

2014 年上海市徐汇区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【四个选项中，有且只有一个正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

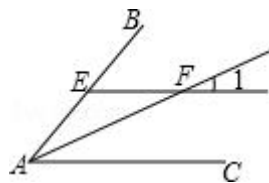
1. (4 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a+a = a^2$ C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$

2. (4 分) 一次函数 $y = 6x+1$ 的图象不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. (4 分) 如图, AF 是 $\angle BAC$ 的平分线, $EF \parallel AC$ 交 AB 于点 E . 若 $\angle 1 = 25^\circ$, 则 $\angle BAF$ 的度数为 ()



- A. 15° B. 50° C. 25° D. 12.5°

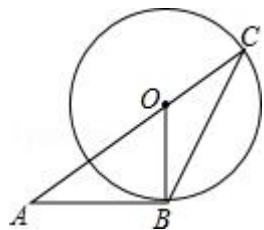
4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 都是锐角, 且 $\sin A = \cos B = \frac{1}{2}$, 那么 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 无法确定

5. (4 分) “大衣哥”朱之文是从“我是大明星”这个舞台走出来的民间艺人. 受此影响, 卖豆腐的老张也来参加节目的海选, 当天共有 15 位选手参加决逐争取 8 个晋级名额. 已知他们的分数互不相同, 老张要判断自己是否能够晋级, 只要知道下列 15 名选手成绩统计量中的 ()

- A. 众数 B. 方差 C. 中位数 D. 平均数

6. (4 分) 如图, AB 与 $\odot O$ 相切于点 B , AO 的延长线交 $\odot O$ 于点 C , 联结 BC , 若 $\angle A = 36^\circ$, 则 $\angle C$ 等于 ()



- A. 36° B. 54° C. 60° D. 27°

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的定义域是_____.

8. (4 分) 因式分解: $a^3 - ab^2 =$ _____.

9. (4 分) 如果反比例函数的图象经过点 $(1, -2)$, 那么这个函数的解析式是_____.

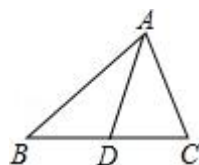
10. (4 分) 2014 年政府报告中安排财政赤字约为 13500 亿元, 13500 亿用科学记数法表示为_____亿.

11. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 6-2x \geq 2 \end{cases}$ 的解集是_____.

12. (4 分) 若关于 x 的方程 $ax^2 - 4x + 3 = 0$ 有两个相等的实数根, 则常数 a 的值是_____.

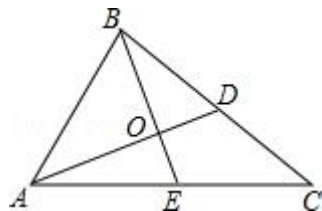
13. (4 分) 掷一个材质均匀的骰子, 向上一面的点数是 3 的倍数的概率是_____.

14. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 则 $\overrightarrow{AD} =$ _____.

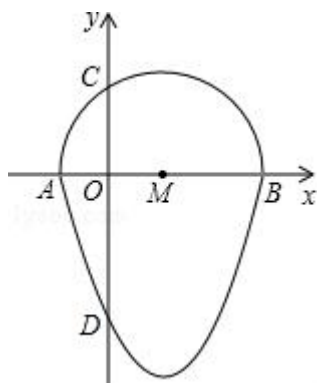


15. (4 分) 解放军某部承担一段长 1500 米的清除公路冰雪任务. 为尽快清除冰雪, 该部官兵每小时比原计划多清除 20 米, 结果提前 24 小时完成任务. 若设原计划每小时清除公路冰雪 x 米, 则可列出方程_____.

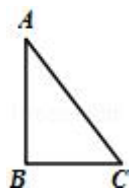
16. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, AC 、 BC 上的中线交于点 O , 且 $BE \perp AD$. 若 $BD = 5$, $BO = 4$, 则 AO 的长为_____.



17. (4 分) 如图, 我们把一个半圆与抛物线的一部分围成的封闭图形称为“果圆”. 已知点 A 、 B 、 C 、 D 分别是“果圆”与坐标轴的交点, 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$, AB 为半圆的直径, 则这个“果圆”被 y 轴截得的弦 CD 的长为_____.



18. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $BC = 3$, $AB = 4$, D 是边 AB 上一点, $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E , 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折得到 $\triangle A' DE$, 若 $\triangle A' EC$ 是直角三角形, 则 AD 长为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\sqrt{8} \div \sqrt{2} + (2 - \sqrt{2014})^0 - (-1)^{2014} + |\sqrt{2} - 2| + (-\frac{1}{2})^{-1}$.

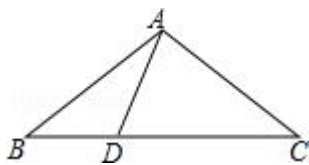
20. (10分) 先化简, 再求值: $(1 + \frac{1}{x^2 - 1}) \div (x - \frac{x}{x+1})$, 其中 $x = \sqrt{3}$.

21. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $\sin C = \frac{3}{5}$, 点 D 是 BC 上一点,

且 $DC = AC$.

(1) 求 BD 的长;

(2) 求 $\tan \angle BAD$.

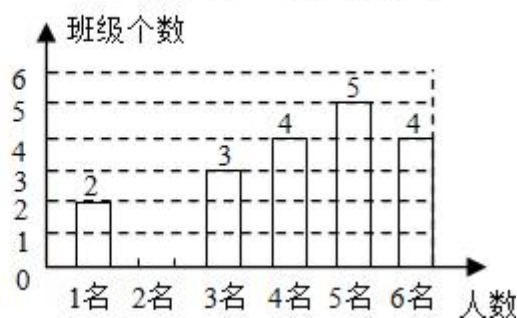


22. (10分) 春季流感爆发, 某校为了解全体学生患流感情况, 随机抽取部分班级对患流感人数的进行调查, 发现被抽查各班级患流感人数只有 1 名、2 名、3 名、4 名、5 名、6 名这六种情况, 并制成如下两幅不完整的统计图:

抽查班级患流感人数
扇形统计图



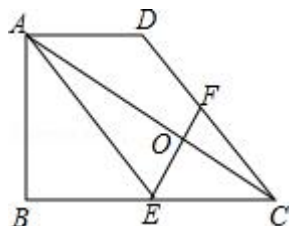
抽查班级患流感人数条形统计图



- (1) 抽查了_____个班级，并将该条形统计图（图2）补充完整；
- (2) 扇形图（图1）中患流感人数为4名所在扇形的圆心角的度数为_____；
- (3) 若该校有45个班级，请估计该校此次患流感的人数。

23. (12分) 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BC = 2AD$ ，点 E 是 BC 的中点、 F 是 CD 上的点，联结 AE 、 EF 、 AC 。

- (1) 求证： $AO \cdot OF = OC \cdot OE$ ；
- (2) 若点 F 是 DC 的中点，联结 BD 交 AE 于点 G ，求证：四边形 $EFDG$ 是菱形。



24. (12分) 如图，直线 $y = 4x + 4$ 与 x 轴、 y 轴相交于 B 、 C 两点，抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ ($a \neq 0$) 过点 B 、 C ，且与 x 轴另一个交点为 A ，以 OC 、 OA 为边作矩形 $OADC$ ， CD 交抛物线于点 G 。

- (1) 求抛物线的解析式以及点 A 的坐标；
- (2) 已知直线 $x = m$ 交 OA 于点 E ，交 CD 于点 F ，交 AC 于点 M ，交抛物线 (CD 上方部分) 于点 P ，请用含 m 的代数式表示 PM 的长；
- (3) 在 (2) 的条件下，联结 PC ，若 $\triangle PCF$ 和 $\triangle AEM$ 相似，求 m 的值。

点 D 为线段 OA 上的动点 (不与 O 重合), 以 A 为圆心、 AD 为半径作 $\odot A$, 设 $OD = x$.



并写出函数的定义域;

(2) 将 $\odot A$ 沿直线 OM 翻折后得到 $\odot A'$.

①若 $\odot A'$ 与直线 OA 相切,求 x 的值;

②若 $\odot A'$ 与以 D 为圆心、 DO 为半径的 $\odot D$ 相切,求 x 的值.

2014 年上海市徐汇区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【四个选项中，有且只有一个正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列计算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a+a = a^2$ C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法．

【分析】根据同底数幂相乘，底数不变指数相加；合并同类项法则；幂的乘方，底数不变指数相乘；同底数幂相除，底数不变指数相减；对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，故本选项错误；

B、 $a+a = 2a$ ，故本选项错误；

C、 $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$ ，故本选项正确；

D、 $a^8 \div a^2 = a^{8-2} = a^6$ ，故本选项错误．

故选：C．

【点评】本题考查了同底数幂的乘法，同底数幂的除法，幂的乘方的性质，熟练掌握运算性质，理清指数的变化是解题的关键．

2.（4 分）一次函数 $y = 6x+1$ 的图象不经过（ ）

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】F5：一次函数的性质．

【专题】2C：存在型；31：数形结合．

【分析】先判断出一次函数 $y = 6x+1$ 中 k 的符号，再根据一次函数的性质进行解答即可．

【解答】解： $\because$ 一次函数 $y = 6x+1$ 中 $k = 6 > 0$ ， $b = 1 > 0$ ，

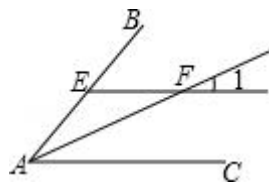
$\therefore$ 此函数经过一、二、三象限，

故选：D．

【点评】本题考查的是一次函数的性质，即一次函数 $y = kx+b$ （ $k \neq 0$ ）中，当 k

>0 时, 函数图象经过一、三象限, 当 $b>0$ 时, 函数图象与 y 轴正半轴相交.

3. (4 分) 如图, AF 是 $\angle BAC$ 的平分线, $EF \parallel AC$ 交 AB 于点 E . 若 $\angle 1 = 25^\circ$, 则 $\angle BAF$ 的度数为 ()



- A. 15° B. 50° C. 25° D. 12.5°

【考点】 IJ: 角平分线的定义; JA: 平行线的性质.

【分析】 根据两直线平行, 同位角相等求出 $\angle 2$, 再根据角平分线的定义解答.

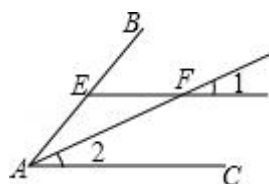
【解答】 解: $\because EF \parallel AC$, $\angle 1 = 25^\circ$,

$$\therefore \angle 2 = \angle 1 = 25^\circ,$$

$\because AF$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$$\therefore \angle BAF = \angle 2 = 25^\circ.$$

故选: C.



【点评】 本题考查了平行线的性质, 角平分线的定义, 是基础题, 熟记性质并准确识图是解题的关键.

4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 都是锐角, 且 $\sin A = \cos B = \frac{1}{2}$, 那么 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 无法确定

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 根据 $\angle A$ 、 $\angle B$ 都是锐角, 且 $\sin A = \cos B = \frac{1}{2}$, 可得出 $\angle A$ 和 $\angle B$ 的度数,

继而可得出三角形 ABC 的形状.

【解答】 解: 在 $\triangle ABC$ 中,

$$\because \angle A、\angle B \text{ 都是锐角, 且 } \sin A = \cos B = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ,$$

则 $\angle A = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$.

故 $\triangle ABC$ 为直角三角形 .

故选: B .

【点评】 本题考查了特殊角的三角函数值, 解答本题的关键是掌握几个特殊角的三角函数值 .

5. (4分) “大衣哥”朱之文是从“我是大明星”这个舞台走出来的民间艺人. 受此影响, 卖豆腐的老张也来参加节目的海选, 当天共有 15 位选手参加决逐争取 8 个晋级名额. 已知他们的分数互不相同, 老张要判断自己是否能够晋级, 只要知道下列 15 名选手成绩统计量中的 ()

A. 众数 B. 方差 C. 中位数 D. 平均数

【考点】 WA: 统计量的选择.

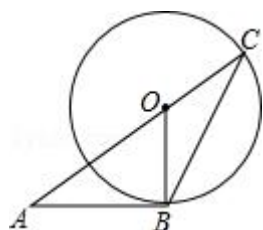
【分析】 由于比赛设置了 8 个获奖名额, 共有 15 名选手参加, 故应根据中位数的意义分析.

【解答】 解: 因为 6 位获奖者的分数肯定是 15 名参赛选手中最高的, 而且 15 个不同的分数按从小到大排序后, 中位数及中位数之后的共有 8 个数, 故只要知道自己的分数和中位数就可以知道是否获奖了.

故选: C .

【点评】 此题主要考查统计的有关知识, 主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义. 反映数据集中程度的统计量有平均数、中位数、众数、方差等, 各有局限性, 因此要对统计量进行合理的选择和恰当的运用.

6. (4分) 如图, AB 与 $\odot O$ 相切于点 B , AO 的延长线交 $\odot O$ 于点 C , 联结 BC , 若 $\angle A = 36^\circ$, 则 $\angle C$ 等于 ()



A. 36° B. 54° C. 60° D. 27°

【考点】 MC: 切线的性质.

【分析】 根据题目条件易求 $\angle BOA$, 根据圆周角定理求出 $\angle C = \frac{1}{2} \angle BOA$, 即可

求出答案.

【解答】 $\because AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 B ,

$$\therefore \angle ABO = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BOA = 54^\circ,$$

$$\therefore \text{由圆周角定理得: } \angle C = \frac{1}{2} \angle BOA = 27^\circ,$$

故选: D .

【点评】本题考查了三角形内角和定理, 切线的性质, 圆周角定理的应用, 关键是求出 $\angle BOA$ 度数.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 函数 $y = \sqrt{x+1}$ 的定义域是 $x \geq -1$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解: 由题意得, $x+1 \geq 0$,

解得 $x \geq -1$.

故答案为: $x \geq -1$.

【点评】本题考查的知识点为: 二次根式的被开方数是非负数.

8. (4 分) 因式分解: $a^3 - ab^2 = \underline{a(a+b)(a-b)}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】44: 因式分解.

【分析】观察原式 $a^3 - ab^2$, 找到公因式 a , 提出公因式后发现 $a^2 - b^2$ 是平方差公式, 利用平方差公式继续分解可得.

【解答】解: $a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a+b)(a-b)$.

【点评】本题是一道典型的中考题型的因式分解: 先提取公因式, 然后再应用一次公式.

本题考点: 因式分解 (提取公因式法、应用公式法).

9. (4 分) 如果反比例函数的图象经过点 $(1, -2)$, 那么这个函数的解析式是

$$y = -\frac{2}{x}.$$

【考点】 G7: 待定系数法求反比例函数解析式.

【分析】 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 把点 $(1, -2)$ 代入函数解析式 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 即可求得 k 的值.

【解答】 解: 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$).

由图象可知, 函数经过点 $(1, -2)$,

$$\therefore -2 = \frac{k}{1},$$

得 $k = -2$.

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = -\frac{2}{x}.$$

故答案为: $y = -\frac{2}{x}$.

【点评】 此题比较简单, 考查的是用待定系数法求反比例函数的解析式, 是中学阶段的重点.

10. (4 分) 2014 年政府报告中安排财政赤字约为 13500 亿元, 13500 亿用科学记数法表示为 1.35×10^4 亿.

【考点】 1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 将 13500 用科学记数法表示为: 1.35×10^4 .

故答案为: 1.35×10^4 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

11. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 6-2x \geq 2 \end{cases}$ 的解集是 $\frac{2}{3} < x \leq 2$.

【考点】 CB: 解一元一次不等式组.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可确定出不等式组的解集.

【解答】 解：
$$\begin{cases} 3x-2>0 \textcircled{1} \\ 6-2x\geq 2 \textcircled{2} \end{cases}$$

由①得： $x > \frac{2}{3}$;

由②得： $x \leq 2$,

则不等式组的解集为 $\frac{2}{3} < x \leq 2$.

故答案为：

【点评】 此题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握不等式组取解集的方法是解本题的关键.

12. (4分) 若关于 x 的方程 $ax^2 - 4x + 3 = 0$ 有两个相等的实数根，则常数 a 的值是 $-\frac{4}{3}$.

【考点】 AA：根的判别式.

【分析】 根据判别式的意义得到 $\Delta = (-4)^2 - 4a \times 3 = 0$ ，然后求解即可.

【解答】 解：根据题意得 $\Delta = (-4)^2 - 4a \times 3 = 0$,

解得 $a = \frac{4}{3}$.

故答案为 $\frac{4}{3}$.

【点评】 本题考查了一元二次方程根的判别式，当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

13. (4分) 掷一个材质均匀的骰子，向上一面的点数是 3 的倍数的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】 X4：概率公式.

【分析】 由掷一个材质均匀的骰子，共有 6 种等可能的结果，其中向上一面的点数是 3 的倍数的有，3 和 6；直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解： $\because$ 掷一个材质均匀的骰子，共有 6 种等可能的结果，其中向上一面的点数是 3 的倍数的有，3 和 6；

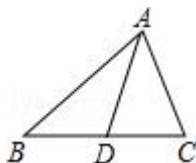
$\therefore$ 掷一个材质均匀的骰子，向上一面的点数是 3 的倍数的概率是： $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 注意用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 则 $\overrightarrow{BD} =$

$$\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}.$$



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 由 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 利用三角形法则可求得 $\overrightarrow{BC}$, 又由在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, 即可求得答案.

【解答】 解: $\because \overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a},$$

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

【点评】 此题考查了平面向量的知识. 此题难度不大, 注意掌握三角形法则的应用, 注意掌握数形结合思想的应用.

15. (4分) 解放军某部承担一段长 1500 米的清除公路冰雪任务. 为尽快清除冰雪, 该部官兵每小时比原计划多清除 20 米, 结果提前 24 小时完成任务. 若设原计划每小时清除公路冰雪 x 米, 则可列出方程 $\frac{1500}{x} - \frac{1500}{x+20} = 24$.

【考点】 B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【分析】 设原计划每小时清除公路冰雪 x 米, 则实际每小时清除 $(x+20)$ 米, 根据提前 24 小时完成任务, 列出方程即可.

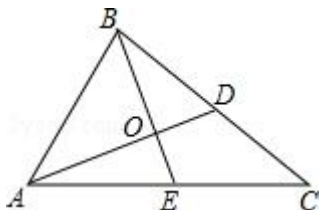
【解答】 解: 设原计划每小时清除公路冰雪 x 米, 则实际每小时清除 $(x+20)$ 米,

由题意得, $\frac{1500}{x} - \frac{1500}{x+20} = 24$.

故答案为: $\frac{1500}{x} - \frac{1500}{x+20} = 24$.

【点评】 本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 解答本题的关键是设出未知数, 找出合适的等量关系列方程.

16. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 中, AC 、 BC 上的中线交于点 O , 且 $BE \perp AD$. 若 $BD = 5$, $BO = 4$, 则 AO 的长为 6.



【考点】 K5: 三角形的重心; KQ: 勾股定理.

【分析】 先根据勾股定理得到 OD 的长, 再根据重心的性质即可得到 AO 的长.

【解答】 解: $\because BE \perp AD$, $BD = 5$, $BO = 4$,

$$\therefore OD = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

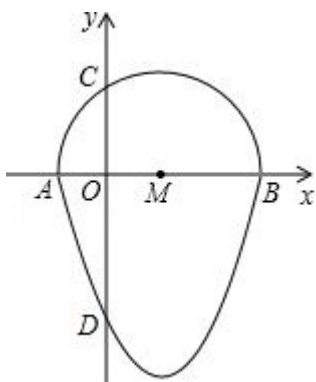
$\because AC$ 、 BC 上的中线交于点 O ,

$$\therefore AO = 2OD = 6.$$

故答案为: 6.

【点评】 此题主要考查了勾股定理的应用以及重心的性质, 根据已知得出各边之间的关系进而求出是解题关键.

17. (4分) 如图, 我们把一个半圆与抛物线的一部分围成的封闭图形称为“果圆”. 已知点 A 、 B 、 C 、 D 分别是“果圆”与坐标轴的交点, 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$, AB 为半圆的直径, 则这个“果圆”被 y 轴截得的弦 CD 的长为 $3 + \sqrt{3}$.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 连接 AC , BC , 有抛物线的解析式可求出 A , B , C 的坐标, 进而求出 AO , BO , DO 的长, 在直角三角形 ACB 中, 利用射影定理可求出 CO 的长, 进而可求出 CD 的长.

【解答】解：连接 AC , BC ,

$\because$ 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(0, -3)$,

$\therefore OD$ 的长为 3,

设 $y = 0$, 则 $0 = x^2 - 2x - 3$,

解得: $x = -1$ 或 3 ,

$\therefore A(-1, 0)$, $B(3, 0)$

$\therefore AO = 1$, $BO = 3$,

$\because AB$ 为半圆的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

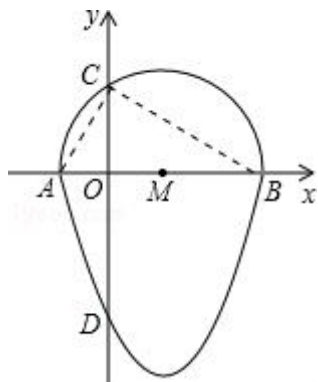
$\because CO \perp AB$,

$\therefore CO^2 = AO \cdot BO = 3$,

$\therefore CO = \sqrt{3}$,

$\therefore CD = CO + OD = 3 + \sqrt{3}$,

故答案为: $3 + \sqrt{3}$.



【点评】本题是二次函数综合题型，主要考查了抛物线与坐标轴的交点问题、解一元二次方程、圆周角定理、射影定理，读懂题目信息，理解“果圆”的定义是解题的关键．

18. (4分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $BC = 3$ ， $AB = 4$ ， D 是边 AB 上一点， $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E ，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折得到 $\triangle A' DE$ ，若 $\triangle A' EC$ 是直角三角形，则 AD 长为 $\frac{7}{8}$ 或 $\frac{25}{8}$ ．



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 先根据勾股定理得到 $AC = 5$, 再根据平行线分线段成比例得到 $AD:AE = AB:AC = 4:5$, 设 $AD = x$, 则 $AE = A'E = \frac{5}{4}x$, $EC = 5 - \frac{5}{4}x$, $A'B = 2x - 4$, 在 $\text{Rt}\triangle A'BC$ 中, 根据勾股定理得到 $A'C$, 再根据 $\triangle A'EC$ 是直角三角形, 根据勾股定理得到关于 x 的方程, 解方程即可求解.

【解答】 解: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $BC = 3$, $AB = 4$,

$$\therefore AC = 5,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore AD:AB = AE:AC, \text{ 即 } AD:AE = AB:AC = 4:5,$$

$$\text{设 } AD = x, \text{ 则 } AE = A'E = \frac{5}{4}x, EC = 5 - \frac{5}{4}x, A'B = 2x - 4,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle A'BC \text{ 中, } A'C = \sqrt{(2x-4)^2 + 3^2},$$

$\because \triangle A'EC$ 是直角三角形,

$\therefore$ ①当 A' 落在边 AB 上时, $\angle EA'C = 90^\circ$, $\angle BA'C = \angle ACB$, $A'B = 3 \times \tan$

$$\angle ACB = \frac{9}{4}, AD = \frac{7}{8};$$

$$\text{②点 } A' \text{ 在线段 } AB \text{ 的延长线上 } (\sqrt{(2x-4)^2 + 3^2})^2 + (5 - \frac{5}{4}x)^2 = (\frac{5}{4}x)^2,$$

$$\text{解得 } x_1 = 4 \text{ (不合题意舍去)}, x_2 = \frac{25}{8}.$$

$$\text{故 } AD \text{ 长为 } \frac{7}{8} \text{ 或 } \frac{25}{8}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{7}{8} \text{ 或 } \frac{25}{8}.$$

【点评】 此题主要考查了图形的翻折变换, 以及勾股定理的应用, 关键是掌握翻折后哪些线段是对应相等的.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

$$19. (10 \text{ 分}) \text{ 计算: } \sqrt{8} \div \sqrt{2} + (2 - \sqrt{2014})^0 - (-1)^{2014} + |\sqrt{2} - 2| + (-\frac{1}{2})^{-1}.$$

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【分析】分别进行零指数幂、绝对值的化简、负整数指数幂等运算，然后合并.

【解答】解：原式 $= 2 + 1 - 1 + 2 - \sqrt{2} - 2$
 $= 2 - \sqrt{2}.$

【点评】本题考查了实数的运算，涉及了零指数幂、绝对值的化简、负整数指数幂等知识，属于基础题.

20. (10分) 先化简，再求值： $(1 + \frac{1}{x^2 - 1}) \div (x - \frac{x}{x+1})$ ，其中 $x = \sqrt{3}$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【专题】11：计算题.

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的加减法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】解：原式 $= \frac{x^2 - 1 + 1}{x^2 - 1} \div \frac{x(x+1) - x}{x+1} = \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x^2} = \frac{1}{x-1},$

当 $x = \sqrt{3}$ 时，原式 $= \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}.$

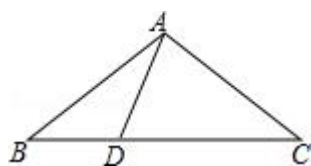
【点评】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. (10分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10$ ， $\sin C = \frac{3}{5}$ ，点 D 是 BC 上一点，

且 $DC = AC$.

(1) 求 BD 的长；

(2) 求 $\tan \angle BAD$.



【考点】T7：解直角三角形.

【分析】(1) 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E ，求出 CE ， BE ，再由 $CD = AC$ ，可求出 BD 的长度.

(2) 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F ，在 $Rt\triangle BDF$ 中求出 DF ， BF ，继而可得 AF ，从而可求 $\tan \angle BAD$.

【解答】解：(1) 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E ，

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore BE = CE,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $AC = 10$, $\sin \angle C = \frac{3}{5}$,

$$\therefore AE = 6,$$

$$\therefore CE = \sqrt{AC^2 - AE^2} = 8,$$

$$\therefore BC = 2CE = 16,$$

$$\therefore BD = BC - AC = 6.$$

(2) 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F ,

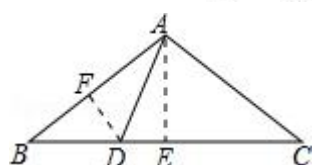
在 $\text{Rt}\triangle BDF$ 中, $BD = 6$, $\sin \angle B = \sin \angle C = \frac{3}{5}$,

$$\therefore DF = \frac{18}{5},$$

$$\therefore BF = \sqrt{BD^2 - DF^2} = \frac{24}{5},$$

$$\therefore AF = AB - BF = \frac{26}{5},$$

$$\therefore \tan \angle BAD = \frac{DF}{AF} = \frac{9}{13}.$$



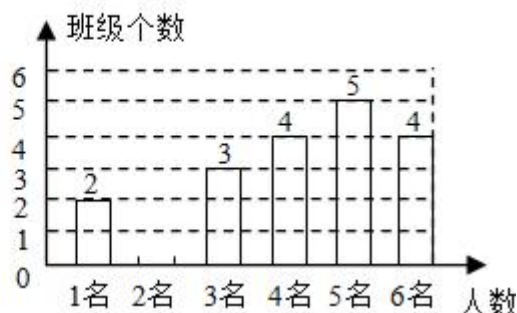
【点评】 本题考查了解直角三角形的知识, 解答本题的关键是作出辅助线, 构造直角三角形, 注意熟练掌握锐角三角函数的定义.

22. (10 分) 春季流感爆发, 某校为了解全体学生患流感情况, 随机抽取部分班级对患流感人数的进行调查, 发现被抽查各班级患流感人数只有 1 名、2 名、3 名、4 名、5 名、6 名这六种情况, 并制成如下两幅不完整的统计图:

抽查班级患流感人数
扇形统计图



抽查班级患流感人数条形统计图



(1) 抽查了 20 个班级, 并将该条形统计图 (图 2) 补充完整;

(2) 扇形图(图1)中患流感人数为4名所在扇形的圆心角的度数为 72° ;

(3) 若该校有45个班级, 请估计该校此次患流感的人数.

【考点】 V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图.

【分析】 (1) 根据患流感人数有6名的班级有4个, 占20%, 可求得抽查的班级数, 再减去其它班级数, 即可补全统计图;

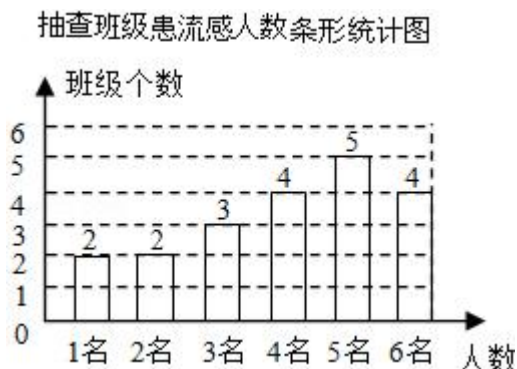
(2) 用患流感人数为4名的班级4个除以抽查的班级数, 再乘以 360° 即可;

(3) 先求出该校平均每班患流感的人数, 再利用样本估计总体的思想, 用这个平均数乘以45即可.

【解答】 解: (1) 抽查的班级个数为 $4 \div 20\% = 20$ (个),

患流感人数只有2名的班级个数为: $20 - (2+3+4+5+4) = 2$ (个),

补图如下:



$$(2) \frac{4}{20} \times 360^{\circ} = 72^{\circ};$$

(3) $\because$ 该校平均每班患流感的人数为: $(1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 5 + 6 \times 4) \div 20 = 4$,

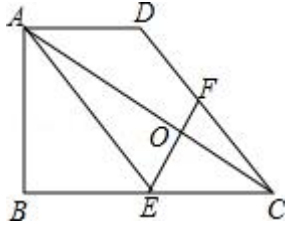
$\therefore$ 若该校有45个班级, 则此次患流感的人数为: $4 \times 45 = 180$.

【点评】 本题考查了条形统计图和扇形统计图以及利用样本估计总体的思想, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

23. (12分) 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^{\circ}$, $BC = 2AD$, 点 E 是 BC 的中点、 F 是 CD 上的点, 联结 AE 、 EF 、 AC .

(1) 求证: $AO \cdot OF = OC \cdot OE$;

(2) 若点 F 是 DC 的中点, 联结 BD 交 AE 于点 G , 求证: 四边形 $EFDG$ 是菱形.



【考点】 L9: 菱形的判定; LH: 梯形; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由 $BC = 2AD$, 点 E 是 BC 的中点, 可得 $AD = CE$, 又由 $AD \parallel BC$, 可得四边形 $AECD$ 是平行四边形, 即可得 $AE \parallel CD$, 继而证得 $\triangle AOE \sim \triangle COF$, 即可判定 $AO \cdot OF = OC \cdot OE$;

(2) 易得 EF 是 $\triangle BCD$ 的中位线, 则可判定四边形 $EFDG$ 是平行四边形, 又由直角三角形斜边上的中线的性质, 证得 $DG = EG$, 继而证得四边形 $EFDG$ 是菱形.

【解答】 证明: (1) $\because BC = 2AD$, 点 E 是 BC 的中点,

$$\therefore AD = EC = \frac{1}{2}BC,$$

$\because$ 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形,

$$\therefore AE \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle AOE \sim \triangle COF,$$

$$\therefore OA : OC = OE : OF,$$

$$\therefore AO \cdot OF = OC \cdot OE;$$

(2) $\because E$ 是 BC 的中点, F 是 CD 的中点,

$\therefore EF$ 是 $\triangle BCD$ 的中位线,

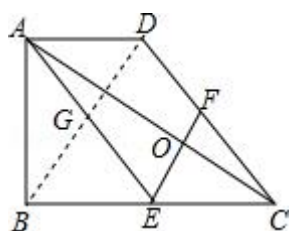
$$\therefore EF \parallel BD,$$

$$\because AE \parallel CD,$$

$\therefore$ 四边形 $EFDG$ 是平行四边形,

$$\because AD \parallel BC,$$

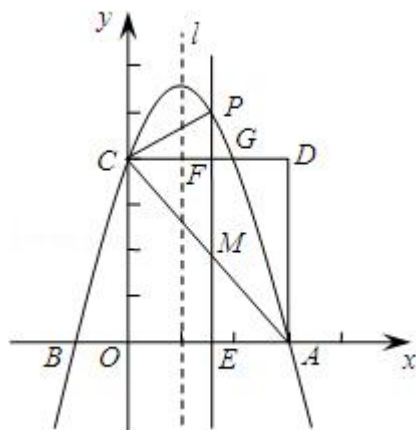
$\therefore \triangle ADG \sim \triangle EBG$,
 $\therefore DG: BG = AD: EB = AG: EG$,
 $\because AD = BE = \frac{1}{2}BC$,
 $\therefore AG = EG, DG = BG$,
 $\because \angle ABC = 90^\circ$,
 $\therefore BG = GE = \frac{1}{2}AE$,
 $\therefore EG = DG$,
 $\therefore$ 四边形 $EFDG$ 是菱形.



【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、三角形中位线的性质以及直角三角形的性质. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用.

24. (12 分) 如图, 直线 $y = 4x + 4$ 与 x 轴、 y 轴相交于 B 、 C 两点, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ ($a \neq 0$) 过点 B 、 C , 且与 x 轴另一个交点为 A , 以 OC 、 OA 为边作矩形 $OADC$, CD 交抛物线于点 G .

- (1) 求抛物线的解析式以及点 A 的坐标;
- (2) 已知直线 $x = m$ 交 OA 于点 E , 交 CD 于点 F , 交 AC 于点 M , 交抛物线 (CD 上方部分) 于点 P , 请用含 m 的代数式表示 PM 的长;
- (3) 在 (2) 的条件下, 联结 PC , 若 $\triangle PCF$ 和 $\triangle AEM$ 相似, 求 m 的值.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 根据直线的解析式易求 B 、 C 的坐标将，再把其坐标分别代入 $y = ax^2 - 2ax + c$ ，即可求出抛物线的解析式，设 $y = 0$ ，解方程即可求出 A 的坐标；
(2) 先根据 A 、 C 的坐标，用待定系数法求出直线 AC 的解析式，进而根据抛物线和直线 AC 的解析式分别表示出点 P 、点 M 的坐标，即可得到 PM 的长；
(3) 由于 $\angle PFC$ 和 $\angle AEM$ 都是直角， F 和 E 对应，则若以 P 、 C 、 F 为顶点的三角形和 $\triangle AEM$ 相似时，分两种情况进行讨论：① $\triangle PFC \sim \triangle AEM$ ，② $\triangle CFP \sim \triangle AEM$ ；可分别用含 m 的代数式表示出 AE 、 EM 、 CF 、 PF 的长，根据相似三角形对应边的比相等列出比例式，求出 m 的值.

【解答】解：(1) $\because$ 直线 $y = 4x + 4$ 与 x 轴、 y 轴相交于 B 、 C 两点，

$\therefore C$ 坐标为 $(0, 4)$,

设 $y = 0$ ，则 $x = -1$,

$\therefore B$ 坐标为 $(-1, 0)$,

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ ($a \neq 0$) 过点 B 、 C ,

$$\therefore \begin{cases} 0 = a + 2a + c \\ 4 = c \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -\frac{4}{3} \\ c = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 4$,

设 $y = 0$ ， $0 = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 4$,

解得： $x = -1$ 或 3 ,

$\therefore A$ 的坐标为： $(3, 0)$;

(2) 设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$,

$\because A(3, 0)$ ，点 $C(0, 4)$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x + 4$.

$\because$ 点 M 的横坐标为 m ，点 M 在 AC 上，

$\therefore M$ 点的坐标为 $(m, -\frac{4}{3}m + 4)$,

$\because$ 点 P 的横坐标为 m , 点 P 在抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 4$ 上,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(m, -\frac{4}{3}m^2 + \frac{8}{3}m + 4)$,

$\therefore PM = PE - ME = (-\frac{4}{3}m^2 + \frac{8}{3}m + 4) - (-\frac{4}{3}m + 4) = -\frac{4}{3}m^2 + 4m$,

即 $PM = -\frac{4}{3}m^2 + 4m$;

(3) 在 (2) 的条件下, 连结 PC , 在 CD 上方的抛物线部分存在这样的点 P ,

使得以 P 、 C 、 F 为顶点的三角形和 $\triangle AEM$ 相似. 理由如下:

由题意, 可得 $AE = 3 - m$, $EM = -\frac{4}{3}m + 4$, $CF = m$, $PF = -\frac{4}{3}m^2 + \frac{8}{3}m + 4 - 4 = -\frac{4}{3}m^2 + \frac{8}{3}m$.

若以 P 、 C 、 F 为顶点的三角形和 $\triangle AEM$ 相似, 分两种情况:

①若 $\triangle PFC \sim \triangle AEM$, 则 $PF: AE = FC: EM$,

即 $(-\frac{4}{3}m^2 + \frac{8}{3}m): (3 - m) = m: (-\frac{4}{3}m + 4)$,

$\because m \neq 0$ 且 $m \neq 3$,

$\therefore m = \frac{23}{16}$.

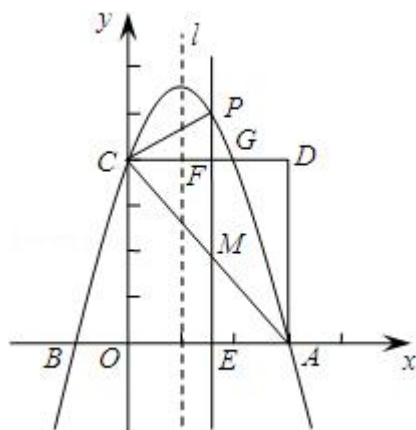
②若 $\triangle CFP \sim \triangle AEM$, 则 $CF: AE = PF: EM$,

即 $m: (3 - m) = (-\frac{4}{3}m^2 + \frac{8}{3}m): (-\frac{4}{3}m + 4)$,

$\because m \neq 0$ 且 $m \neq 3$,

$\therefore m = 1$.

综上所述, 存在这样的点 P 使 $\triangle PFC$ 与 $\triangle AEM$ 相似. 此时 m 的值为 $\frac{23}{16}$ 或 1.



【点评】此题是二次函数的综合题，其中涉及到运用待定系数法求二次函数、一次函数的解析式，矩形的性质，相似三角形的判定和性质，直角三角形、等腰三角形的判定，难度适中．要注意的是当相似三角形的对应边和对应角不明确时，要分类讨论，以免漏解．

25. (14分) 如图，已知 $\angle MON$ 两边分别为 OM 、 ON ， $\sin \angle O = \frac{3}{5}$ 且 $OA = 5$ ，点 D 为线段 OA 上的动点（不与 O 重合），以 A 为圆心、 AD 为半径作 $\odot A$ ，设 $OD = x$ ．

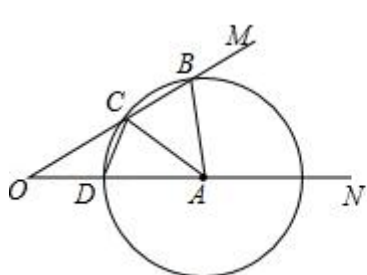
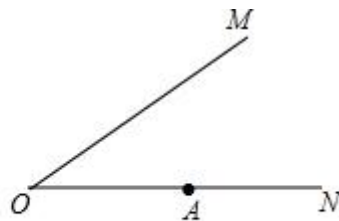


图1



备用图

(1) 若 $\odot A$ 交 $\angle O$ 的边 OM 于 B 、 C 两点， $BC = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出函数的定义域；

(2) 将 $\odot A$ 沿直线 OM 翻折后得到 $\odot A'$ ．

①若 $\odot A'$ 与直线 OA 相切，求 x 的值；

②若 $\odot A'$ 与以 D 为圆心、 DO 为半径的 $\odot D$ 相切，求 x 的值．

【考点】MR：圆的综合题．

【专题】15：综合题．

【分析】(1) 作 $AH \perp OM$ 于 H ，如图1，在 $\text{Rt}\triangle OAH$ 中，根据正弦的定义求出 $AH = 3$ ，根据垂径定理由 $AH \perp BC$ 得 $CH = BH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}y$ ，由于 $OD = x$ ，则 $AD = 5 - x$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中利用勾股定理得到 $(\frac{1}{2}y)^2 = (5 - x)^2 - 3^2$ ，再整理即可得到 y 与 x 的函数关系；

(2) 作 $A'E \perp OA$ 于 E ，根据折叠的性质得 $A'H = AH = 3$ ， $\odot A'$ 的半径为 $5 - x$ ，在 $\text{Rt}\triangle OAH$ 中，利用勾股定理计算出 $OH = 4$ ；由于 $\odot A'$ 与直线 OA 相切，根据切线的性质得 $A'E = 5 - x$ ，再证明 $\text{Rt}\triangle OAH \sim \text{Rt}\triangle A'AE$ ，利用相似比得到 $5 : 6 = 4 : (5 - x)$ ，然后解方程可得到 x 的值；

(3) 作 $A'G \perp OA$ 于 G ，连结 $A'D$ ，根据两圆相切的性质得 $A'D = x + 5 - x =$

5,再证明 $\text{Rt}\triangle OAH \sim \text{Rt}\triangle A'AG$,利用相似比可计算出 $AG = \frac{18}{5}, A'G = \frac{24}{5}$,

则 $DG = AG - AD = x - \frac{7}{5}$, 然后在 $\text{Rt}\triangle A'GD$ 中, 根据勾股定理得到 $(\frac{24}{5})$

$^2 + (x - \frac{7}{5})^2 = 5^2$, 整理得 $x^2 - \frac{14}{5}x = 0$, 然后解方程即可.

【解答】解: (1) 作 $AH \perp OM$ 于 H , 如图 1,

在 $\text{Rt}\triangle OAH$ 中, $OA = 5$, $\sin \angle AOH = \frac{AH}{OA} = \frac{3}{5}$,

$$\therefore AH = 3,$$

$$\because AH \perp BC,$$

$$\therefore CH = BH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}y,$$

$$\because OD = x,$$

$$\therefore AD = 5 - x,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中, $AC = 5 - x$, $AH = 3$, $CH = \frac{1}{2}y$,

$$\therefore (\frac{1}{2}y)^2 = (5 - x)^2 - 3^2,$$

$$\therefore y = 2\sqrt{x^2 - 10x + 16} \quad (0 < x < 2);$$

(2) ①作 $A'E \perp OA$ 于 E , 如图,

$\because \odot A$ 沿直线 OM 翻折后得到 $\odot A'$,

$\therefore A'H = AH = 3$, $\odot A'$ 的半径为 $5 - x$,

在 $\text{Rt}\triangle OAH$ 中, $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = 4$,

$\because \odot A'$ 与直线 OA 相切,

$$\therefore A'E = 5 - x,$$

$$\because \angle HAO = \angle EAA',$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle OAH \sim \text{Rt}\triangle A'AE,$$

$$\therefore OA : AA' = OH : A'E, \text{ 即 } 5 : 6 = 4 : (5 - x),$$

$$\therefore x = \frac{1}{5};$$

②当 $\odot D$ 与 $\odot A'$ 外切时, 作 $A'G \perp OA$ 于 G , 连结 $A'D$, 如图 3,

$\because \odot A'$ 与以 D 为圆心、 DO 为半径的 $\odot D$ 相切,

$$\therefore A'D = x + 5 - x = 5,$$

$$\because \angle HAO = \angle GAA' ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle OAH \sim \text{Rt}\triangle A'AG ,$$

$$\therefore \frac{AH}{AG} = \frac{OH}{A'G} = \frac{OA}{AA'} , \text{ 即 } \frac{3}{AG} = \frac{4}{A'G} = \frac{5}{6} ,$$

$$\therefore AG = \frac{18}{5} , A'G = \frac{24}{5} ,$$

$$\therefore DG = AG - AD = \frac{18}{5} - (5 - x) = x - \frac{7}{5} ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle A'GD \text{ 中, } \because A'G^2 + GD^2 = A'D^2 ,$$

$$\therefore \left(\frac{24}{5}\right)^2 + \left(x - \frac{7}{5}\right)^2 = 5^2 ,$$

$$\text{整理得 } x^2 - \frac{14}{5}x = 0 , \text{ 解得 } x_1 = 0 \text{ (舍去)} , x_2 = \frac{14}{5} ,$$

$$\text{当 } \odot D \text{ 与 } \odot A' \text{ 内切时, 同理作图求解得 } x = \frac{86}{15} > OA \text{ (舍去)}$$

$$\therefore x \text{ 的值为 } \frac{14}{5} .$$

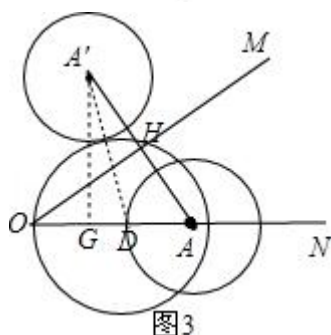


图3

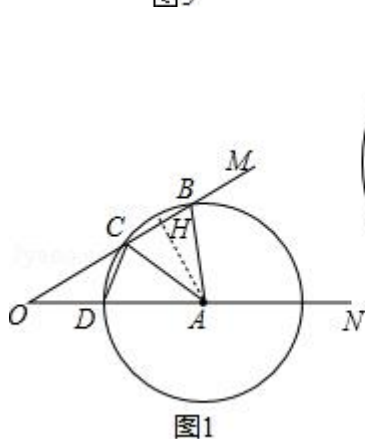
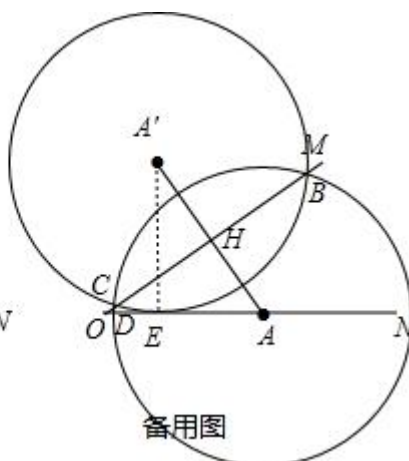


图1



备用图

【点评】 本题考查了圆的综合题：熟练掌握垂径定理、切线的性质和两圆相切的性质；会运用锐角三角函数、相似比和勾股定理进行几何计算．