim \triangle CBF$, 得出 $\frac{PD}{BF} = \frac{CP}{BC}$, 得出 $\frac{2x}{y} = \frac{8-x}{4}$ ①, 再由 $AD \parallel BC$, 得 $\frac{BC}{AD} = \frac{BF}{AF}$,

得出 $\frac{4}{2x} = \frac{y}{y+8}$ ②, 由 ①② 解得 x 、 y 的值, 得出 BP 是 $\triangle ACF$ 的中位线, 即可

得出结论: $BP = \frac{1}{2}CF$.

【解答】 解: (1) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAP = \angle ACB,$$

$$\because \angle APD = \angle ABC,$$

$$\therefore \triangle DPA \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AP}{BC} = \frac{AD}{AC},$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC = 4,$$

$$\because AB = AC = 8,$$

$$\therefore \frac{AP}{4} = \frac{4}{8},$$

$$\therefore AP = 2;$$

(2) 由 (1) 得, $\frac{AP}{BC} = \frac{AD}{AC}$,

$$\therefore AD = 2AP,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AD}{BC} = \frac{AE}{EB},$$

$$\because AP = x, AE = y,$$

$$\therefore AD = 2x, EB = y+8,$$

$$\therefore \frac{2x}{4} = \frac{y}{y+8},$$

$$\therefore y = \frac{8x}{2-x}, \text{ 它的定义域是 } 0 < x < 2;$$

$$(3) BP = \frac{1}{2}CF;$$

$$\because \angle APD = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle DPC = \angle FBC,$$

$$\because \angle PCD > \angle F, \text{ 又 } \triangle CPD \text{ 与 } \triangle CBF \text{ 相似,}$$

$$\therefore \angle PCD = \angle BCF,$$

$$\therefore \triangle CPD \sim \triangle CBF,$$

$$\therefore \frac{PD}{BF} = \frac{CP}{BC},$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\because \angle APD = \angle ABC, \angle DAP = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle APD,$$

$$\therefore AD = PD,$$

$$\text{设 } AP = x, BF = y, \text{ 则 } AD = PD = 2x, AF = y + 8,$$

$$\therefore \frac{2x}{y} = \frac{8-x}{4} \text{ ①},$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{BC}{AD} = \frac{BF}{AF},$$

$$\therefore \frac{4}{2x} = \frac{y}{y+8} \text{ ②},$$

$$\text{由①②得: } x = 4, y = 8,$$

$$\therefore AP = PC = 4, AB = BF = 8,$$

$$\therefore BP \text{ 是 } \triangle ACF \text{ 的中位线,}$$

$$\therefore BP = \frac{1}{2}CF.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、平行线四边形的性质、三角形的中位线以及函数解析式的求法；证明三角形相似得出比例式是解决问题的关键。