

2014 年上海市金山区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【四个选项中，有且只有一个正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸相应位置上】

1. (4 分) 下列各数中是有理数的是 ()

- A. 3.14 B. $\sqrt{8}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

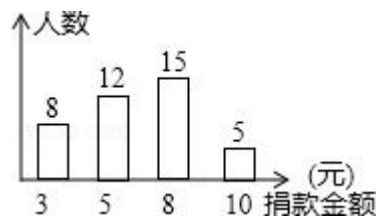
2. (4 分) 将直线 $y = x + 2$ 向下平移 2 个单位后，所得直线的解析式为 ()

- A. $y = x + 4$ B. $y = x - 2$ C. $y = x$ D. $y = x - 4$

3. (4 分) 下列一元二次方程中，有两个相等的实数根的是 ()

- A. $x^2 + 2x - 1 = 0$ B. $x^2 - 2x + 1 = 0$ C. $x^2 + 2x + 4 = 0$ D. $x^2 - 2x - 4 = 0$

4. (4 分) 在本学期的“献爱心”的捐款活动中，九(1)班学生捐款情况如图，那么捐款金额的众数和中位数分别是 ()



- A. 15 和 13.5 B. 8 元和 6.5 元 C. 15 和 8 元 D. 8 元和 8 元

5. (4 分) 下列命题中，真命题是 ()

- A. 平行四边形是轴对称图形
B. 正多边形是中心对称图形
C. 正多边形都是轴对称图形
D. 是轴对称图形的四边形都是中心对称图形

6. (4 分) 在同一平面内，已知线段 $AO = 2$ ， $\odot A$ 的半径为 r ，将 $\odot A$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° ，得到的圆记作 $\odot B$ ，如果 $\odot A$ 与 $\odot B$ 外切，那么 r 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

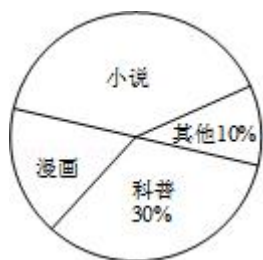
二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算： $(a^3)^2 =$ _____.

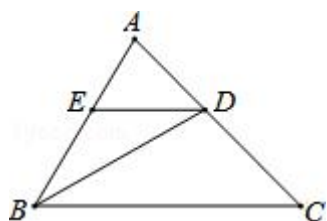
8. (4 分) 计算： $(a+2)(a-2) =$ _____.

9. (4 分) 方程 $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ 的解是 _____.

10. (4分) 计算: $\vec{a} + 2(\vec{a} + \vec{b}) =$ _____.
11. (4分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x}$, 那么 $f(\sqrt{2}) =$ _____.
12. (4分) 已知反比例函数的图象经过点 $(-1, 2)$, 那么该反比例函数的图象的两个分支在第_____象限.
13. (4分) 菱形的两条对角线长分别为 6 和 8, 则这个菱形的周长为_____.
14. (4分) 某班共有学生 36 人, 在迎新年庆祝会上, 随机抽取 1 名一等奖, 3 名二等奖, 5 名三等奖, 以上统称为等第奖, 该班每一名学生获得等第奖的概率是_____.
15. (4分) 为了了解学生课外阅读的喜好, 某校随机抽取部分学生进行问卷调查, 调查时要求每人只选取一种喜欢的书籍, 如果没有喜欢的书籍或者喜欢其他类型的书籍, 则都选“其他”, 图 2 是整理数据后绘制的不完整的统计图, 如果还知道喜欢漫画的有 60 人, 选“其他”的有 30 人, 那么喜欢小说的人数为_____.

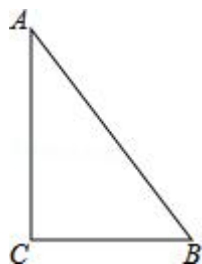


16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, $BC = 6$, BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线, $DE \parallel BC$. DE 交 AB 于点 E , 那么 DE 的长为_____.



17. (4分) 如果一个三角形的一边长等于另一边长的两倍, 我们把这样的三角形成为“倍边三角形”. 如果一个直角三角形是倍边三角形, 那么这个直角三角形的较小的锐角的正切值为_____.
18. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, D 是边 AB 上一点, 联结 CD , 把 $\triangle ACD$ 沿 CD 所在的直线翻折, 点 A 落在点 E 的位置,

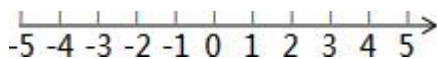
如果 $DE \parallel BC$, 那么 AD 的长为_____.



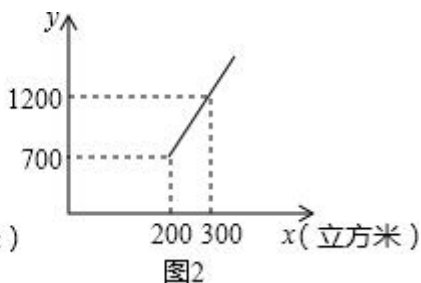
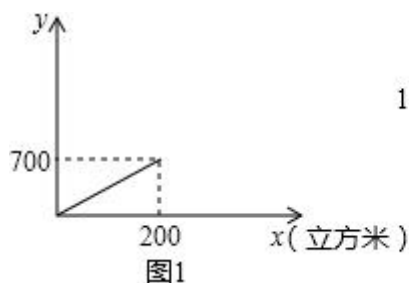
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分) 第 15 题

19. (10 分) 计算: $\frac{1}{\sqrt{3}+1} - \cos 30^\circ - 2^{-1} + (\pi - \sqrt{2})^0$.

20. (10 分) 解不等式组: $\begin{cases} x-2 > -3 \\ 3-x \geq \frac{1+x}{3} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



21. (10 分) 某市为鼓励居民节约用水, 制定了分阶梯收费制度, 按每年用水量分成两个阶梯, 即年用水量不超过 200 立方米的部分和 200 立方米以上的部分按不同的价格收取水费, 每户居民每年的水费 y (元) 和用水量 x (立方米) 的如图 1 和图 2,



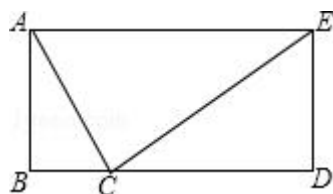
(1) 如果小张家年用水量为 160 立方米, 那么小王家的年水费是多少?

(2) 如果小王家年用水量为 1500 元, 那么小王家的年用水量是多少?

22. (10 分) 已知: 如图, C 是线段 BD 上一点, $AB \perp BD$, $ED \perp BD$, $\angle ACE = 90^\circ$, $\tan \angle ACB = 2$, $AB = 4$, $ED = 3$. 求:

(1) 线段 BD 的长;

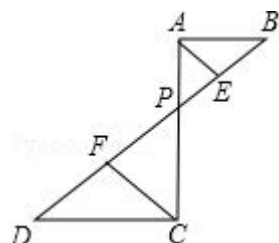
(2) $\angle AEC$ 的正切值.



23. (12分) 已知: 如图, 线段 $AB \parallel CD$, $AC \perp CD$, AC 、 BD 相交于点 P , E 、 F 分别是线段 BP 和 DP 的中点.

(1) 求证: $AE \parallel CF$;

(2) 如果 AE 和 DC 的延长线相交于点 Q , M 、 N 分别是线段 AP 和 DQ 的中点, 求证: $MN = CE$.

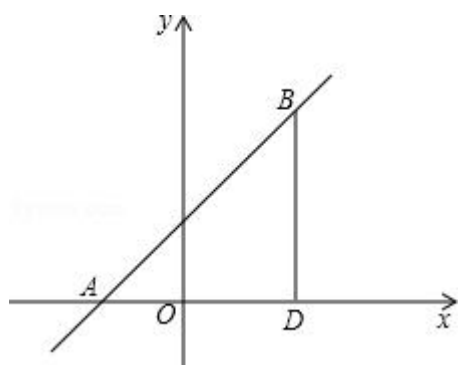


24. (12分) 如图, 在直角坐标系中, 直线 $y = x + 2$ 与 x 轴交于点 A , B 是这条直线在第一象限上的一点, 过点 B 作 x 轴的垂线, 垂足为点 D , 已知 $\triangle ABD$ 的面积为 18.

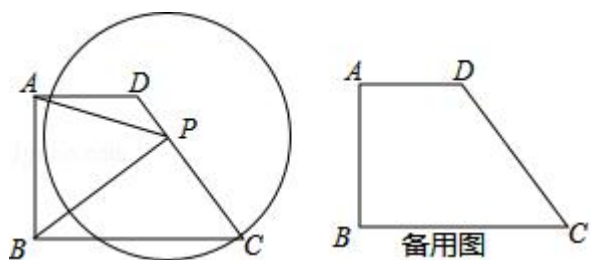
(1) 求点 B 的坐标;

(2) 如果抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 的图象经过点 A 和点 B , 求抛物线的解析式;

(3) 已知 (2) 中的抛物线与 y 轴相交于点 C , 该抛物线对称轴与 x 轴交于点 H , P 是抛物线对称轴上一点, 过点 P 作 $PQ \parallel AC$ 交 x 轴交于点 Q , 如果点 Q 在线段 AH 上, 并且 $AQ = CP$, 求点 P 的坐标.



25. (14分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = 4$, $AD = 3$, $\sin \angle DCB = \frac{4}{5}$, P 是边 CD 上一点 (点 P 与点 C 、 D 不重合), 以 PC 为半径的 $\odot P$ 与边 BC 相交于点 C 和点 Q .



- (1) 如果 $BP \perp CD$ ，求 CP 的长；
- (2) 如果 $PA = PB$ ，试判断以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 $\odot P$ 的位置关系；
- (3) 联结 PQ ，如果 $\triangle ADP$ 和 $\triangle BQP$ 相似，求 CP 的长．

2014 年上海市金山区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【四个选项中，有且只有一个正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸相应位置上】

1.（4 分）下列各数中是有理数的是（ ）

- A. 3.14 B. $\sqrt{8}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】27：实数.

【分析】根据有理数是有限小数或无限循环小，可得答案.

【解答】解：A、是有限小数，故 A 是有理数；

B、C、D 是无限不循环小数，故 B、C、D 是无理数；

故选：A.

【点评】本题考查了有理数，有限小数或无限循环小数是有理数.

2.（4 分）将直线 $y = x + 2$ 向下平移 2 个单位后，所得直线的解析式为（ ）

- A. $y = x + 4$ B. $y = x - 2$ C. $y = x$ D. $y = x - 4$

【考点】F9：一次函数图象与几何变换.

【分析】根据平移 k 值不变，只有 b 只发生改变解答即可.

【解答】解：根据题意知，平移后的直线解析式为： $y = x + 2 - 2 = x$ ，即 $y = x$.

故选：C.

【点评】本题考查图形的平移变换和函数解析式之间的关系，在平面直角坐标系中，图形的平移与图形上某点的平移相同. 平移中点的变化规律是：横坐标左移加，右移减；纵坐标上移加，下移减. 平移后解析式有这样一个规律“左加右减，上加下减”. 关键是要搞清楚平移前后的解析式有什么关系.

3.（4 分）下列一元二次方程中，有两个相等的实数根的是（ ）

- A. $x^2 + 2x - 1 = 0$ B. $x^2 - 2x + 1 = 0$ C. $x^2 + 2x + 4 = 0$ D. $x^2 - 2x - 4 = 0$

【考点】AA：根的判别式.

【专题】11：计算题.

【分析】分别计算四个方程的根的判别式，然后根据判别式的意义进行判断.

【解答】解：A、 $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) = 8 > 0$ ，方程有两个不相等的实数根，所

以 A 选项错误；

B 、 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 = 0$ ，方程有两个相等的实数根，所以 B 选项正确；

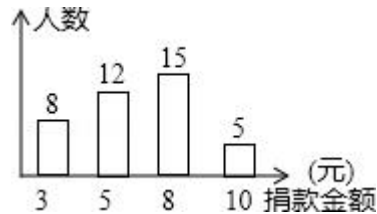
C 、 $\Delta = 2^2 - 4 \times 4 = -12 < 0$ ，方程没有实数根，所以 C 选项错误；

D 、 $\Delta = 2^2 - 4 \times (-4) = 20 > 0$ ，方程有两个不相等的实数根，所以 D 选项错误。

故选： B 。

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根。

4. (4 分) 在本学期的“献爱心”的捐款活动中，九(1)班学生捐款情况如图，那么捐款金额的众数和中位数分别是 ()



A. 15 和 13.5 B. 8 元和 6.5 元 C. 15 和 8 元 D. 8 元和 8 元

【考点】 VC：条形统计图；W4：中位数；W5：众数。

【专题】 11：计算题。

【分析】 根据条形统计图中的数据求出众数与中位数即可。

【解答】 解：根据条形统计图得到捐 8 元的学生数最多，为 15 个，故捐款金额的众数为 8 元，

将捐款数按照从小到大顺序排列得到 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 10, 10, 10, 10, 10, 其中最中间的两个数为 5 和 8，平均数为 6.5，即中位数为 6.5，

故选： B 。

【点评】 此题考查了条形统计图，众数，以及中位数，弄清题中的数据是解本题的关键。

5. (4 分) 下列命题中，真命题是 ()

A. 平行四边形是轴对称图形

- B. 正多边形是中心对称图形
- C. 正多边形都是轴对称图形
- D. 是轴对称图形的四边形都是中心对称图形

【考点】O1：命题与定理．

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义以及平行四边形、正多边形和等腰梯形的性质分别进行判断．

【解答】解： A 、平行四边形是中心对称图形，不是轴对称图形，所以 A 选项错误；

B 、当正多边形的边数为偶数时，它是中心对称图形，所以 B 选项错误；

C 、正多边形都是轴对称图形，所以 C 选项正确；

D 、等腰梯形是轴对称图形，但不是中心对称图形，所以 D 选项错误．

故选： C ．

【点评】本题考查了命题与定理：判断事物的语句叫命题；正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题；经过推理论证的真命题称为定理．

6. (4分) 在同一平面内，已知线段 $AO = 2$ ， $\odot A$ 的半径为 r ，将 $\odot A$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° ，得到的圆记作 $\odot B$ ，如果 $\odot A$ 与 $\odot B$ 外切，那么 r 的值为 ()

- A. 1
- B. 2
- C. $\sqrt{2}$
- D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】MJ：圆与圆的位置关系．

【分析】根据旋转的性质得到 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形，则 $AB = OA = 2$ ，从而求得线段 AB 的长，然后利用两圆外切两圆的圆心距等于两圆的半径之和直接求解．

【解答】解： $\because \odot A$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 90° 得到的 $\odot B$ ，

$\therefore \triangle OAB$ 为等腰直角三角形，

$\because AO = 2$ ，

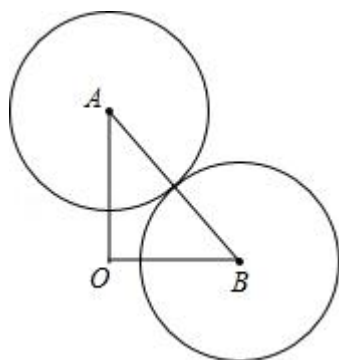
$\therefore OB = OA = 2$ ， $AB = 2\sqrt{2}$ ，

$\because \odot A$ 、 $\odot B$ 外切，

$\therefore AB$ 等于两圆半径之和，

$\therefore r = \sqrt{2}$ ．

故选：C.



【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系：两圆的半径分别为 R 、 r ，两圆的圆心距为 d ，若 $d = R + r$ ，则两圆外切．也考查了旋转的性质．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）计算： $(a^3)^2 = \underline{a^6}$ ．

【考点】 47：幂的乘方与积的乘方．

【分析】 按照幂的乘方法则：底数不变，指数相乘计算．即 $(a^m)^n = a^{mn}$ （ m ， n 是正整数）

【解答】 解： $(a^3)^2 = a^6$ ．

故答案为： a^6 ．

【点评】 本题考查了幂的乘方法则：底数不变，指数相乘． $(a^m)^n = a^{mn}$ （ m ， n 是正整数），牢记法则是关键．

8.（4 分）计算： $(a+2)(a-2) = \underline{a^2 - 4}$ ．

【考点】 4F：平方差公式．

【分析】 利用平方差公式直接求解即可求得答案．

【解答】 解： $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$ ．

故答案为： $a^2 - 4$ ．

【点评】 本题考查了平方差公式．注意运用平方差公式计算时，关键要找相同项和相反项，其结果是相同项的平方减去相反项的平方．

9.（4 分）方程 $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ 的解是 $\underline{x = -1}$ ．

【考点】 B3：解分式方程．

【专题】 11：计算题．

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检

验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $x^2 = 1$,

解得: $x = 1$ 或 $x = -1$,

经检验 $x = 1$ 是增根, 分式方程的解为 $x = -1$.

故答案为: $x = -1$

【点评】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

10. (4 分) 计算: $\vec{a} + 2(\vec{a} + \vec{b}) = \underline{3\vec{a} + 2\vec{b}}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】先去掉括号, 然后进行加法运算即可.

【解答】解: $\vec{a} + 2(\vec{a} + \vec{b})$

$$= \vec{a} + 2\vec{a} + 2\vec{b}$$

$$= 3\vec{a} + 2\vec{b}.$$

故答案为: $3\vec{a} + 2\vec{b}$.

【点评】本题考查了平面向量, 主要是向量的加法运算, 是基础题.

11. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x}$, 那么 $f(\sqrt{2}) = \underline{\sqrt{2}}$.

【考点】E5: 函数值.

【分析】把 $x = \sqrt{2}$ 代入函数解析式进行计算即可得解.

【解答】解: $f(\sqrt{2}) = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

故答案为: $\sqrt{2}$.

【点评】本题考查了函数值求解, 把自变量的值代入函数关系式计算即可, 比较简单.

12. (4 分) 已知反比例函数的图象经过点 $(-1, 2)$, 那么该反比例函数的图象的两个分支在第 二、四 象限.

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【分析】根据反比例函数图象在一、三象限或在二、四象限, 根据 $(-1, 2)$ 所在象限即可作出判断.

【解答】解：点 $(-1, 2)$ 在第二象限，则该反比例函数的图象的两个分支在第二、四象限.

故答案是：二、四.

【点评】本题考查了反比例函数的性质，对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，(1) $k > 0$ ，反比例函数图象在一、三象限；(2) $k < 0$ ，反比例函数图象在第二、四象限内.

13. (4分) 菱形的两条对角线长分别为 6 和 8，则这个菱形的周长为 20.

【考点】KQ：勾股定理；L8：菱形的性质.

【分析】根据菱形的对角线互相垂直平分的性质，利用对角线的一半，根据勾股定理求出菱形的边长，再根据菱形的四条边相等求出周长即可.

【解答】解：如图所示，

根据题意得 $AO = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ ， $BO = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

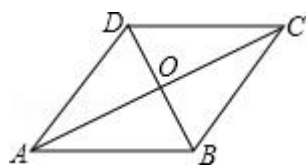
$\therefore AB = BC = CD = DA$ ， $AC \perp BD$ ，

$\therefore \triangle AOB$ 是直角三角形，

$\therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$ ，

$\therefore$ 此菱形的周长为： $5 \times 4 = 20$.

故答案为：20.



【点评】本题主要考查了菱形的性质，利用勾股定理求出菱形的边长是解题的关键，同学们也要熟练掌握菱形的性质：①菱形的四条边都相等；②菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角.

14. (4分) 某班共有学生 36 人，在迎新年庆祝会上，随机抽取 1 名一等奖，3 名二等奖，5 名三等奖，以上统称为等第奖，该班每一名学生获得等第奖的概率是 $\frac{1}{4}$.

【考点】X4：概率公式.

【分析】共 36 人，其中有 $1+3+5=9$ 个等第奖，利用概率公式直接求解即可.

【解答】解：∵共 36 人，其中有 $1+3+5=9$ 个等第奖，

∴该班每一名学生获得等第奖的概率是 $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$,

故答案为： $\frac{1}{4}$.

【点评】综合考查了概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

15. (4 分) 为了了解学生课外阅读的喜好，某校随机抽取部分学生进行问卷调查，调查时要求每人只选取一种喜欢的书籍，如果没有喜欢的书籍或者喜欢其他类型的书籍，则都选“其他”，图 2 是整理数据后绘制的不完整的统计图，如果还知道喜欢漫画的有 60 人，选“其他”的有 30 人，那么喜欢小说的人数为 120.



【考点】VB：扇形统计图.

【专题】11：计算题.

【分析】根据扇形统计图，列出算式，计算即可得到结果.

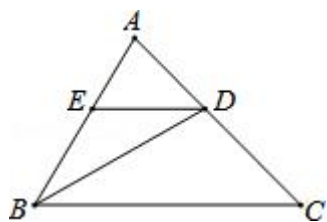
【解答】解：根据题意得： $(30 \div 10\%) - 60 - 30 - (30 \div 10\%) \times 30\% = 300 - 60 - 30 - 90 = 120$ (人)，

则喜欢小说的人数为 120 人.

故答案为：120.

【点评】此题考查了扇形统计图，弄清题中的数据是解本题的关键.

16. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=4$ ， $BC=6$ ， BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线， $DE \parallel BC$. DE 交 AB 于点 E ，那么 DE 的长为 2.4.



【考点】KJ：等腰三角形的判定与性质；S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】根据平行线的性质和角平分线定义求出 $\angle EDB = \angle EBD$ ，推出 $DE = BE$ ，
设 $DE = BE = x$ ，证相似，得出比例式，代入求出即可．

【解答】解： $\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle EDB = \angle CBD,$$

$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle CBD = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle EBD,$$

$$\therefore DE = BE,$$

设 $DE = BE = x$ ，

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AB},$$

$$\therefore \frac{x}{6} = \frac{4-x}{4},$$

解得： $x = 2.4$ ，

$$\therefore DE = 2.4,$$

故答案为：2.4．

【点评】本题考查了等腰三角形的性质和判定，平行线的性质，相似三角形的性质和判定的应用，解此题的关键是求出 $BE = DE$ 和求出 $\triangle AED \sim \triangle ABC$ ．

17. (4分) 如果一个三角形的一边长等于另一边长的两倍，我们把这样的三角形成为“倍边三角形”．如果一个直角三角形是倍边三角形，那么这个直角三角形的较小的锐角的正切值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{1}{2}$ ．

【考点】KQ：勾股定理；T1：锐角三角函数的定义．

【专题】32：分类讨论．

【分析】分两种情况考虑，当斜边为直角边 2 倍时，当直角边为直角边 2 倍时，求出最小角的正切值即可．

【解答】解：如图 1 所示， $AC = 2AB$ ，

$$\therefore \text{最小角为 } \angle C, \text{ 根据勾股定理得： } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3}AB,$$

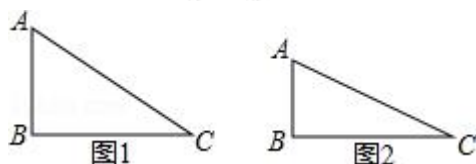
$$\text{则 } \tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{\sqrt{3}AB} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

如图 2 所示， $BC = 2AB$ ，

$$\therefore \tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2},$$

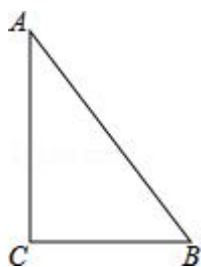
综上，这个直角三角形的较小的锐角的正切值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{1}{2}$ ．

故答案为： $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{1}{2}$ ．



【点评】此题考查了勾股定理，锐角三角函数定义，熟练掌握勾股定理是解本题的关键．

18. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ， D 是边 AB 上一点，联结 CD ，把 $\triangle ACD$ 沿 CD 所在的直线翻折，点 A 落在点 E 的位置，如果 $DE \parallel BC$ ，那么 AD 的长为 2．



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）．

【专题】11：计算题．

【分析】连结 CE 交 AB 于 F 点，根据勾股定理得 $AB = 5$ ，再根据折叠的性质得 $CE = CA = 4$ ， $DE = AD$ ， $\angle E = \angle A$ ，有 $DE \parallel BC$ 得到 $\angle 1 = \angle B$ ，则 $\angle 1 + \angle E = 90^\circ$ ，得到 $CE \perp AB$ ，于是可根据面积法计算出 $CF = \frac{12}{5}$ ，所以 $EF = CE - CF = \frac{8}{5}$ ，然后证明 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$ ，利用相似比可计算出 $DE = 2$ ，于是得到

$$AD = 2.$$

【解答】解：连结 CE 交 AB 于 F 点，如图，

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \quad AC = 4, \quad BC = 3,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5,$$

$\because \triangle ACD$ 沿 CD 所在的直线翻折，点 A 落在点 E 的位置，

$$\therefore CE = CA = 4, \quad DE = AD, \quad \angle E = \angle A,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle B,$$

$$\text{而 } \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle E = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DFE = 90^\circ,$$

$$\therefore CE \perp AB,$$

$$\therefore \frac{1}{2}CF \cdot AB = \frac{1}{2}AC \cdot BC,$$

$$\therefore CF = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5},$$

$$\therefore EF = CE - CF = 4 - \frac{12}{5} = \frac{8}{5},$$

$$\because DE \parallel BC,$$

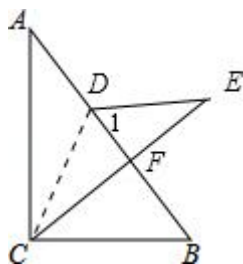
$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BCF,$$

$$\therefore DE : BC = EF : CF, \text{ 即 } DE : 3 = \frac{8}{5} : \frac{12}{5},$$

$$\therefore DE = 2,$$

$$\therefore AD = 2.$$

故答案为 2.



【点评】本题考查了折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．也考查了勾股

定理、相似三角形的判定与性质.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分) 第 15 题

19. (10 分) 计算： $\frac{1}{\sqrt{3}+1} - \cos 30^\circ - 2^{-1} + (\pi - \sqrt{2})^0$.

【考点】 6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；79：二次根式的混合运算；T5：特殊角的三角函数值.

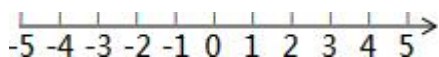
【专题】 11：计算题.

【分析】 根据零指数幂、负整数指数幂和特殊角的三角函数值得到原式 $= \frac{\sqrt{3}-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + 1$, 然后合并即可.

【解答】 解：原式 $= \frac{\sqrt{3}-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + 1$
 $= 0$.

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式. 也考查了零指数幂、负整数指数幂和特殊角的三角函数值.

20. (10 分) 解不等式组： $\begin{cases} x-2 > -3 \\ 3-x \geq \frac{1+x}{3} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



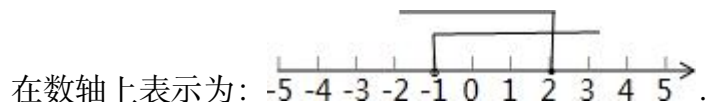
【考点】 C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组.

【分析】 求出每个不等式的解集，再找出不等式组的解集即可.

【解答】 解： $\because$ 解不等式 $x-2 > -3$ 得： $x > -1$,

解不等式 $3-x \geq \frac{1+x}{3}$ 得： $x \leq 2$,

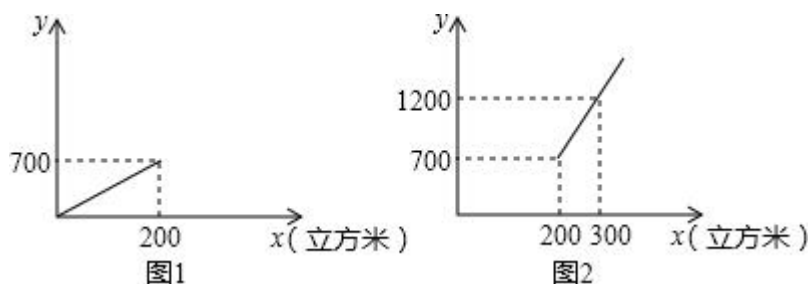
$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$,



【点评】 本题考查了解一元一次不等式，在数轴上表示不等式组的解集的应用，关键是能求出不等式组的解集.

21. (10 分) 某市为鼓励居民节约用水，制定了分阶梯收费制度，按每年用水量分成两个阶梯，即年用水量不超过 200 立方米的部分和 200 立方米以上的部

分按不同的价格收取水费，每户居民每年的水费 y （元）和用水量 x （立方米）的如图 1 和图 2，



(1) 如果小张家年用水量为 160 立方米，那么小王家的年水费是多少？

(2) 如果小王家年用水量为 1500 元，那么小王家的年用水量是多少？

【考点】 FH：一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据图象可得当 $x \leq 200$ 时，水价与水费成正比例函数关系，设 $y = kx$ ，再把 $(200, 700)$ 代入可得 k 的值，进而得到函数解析式，然后再代入 $x = 160$ ，算出 y 即可；

(2) 根据函数图象可得 $x \geq 200$ 时，水价与水费成一次函数关系，设 $y = ax + b$ ，再把 $(200, 700)$ ， $(300, 1200)$ ，代入算出 a 、 b 的值，进而得到函数解析式，然后再把 $y = 1500$ 代入算出 x 即可.

【解答】 解：(1) 当 $x \leq 200$ 时，水价与水费成正比例函数关系，

设 $y = kx$ ，

$\because$ 图象经过 $(200, 700)$ ，

$\therefore 700 = 200k$ ，

解得： $k = 3.5$ ，

$\therefore y = 3.5x$ ，

把 $x = 160$ 代入： $y = 160 \times 3.5 = 560$ （元），

答：小王家的年水费是 560 元；

(2) 当 $x \geq 200$ 时，水价与水费成一次函数关系，

设 $y = ax + b$ ，

$\because$ 图象经过 $(200, 700)$ ， $(300, 1200)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 700 = 200a + b \\ 1200 = 300a + b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=5 \\ b=-300 \end{cases},$$

$$\therefore y = 5x - 300,$$

$$\text{把 } y = 1500 \text{ 代入: } 1500 = 5x - 300,$$

$$\text{解得: } x = 360,$$

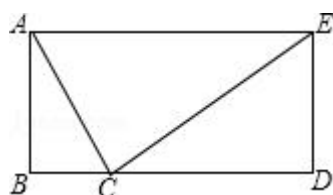
答: 小王家的年用水量是 360 立方米.

【点评】 此题主要考查了一次函数的应用, 关键是正确掌握待定系数法求一次函数解析式.

22. (10 分) 已知: 如图, C 是线段 BD 上一点, $AB \perp BD$, $ED \perp BD$, $\angle ACE = 90^\circ$, $\tan \angle ACB = 2$, $AB = 4$, $ED = 3$. 求:

(1) 线段 BD 的长;

(2) $\angle AEC$ 的正切值.



【考点】 T7: 解直角三角形.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 利用同角的余角相等得到一对角相等, 再由一对直角相等, 得到三角形 ABC 与三角形 DCE 相似, 由相似得比例, 根据锐角三角函数定义及 $\tan \angle ACB$ 的值, 求出 BC 与 CD 的值, 根据 $BC + CD$ 求出 BD 的值即可;

(2) 由三角形 ABC 与三角形 DCE 相似, 根据 AB 与 CD 长求出相似比, 进而求出 AC 与 CE 的比值, 即为 $\angle AEC$ 的正切值.

【解答】 解: (1) $\because \angle ACE = 90^\circ$, $AB \perp BD$, $ED \perp BD$,

$$\therefore \angle ACB + \angle ECD = 90^\circ, \quad \angle ACB + \angle BAC = 90^\circ, \quad \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ECD,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CDE,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{CD}{ED},$$

$$\because \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC} = 2, \quad AB = 4, \quad ED = 3,$$

$$\therefore \frac{CD}{ED} = 2, \quad \text{即 } BC = 2, \quad CD = 6,$$

则 $BD = BC + CD = 2 + 6 = 8$;

(2) $\because \triangle ABC \sim \triangle CDE$,

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{AB}{CD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3},$$

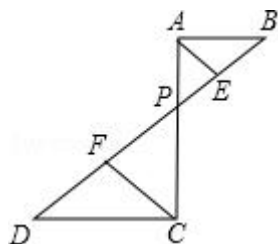
$$\text{则 } \tan \angle AEC = \frac{AC}{CE} = \frac{2}{3}.$$

【点评】 此题属于解直角三角形题型，涉及的知识有：锐角三角函数定义，相似三角形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.

23. (12分) 已知：如图，线段 $AB \parallel CD$ ， $AC \perp CD$ ， AC 、 BD 相交于点 P ， E 、 F 分别是线段 BP 和 DP 的中点.

(1) 求证： $AE \parallel CF$;

(2) 如果 AE 和 DC 的延长线相交于点 Q ， M 、 N 分别是线段 AP 和 DQ 的中点，求证： $MN = CE$.



【考点】 S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据直角三角形斜边上中线性质的性质求出 $AE = BE = PE$ ， $CF = PF$ ，推出 $\angle EAP = \angle EPA$ ， $\angle CPF = \angle FCP$ ，求出 $\angle EAP = \angle FCP$ ，根据平行线的判定推出即可；

(2) 求出 $ME \parallel CN$ ， $EN \parallel CM$ ，得出矩形 $MCNE$ ，根据矩形的判定推出即可.

【解答】 (1) 证明： $\because AB \parallel CD$ ， $AC \perp CD$ ，

$$\therefore \angle BAP = \angle DCP = 90^\circ,$$

$\because E$ 、 F 分别是线段 BP 和 DP 的中点，

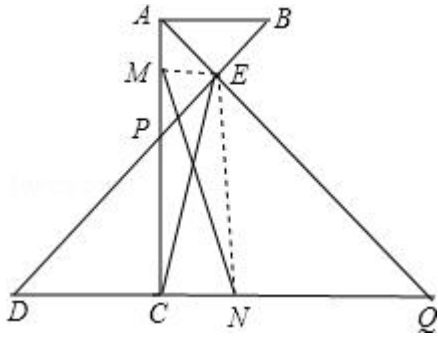
$$\therefore AE = PE = BE, CF = PF,$$

$$\therefore \angle EAP = \angle EPA, \angle CPF = \angle FCP,$$

$$\because \angle EPA = \angle CPF,$$

$$\therefore \angle EAP = \angle FCP,$$

$$\therefore AE \parallel CF;$$



(2) 证明：连接 EM 、 EN ，

$\because M$ 、 E 分别为 AP 、 BP 的中点，

$\therefore EM \parallel AB$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore ME \parallel DC$ ，即 $EM \parallel CN$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \triangle AEB \sim \triangle QED$ ，

$\therefore \frac{AE}{EQ} = \frac{BE}{DE}$ ，

$\therefore AE = BE$ ，

$\therefore DE = EQ$ ，

$\because N$ 为 DQ 的中点，

$\therefore EN \perp AQ$ ，

$\because \angle ACD = 90^\circ$ ，

$\therefore EN \parallel MC$ ，

$\therefore$ 四边形 $MCNE$ 是矩形，

$\therefore MN = CE$ 。

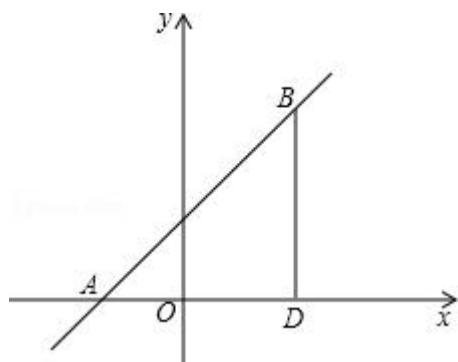
【点评】 本题考查了直角三角形斜边上中线性质的应用，矩形的性质和判定，相似三角形的性质和判定的应用，主要考查学生综合运用性质进行推理的能力，题目比较好，难度适中。

24. (12 分) 如图，在直角坐标系中，直线 $y = x + 2$ 与 x 轴交于点 A ， B 是这条直线在第一象限上的一点，过点 B 作 x 轴的垂线，垂足为点 D ，已知 $\triangle ABD$ 的面积为 18。

(1) 求点 B 的坐标；

(2) 如果抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 的图象经过点 A 和点 B , 求抛物线的解析式;

(3) 已知(2)中的抛物线与 y 轴相交于点 C , 该抛物线对称轴与 x 轴交于点 H , P 是抛物线对称轴上一点, 过点 P 作 $PQ \parallel AC$ 交 x 轴交于点 Q , 如果点 Q 在线段 AH 上, 并且 $AQ = CP$, 求点 P 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 由直线 $y = x+2$ 可知斜率为 1, 则 $AD = BD$, 然后根据三角形的面积求得 B 点的纵坐标, 因为直线与 x 轴交点是 $(-2, 0)$ 求得 OA 的长, 从而求得 OD 的长, 最后求得 P 点的坐标.

(2) 用待定系数法把 A 、 B 的坐标代入即可.

(3) 由 A 、 C 点的坐标可得 AC 的斜率为 3, 设 PQ 直线为 $y = 3x+b$, 可解出 b 值以及 Q 点的 x 坐标, AQ 可得, CP 可用勾股定理获得, 然后 $AQ = CP$, 求出点 P 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because$ 直线 $y = x+2$ 的斜率为 1,

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AD \cdot BD = \frac{1}{2}BD^2,$$

$$\therefore 18 = \frac{1}{2}BD^2,$$

解得 $BD = 6$,

$$\therefore AD = BD = 6,$$

$\because$ 直线 $y = x+2$ 与 x 轴的交点 A 的坐标为 $(-2, 0)$,

$$\therefore OD = 4,$$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(4, 6)$.

(2) 把 A 、 B 点的坐标代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 得:

$$\begin{cases} 0 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + m \times (-2) + n \\ 6 = -\frac{1}{2} \times 4^2 + 4m + n \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=2, \\ n=6 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$.

(3) $\because$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ 与 y 轴的交点 C 为 $(0, 6)$, 对称轴为 $x = 2$.

$\therefore$ 直线 AC 的斜率为 3,

$\because PQ \parallel AC$,

$\therefore$ 直线 PQ 的斜率也为 3,

设直线 PQ 的解析式为 $y = 3x + b$, 则 $Q(-\frac{b}{3}, 0)$,

$$\therefore AQ = 2 - \frac{b}{3},$$

当 $x = 2$ 时, $y = 3x + b = 6 + b$,

$$\therefore P(2, 6 + b),$$

$$\therefore PC^2 = 2^2 + [6 - (6 + b)]^2 = 4 + b^2,$$

当 $y = 0$ 时, $y = 3x + b$

$$\text{解得 } x = -\frac{b}{3},$$

$$\therefore AQ = 2 - \frac{b}{3},$$

$$\because AQ = CP,$$

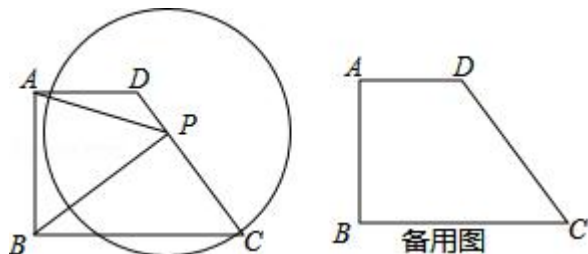
$$\therefore (2 - \frac{b}{3})^2 = 4 + b^2,$$

$$\text{解得: } b = -\frac{3}{2} \text{ 或 } b = 0,$$

$$\therefore P(2, \frac{9}{2}) \text{ 或 } (2, 6).$$

【点评】 本题考查了二次函数的综合运用, 考查用待定系数法求二次函数解析式以及勾股定理的应用;

25. (14分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = 4$, $AD = 3$, $\sin \angle DCB = \frac{4}{5}$, P 是边 CD 上一点 (点 P 与点 C 、 D 不重合), 以 PC 为半径的 $\odot P$ 与边 BC 相交于点 C 和点 Q .



- (1) 如果 $BP \perp CD$, 求 CP 的长;
 (2) 如果 $PA = PB$, 试判断以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 $\odot P$ 的位置关系;
 (3) 联结 PQ , 如果 $\triangle ADP$ 和 $\triangle BQP$ 相似, 求 CP 的长.

【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 作 $DH \perp BC$ 于 H , 如图 1, 利用矩形的性质得 $DH = 4$, $BH = 3$, 在 $\text{Rt} \triangle DHC$ 中, 利用正弦的定义可计算出 $DC = 5$, 再利用勾股定理计算出 $CH = 3$, 则 $BC = BH + CH = 6$, 然后证明 $\text{Rt} \triangle DCH \sim \text{Rt} \triangle BCP$, 利用相似比可计算出 $PC = \frac{18}{5}$;

(2) 作 $PE \perp AB$ 于 E , 如图 2, 由于 $PA = PB$, 根据等腰三角形的性质得 $AE = BE = \frac{1}{2}AB = 2$, 也可判断 PE 为梯形 $ABCD$ 的中位线, 所以 $PD = PC = \frac{5}{2}$, $PE = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{9}{2}$, 于是得到 $EA + PC = PE$, 根据两圆外切的判定方法得到以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 $\odot P$ 外切;

(3) 如图 1, 作 $PF \perp BC$ 于 F , 根据垂径定理得 $CF = QF$, 设 $PC = x$, 则 $DP = 5 - x$, 先证明 $\triangle CPF \sim \triangle CDH$, 利用相似比可计算出 $CF = \frac{3x}{5}$, 则 $CQ = 2CF = \frac{6x}{5}$, $BQ = BC - CQ = 6 - \frac{6x}{5}$, 由 $PQ = PC$ 得 $\angle PQC = \angle PCQ$, 而 $\angle ADP + \angle PCQ = 180^\circ$, $\angle PQC + \angle PQB = 180^\circ$, 所以 $\angle ADP = \angle PQB$, 然后讨论: 当 $\triangle ADP \sim \triangle BQP$, 根据相似的性质得 $\frac{3}{6 - \frac{6x}{5}} = \frac{5 - x}{x}$, 解得 $x_1 = \frac{5}{2}$, $x_2 = 10$ (舍

去), 得到 $PC = \frac{5}{2}$; 当 $\triangle ADP \sim \triangle PQB$, 利用相似的性质得 $\frac{3}{x} = \frac{5-x}{6-\frac{6x}{5}}$, 解得

$$x_1 = \frac{18}{5}, x_2 = 5 \text{ (舍去)}, \text{ 得到 } PC = \frac{18}{5}.$$

【解答】解: (1) 作 $DH \perp BC$ 于 H , 如图 1,

$$\because AD \parallel BC, AB \perp BC, AB = 4, AD = 3,$$

$$\therefore DH = 4, BH = 3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DHC \text{ 中, } \sin \angle DCH = \frac{DH}{DC} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore DC = 5,$$

$$\therefore CH = \sqrt{DC^2 - DH^2} = 3,$$

$$\therefore BC = BH + CH = 6,$$

$$\because BP \perp CD,$$

$$\therefore \angle BPC = 90^\circ,$$

$$\text{而 } \angle DCH = \angle BCP,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle DCH \sim \text{Rt}\triangle BCP,$$

$$\therefore \frac{DC}{BC} = \frac{CH}{PC}, \text{ 即 } \frac{5}{6} = \frac{3}{PC},$$

$$\therefore PC = \frac{18}{5};$$

(2) 作 $PE \perp AB$ 于 E , 如图 2,

$$\because PA = PB,$$

$$\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB = 2,$$

$$\because PE \parallel AD \parallel BC,$$

$$\therefore PE \text{ 为梯形 } ABCD \text{ 的中位线},$$

$$\therefore PD = PC, PE = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2}(3 + 6) = \frac{9}{2},$$

$$\therefore PC = \frac{1}{2}DC = \frac{5}{2},$$

$$\therefore EA + PC = PE,$$

$$\therefore \text{以 } AB \text{ 为直径的 } \odot O \text{ 与 } \odot P \text{ 外切};$$

(3) 如图 1, 作 $PF \perp BC$ 于 F , 则 $CF = QF$,

设 $PC = x$, 则 $DP = 5 - x$,

$$\because PF \parallel DH,$$

$$\therefore \triangle CPF \sim \triangle CDH,$$

$$\therefore \frac{PC}{CD} = \frac{CF}{CH}, \text{ 即 } \frac{x}{5} = \frac{CF}{3}, \text{ 解得 } CF = \frac{3x}{5},$$

$$\therefore CQ = 2CF = \frac{6x}{5},$$

$$\therefore BQ = BC - CQ = 6 - \frac{6x}{5},$$

$$\because PQ = PC,$$

$$\therefore \angle PQC = \angle PCQ,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADP + \angle PCQ = 180^\circ,$$

$$\text{而 } \angle PQC + \angle PQB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADP = \angle PQB,$$

$$\text{当 } \triangle ADP \sim \triangle BQP,$$

$$\therefore \frac{AD}{BQ} = \frac{DP}{QP}, \text{ 即 } \frac{3}{6 - \frac{6x}{5}} = \frac{5-x}{x},$$

$$\text{整理得 } 2x^2 - 25x + 50 = 0, \text{ 解得 } x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = 10 \text{ (舍去)},$$

$$\text{经检验 } x = \frac{5}{2} \text{ 是原分式方程的解.}$$

$$\therefore PC = \frac{5}{2};$$

$$\text{当 } \triangle ADP \sim \triangle PQB,$$

$$\therefore \frac{AD}{PQ} = \frac{DP}{BQ}, \text{ 即 } \frac{3}{x} = \frac{5-x}{6 - \frac{6x}{5}}$$

$$\text{整理得 } 5x^2 - 43x + 90 = 0, \text{ 解得 } x_1 = \frac{18}{5}, x_2 = 5 \text{ (舍去)},$$

$$\text{经检验 } x = \frac{18}{5} \text{ 是原分式方程的解.}$$

$$\therefore PC = \frac{18}{5},$$

$$\therefore \text{如果 } \triangle ADP \text{ 和 } \triangle BQP \text{ 相似, } CP \text{ 的长为 } \frac{5}{2} \text{ 或 } \frac{18}{5}.$$

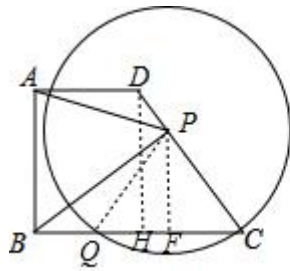


图1

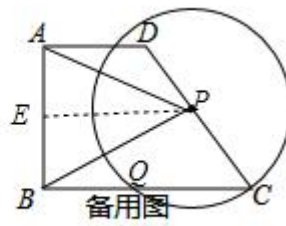


图2

【点评】 本题考查了圆的综合题：熟练掌握垂径定理、圆与圆的位置关系和梯形的性质；会运用勾股定理和相似比进行几何计算．