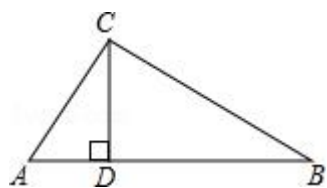


2014 年上海市长宁区中考数学一模试卷

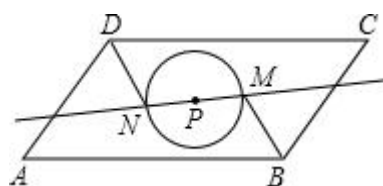
一、单项选择题（本大题共 6 小题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列说法中，结论错误的是 ()
- A. 直径相等的两个圆是等圆
B. 长度相等的两条弧是等弧
C. 圆中最长的弦是直径
D. 一条弦把圆分成两条弧，这两条弧可能是等弧
2. (4 分) 已知非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, 下列条件中，不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()
- A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ B. $\vec{a} = -\vec{b}$ C. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$ D. $\vec{a} = 2\vec{c}$, $\vec{b} = 4\vec{c}$
3. (4 分) 抛物线 $y = -(x+1)^2 + 3$ 的顶点坐标是 ()
- A. $(-1, -3)$ B. $(1, -3)$ C. $(-1, 3)$ D. $(1, 3)$
4. (4 分) 抛物线 $y = x^2 + 4x + 1$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 平移得到，则下列平移过程正确的是 ()
- A. 先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位
B. 先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位
C. 先向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位
D. 先向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位
5. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D ，下边各组边的比不能表示 $\sin B$ 的 ()



- A. $\frac{AC}{AB}$ B. $\frac{DC}{AC}$ C. $\frac{DC}{BC}$ D. $\frac{AD}{AC}$

6. (4 分) 如图， P 为平行四边形 $ABCD$ 的对称中心，以 P 为圆心作圆，过 P 的任意直线与圆相交于点 M , N . 则线段 BM , DN 的大小关系是 ()

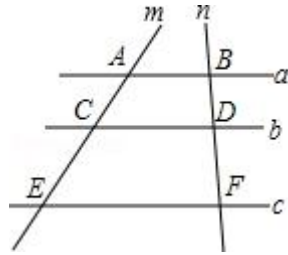


- A. $BM > DN$ B. $BM < DN$ C. $BM = DN$ D. 无法确定

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分）

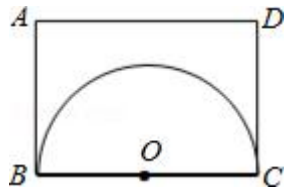
7.（4 分）已知两个相似三角形的面积比是 4:1，则这两个三角形的周长比是_____.

8.（4 分）如图，直线 $a \parallel b \parallel c$ ，直线 m 、 n 与 a 、 b 、 c 分别交于点 A 、 C 、 E 、 B 、 D 、 F ，已知 $AC = 4$ ， $CE = 6$ ， $BD = 3$ ，则 BF 等于_____.



9.（4 分）将二次函数 $y = 2x^2 - 4x$ 配方成 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式，配方后的解析式为_____.

10.（4 分）如图，王大伯家屋后有一块长 $12m$ ，宽 $8m$ 的矩形空地，他在以长边 BC 为直径的半圆内种菜，他家养的一只羊平时拴在 A 处的一棵树上，为了不让羊吃到菜，拴羊的绳长应不超过_____米.



11.（4 分）已知抛物线 $y = mx^2 + 4x + m(m-2)$ 经过坐标原点，则实数 m 的值是_____.

12.（4 分）已知抛物线 $y = 2x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 3)$ 、 $B(4, 3)$ ，则此抛物线的对称轴是_____.

13.（4 分）已知 $\odot A$ 的半径为 5，圆心 $A(3, 4)$ ，坐标原点 O 与 $\odot A$ 的位置关系是_____.

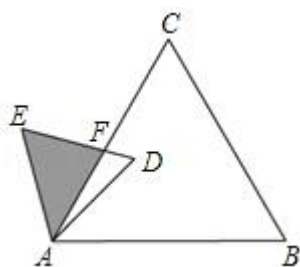
14.（4 分）印刷厂 10 月份印刷一畅销小说 5 万册，因购买此书人数激增，印刷厂需加印，若设印书量每月的增长率为 x ，12 月印书数量 y 万册，写出 y 关于 x 的函数解析式_____.

15.（4 分）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，中线 AF 和中线 BE 交于点 G ，若 $AB = 3$ ，则 $CG =$ _____.

16. (4分) 某小山坡的坡长为 200 米, 山坡的高度为 100 米, 则该山坡的坡度 i = _____.

17. (4分) 已知点 $A(0, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 、 $C(3, y_3)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 1$ ($a < 0$) 上, 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是_____ (用 “ $<$ ” 联结).

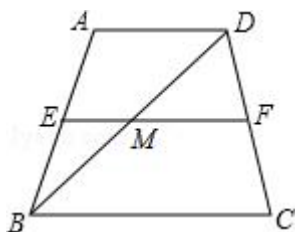
18. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形, $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, $AB = 2AD$, $\angle BAD = 45^\circ$, AC 与 DE 相交于点 F , 则 $\triangle AEF$ 的面积等于_____ (结果保留根号).



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $(\tan 45^\circ)^{2013} - \cos 60^\circ + |\cot 30^\circ - 1|$

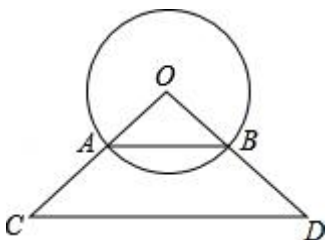
20. (10分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 2$, $BC = 3$, EF 是梯形的中位线, EF 与 BD 交于点 M , 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, 试用 $\vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{BC}$ 和 $\overrightarrow{FM}$.



21. (10分) 已知 $\odot O$ 的半径为 12cm , 弦 $AB = 12\sqrt{2}\text{cm}$.

(1) 求圆心 O 到弦 AB 的距离.

(2) 若弦 AB 恰好是 $\triangle OCD$ 的中位线, 以 CD 中点 E 为圆点, R 为半径作 $\odot E$, 当 $\odot O$ 和 $\odot E$ 相切时, 求 R 的值.



22. (10分) 为了开发利用海洋资源, 需要测量某岛屿的两端 A 、 B 的距离, 如

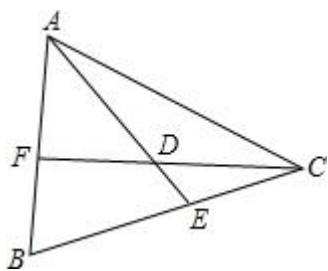
图,勘测飞机在距海平面垂直距离为 100 米的点 C 处测得点 A 的俯角为 60° , 然后沿着平行于 AB 的方向飞行了 500 米至 D 处, 在 D 处测得点 B 的俯角为 45° , 求岛屿两端 A 、 B 的距离. (结果精确到 0.1 米) 说明: ① A 、 B 、 C 、 D 在与海平面垂直的同一平面上; ②参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{2} = 1.414$.



23. (12 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, F 为底边 AB 上一点, $\frac{BF}{AF} = \frac{m}{n}$ ($m, n > 0$), D 是 CF 中点, 联结 AD 并延长交 BC 于 E .

(1) 求 $\frac{BE}{EC}$ 的值;

(2) 若 $BE = 2EC$, 求证: $CF \perp AB$.

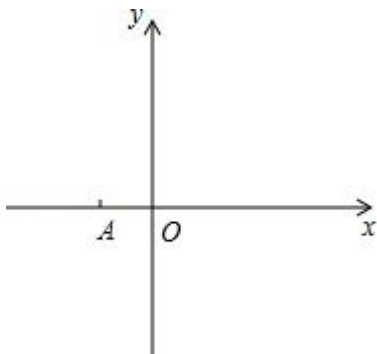


24. (12 分) 如图, 在直角坐标平面上, 点 A 、 B 在 x 轴上 (A 点在 B 点左侧), 点 C 在 y 轴正半轴上, 若 $A(-1, 0)$, $OB = 3OA$, 且 $\tan \angle CAO = 2$.

(1) 求点 B 、 C 的坐标;

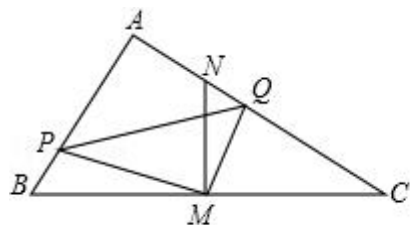
(2) 求经过点 A 、 B 、 C 三点的抛物线解析式;

(3) P 是 (2) 中所求抛物线的顶点, 设 Q 是此抛物线上一点, 若 $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABP$ 的面积相等, 求 Q 点的坐标.

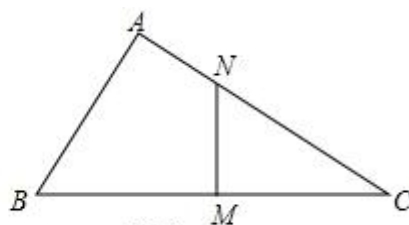


25. (14 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB < AC$, M 是 BC 边的中点, $MN \perp$

BC 交 AC 于点 N , 动点 P 从点 B 出发, 沿射线 BA 以每秒 $\sqrt{3}$ 个长度单位运动, 联结 MP , 同时 Q 从点 N 出发, 沿射线 NC 以一定的速度运动, 且始终保持 $MQ \perp MP$, 设运动时间为 x 秒 ($x > 0$).



图①



图②

- (1) 求证: $\triangle BMP \sim \triangle NMQ$;
- (2) 若 $\angle B = 60^\circ$, $AB = 4\sqrt{3}$, 设 $\triangle APQ$ 的面积为 y , 求 y 与 x 的函数关系式.
- (3) 判断 BP 、 PQ 、 CQ 之间的数量关系, 并说明理由.

2014 年上海市长宁区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题（本大题共 6 小题，每题 4 分，满分 24 分）

1.（4 分）下列说法中，结论错误的是（ ）

- A. 直径相等的两个圆是等圆
- B. 长度相等的两条弧是等弧
- C. 圆中最长的弦是直径
- D. 一条弦把圆分成两条弧，这两条弧可能是等弧

【考点】M1：圆的认识．

【分析】利用圆的有关定义进行判断后利用排除法即可得到正确的答案；

【解答】解：A、直径相等的两个圆是等圆，正确，不符合题意；

B、长度相等的两条弧圆周角不一定相等，它们不一定是等弧，原题的说法是错误的，符合题意；

C、圆中最长的弦是直径，正确，不符合题意；

D、一条直径把圆分成两条弧，这两条弧是等弧，正确，不符合题意，

故选：B．

【点评】本题考查了圆的认识，了解圆中有关的定义及性质是解答本题的关键．

2.（4 分）已知非零向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ ，下列条件中，不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是（ ）

- A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$
- B. $\vec{a} = -\vec{b}$
- C. $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$
- D. $\vec{a} = 2\vec{c}$ ， $\vec{b} = 4\vec{c}$

【考点】LM：*平面向量．

【分析】根据向量的定义对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】解：A、 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，两个向量的模相等，方向不一定相同，故不一定平行，故本选项正确；

B、 $\vec{a} = -\vec{b}$ ，两个向量模相等，方向相反，互相平行，故本选项错误；

C、 $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 都与 $\vec{c}$ 平行，三个向量都互相平行，故本选项错误；

D、 $\vec{a} = 2\vec{c}$ ， $\vec{b} = 4\vec{c}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 都与 $\vec{c}$ 平行，三个向量都互相平行，故本选项错误．

故选：A.

【点评】本题考查了平面向量，主要利用了向量平行的判定，是基础题.

3. (4分) 抛物线 $y = -(x+1)^2 + 3$ 的顶点坐标是 ()

- A. $(-1, -3)$ B. $(1, -3)$ C. $(-1, 3)$ D. $(1, 3)$

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】已知抛物线的顶点式，可直接写出顶点坐标.

【解答】解：由 $y = -(x+1)^2 + 3$ ，根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为 $(-1, 3)$ ，

故选：C.

【点评】考查了二次函数的性质，将解析式化为顶点式 $y = a(x-h)^2 + k$ ，顶点坐标是 (h, k) ，对称轴是 $x = h$.

4. (4分) 抛物线 $y = x^2 + 4x + 1$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 平移得到，则下列平移过程正确的是 ()

- A. 先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位
B. 先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位
C. 先向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位
D. 先向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】2B: 探究型.

【分析】先将抛物线 $y = x^2 + 4x + 1$ 化为 $y = (x+2)^2 - 3$ 的形式，再根据函数图象平移的法则进行解答.

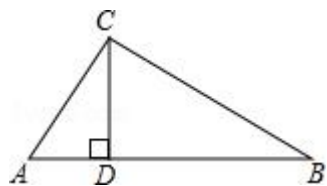
【解答】解：∵ 抛物线 $y = x^2 + 4x + 1$ 可化为 $y = (x+2)^2 - 3$ ，

∴ 把抛物线 $y = x^2$ 先向左平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位即可得到抛物线 $y = (x+2)^2 - 3$.

故选：B.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减，左加右减”的法则是解答此题的关键.

5. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D ，下边各组边的比不能表示 $\sin B$ 的 ()



A. $\frac{AC}{AB}$

B. $\frac{DC}{AC}$

C. $\frac{DC}{BC}$

D. $\frac{AD}{AC}$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】利用两角互余关系得出 $\angle B = \angle ACD$ ，进而利用锐角三角函数关系得出即可.

【解答】解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D ，

$$\therefore \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ, \quad \angle B + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACD,$$

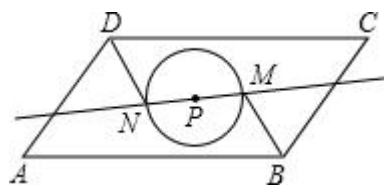
$$\therefore \sin B = \frac{CD}{BC} = \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC},$$

故不能表示 $\sin B$ 的是 $\frac{DC}{AC}$.

故选：B.

【点评】此题主要考查了锐角三角函数的定义，正确把握锐角三角函数关系是解题关键.

6. (4分) 如图， P 为平行四边形 $ABCD$ 的对称中心，以 P 为圆心作圆，过 P 的任意直线与圆相交于点 M, N . 则线段 BM, DN 的大小关系是 ()



A. $BM > DN$

B. $BM < DN$

C. $BM = DN$

D. 无法确定

【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; L5: 平行四边形的性质.

【分析】根据 P 为平行四边形 $ABCD$ 的对称中心，可推出 $\triangle DNP \cong \triangle BMP$ ，从而可得到 $BM = DN$.

【解答】解：如图，连接 BD ，

$\because P$ 是 $\square ABCD$ 的对称中心，则 P 是平行四边形两对角线的交点，即 BD 必过点 P ，

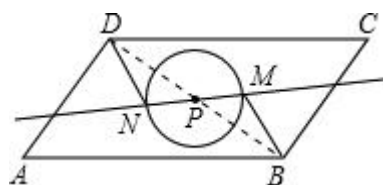
$\therefore DP = BP$ ，圆的半径 $PN = PM$ ，由对顶角相等 $\angle DPN = \angle BPM$ ，

$$\because PM = PN, PD = PB$$

$$\therefore \triangle DNP \cong \triangle BMP,$$

$$\therefore BM = DN.$$

故选：C.



【点评】 平行四边形的对称中心是两条对角线的交点，考查了学生对平行四边形性质的掌握及全等三角形的判定定理.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分）

7. (4 分) 已知两个相似三角形的面积比是 4:1, 则这两个三角形的周长比是 2:1.

【考点】 S7: 相似三角形的性质.

【分析】 根据相似三角形面积的比等于相似比的平方求出相似比, 再根据相似三角形周长的比等于相似比解答.

【解答】 解: $\because$ 两个相似三角形的面积比是 4:1,

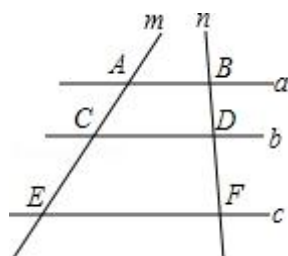
$\therefore$ 它们的相似比为 2:1,

$\therefore$ 这两个三角形的周长比是 2:1.

故答案为: 2:1.

【点评】 本题考查了相似三角形的性质, 熟记性质是解题的关键.

8. (4 分) 如图, 直线 $a \parallel b \parallel c$, 直线 m 、 n 与 a 、 b 、 c 分别交于点 A 、 C 、 E 、 B 、 D 、 F , 已知 $AC = 4$, $CE = 6$, $BD = 3$, 则 BF 等于 7.5.



【考点】 S4: 平行线分线段成比例.

【分析】 由直线 $a \parallel b \parallel c$, 根据平行线分线段成比例定理, 即可得 $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$, 又由

$AC = 4$, $CE = 6$, $BD = 3$, 即可求得 DF 的长, 则可求得答案.

【解答】解：∵ $a \parallel b \parallel c$,

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF},$$

$$\because AC = 4, CE = 6, BD = 3,$$

$$\therefore \frac{4}{6} = \frac{3}{DF},$$

$$\text{解得: } DF = \frac{9}{2},$$

$$\therefore BF = BD + DF = 3 + \frac{9}{2} = 7.5.$$

故答案是：7.5.

【点评】此题考查了平行线分线段成比例定理. 题目比较简单, 解题的关键是注意数形结合思想的应用.

9. (4分) 将二次函数 $y = 2x^2 - 4x$ 配方成 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式, 配方后的解析式为 $y = 2(x-1)^2 - 2$.

【考点】H9: 二次函数的三种形式.

【分析】根据配方法的操作方法进行整理即可得解.

$$\text{【解答】解: } y = 2x^2 - 4x,$$

$$= 2(x^2 - 2x + 1) - 2,$$

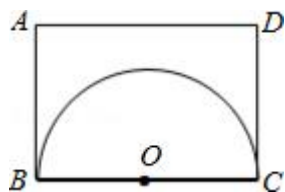
$$= 2(x-1)^2 - 2,$$

$$\text{所以, } y = 2(x-1)^2 - 2.$$

$$\text{故答案为: } y = 2(x-1)^2 - 2.$$

【点评】本题考查了二次函数的三种形式, 熟练掌握配方法的操作是解题的关键.

10. (4分) 如图, 王大伯家屋后有一块长 $12m$, 宽 $8m$ 的矩形空地, 他在以长边 BC 为直径的半圆内种菜, 他家养的一只羊平时拴在 A 处的一棵树上, 为了不让羊吃到菜, 拴羊的绳长应不超过 4 米.



【考点】MK: 相切两圆的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】为了不让羊吃到菜, 必须 $\leq$ 点 A 到圆的最小距离. 要确定最小距

离，连接 OA 交半圆于点 E ，即 AE 是最短距离．在直角三角形 AOB 中，因为 $OB = 6$ ， $BA = 8$ ，所以根据勾股定理得 $OA = 10$ ．那么 AE 的长即可解答．

【解答】 解：连接 OA ，交 $\odot O$ 于 E 点，

在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中， $OB = 6$ ， $AB = 8$ ，

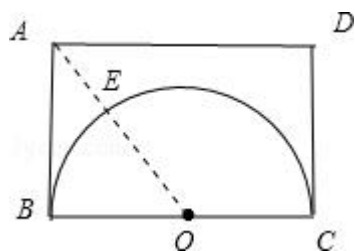
所以 $OA = \sqrt{BO^2 + AB^2} = 10$ ；

又 $OE = OB = 6$ ，

所以 $AE = OA - OE = 4$ ．

因此选用的绳子应该不大于 4，

故答案为 4．



【点评】 本题考查了相切两圆的性质，确定点到半圆的最短距离是难点．熟练运用勾股定理．

11. (4 分) 已知抛物线 $y = mx^2 + 4x + m(m - 2)$ 经过坐标原点，则实数 m 的值是 2．

【考点】 H5：二次函数图象上点的坐标特征．

【分析】 把原点坐标代入函数解析式进行计算即可得解．

【解答】 解： $\because$ 抛物线 $y = mx^2 + 4x + m(m - 2)$ 经过坐标原点，

$$\therefore m(m - 2) = 0,$$

解得 $m_1 = 0$ ， $m_2 = 2$ ，

当 $m = 0$ 时，函数为一次函数，不是抛物线，

所以， $m \neq 0$ ，

因此，实数 m 的值是 2．

故答案为：2．

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，要注意二次项系数不等于 0．

12. (4 分) 已知抛物线 $y = 2x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 3)$ 、 $B(4, 3)$ ，则此抛物线的对称轴是 $x = 2$ ．

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 先根据抛物线上两点的纵坐标相等可知此两点关于对称轴对称, 再根据中点坐标公式求出这两点横坐标的中点坐标即可.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = 2x^2 + bx + c$ 经过点 $(0, 3)$ 和 $(4, 3)$,

$\therefore$ 此两点关于抛物线的对称轴对称,

$$\therefore x = \frac{0+4}{2} = 2.$$

故答案为: $x = 2$.

【点评】 本题考查的是二次函数的性质, 根据题意判断出抛物线上两点坐标的关系是解答此题的关键.

13. (4 分) 已知 $\odot A$ 的半径为 5, 圆心 $A(3, 4)$, 坐标原点 O 与 $\odot A$ 的位置关系是 在 $\odot A$ 上.

【考点】 D5: 坐标与图形性质; M8: 点与圆的位置关系.

【分析】 先根据两点间的距离公式计算出 OA , 然后根据点与圆的位置关系的判定方法判断点 O 与 $\odot A$ 的位置关系.

【解答】 解: $\because$ 点 A 的坐标为 $(4, 3)$,

$$\therefore OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\because$ 半径为 5,

而 $5 = 5$,

$\therefore$ 点 O 在 $\odot A$ 上.

故答案为: 在 $\odot A$ 上.

【点评】 本题考查了点与圆的位置关系: 点与圆的位置关系有 3 种. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 点 P 到圆心的距离 $OP = d$, 当点 P 在圆外 $\Leftrightarrow d > r$; 当点 P 在圆上 $\Leftrightarrow d = r$; 当点 P 在圆内 $\Leftrightarrow d < r$.

14. (4 分) 印刷厂 10 月份印刷一畅销小说 5 万册, 因购买此书人数激增, 印刷厂需加印, 若设印书量每月的增长率为 x , 12 月印书数量 y 万册, 写出 y 关于 x 的函数解析式 $y = 5(1+x)^2$.

【考点】 E3: 函数关系式.

【分析】 由 10 月份印数 5 万册, 根据题意可以得到 11 月份印书量为 $5(1+x)$, 而 12 月份在 11 月份的基础上又增长了 x , 那么 12 月份的印书量也可以用 x

表示出来，由此即可确定函数关系式.

【解答】解： $\because$ 10 月份印数 5 万册，

11 月份起，每月印书量的增长率都为 x ，

$\therefore$ 11 月份印书量为 $5(1+x)$ ，

$\therefore$ 12 月份的印书量为 $y = 5(1+x) \times (1+x) = 5(1+x)^2$.

故填空答案： $y = 5(1+x)^2$.

【点评】本题考查了函数关系式. 需注意第 3 个月的印数量是在第 2 个月的印数量的基础上增加的，此题是平均增长率的问题，可以用公式 $a(1 \pm x)^2 = b$ 来解题.

15. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，中线 AF 和中线 BE 交于点 G ，若 $AB = 3$ ，则 $CG = \underline{1}$.

【考点】K5：三角形的重心.

【分析】连接 CG 并延长交 AB 于点 D ，由直角三角形的性质可知 $CD = \frac{1}{2}AB$ ，

再根据三角形重心的性质即可得出结论.

【解答】解：如图所示：

连接 CG 并延长交 AB 于点 D ，

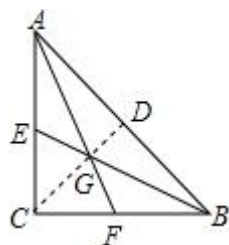
$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，中线 AF 和中线 BE 交于点 G ，

$\therefore$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， CD 是 AB 边的中线，

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CG = \frac{2}{3}CD = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1.$$

故答案为：1.



【点评】本题考查的是三角形的重心，熟知重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2:1 是解答此题的关键.

16. (4 分) 某小山坡的坡长为 200 米，山坡的高度为 100 米，则该山坡的坡度 i

$$= 1 : \sqrt{3}.$$

【考点】T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】11：计算题.

【分析】根据坡度的定义，竖直距离与水平距离的比.

【解答】解：由勾股定理得： $\sqrt{200^2 - 100^2} = 100\sqrt{3}$ 米，

$$\therefore \text{坡度 } i = \frac{100}{100\sqrt{3}} = 1 : \sqrt{3}.$$

故答案为： $1 : \sqrt{3}$.

【点评】本题是基础题，考查了解直角三角形的应用坡度坡角问题，以及勾股定理.

17. (4分) 已知点 $A(0, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 、 $C(3, y_3)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 1$ ($a < 0$) 上，则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 $y_3 < y_1 < y_2$ (用“ $<$ ”联结).

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】求出抛物线的对称轴为直线 $x = 1$ ，然后根据二次函数的增减性解答.

【解答】解：抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{-2a}{2a} = 1$,

$$\because a < 0,$$

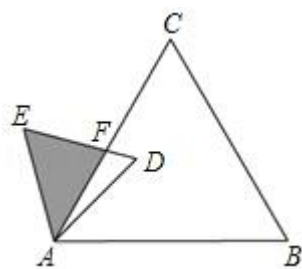
$\therefore$ 抛物线开口方向向下，

$$\therefore y_3 < y_1 < y_2.$$

故答案为： $y_3 < y_1 < y_2$.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，主要利用了二次函数的增减性，求出抛物线的对称轴解析式是解题的关键.

18. (4分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形， $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ， $AB = 2AD$ ， $\angle BAD = 45^\circ$ ， AC 与 DE 相交于点 F ，则 $\triangle AEF$ 的面积等于 $\frac{3-\sqrt{3}}{4}$ (结果保留根号).



【考点】KK：等边三角形的性质；S7：相似三角形的性质．

【专题】11：计算题．

【分析】根据相似三角形面积比等于相似比的平方求得三角形 ADE 的面积，再根据求出其边长，可根据三角函数得出三角形面积．

【解答】解： $\because \triangle ABC \sim \triangle ADE$ ， $AB = 2AD$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD^2}{AB^2},$$

$$\because AB = 2AD, S_{\triangle ABC} = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

如图，在 $\triangle EAF$ 中，过点 F 作 $FH \perp AE$ 交 AE 于 H ，

$$\because \angle EAF = \angle BAD = 45^\circ, \angle AEF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AFH = 45^\circ, \angle EFH = 30^\circ,$$

$$\therefore AH = HF,$$

$$\text{设 } AH = HF = x, \text{ 则 } EH = x \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}x.$$

$$\text{又 } \because S_{\triangle ADE} = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

作 $CM \perp AB$ 交 AB 于 M ，

$\because \triangle ABC$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形，

$$\therefore \frac{1}{2} \times AB \times CM = \sqrt{3},$$

$$\angle BCM = 30^\circ,$$

$$\text{设 } AB = 2k, BM = k, CM = \sqrt{3}k,$$

$$\therefore k = 1, AB = 2,$$

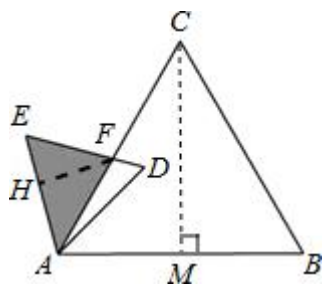
$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = 1,$$

$$\therefore x + \frac{\sqrt{3}}{3}x = 1,$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{3+\sqrt{3}} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3-\sqrt{3}}{2} = \frac{3-\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{3-\sqrt{3}}{4}.$$



【点评】此题主要考查相似三角形的判定与性质和等边三角形的性质等知识点，解得此题的关键是根据相似三角形面积比等于相似比的平方求得三角形 ADE 的面积，然后问题可解.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算: $(\tan 45^\circ)^{2013} - \cos 60^\circ + |\cot 30^\circ - 1|$

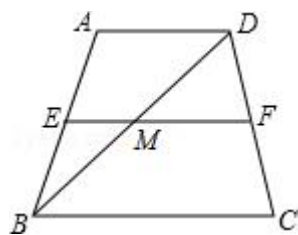
【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】将特殊角的三角函数值代入求解.

【解答】解: 原式 $= 1 - \frac{1}{2} + \sqrt{3} - 1$
 $= \sqrt{3} - \frac{1}{2}.$

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值，解答本题的关键是掌握几个特殊角的三角函数值.

20. (10 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 2$ ， $BC = 3$ ， EF 是梯形的中位线， EF 与 BD 交于点 M ，设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ，试用 $\vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{BC}$ 和 $\overrightarrow{FM}$.



【考点】LM: *平面向量.

【分析】由在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 2$ ， $BC = 3$ ，即可用 $\vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{BC}$ ，

又由 EF 是梯形的中位线，即可得 FM 是 $\triangle ABC$ 的中位线，继而求得 $\overrightarrow{FM}$.

【解答】解: $\because$ 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 2$ ， $BC = 3$ ，设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ，
 $\therefore \overrightarrow{BC} = \frac{3}{2}\vec{a}$;

$\because EF$ 是梯形的中位线,

$\therefore FM$ 是 $\triangle DBC$ 的中位线,

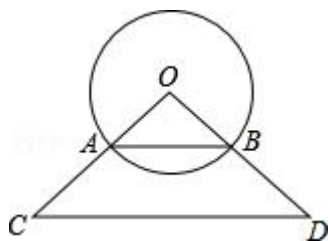
$$\therefore \overrightarrow{FM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = -\frac{3}{4}\vec{a}.$$

【点评】 此题考查了平面向量的知识与梯形中位线的性质. 此题难度不大, 注意掌握数形结合思想的应用.

21. (10 分) 已知 $\odot O$ 的半径为 12cm , 弦 $AB = 12\sqrt{2}\text{cm}$.

(1) 求圆心 O 到弦 AB 的距离.

(2) 若弦 AB 恰好是 $\triangle OCD$ 的中位线, 以 CD 中点 E 为圆点, R 为半径作 $\odot E$, 当 $\odot O$ 和 $\odot E$ 相切时, 求 R 的值.



【考点】 KX: 三角形中位线定理; MC: 切线的性质.

【分析】 (1) 过 O 作 $OF \perp AB$ 于 F , 交 CD 于 E , 根据等腰三角形性质求出 AF , 根据勾股定理求出 OF 即可;

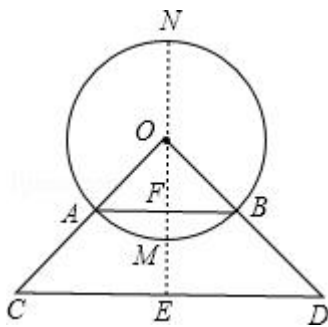
(2) 求出 OE , 求出 EM 和 EN , 即可得出答案.

【解答】 解: (1) 过 O 作 $OF \perp AB$ 于 F , 交 CD 于 E ,

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore AF = BF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{2}\text{cm} = 6\sqrt{2}\text{cm},$$

在 $\text{Rt}\triangle OAF$ 中, 由勾股定理得: $OF = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$,



即圆心 O 到弦 AB 的距离是 $6\sqrt{2}\text{cm}$;

$$(2) \because OF = AF = 6\sqrt{2}\text{cm},$$

$$\therefore \angle OAB = 45^\circ,$$

$\because AB$ 是 $\triangle OCD$ 的中位线,

$$\therefore CD = 2AB = 24\sqrt{2}cm,$$

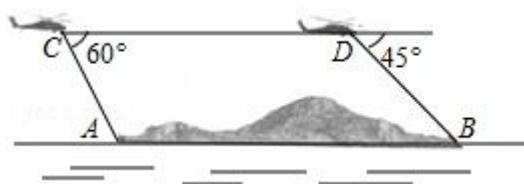
$$\therefore OF = EF = 6\sqrt{2}cm,$$

$$\text{即 } ME = OE - OM = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 12 = (12\sqrt{2} - 12)cm,$$

分为两种情况: 当两圆外切时, 半径 $R = ME = (12\sqrt{2} - 12)cm$, 当两圆内切时, 半径 $R = EN = (12\sqrt{2} + 12)cm$.

【点评】 本题考查了等腰三角形性质, 三角形的中位线, 圆与圆的位置关系的应用, 题目比较典型, 是一道比较好的题目.

22. (10 分) 为了开发利用海洋资源, 需要测量某岛屿的两端 A 、 B 的距离, 如图, 勘测飞机在距海平面垂直距离为 100 米的点 C 处测得点 A 的俯角为 60° , 然后沿着平行于 AB 的方向飞行了 500 米至 D 处, 在 D 处测得点 B 的俯角为 45° , 求岛屿两端 A 、 B 的距离. (结果精确到 0.1 米) 说明: ① A 、 B 、 C 、 D 在与海平面垂直的同一平面上; ② 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{2} = 1.414$.



【考点】 TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】 首先过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E , 过点 B 作 $BF \perp CD$ 于点 F , 易得四边形 $ABFE$ 为矩形, 根据矩形的性质, 可得 $AB = EF$, $AE = BF$. 由题意可知: $AE = BF = 100$ 米, $CD = 500$ 米, 然后分别在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 与 $\text{Rt}\triangle BFD$ 中, 利用三角函数即可求得 CE 与 DF 的长, 继而求得岛屿两端 A 、 B 的距离.

【解答】 解: 过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E , 过点 B 作 $BF \perp CD$ 于点 F ,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle EFB = \angle ABF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABFE$ 为矩形.

$$\therefore AB = EF, AE = BF.$$

由题意可知: $AE = BF = 100$ 米, $CD = 500$ 米.

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, $\angle C = 60^\circ$, $AE = 100$ 米.

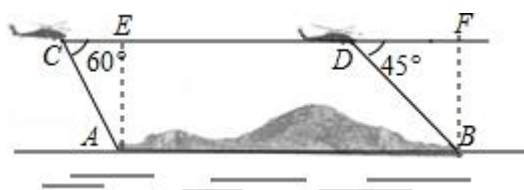
$$\therefore CE = \frac{AE}{\tan 60^\circ} = \frac{100}{\sqrt{3}} = \frac{100}{3}\sqrt{3} \text{ (米)}.$$

在 $\text{Rt}\triangle BFD$ 中, $\angle BDF = 45^\circ$, $BF = 100$ 米.

$$\therefore DF = \frac{BF}{\tan 45^\circ} = \frac{100}{1} = 100 \text{ (米)}.$$

$$\therefore AB = EF = CD + DF - CE = 500 + 100 - \frac{100}{3}\sqrt{3} \approx 600 - \frac{100}{3} \times 1.73 \approx 600 - 57.67 \approx 542.3 \text{ (米)}.$$

答: 岛屿两端 A 、 B 的距离为 542.3 米.

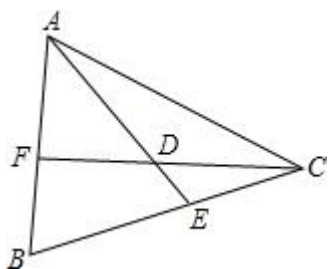


【点评】 此题考查了俯角的定义、解直角三角形与矩形的性质. 注意能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形是解此题的关键, 注意数形结合思想的应用.

23. (12分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, F 为底边 AB 上一点, $\frac{BF}{AF} = \frac{m}{n}$ ($m, n > 0$), D 是 CF 中点, 联结 AD 并延长交 BC 于 E .

(1) 求 $\frac{BE}{EC}$ 的值;

(2) 若 $BE = 2EC$, 求证: $CF \perp AB$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 过点 F 作 $FG \parallel BC$ 交 AE 于 G , 根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle DFG = \angle DCE$, $\angle DGF = \angle DEC$, 再根据中点定义可得 $CD = DF$, 然后利用“角角边”证明 $\triangle DCE$ 和 $\triangle DFG$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $EC = GF$, 然后求出 $\frac{AF}{AB}$, 再求出 $\triangle AFG$ 和 $\triangle ABE$ 相似, 根据相似三角形对应边成比例列式求解即可得到 $\frac{FG}{BE}$, 从而得到 $BE:EC$;

(2) 求出 $BE:EC$, 然后代入 (1) 的关系式计算即可求出 $m = n$, 从而得到点 F

是 AB 的中点，再根据等腰三角形三线合一的性质解答．

【解答】(1) 解：如图，过点 F 作 $FG \parallel BC$ 交 AE 于 G ，

则 $\angle DFG = \angle DCE$ ， $\angle DGF = \angle DEC$ ，

$\because D$ 是 CF 的中点，

$\therefore CD = DF$ ，

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle DFG$ 中，

$$\begin{cases} \angle DFG = \angle DCE \\ DF = CD \\ \angle GDF = \angle EDC \end{cases},$$

$\therefore \triangle DCE \cong \triangle DFG$ (ASA),

$\therefore EC = GF$ ，

$$\therefore \frac{BF}{AF} = \frac{m}{n},$$

$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{n}{m+n},$$

$\because FG \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle AFG \sim \triangle ABE$ ，

$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{FG}{BE} = \frac{n}{m+n},$$

$$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{m+n}{n};$$

(2) 证明：若 $BE = 2EC$ ，则 $BE : EC = 2$ ，

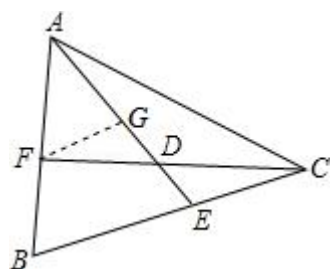
由 (1) 知， $\frac{m+n}{n} = 2$ ，

解得： $m = n$ ，

$\therefore$ 点 F 是 AB 的中点，

$\because AC = BC$ ，

$\therefore CF \perp AB$ ．



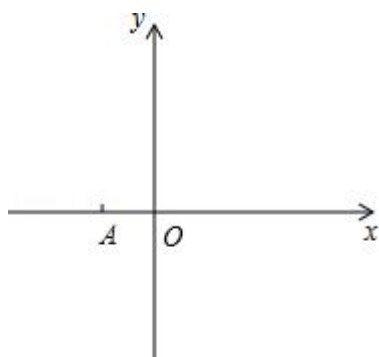
【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，等腰三角形三线合一的性质，作辅助线，构造出全等三角形和相似三角形是解题的关键．

24. (12分) 如图，在直角坐标平面上，点 A 、 B 在 x 轴上 (A 点在 B 点左侧)，点 C 在 y 轴正半轴上，若 $A(-1, 0)$ ， $OB = 3OA$ ，且 $\tan \angle CAO = 2$ ．

(1) 求点 B 、 C 的坐标；

(2) 求经过点 A 、 B 、 C 三点的抛物线解析式；

(3) P 是 (2) 中所求抛物线的顶点，设 Q 是此抛物线上一点，若 $\triangle ABQ$ 与 $\triangle ABP$ 的面积相等，求 Q 点的坐标．



【考点】 HF：二次函数综合题．

【分析】 (1) 根据已知条件 “ $A(-1, 0)$ ， $OB = 3OA$ ，且 $\tan \angle CAO = 2$ ” 易求点 B 、 C 的坐标；

(2) 设抛物线解析式为 $y = a(x+1)(x-3)$ ($a \neq 0$)．然后把点 C 的坐标分别代入，求得 a 的值；

(3) 根据 “同底等高的两个三角形的面积相等” 可知，点 Q 是直线 $y =$ 与抛物线的交点．

【解答】 解：(1) 如图， $\because$ 点 A 、 B 在 x 轴上 (A 点在 B 点左侧)， $A(-1, 0)$ ， $OB = 3OA$ ，

$\therefore B(3, 0)$ ．

又 $\because \tan \angle CAO = 2$ ，点 C 在 y 轴正半轴上，

$\therefore \frac{CO}{AO} = 2$ ，则 $CO = 2OA = 2$ ，

$\therefore C(0, 2)$

综上所述，点 B 、 C 的坐标分别是： $(3, 0)$ ， $(0, 2)$ ；

(2) $\because$ 该抛物线与 x 轴的两个交点坐标是: $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$,

$\therefore$ 设过点 A 、 B 、 C 的抛物线解析式为 $y = a(x+1)(x-3)$ ($a \neq 0$).

把点 C 的坐标代入, 得

$$2 = a(0+1)(0-3),$$

$$\text{解得, } a = -\frac{2}{3},$$

则该抛物线的解析式为: $y = -\frac{2}{3}(x+1)(x-3)$ (或 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$);

(3) 由(2)中抛物线解析式得到: $y = -\frac{2}{3}(x-1)^2 + \frac{8}{3}$, 则顶点 P 的坐标是 $(1, \frac{8}{3})$.

$\because \triangle ABQ$ 与 $\triangle ABP$ 的面积相等, 且点 Q 是抛物线上的一点

$\therefore$ 点 Q 与点 P 到 x 轴的距离相等,

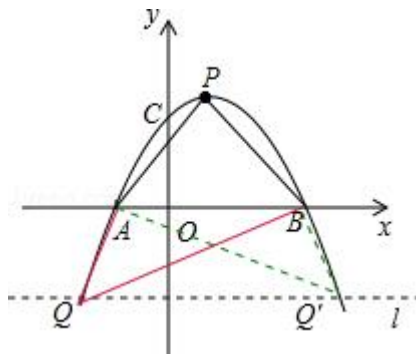
$\therefore$ 点 Q 是直线 $y = \pm \frac{8}{3}$ 与抛物线的交点.

① 当 $y = \frac{8}{3}$ 时, $x = 1$, 此时, 点 Q 与点 P 重合, 即 $Q(1, \frac{8}{3})$;

② 当 $y = -\frac{8}{3}$ 时, $-\frac{2}{3}(x-1)^2 + \frac{8}{3} = -\frac{8}{3}$,

解得, $x_1 = 1+2\sqrt{2}$, $x_2 = 1-2\sqrt{2}$, 此时, 点 Q 的坐标是 $(1+2\sqrt{2}, -\frac{8}{3})$ 或 $(1-2\sqrt{2}, -\frac{8}{3})$

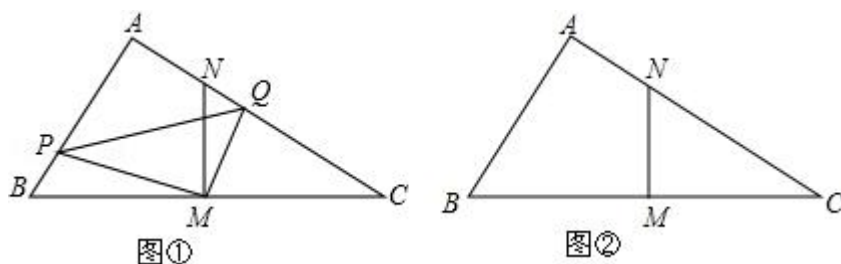
综上所述, 符合条件的点 Q 的坐标是: $(1, \frac{8}{3})$ 、 $(1+2\sqrt{2}, -\frac{8}{3})$ 或 $(1-2\sqrt{2}, -\frac{8}{3})$.



【点评】 本题考查了二次函数综合题. 其中涉及到了坐标与图形的性质, 锐角三

角函数的定义，待定系数法求二次函数的解析式，以及一次函数与抛物线的交点问题．解答（2）题时，因为已知抛物线与 x 轴的两个交点坐标，所以设交点式关系式，可以减少繁琐的计算过程．

- 25.（14分）在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB < AC$ ， M 是 BC 边的中点， $MN \perp BC$ 交 AC 于点 N ，动点 P 从点 B 出发，沿射线 BA 以每秒 $\sqrt{3}$ 个长度单位运动，联结 MP ，同时 Q 从点 N 出发，沿射线 NC 以一定的速度运动，且始终保持 $MQ \perp MP$ ，设运动时间为 x 秒（ $x > 0$ ）．



- （1）求证： $\triangle BMP \sim \triangle NMQ$ ；
 （2）若 $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = 4\sqrt{3}$ ，设 $\triangle APQ$ 的面积为 y ，求 y 与 x 的函数关系式．
 （3）判断 BP 、 PQ 、 CQ 之间的数量关系，并说明理由．

【考点】SO：相似形综合题．

【专题】152：几何综合题．

【分析】（1）根据 $MQ \perp MP$ ， $MN \perp BC$ 和直角三角形中的两个锐角互余以及等量代换，得出两个角对应相等，再根据 AA，即可得出 $\triangle BMP \sim \triangle NMQ$ ；

（2）根据 $\triangle PBM \sim \triangle QNM$ 的对应边成比例可以求得 NQ 的长，求出点 Q 的速度，再分别用时间 x 表示出 AP ， AQ 的长，根据直角三角形的面积即可求得函数解析式，再分类讨论：当 $0 < x < 4$ 时， $AP = AB - BP = 4\sqrt{3} - \sqrt{3}x$ ， $AQ = AN + NQ = AC - NC + NQ = 12 - 8 + x = 4 + x$ ，然后由三角形的面积公式可以求得该函数关系式；当 $x \geq 4$ 时， $AP = \sqrt{3}x - 4\sqrt{3}$ ， $AQ = 4 + x$ ，然后由三角形的面积公式可以求得该函数关系式；

（3）先作辅助线延长 QM 至点 D ，使 $MD = MQ$ ．连接 PD 、 BD 构建平行四边形 $BDCQ$ ．根据平行四边形的对边平行且相等推知 $BD \parallel CQ$ ， $BD = CQ$ ；然后在直角三角形 BPD 中利用勾股定理求得 $PD^2 = BP^2 + BD^2 = BP^2 + CQ^2$ ，最后利用线段垂直平分线的性质得出 BP 、 PQ 、 CQ 之间的数量关系．

【解答】解：（1） $\because MQ \perp MP$ ， $MN \perp BC$ ，

$$\therefore \angle PMB + \angle PMN = 90^\circ, \quad \angle QMN + \angle PMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PMB = \angle QMN.$$

$$\therefore \angle PBM + \angle C = 90^\circ, \quad \angle QNM + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PBM = \angle QNM,$$

$$\therefore \triangle PBM \sim \triangle QNM;$$

$$(2) \because \angle BAC = 90^\circ, \quad \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore BC = 2AB = 8\sqrt{3}cm.$$

又 $\because MN$ 垂直平分 BC ,

$$\therefore BM = CM = 4\sqrt{3}cm.$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore MN = \frac{\sqrt{3}}{3}CM = 4cm;$$

设 Q 点的运动速度为 vcm/s .

如图 1, 当 $0 < x < 4$ 时, 由 (1) 知 $\triangle PBM \sim \triangle QNM$.

$$\therefore \frac{NQ}{BP} = \frac{MN}{MB},$$

$$\therefore \frac{vx}{\sqrt{3}x} = \frac{4}{4\sqrt{3}},$$

$$\therefore v = 1;$$

如图 2, 当 $x \geq 4$ 时, 同理可得 $v = 1$.

$$\therefore AN = AC - NC = 12 - 8 = 4cm,$$

$$\therefore \text{如图 1, 当 } 0 < x < 4 \text{ 时, } AP = AB - BP = 4\sqrt{3} - \sqrt{3}x, \quad AQ = AN + NQ = AC - NC + NQ$$

$$= 12 - 8 + x = 4 + x,$$

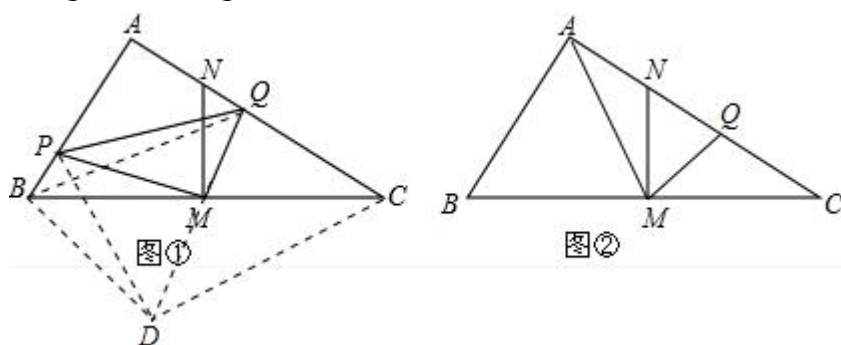
$$\therefore y = \frac{1}{2}AP \cdot AQ = \frac{1}{2}(4\sqrt{3} - \sqrt{3}x)(4 + x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 8\sqrt{3};$$

如图 2, 当 $x \geq 4$ 时, $AP = \sqrt{3}x - 4\sqrt{3}$, $AQ = 4 + x$,

$$\therefore S = \frac{1}{2}AP \cdot AQ = \frac{1}{2}(\sqrt{3}x - 4\sqrt{3})(4 + x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 8\sqrt{3};$$

$$\text{综上所述, } y = \begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 8\sqrt{3} & (0 < x < 4) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 8\sqrt{3} & (x \geq 4) \end{cases};$$

(3) 如图 1, 延长 QM 至点 D , 使 $MD = MQ$. 连接 PD 、 BD , BQ , CD ,
 $\because BC$ 、 DQ 互相平分,
 $\therefore$ 四边形 $BDCQ$ 为平行四边形,
 $\therefore BD \parallel CQ$, $BD = CQ$;
 又 $\because \angle BAC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle PBD = 90^\circ$,
 $\therefore PD^2 = BP^2 + BD^2 = BP^2 + CQ^2$,
 $\because PM$ 垂直平分 DQ ,
 $\therefore PQ = PD$,
 $\therefore PQ^2 = BP^2 + CQ^2$.



【点评】 本题考查了相似形的综合, 用到的知识点是相似三角形的判定与性质、相似三角形与函数的综合应用、勾股定理等, 根据题意画出图形, 利用时间 x 正确表示出题目中线段的长度是解题的关键.