

2014 年上海市闵行区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）如果单项式 $-x^{a+1}y^3$ 与 $\frac{1}{2}x^2y^b$ 是同类项，那么 a 、 b 的值分别为（ ）

A. $a=1, b=3$ B. $a=1, b=2$ C. $a=2, b=3$ D. $a=2, b=2$

2.（4 分）如果点 $P(a, b)$ 在第四象限，那么点 $Q(-a, b-4)$ 所在的象限是（ ）

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3.（4 分）2014 年 3 月 14 日，“玉兔号”月球车成功在距地球约 384400 公里远的月球上自主唤醒，将 384400 保留 2 个有效数字表示为（ ）

A. 380000 B. 3.8×10^5 C. 38×10^4 D. 3.844×10^5

4.（4 分）某商场一天中售出李宁牌运动鞋 11 双，其中各种尺码的鞋的销售量如下表所示，

鞋的尺码（单位：厘米）	23.5	24	24.5	25	26
销售量（单位：双）	1	2	2	5	1

则这 11 双鞋的尺码组成一组数据中众数和中位数分别为（ ）

A. 25, 25 B. 24.5, 25 C. 26, 25 D. 25, 24.5

5.（4 分）下列四个命题中，真命题是（ ）

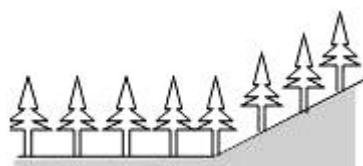
A. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形

B. 对角线垂直相等的四边形是菱形

C. 对角线相等且互相平分的四边形是矩形

D. 四边都相等的四边形是正方形

6.（4 分）如图，在平地上种植树木时，要求株距（相邻两树间的水平距离）为 $4m$ 。如果在坡度为 0.75 的山坡上种树，也要求株距为 $4m$ ，那么相邻两树间的坡面距离为（ ）



A. $5m$ B. $6m$ C. $7m$ D. $8m$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 计算： $\sqrt{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 在实数范围内进行因式分解： $x^2 - 4x + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4 分) 关于 x 的方程 $2x^2 + 3x - m = 0$ 有实数根，那么实数 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{(x-1)^0}{x-3}$ ，那么 $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

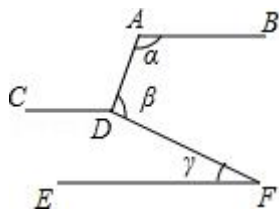
11. (4 分) 如果反比例函数的图象过点 $(-1, 2)$ ，那么它在每个象限内 y 随 x 的增大而 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4 分) 把函数 $y = 2x^2$ 的图象向右平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位，得到的二次函数解析式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

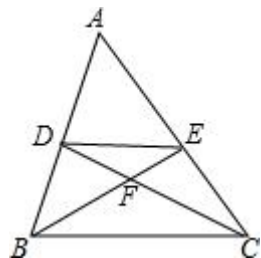
13. (4 分) 一个骰子六个面上的数字分别为 1、2、3、4、5、6，投掷一次，向上的一面是合数的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (4 分) 已知： $\vec{\pi} = 3\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$ ， $\vec{n} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{a}$ ，则 $\vec{\pi} - 4\vec{n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

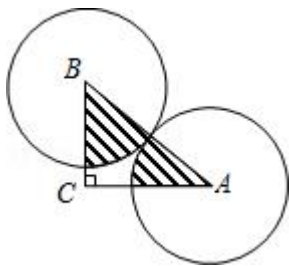
15. (4 分) 如图，直线 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，那么 $\angle \alpha + \angle \beta - \angle \gamma = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.



16. (4 分) 如图，已知 $DE \parallel BC$ ，且 $EF:BF = 3:4$ ，那么 $AE:AC = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. (4 分) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，两等圆 $\odot A$ ， $\odot B$ 外切，那么图中两个扇形（即阴影部分）的面积之和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. (4分) 如图, 已知 $\triangle ACB$ 与 $\triangle DFE$ 是两个全等的直角三角形, 量得它们的斜边长为 10cm , 较小锐角为 30° , 将这两个三角形摆成如图1所示的形状, 使点 B 、 C 、 F 、 D 在同一条直线上, 且点 C 与点 F 重合, 将图1中的 $\triangle ACB$ 绕点 C 顺时针方向旋转到图2的位置, 点 E 在 AB 边上, AC 交 DE 于点 G , 则线段 FG 的长为_____cm (保留根号).

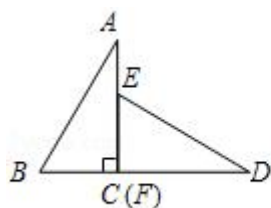


图 (1)

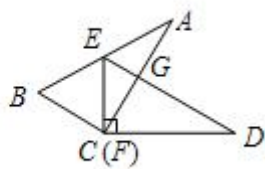


图 (2)

三、解答题: (本大题共7题, 满分78分)

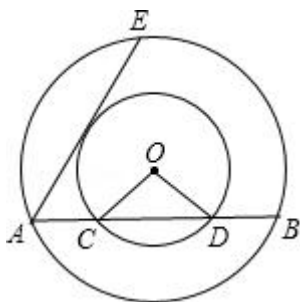
19. (10分) 计算: $-2^{-2} - 2\cos 45^\circ - |8\frac{1}{3} - 1| + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

20. (10分) 解方程组
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{2x-y} = 3 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{2x-y} = 1. \end{cases}$$

21. (10分) 如图, 在以 O 为圆心的两个同心圆中, 小圆的半径长为4, 大圆的弦 AB 与小圆交于点 C 、 D , 且 $AC = CD$, $\angle COD = 60^\circ$

(1) 求大圆半径的长;

(2) 若大圆的弦 AE 长为 $8\sqrt{2}$, 请判断弦 AE 与小圆的位置关系, 并说明理由.

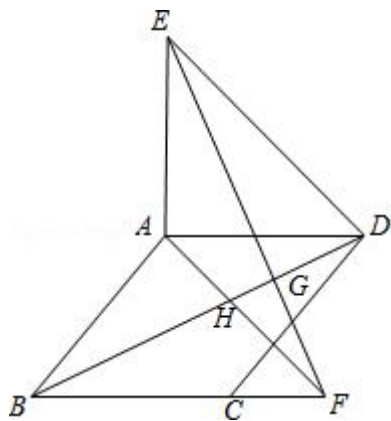


22. (10分) 某校九年级三班为开展“迎2008年北京奥运会”的主题班会活动,

- 派了小林和小明两位同学去学校附近的超市购买钢笔作为奖品. 已知该超市的锦江牌钢笔每支 8 元, 红梅牌钢每支 4.8 元, 他们要购买这两种笔共 40 支.
- (1) 如果他们两人一共带了 240 元, 全部用于购买奖品, 那么能买这两种笔各多少支?
- (2) 小林和小明根据主题班会活动的设奖情况, 决定所购买的锦江牌钢笔的数量要少于红梅牌钢笔的数量的 $\frac{1}{2}$, 但又不少于红梅牌钢笔的数量的 $\frac{1}{4}$. 如果他们买了锦江牌钢笔 x 支, 买这两种笔共花了 y 元.
- ①请写出 y (元) 关于 x (支) 的函数关系式, 并求出自变量 x 的取值范围;
- ②请帮他们计算一下, 这两种笔各购买多少支时, 所花的钱最少, 此时花了多少元?

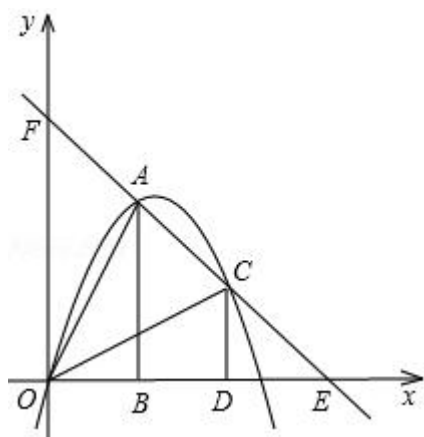
23. (12 分) 已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 分别以 AB 、 AD 为腰作等腰三角形 $\triangle ABF$ 和等腰三角形 $\triangle ADE$, 且顶角 $\angle BAF = \angle DAE$, 联结 BD 、 EF 相交于点 G , BD 与 AF 相交于点 H .

- (1) 求证: $BD = EF$;
- (2) 当线段 FG 、 GH 和 GB 满足怎样的数量关系时, 四边形 $ABCD$ 是菱形, 并加以证明.



24. (12 分) 已知: 如图, 把两个全等的 $\text{Rt}\triangle AOB$ 和 $\text{Rt}\triangle COD$ 分别置于平面直角坐标系中, 使直角边 OB 、 OD 在 x 轴上. 已知点 $A(1, 2)$, 过 A 、 C 两点的直线分别交 x 轴、 y 轴于点 E 、 F . 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 O 、 A 、 C 三点.
- (1) 求该抛物线的表达式, 并写出该抛物线的对称轴和顶点坐标;
- (2) 点 P 为线段 OC 上一个动点, 过点 P 作 y 轴的平行线交抛物线于点 M , 交 x 轴于点 N , 问是否存在这样的点 P , 使得四边形 $ABPM$ 为等腰梯形? 若存在,

求出此时点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

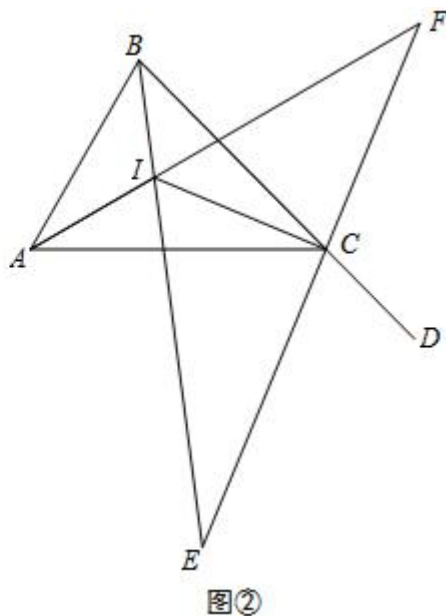
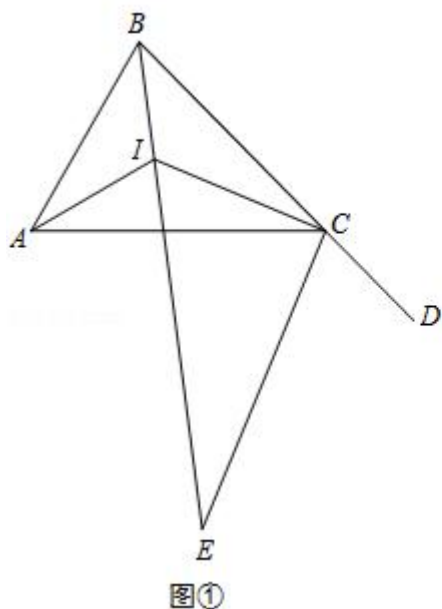


25. (14分) 已知：如图①， $\triangle ABC$ 中， AI 、 BI 分别平分 $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$ ． CE 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线，交 BI 延长线于 E ，联结 CI ．

(1) 设 $\angle BAC = 2\alpha$ ．如果用 α 表示 $\angle BIC$ 和 $\angle E$ ，那么 $\angle BIC = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle E = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 如果 $AB = 1$ ，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ICE$ 相似时，求线段 AC 的长；

(3) 如图②，延长 AI 交 EC 延长线于 F ，如果 $\angle \alpha = 30^\circ$ ， $\sin \angle F = \frac{3}{5}$ ，设 $BC = m$ ，试用 m 的代数式表示 BE ．



2014 年上海市闵行区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 如果单项式 $-x^{a+1}y^3$ 与 $\frac{1}{2}x^2y^b$ 是同类项，那么 a 、 b 的值分别为 ()

A. $a = 1, b = 3$ B. $a = 1, b = 2$ C. $a = 2, b = 3$ D. $a = 2, b = 2$

【考点】34：同类项.

【分析】根据同类项是字母相同相同，且相同的字母的指数也相同，可得答案.

【解答】解：单项式 $-x^{a+1}y^3$ 与 $\frac{1}{2}x^2y^b$ 是同类项，

$$a+1 = 2, b = 3,$$

$$a = 1, b = 3,$$

故选：A.

【点评】本题考查了同类项，相同的字母的指数也相同是解题关键.

2. (4 分) 如果点 $P(a, b)$ 在第四象限，那么点 $Q(-a, b-4)$ 所在的象限是 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】D1：点的坐标.

【分析】根据第四象限的点的坐标特征确定出 a 、 b 的正负情况，再确定出点 Q 的横坐标与纵坐标的正负情况，然后根据各象限内点的坐标特征判断即可.

【解答】解： $\because$ 点 $P(a, b)$ 在第四象限，

$$\therefore a > 0, b < 0,$$

$$\therefore -a < 0, b - 4 < 0,$$

$\therefore$ 点 $Q(-a, b-4)$ 在第三象限.

故选：C.

【点评】本题考查了各象限内点的坐标的符号特征，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限 $(+, +)$ ；第二象限

(- , +); 第三象限 (- , -); 第四象限 (+ , -).

3. (4分) 2014年3月14日,“玉兔号”月球车成功在距地球约384400公里远的月球上自主唤醒,将384400保留2个有效数字表示为()

A. 380000 B. 3.8×10^5 C. 38×10^4 D. 3.844×10^5

【考点】1L: 科学记数法与有效数字.

【分析】根据科学记数法的表示方法,可得384400的科学记数法表示方法,根据有效数字,可得答案.

【解答】解:384400保留2个有效数字表示为 3.8×10^5 ,

故选:B.

【点评】本题考查了科学记数法与有效数字,科学记数法 $a \times 10^n$, a 是一位整数,且只含有两位数.

4. (4分) 某商场一天中售出李宁牌运动鞋11双,其中各种尺码的鞋的销售量如下表所示,

鞋的尺码(单位:厘米)	23.5	24	24.5	25	26
销售量(单位:双)	1	2	2	5	1

则这11双鞋的尺码组成一组数据中众数和中位数分别为()

A. 25, 25 B. 24.5, 25 C. 26, 25 D. 25, 24.5

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【专题】16: 压轴题; 27: 图表型.

【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列,位于最中间的一个数(或两个数的平均数)为中位数;众数是一组数据中出现次数最多的数据,注意众数可以不止一个.

【解答】解:从小到大排列此数据为:23.5、24、24、24.5、24.5、25、25、25、25、25、26,

数据25出现了五次最多为众数.

25处在第6位为中位数.所以中位数是25,众数是25.

故选:A.

【点评】本题属于基础题,考查了确定一组数据的中位数和众数的能力.注意找中位数的时候一定要先排好顺序,然后再根据奇数和偶数个来确定中位数,

如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求．如果是偶数个则找中间两位数的平均数．

5. (4分) 下列四个命题中，真命题是 ()

- A. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形
- B. 对角线垂直相等的四边形是菱形
- C. 对角线相等且互相平分的四边形是矩形
- D. 四边都相等的四边形是正方形

【考点】O1：命题与定理．

【分析】根据菱形、矩形、等腰梯形的判定与性质分别判断得出即可．

【解答】解：A、根据菱形的判定方法，对角线互相垂直平分的四边形是菱形，故此选项错误；

B、两条对角线相等且互相垂直的四边形有可能是等腰梯形，故此选项错误；

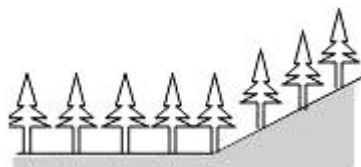
C、根据对角线相等且互相平分的四边形是矩形，故此选项正确；

D、根据四边都相等的四边形是菱形，故此选项错误．

故选：C．

【点评】此题主要考查了菱形、矩形的判定等知识，熟练掌握其性质是解题关键．

6. (4分) 如图，在平地上种植树木时，要求株距（相邻两树间的水平距离）为 $4m$ ．如果在坡度为 0.75 的山坡上种树，也要求株距为 $4m$ ，那么相邻两树间的坡面距离为 ()



- A. $5m$
- B. $6m$
- C. $7m$
- D. $8m$

【考点】T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题．

【专题】16：压轴题．

【分析】利用坡度先求得垂直距离，根据勾股定理求得坡面距离．

【解答】解：∵水平距离为 $4m$ ．

∴铅直高度为 $0.75 \times 4 = 3m$ ．

根据勾股定理知：坡面相邻两株数间的坡面距离为 $5m$ ．

故选：A．

【点评】 本题主要考查直角三角形问题. 利用坡度 $\tan\alpha = 0.75 = \frac{\text{铅直高度}}{\text{水平距离}}$ 求解.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 计算: $\sqrt{8} = \underline{2\sqrt{2}}$.

【考点】 22: 算术平方根.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据算术平方根的性质进行化简, 即 $\sqrt{a^2} = |a|$.

【解答】 解: $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$.

故答案为 $2\sqrt{2}$.

【点评】 此题考查了算术平方根的性质, 能够能够算术平方根的性质进行化简, 是一道基础题.

8. (4 分) 在实数范围内进行因式分解: $x^2 - 4x + 1 = \underline{(x - 2 + \sqrt{3})(x - 2 - \sqrt{3})}$.

【考点】 58: 实数范围内分解因式.

【专题】 44: 因式分解.

【分析】 因为 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 的根为 $x_1 = 2 - \sqrt{3}$, $x_2 = 2 + \sqrt{3}$, 所以 $x^2 - 4x + 1 = (x - 2 + \sqrt{3})(x - 2 - \sqrt{3})$.

【解答】 解: $\because x^2 - 4x + 1 = 0$ 的根为 $x_1 = 2 - \sqrt{3}$, $x_2 = 2 + \sqrt{3}$,

$\therefore x^2 - 4x + 1 = (x - 2 + \sqrt{3})(x - 2 - \sqrt{3})$.

故答案为: $(x - 2 + \sqrt{3})(x - 2 - \sqrt{3})$.

【点评】 本题考查了实数范围内分解因式. 先求出方程 $x^2 - 4x - 2 = 0$ 的两个根, 再根据 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ 即可因式分解.

9. (4 分) 关于 x 的方程 $2x^2 + 3x - m = 0$ 有实数根, 那么实数 m 的取值范围是 $\underline{m \geq -\frac{9}{8}}$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 根据根的判别式得出 $b^2 - 4ac \geq 0$, 代入求出不等式的解集即可得到答案.

【解答】 解: $\because$ 方程 $2x^2 + 3x - m = 0$ 有实数根,

$\therefore \Delta = 9 - 4 \times 3(-m) \geq 0$,

解得 $m \geq -\frac{9}{8}$.

故答案为 $m \geq -\frac{9}{8}$.

【点评】考查了根的判别式，总结：一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

10. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{(x-1)^0}{x-3}$, 那么 $f(-1) = -\frac{1}{4}$.

【考点】E5: 函数值.

【分析】把 $x = -1$ 代入函数关系式进行计算即可得解.

【解答】解: $f(-1) = \frac{(-1-1)^0}{-1-3} = -\frac{1}{4}$.

故答案为: $-\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查了函数值求解，准确计算是解题的关键.

11. (4分) 如果反比例函数的图象过点 $(-1, 2)$, 那么它在每个象限内 y 随 x 的增大而 增大.

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【分析】根据反比例函数图象的性质可知.

【解答】解: 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$),

$\because$ 反比例函数图象过点 $(-1, 2)$,

$\therefore$ 把 $(-1, 2)$ 代入得 $-2 = k < 0$,

根据反比例函数图象的性质可知它在每个象限内 y 随 x 的增大而增大,

故答案为: 增大;

【点评】解答此题的关键是要熟知反比例函数图象的性质及用待定系数法求反比例函数的解析式.

反比例函数图象的性质:

(1) 当 $k > 0$ 时, 反比例函数的图象位于一、三象限;

(2) 当 $k < 0$ 时, 反比例函数的图象位于二、四象限.

12. (4分) 把函数 $y = 2x^2$ 的图象向右平移 3 个单位, 再向下平移 2 个单位, 得

到的二次函数解析式是 $y = 2(x - 3)^2 - 2$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】按照“左加右减, 上加下减”的规律.

【解答】解: $y = 2x^2$ 的图象向右平移 3 个单位, 再向下平移 2 个单位, 得 $y = 2(x - 3)^2 - 2$. 故填得到的二次函数解析式是 $y = 2(x - 3)^2 - 2$.

【点评】考查了抛物线的平移以及抛物线解析式的变化规律: 左加右减, 上加下减.

13. (4 分) 一个骰子六个面上的数字分别为 1、2、3、4、5、6, 投掷一次, 向上的一面是合数的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】X4: 概率公式.

【专题】12: 应用题.

【分析】根据合数的定义求出 6 个数中素数的个数, 除以数的总个数即可.

【解答】解: 投掷一次出现的结果有: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 且每个结果出现的机会相同, 其中合数有 4, 6 两个,

$\therefore$ 投掷一次, 向上的一面是合数的概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

故答案为 $\frac{1}{3}$.

【点评】本题主要考查了合数就是指自然数中除了能被 1 和它本身整除的数外, 还可以被其他的数整除的数以及概率 = 所求情况数与总情况数之比, 难度适中.

14. (4 分) 已知: $\vec{\pi} = 3\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$, $\vec{n} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{a}$, 则 $\vec{\pi} - 4\vec{n} = 2\vec{a} - \frac{8}{3}\vec{b}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得答案, 注意去括号时的符号变化.

【解答】解: $\because \vec{\pi} = 3\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$, $\vec{n} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{a}$,

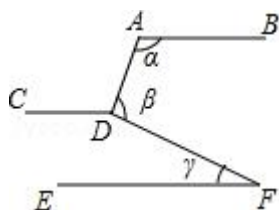
$\therefore \vec{\pi} - 4\vec{n} = (3\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}) - 4(\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{a}) = 3\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} - 2\vec{b} - \vec{a} = 2\vec{a} - \frac{8}{3}\vec{b}$.

故答案为: $2\vec{a} - \frac{8}{3}\vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题难度不大, 注意掌握平面向量的加减

运算法则是解此题的关键.

15. (4分) 如图, 直线 $AB \parallel CD \parallel EF$, 那么 $\angle \alpha + \angle \beta - \angle \gamma =$ 180 度.



【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】根据平行线性质的得出 $\angle \alpha = \angle ADC$, $\angle CDF = 180^\circ - \angle \gamma$, 根据 $\angle \beta + \angle ADC + \angle CDF = 360^\circ$ 推出 $\angle \beta + \angle \alpha + 180^\circ - \angle \gamma = 360^\circ$ 即可得出答案.

【解答】解: $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

$$\therefore \angle \alpha = \angle ADC, \angle CDF = 180^\circ - \angle \gamma,$$

$$\because \angle \beta + \angle ADC + \angle CDF = 360^\circ,$$

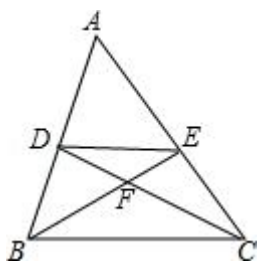
$$\therefore \angle \beta + \angle \alpha + 180^\circ - \angle \gamma = 360^\circ$$

$$\therefore \angle \alpha + \angle \beta - \angle \gamma = 180^\circ$$

故答案为: 180.

【点评】本题考查了平行线的性质的应用, 注意: ①两直线平行, 同位角相等, ②两直线平行, 内错角相等, ③两直线平行, 同旁内角互补.

16. (4分) 如图, 已知 $DE \parallel BC$, 且 $EF: BF = 3: 4$, 那么 $AE: AC =$ 3: 4.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】根据相似三角形的判定推出 $\triangle DEF \sim \triangle CBF$, 推出 $\frac{DE}{BC} = \frac{EF}{BF}$, 求出 $\frac{DE}{BC} =$

$\frac{3}{4}$, 证 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 推出 $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$, 代入求出即可.

【解答】解: $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle CBF,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{EF}{BF},$$

$$\because EF:BF=3:4,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{3}{4},$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

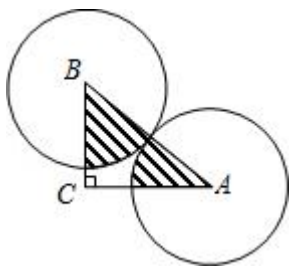
$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore AE:AC=3:4,$$

故答案为：3：4.

【点评】 本题考查了相似三角形的性质和判定的应用，主要考查学生运用性质进行推理能力，题目比较典型，难度适中.

17. (4分) 如图，Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ，两等圆 $\odot A$ ， $\odot B$ 外切，那么图中两个扇形（即阴影部分）的面积之和为 $\frac{25}{4}\pi$.



【考点】 KQ：勾股定理；MK：相切两圆的性质；MO：扇形面积的计算.

【专题】 11：计算题；16：压轴题.

【分析】 根据题意，可得阴影部分的面积等于圆心角为 90° 的扇形的面积.

【解答】 解： $\because \angle C=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ，

$$\therefore AB=10,$$

$\therefore$ 扇形的半径为 5，

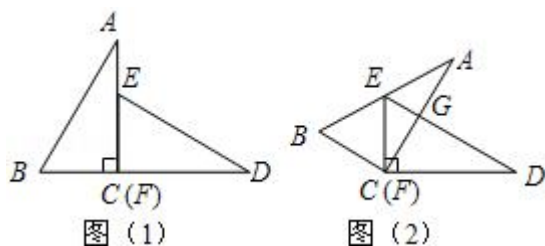
$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{90\pi \cdot 5^2}{360} = \frac{25}{4}\pi.$$

故答案为： $\frac{25}{4}\pi$.

【点评】 解决本题的关键是把两个阴影部分的面积整理为一个规则扇形的面积.

18. (4分) 如图，已知 $\triangle ACB$ 与 $\triangle DFE$ 是两个全等的直角三角形，量得它们的斜边长为 10cm ，较小锐角为 30° ，将这两个三角形摆成如图 1 所示的形状，使点 B 、 C 、 F 、 D 在同一条直线上，且点 C 与点 F 重合，将图 1 中的 $\triangle ACB$

绕点 C 顺时针方向旋转到图 2 的位置，点 E 在 AB 边上， AC 交 DE 于点 G ，
则线段 FG 的长为 $\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$ （保留根号）。



【考点】KL：等边三角形的判定；R2：旋转的性质．

【专题】16：压轴题．

【分析】 $\triangle ACB$ 与 $\triangle DFE$ 是两个全等的直角三角形，已知斜边 $DE = 10$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，可求 CE ；利用旋转 60° 可求 $\angle ECG = 30^\circ$ ， $\angle CEG = 60^\circ$ ，从而可证 $\angle CGE = 90^\circ$ ．用勾股定理求直角 $\triangle CEG$ 即可．

【解答】解：由题意知，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

$$\angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ,$$

由旋转的性质知图（2）中， $CB = CE$ ，

$\therefore \triangle BCE$ 为等边三角形．

$$\therefore \angle ECB = 60^\circ, \angle ECG = 30^\circ.$$

而 $\angle FED = 60^\circ$ ．

$$\therefore \angle EGC = 90^\circ, \angle ECG = 30^\circ,$$

$$\therefore EG = \frac{1}{2}EC = \frac{1}{4}ED = \frac{1}{4} \times 10 = \frac{5}{2},$$

$$FG = \sqrt{EC^2 - EG^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$$

【点评】本题考查旋转性质和勾股定理，题目难度不大．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

$$19. (10 \text{ 分}) \text{ 计算： } -2^{-2} - 2\cos 45^\circ - |8\frac{1}{3} - 1| + \frac{1}{\sqrt{2}-1}.$$

【考点】2C：实数的运算；2F：分数指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值．

【专题】11：计算题．

【分析】原式第一项利用负指数幂法则计算，第二项利用特殊角的三角函数值计

算，第三项利用立方根及绝对值意义化简，最后一项分母有理化，计算即可得到结果.

【解答】 解：原式 $= -\frac{1}{4} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + 1 + \sqrt{2}$
 $= -\frac{1}{4}.$

【点评】 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

20. (10分) 解方程组
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{2x-y} = 3 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{2x-y} = 1. \end{cases}$$

【考点】 B3：解分式方程.

【分析】 观察分式方程中发现，可设 $\frac{1}{x} = a$, $\frac{1}{2x-y} = b$ ，将原方程组转换成整式方程组，求出 a 、 b 的值，然后再求 x 、 y 的值.

【解答】 解：设 $\frac{1}{x} = a$, $\frac{1}{2x-y} = b$

则原方程组可化为
$$\begin{cases} a+b=3 \\ 3a-b=1. \end{cases}$$

解此方程得
$$\begin{cases} a=1 \\ b=2. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{x}=1 \\ \frac{1}{2x-y}=2. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2}. \end{cases}$$

检验：将 $\begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2}. \end{cases}$ 代入 $(2x-y) = \frac{1}{2} \neq 0$.

$$\therefore \text{所以原方程组的解是} \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{3}{2}. \end{cases}$$

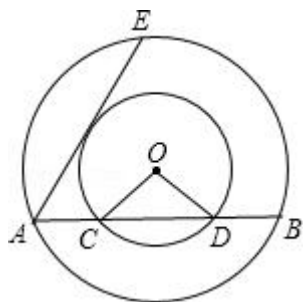
【点评】 本题主要考查解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解，

解分式方程一定注意要验根.

21. (10分) 如图，在以 O 为圆心的两个同心圆中，小圆的半径长为 4，大圆的弦 AB 与小圆交于点 C 、 D ，且 $AC = CD$ ， $\angle COD = 60^\circ$

(1) 求大圆半径的长;

(2) 若大圆的弦 AE 长为 $8\sqrt{2}$, 请判断弦 AE 与小圆的位置关系, 并说明理由.



【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理; MD: 切线的判定.

【分析】 (1) 过 O 点作 $OH \perp CD$ 于 H , 在 $\text{Rt}\triangle OCH$ 中, 根据勾股定理即可求得 CH 的长, 然后在 $\text{Rt}\triangle AOH$ 中利用勾股定理即可求得 OA 的长;

(2) 过 O 点作 $OG \perp AE$, 垂足为 G , 证明 OG 等于圆的半径, 即可求解.

【解答】 解: (1) 过 O 点作 $OH \perp CD$ 于 H , (1 分)

在 $\text{Rt}\triangle OCH$ 中, $OH^2 = OC^2 - CH^2$

$$\because OC = OD, \angle COD = 60^\circ$$

$$\therefore OC = CD = 4, \therefore CH = 2$$

$$\therefore OH = 2\sqrt{3} \text{ (2 分)}$$

$$\because AC = 4, \therefore AH = 6 \text{ (1 分)}$$

在 $\text{Rt}\triangle AOH$ 中, $AO^2 = AH^2 + OH^2$

$$\therefore AO = 4\sqrt{3} \text{ (2 分)}$$

(2) 过 O 点作 $OG \perp AE$, 垂足为 G (1 分)

$$\therefore AG = \frac{1}{2}AE = 4\sqrt{2} \text{ (2 分)}$$

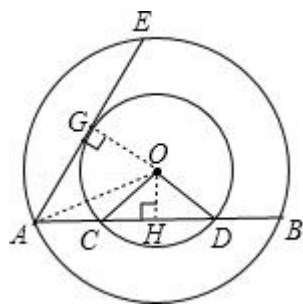
在 $\text{Rt}\triangle AOG$ 中, $AO^2 = AG^2 + OG^2$

$$\therefore OG = 4, \text{ (1 分)}$$

$\therefore G$ 在小圆 O 上

$$\because OG \perp AE$$

$\therefore$ 大圆的弦 AE 与小圆相切. (2 分)



【点评】 本题主要考查了垂径定理以及切线的判定，证明圆心到直线的距离等于半径，可以证得圆的切线.

22. (10 分) 某校九年级三班为开展“迎 2008 年北京奥运会”的主题班会活动，派了小林和小明两位同学去学校附近的超市购买钢笔作为奖品. 已知该超市的锦江牌钢笔每支 8 元，红梅牌钢每支 4.8 元，他们要购买这两种笔共 40 支.

(1) 如果他们两人一共带了 240 元, 全部用于购买奖品, 那么能买这两种笔各多少支?

(2) 小林和小明根据主题班会活动的设奖情况, 决定所购买的锦江牌钢笔的数量要少于红梅牌钢笔的数量的 $\frac{1}{2}$, 但又不少于红梅牌钢笔的数量的 $\frac{1}{4}$. 如果他们买了锦江牌钢笔 x 支, 买这两种笔共花了 y 元.

①请写出 y (元) 关于 x (支) 的函数关系式, 并求出自变量 x 的取值范围;

②请帮他们计算一下，这两种笔各购买多少支时，所花的钱最少，此时花了多少元？

【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】（1）锦江牌钢笔费用+红梅牌钢笔费用就是 240 元.

(2) 总费用 y 元, 即购买红梅牌钢笔与锦江牌钢笔的费用的和. 用代数式表示出两种费用, 即可写出函数关系式.

再依据：所购买的锦江牌钢笔的数量要少于红梅牌钢笔的数量的 $\frac{1}{2}$ ，但又不少于红梅牌钢笔的数量的 $\frac{1}{4}$ ．列出不等式组，解出 x 的取值范围；根据一次函数的性质即可求解．

【解答】解：（1）设能买锦江牌钢笔 x 支，则能买红梅牌钢笔 $(40 - x)$ 支. 依题意，

得 $8x+4.8(40-x)=240$.

解得 $x = 15$. $\therefore 40 - x = 40 - 15 = 25$.

答：能买锦江牌钢笔 15 支，红梅牌钢笔 25 支.

(2) ①依题意，得 $y = 8x + 4.8(40 - x) = 3.2x + 192$.

又由题意，有
$$\begin{cases} x < \frac{1}{2}(40 - x) \\ x \geq \frac{1}{4}(40 - x) \end{cases}$$
 解得 $8 \leq x < \frac{40}{3}$.

$\therefore y$ 关于 x 的函数关系式为 $y = 3.2x + 192$.

自变量 x 的取值范围是 $8 \leq x < \frac{40}{3}$ 且 x 为整数.

②对一次函数 $y = 3.2x + 192$, $\because k = 3.2 > 0$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大.

$\therefore$ 对 $8 \leq x < \frac{40}{3}$, 当 $x = 8$ 时, y 值最小.

此时 $40 - x = 40 - 8 = 32$, $y_{\text{最小}} = 3.2 \times 8 + 192 = 217.6$ (元).

答：当买锦江牌钢笔 8 支，红梅牌钢笔 32 支时，所花钱最少，为 217.6 元.

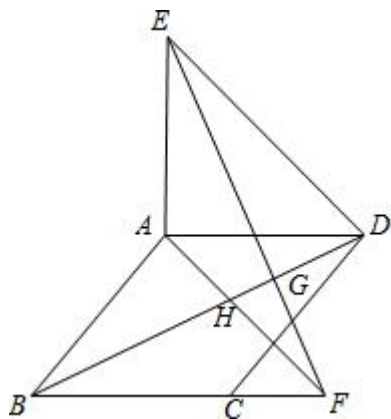
【点评】(1) 利用一次函数求最值时，主要应用一次函数的性质；

(2) 用一次函数解决实际问题近年中考中的热点问题.

23. (12 分) 已知：如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，分别以 AB 、 AD 为腰作等腰三角形 $\triangle ABF$ 和等腰三角形 $\triangle ADE$ ，且顶角 $\angle BAF = \angle DAE$ ，联结 BD 、 EF 相交于点 G ， BD 与 AF 相交于点 H .

(1) 求证： $BD = EF$;

(2) 当线段 FG 、 GH 和 GB 满足怎样的数量关系时，四边形 $ABCD$ 是菱形，并加以证明.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；L5：平行四边形的性质；L9：菱形的判定；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 求出 $\angle BAD = \angle FAE$ ，根据全等三角形的判定推出 $\triangle BAD \cong \triangle FAE$ ，即可得出答案；

(2) 根据相似三角形的判定推出 $\triangle GHF \sim \triangle GFB$ ，推出 $\angle EFA = \angle FBD$ ，求出 $AB = AD$ ，根据菱形的判定推出即可.

【解答】(1) 证明： $\because \angle BAF = \angle DAE$ ，

$$\therefore \angle BAF + \angle FAD = \angle DAE + \angle FAD,$$

$$\text{即 } \angle BAD = \angle FAE,$$

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle FAE$ 中，

$$\begin{cases} AB=AF \\ \angle BAD=\angle EAF \\ AD=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle FAE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BD = EF.$$

(2) 当线段满足 $FG^2 = GH \times GB$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形，

证明： $\because FG^2 = GH \times GB$ ，

$$\therefore \frac{FG}{BG} = \frac{GH}{FG},$$

$$\text{又 } \because \angle BGF = \angle FGB,$$

$$\therefore \triangle GHF \sim \triangle GFB,$$

$$\therefore \angle EFA = \angle FBD,$$

$$\because \triangle BAD \cong \triangle FAE,$$

$$\therefore \angle EFA = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle FBD = \angle ABD,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle FBD,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ABD,$$

$$\therefore AB = AD,$$

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

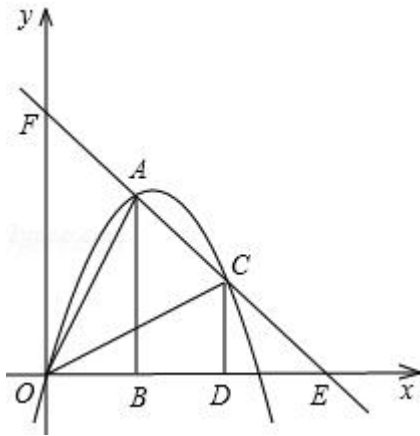
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

【点评】 本题考查了全等三角形的性质和判定, 平行四边形的性质, 菱形的判定, 相似三角形的性质和判定的应用, 主要考查学生运用性质进行推理的能力.

24. (12 分) 已知: 如图, 把两个全等的 $\text{Rt}\triangle AOB$ 和 $\text{Rt}\triangle COD$ 分别置于平面直角坐标系中, 使直角边 OB 、 OD 在 x 轴上. 已知点 $A(1, 2)$, 过 A 、 C 两点的直线分别交 x 轴、 y 轴于点 E 、 F . 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 O 、 A 、 C 三点.

(1) 求该抛物线的表达式, 并写出该抛物线的对称轴和顶点坐标;

(2) 点 P 为线段 OC 上一个动点, 过点 P 作 y 轴的平行线交抛物线于点 M , 交 x 轴于点 N , 问是否存在这样的点 P , 使得四边形 $ABPM$ 为等腰梯形? 若存在, 求出此时点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 O 、 A 、 C , 利用待定系数法求抛物线的解析式;

(2) 根据等腰梯形的性质, 确定相关点的坐标以及线段长度的数量关系, 得到一元二次方程, 求出 t 的值, 从而可解. 结论: 存在点 $P(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$, 使得四边形 $ABPM$ 为等腰梯形.

【解答】 解: (1) $\because \text{Rt}\triangle AOB \cong \text{Rt}\triangle COD$,

$\therefore AB = OD$, $OB = CD$,

$\therefore$ 点 $A(1, 2)$,

$\therefore OD = AB = 2$, $OB = CD = 1$,

$\therefore C(2, 1)$,

∵ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $O(0, 0)$,

∴ 可得 $c = 0$,

∵ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 A, C ,

$$\therefore \begin{cases} a+b=2 \\ 4a+2b=1 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{3}{2} \\ b=\frac{7}{2} \end{cases},$$

∴ 抛物线解析式为 $y = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{7}{2}x$,

∴ 对称轴是直线 $x = \frac{7}{6}$, 顶点坐标为 $(\frac{7}{6}, \frac{49}{24})$;

(2) 存在这样的点 P , 使得四边形 $ABPM$ 为等腰梯形, 理由如下:

设点 P 的横坐标为 t ,

∵ $PN \parallel CD$,

∴ $\triangle OPN \sim \triangle OCD$,

可得 $PN = \frac{t}{2}$, ∴ $P(t, \frac{t}{2})$,

∵ 点 M 在抛物线上,

∴ $M(t, -\frac{3}{2}t^2 + \frac{7}{2}t)$,

过 M 点作 $MG \perp AB$ 于 G , 过 P 点作 $PH \perp AB$ 于 H ,

$AG = y_A - y_M = 2 - (-\frac{3}{2}t^2 + \frac{7}{2}t) = \frac{3}{2}t^2 - \frac{7}{2}t + 2$, $BH = PN = \frac{t}{2}$,

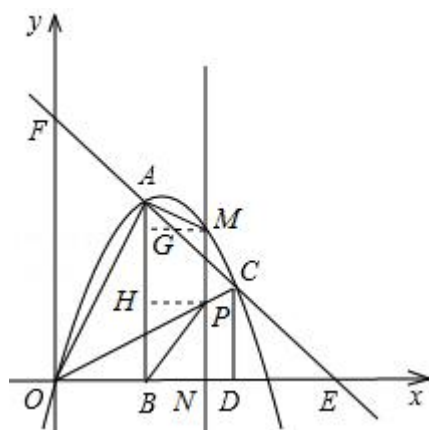
当 $AG = BH$ 时, 四边形 $ABPM$ 为等腰梯形,

$$\therefore \frac{3}{2}t^2 - \frac{7}{2}t + 2 = \frac{t}{2},$$

化简得 $3t^2 - 8t + 4 = 0$, 解得 $t_1 = 2$ (不合题意, 舍去), $t_2 = \frac{2}{3}$,

∴ 点 P 的坐标为 $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$.

∴ 存在点 $P(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$, 使得四边形 $ABPM$ 为等腰梯形.



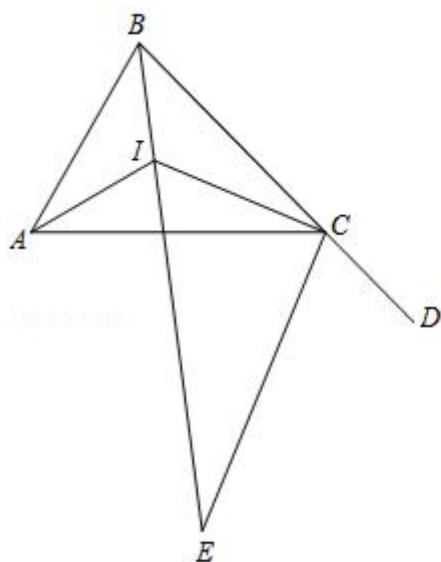
【点评】本题综合考查了二次函数的图象与性质、待定系数法、二次函数的最值、等腰梯形、相似三角形，涉及到的知识点众多，难度较大，对学生能力要求较高，有利于训练并提升学生解决复杂问题的能力。

25. (14分) 已知：如图①， $\triangle ABC$ 中， AI 、 BI 分别平分 $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$ 。 CE 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线，交 BI 延长线于 E ，联结 CI 。

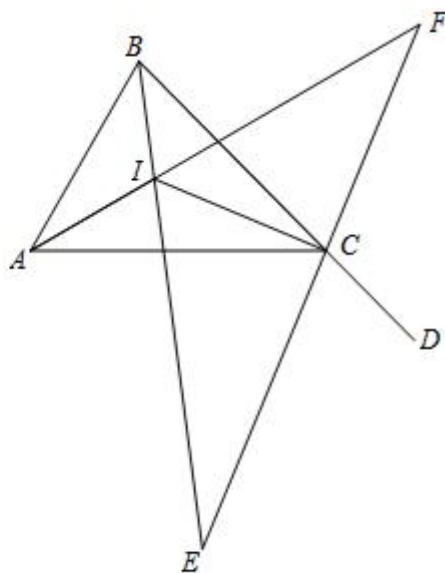
(1) 设 $\angle BAC = 2\alpha$ 。如果用 α 表示 $\angle BIC$ 和 $\angle E$ ，那么 $\angle BIC = \underline{90^\circ + \alpha}$ ， $\angle E = \underline{\alpha}$ ；

(2) 如果 $AB = 1$ ，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ICE$ 相似时，求线段 AC 的长；

(3) 如图②，延长 AI 交 EC 延长线于 F ，如果 $\angle \alpha = 30^\circ$ ， $\sin \angle F = \frac{3}{5}$ ，设 $BC = m$ ，试用 m 的代数式表示 BE 。



图①



图②

【考点】SO：相似形综合题。

【分析】(1) 根据三角形内角与外角的关系可以用 α 表示 $\angle BIC$ 和 $\angle E$ ；

(2) $\triangle ABC$ 与 $\triangle ICE$ 相似, 根据题意知 $\angle ICE = 90^\circ$, 可分三种情况讨论. 根据“相似三角形对应边的比相等”求出相应 AC 长;

(3) 由于 $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, 可得出 $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$; 由于 CE 、 IA 、 IB 分别为 $\angle ACD$ 、 $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$ 的角平分线, 不难得出 $\angle ECD = \angle BCF = \angle BIF = \angle BAI + \angle ABI$, 由此可得出 $\angle BCE = \angle EIF$, 即可证得 $\triangle EBC \sim \triangle EFI$. 所以根据该相似三角形的对应边成比例来求 m 的值.

【解答】 解: (1) 在 $\triangle BCE$ 中有: $\angle E = 180^\circ - \angle BCE - \angle CBE$,

又 $\because AI$ 、 BI 分别平分 $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$.

$\therefore CI$ 是 $\angle ACB$ 的平分线,

$\because CE$ 是 $\angle ACD$ 的平分线,

$\therefore \angle ECI$ 是平角 $\angle BCD$ 的一半,

$\therefore \angle ECI = 90^\circ$,

$\therefore \angle E = 90^\circ - \angle BCI - \angle CBI$,

在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABC - \angle ACB) = 90^\circ - \angle BCI - \angle CBE$
 $= \alpha$, 即 $\angle E = \alpha$.

在三角形 BIC 中, 由外角性质得到: $\angle BIC = 90^\circ + \alpha$,

综上所述, $\angle BIC = 90^\circ + \alpha$, $\angle E = \alpha$.

故填: $90^\circ + \alpha$, α ;

(2) 由题意易证得 $\triangle ICE$ 是直角三角形, 且 $\angle E = \alpha$.

当 $\triangle ABC \sim \triangle ICE$ 时, 可得 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 有下列三种情况:

① 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时, $\because \angle BAC = 2\alpha$, $\angle E = \alpha$;

$\therefore$ 只能 $\angle E = \angle BCA$, 可得 $\angle BAC = 2\angle BCA$.

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$, $\angle BCA = 30^\circ$.

$\therefore AC = 2AB$.

$\because AB = 1$,

$\therefore AC = 2$.

② 当 $\angle BCA = 90^\circ$ 时,

$\because \angle BAC = 2\alpha$, $\angle E = \alpha$;

$\therefore$ 只能 $\angle E = \angle ABC$, 可得 $\angle BAC = 2\angle ABC$.

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$.

$\therefore AB = 2AC$.

$\therefore AB = 1$,

$\therefore AC = \frac{1}{2}$.

③ 当 $\angle BAC = 90^\circ$ 时, $\therefore \angle BAC = 2\alpha$, $\angle E = \alpha$;

$\therefore \angle E = \angle BAI = \angle CAI = 45^\circ$.

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形. 即 $AC = AB$.

$\therefore AB = 1$,

$\therefore AC = 1$.

$\therefore$ 综上所述, 当 $\triangle ABC \sim \triangle ICE$ 时, 线段 AC 的长为 1 或 2 或 $\frac{1}{2}$.

(3) $\therefore \angle E = \angle CAI$, 由三角形内角和可得 $\angle AIE = \angle ACE$.

$\therefore \angle AIB = \angle ACF$.

又 $\therefore \angle BAI = \angle CAI$,

$\therefore \angle ABI = \angle F$.

又 $\therefore BI$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABI = \angle F = \angle EBC$.

又 $\therefore \angle E$ 是公共角,

$\therefore \triangle EBC \sim \triangle EFI$.

在 $\text{Rt}\triangle ICF$ 中, $\sin \angle F = \frac{3}{5}$, 设 $IC = 3k$, 那么 $CF = 4k$, $IF = 5k$.

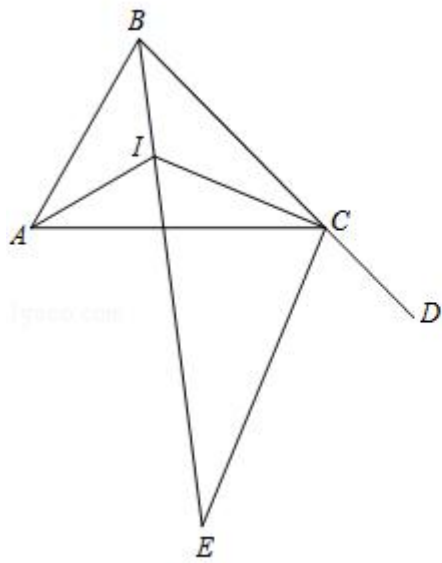
在 $\text{Rt}\triangle ICE$ 中, $\angle E = 30^\circ$, 设 $IC = 3k$, 那么 $CE = 3\sqrt{3}k$, $IE = 6k$.

$\therefore \triangle EBC \sim \triangle EFI$.

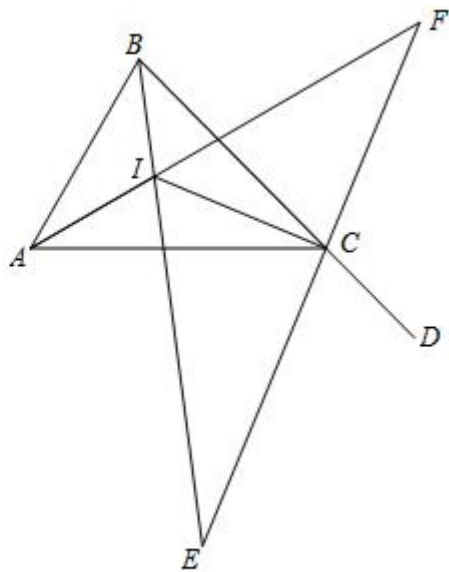
$$\therefore \frac{BC}{BE} = \frac{IF}{FE} = \frac{5k}{4k+3\sqrt{3}k}.$$

又 $\therefore BC = m$,

$$\therefore BE = \frac{4+3\sqrt{3}}{5}m.$$



图①



图②

【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质，以及三角形内角与外角的关系．两三角形相似，注意根据对应边的不同，分情况讨论是解决本题的关键．