

2014 年上海市虹口区中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1. (4 分) 下列函数中，属于二次函数的是 ()

A. $y = \frac{2}{x}$

B. $y = 2(x+1)(x-3)$

C. $y = 3x - 2$

D. $y = \frac{x^2+1}{x}$

2. (4 分) 抛物线 $y = x^2 - 3x + 2$ 与 y 轴交点的坐标是 ()

A. (0, 0)

B. (2, 0)

C. (0, 2)

D. (0, -1)

3. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 a 、 b 、 c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边，则下列结论中，正确的是 ()

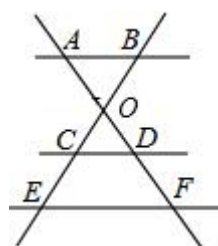
A. $c \cdot \sin A = a$

B. $b \cdot \cos B = c$

C. $a \cdot \tan A = b$

D. $c \cdot \tan B = b$

4. (4 分) 如图，若 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，则下列结论中，与 $\frac{AD}{AF}$ 相等的是 ()



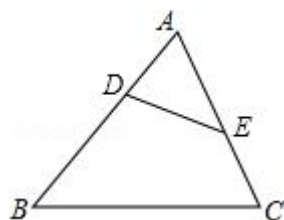
A. $\frac{AB}{EF}$

B. $\frac{CD}{EF}$

C. $\frac{BO}{OE}$

D. $\frac{BC}{BE}$

5. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，如果 DE 与 BC 不平行，那么下列条件中，不能判断 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 的是 ()



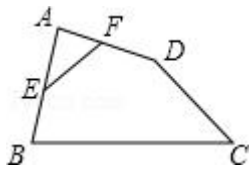
A. $\angle ADE = \angle C$

B. $\angle AED = \angle B$

C. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

D. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

6. (4 分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别是边 AB 、 AD 的中点，若 $EF = 2$ ， $BC = 5$ ， $CD = 3$ ，则 $\sin C$ 的值为 ()



A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7.（4 分）已知 $x:y=3:2$ ，那么 $(x+y):x=$ _____.

8.（4 分）计算： $\sqrt{2}\cos 45^\circ + \sin^2 60^\circ =$ _____.

9.（4 分）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，若 $AC=5$ ， $\tan A=2$ ，则 $BC=$ _____.

10.（4 分）写出抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 与抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的一条共同特征是_____.

11.（4 分）已知抛物线 $y=-2(x-3)^2+1$ ，当 $x_1>x_2>3$ 时， y_1 _____ y_2 .（填“>”或“<”）

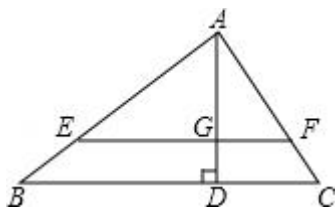
12.（4 分）将抛物线 $y=-3x^2$ 平移，使其顶点到点 $P(-2,1)$ 的位置，则所得新抛物线的表达式是_____.

13.（4 分）二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象上部分点的坐标满足下表：

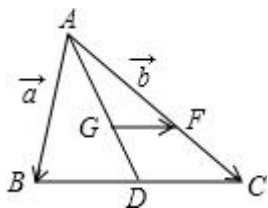
x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-3	-2	-3	-6	-11	...

则该函数图象的顶点坐标为_____.

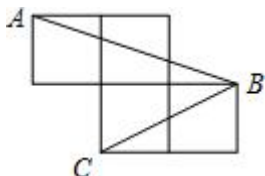
14.（4 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $EF\parallel BC$ ， $AD\perp BC$ 交 EF 于点 G ， $EF=4$ ， $BC=5$ ， $AD=3$ ，则 $AG=$ _____.



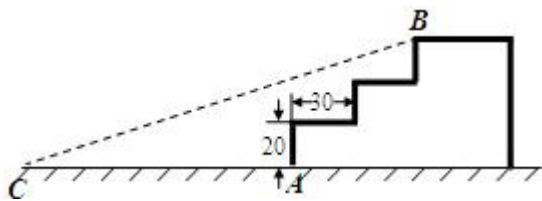
15.（4 分）如图，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $GF\parallel BC$ ， $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ ，用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{GF}=$ _____.



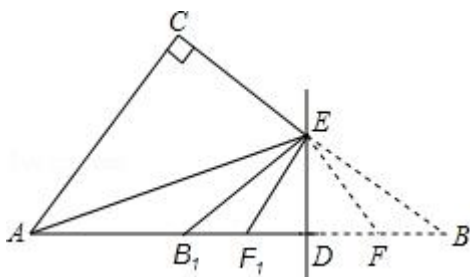
16. (4分) 如图, 每个小正方形的边长为 1, A 、 B 、 C 是小正方形的顶点, 则 $\angle ABC$ 的正弦值为_____.



17. (4分) 如图, 某公园入口处原有三级台阶, 每级台阶高为 20cm , 深为 30cm , 为方便残疾人士, 拟将台阶改为斜坡, 设台阶的起点为 A , 斜坡的起始点为 C , 现设计斜坡的坡度 $i = 1:5$, 则 AC 的长度是_____ cm .



18. (4分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 3$, 在边 AB 上取一点 D , 作 $DE \perp AB$ 交 BC 于点 E , 先将 $\triangle BDE$ 沿 DE 折叠, 使点 B 落在线段 DA 上, 对应点记为 B_1 ; BD 的中点 F 的对应点记为 F_1 . 若 $\triangle EFB \sim \triangle AF_1E$, 则 $B_1D =$ _____.



三、解答题 (本大题共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10分) 已知一个二次函数的图象经过 $(3, 0)$ 、 $(0, -3)$ 、 $(1, -4)$ 三点, 求这个二次函数的解析式.

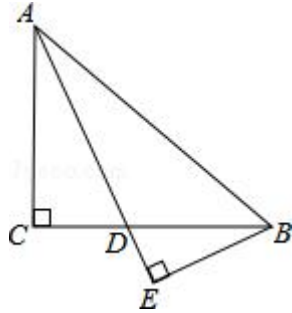
20. (10分) 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{7}{2}$.

(1) 用配方法把该二次函数的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式;

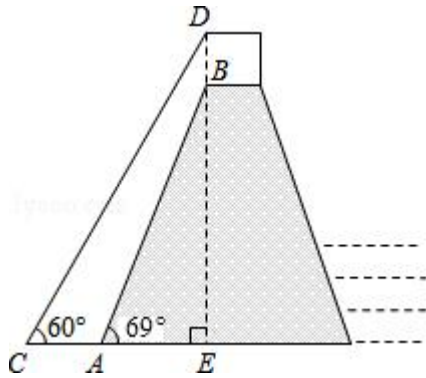
(2) 指出该二次函数图象的开口方向、顶点坐标和对称轴.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 是 $\angle CAB$ 的角平分线, $BE \perp AE$, 垂足为点 E .

求证: $BE^2 = DE \cdot AE$.



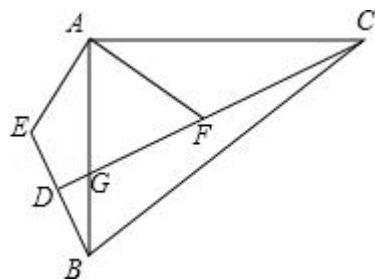
22. (10 分) 我国南水北调中线工程的起点是某水库, 按照工程计划, 需对原水库大坝进行混凝土培厚加高, 使坝高由原来的 156 米增加到 173.2 米, 以抬高蓄水位. 如图是某一段坝体加高工程的截面示意图, 其中原坝体的高为 BE , 背水坡坡角 $\angle BAE = 69^\circ$, 新坝体的高为 DE , 背水坡坡角 $\angle DCE = 60^\circ$. 求工程完工后背水坡坡底端水平方向增加的宽度 AC . (参考数据: $\sin 69^\circ \approx 0.93$, $\cos 69^\circ \approx 0.36$, $\tan 69^\circ \approx 2.60$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



23. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle EAF = 90^\circ$, $AB \cdot AF = AC \cdot AE$.

(1) 求证: $\triangle AGC \sim \triangle DGB$;

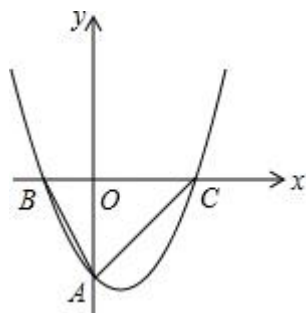
(2) 若点 F 为 CG 的中点, $AB = 3$, $AC = 4$, $\tan \angle DBG = \frac{1}{2}$, 求 DF 的长.



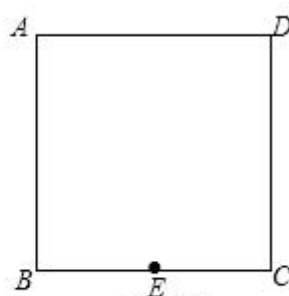
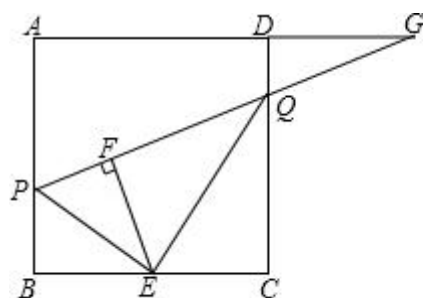
24. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过点 $B(-4, 0)$ 与点 $C(8, 0)$, 且交 y 轴于点 A .

(1) 求该抛物线的表达式, 并写出其顶点坐标;

(2) 将该抛物线向上平移 4 个单位, 再向右平移 m 个单位, 得到新抛物线. 若新抛物线的顶点为 P , 联接 BP , 直线 BP 将 $\triangle ABC$ 分割成面积相等的两个三角形, 求 m 的值.



25. (14 分) 已知: 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 E 为 BC 的中点, 点 P 为 AB 上一动点, 沿 PE 翻折 $\triangle BPE$ 得到 $\triangle FPE$, 直线 PF 交 CD 边于点 Q , 交直线 AD 于点 G , 联接 EQ .



备用图

(1) 如图, 当 $BP = 1.5$ 时, 求 CQ 的长;

(2) 如图, 当点 G 在射线 AD 上时, $BP = x$, $DG = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

(3) 延长 EF 交直线 AD 于点 H , 若 $\triangle CQE$ 与 $\triangle FHG$ 相似, 求 BP 的长.

2014 年上海市虹口区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1.（4 分）下列函数中，属于二次函数的是（ ）

A. $y = \frac{2}{x}$

B. $y = 2(x+1)(x-3)$

C. $y = 3x - 2$

D. $y = \frac{x^2+1}{x}$

【考点】H1：二次函数的定义．

【分析】根据反比例函数的定义，二次函数的定义，一次函数的定义对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】解：A、 $y = \frac{2}{x}$ 是反比例函数，故本选项错误；

B、 $y = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$ ，是二次函数，故本选项正确；

C、 $y = 3x - 2$ 是一次函数，故本选项错误；

D、 $y = \frac{x^2+1}{x} = x + \frac{1}{x}$ ，不是二次函数，故本选项错误．

故选：B．

【点评】本题考查了二次函数的定义，解题关键是掌握一次函数、二次函数、反比例函数的定义．

2.（4 分）抛物线 $y = x^2 - 3x + 2$ 与 y 轴交点的坐标是（ ）

A. (0, 0)

B. (2, 0)

C. (0, 2)

D. (0, -1)

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征．

【分析】令 $x = 0$ ，求出 y 的值即可得解．

【解答】解： $x = 0$ 时， $y = 2$ ，

所以，抛物线与 y 轴的交点坐标为 (0, 2)．

故选：C．

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，是基础题．

3.（4 分）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 a 、 b 、 c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对

边，则下列结论中，正确的是（ ）

- A. $c \cdot \sin A = a$ B. $b \cdot \cos B = c$ C. $a \cdot \tan A = b$ D. $c \cdot \tan B = b$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【分析】根据锐角三角函数的定义就可以求解.

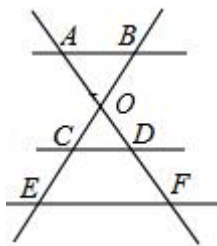
【解答】解： $\because$ 由锐角三角函数的定义可知 $\sin A = \frac{a}{c}$, $\cos B = \frac{a}{c}$, $\tan A = \frac{a}{b}$, $\tan B$
 $= \frac{b}{a}$,

$$\therefore c \cdot \sin A = a.$$

故选：A.

【点评】本题考查的是锐角三角函数的定义，比较简单，是基础题.

4. (4分) 如图，若 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，则下列结论中，与 $\frac{AD}{AF}$ 相等的是（ ）



- A. $\frac{AB}{EF}$ B. $\frac{CD}{EF}$ C. $\frac{BO}{OE}$ D. $\frac{BC}{BE}$

【考点】S4：平行线分线段成比例.

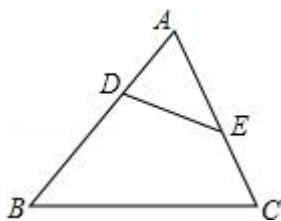
【分析】根据 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，结合平行线分线段成比例定理可知 $BO:OC=AO:OD$, $AD:DF=BC:CE$ ，由此可得出结论.

【解答】解：根据 $AB \parallel CD \parallel EF$ 得到： $\frac{AD}{AF} = \frac{BC}{BE}$.

故选：D.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理，解题的关键是找准对应线段.

5. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，如果 DE 与 BC 不平行，那么下列条件中，不能判断 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 的是（ ）



A. $\angle ADE = \angle C$ B. $\angle AED = \angle B$ C. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ D. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

【考点】S8：相似三角形的判定.

【分析】根据相似三角形的判定方法：（1）三组对应边的比相等的两个三角形相似；（2）两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似；（3）有两组角对应相等的两个三角形相似，结合选项进行判断即可.

【解答】解： A 、 $\angle ADE = \angle C$ ， $\angle A = \angle A$ ，则可判断 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，故本选项错误；

B 、 $\angle B = \angle AED$ ， $\angle A = \angle A$ ，则可判断 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，故本选项错误；

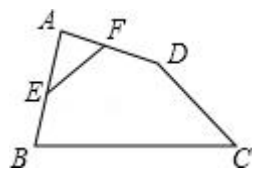
C 、 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ ，此时不能确定 $\angle ADE = \angle ACB$ ，故不能确定 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，故本选项正确；

D 、 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ， $\angle A = \angle A$ ，则可判断 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，故本选项错误.

故选： C .

【点评】此题考查了相似三角形的判定，属于基础题，关键是掌握相似三角形的几种判定定理.

6. (4分) 如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别是边 AB 、 AD 的中点，若 $EF = 2$ ， $BC = 5$ ， $CD = 3$ ，则 $\sin C$ 的值为（ ）



A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【考点】KS：勾股定理的逆定理；KX：三角形中位线定理；T1：锐角三角函数的定义.

【分析】根据中位线的性质得出 $EF \parallel BD$ ，且等于 $\frac{1}{2}BD$ ，进而得出 $\triangle BDC$ 是直角三角形，求出即可.

【解答】解：连接 BD ，则 EF 是 $\triangle ABD$ 的中位线，

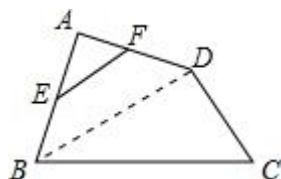
$\therefore BD = 4$ ，在 $\triangle BCD$ 中，

$$\because 3^2 + 4^2 = 5^2,$$

$\therefore \triangle BCD$ 是以 D 点为直角顶点的直角三角形，

$$\therefore \sin C = \frac{BD}{BC} = \frac{4}{5}.$$

故选：D.



【点评】此题主要考查了锐角三角形的定义以及三角形中位线的性质以及勾股定理逆定理，根据已知得出 $\triangle BDC$ 是直角三角形是解题关键.

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. (4 分) 已知 $x: y = 3: 2$ ，那么 $(x+y): x = \underline{5: 3}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【分析】用 x 表示出 y ，然后代入比例式进行计算即可得解.

【解答】解： $\because x: y = 3: 2$,

$$\therefore y = \frac{2}{3}x,$$

$$\therefore (x+y): x = (x + \frac{2}{3}x): x = 5: 3.$$

故答案为：5: 3.

【点评】本题考查了比例的性质，用 x 表示出 y 是解题的关键.

8. (4 分) 计算： $\sqrt{2}\cos 45^\circ + \sin^2 60^\circ = \underline{\frac{7}{4}}$.

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】将 $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 代入求解.

【解答】解：原式 $= \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$.

故答案为： $\frac{7}{4}$.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值，解答本题的关键是熟记几个特殊角的三角函数值.

9. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $AC = 5$ ， $\tan A = 2$ ，则 $BC = \underline{10}$.

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据正切函数的定义即可求解.

【解答】解：∵ $\tan A = \frac{BC}{AC}$,

$$\therefore BC = AC \cdot \tan A = 5 \times 2 = 10.$$

故答案是：10.

【点评】本题考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边，余切为邻边比对边.

10. (4分) 写出抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 与抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的一条共同特征是 顶点坐标均为 (0, 0) (答案不唯一).

【考点】H3：二次函数的性质.

【专题】26：开放型.

【分析】根据形如 $y = ax^2$ 的形式的二次函数的性质直接说出即可.

【解答】解：∵ 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 与抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的二次项系数互为相反数，

∴ 两条抛物线关于 x 轴对称，

∴ 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 与抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的共同特征为：顶点坐标均为 (0, 0)，对称轴均为 y 轴等，

故答案为：顶点坐标均为 (0, 0) (答案不唯一).

【点评】本题考查了二次函数的性质，解题的关键是熟记形如 $y = ax^2$ 的形式的二次函数的性质.

11. (4分) 已知抛物线 $y = -2(x-3)^2 + 1$ ，当 $x_1 > x_2 > 3$ 时， y_1 < y_2 . (填“>”或“<”)

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】根据 $x > 3$ 时，抛物线的 y 的值随 x 的增大而减小解答.

【解答】解：∵ $-2 < 0$ ，对称轴为直线 $x = 3$ ，

∴ $x > 3$ 时， y 的值随 x 的增大而减小，

$$\therefore x_1 > x_2 > 3,$$

$$\therefore y_1 < y_2.$$

故答案为：<.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握二次函数的增减性是解题的关键.

12. (4分) 将抛物线 $y = -3x^2$ 平移, 使其顶点到点 $P(-2, 1)$ 的位置, 则所得新抛物线的表达式是 $y = -3(x+2)^2 + 1$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】根据平移只改变图形的位置不改变图形的形状与大小, 利用顶点式解析式写出即可.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = -3x^2$ 平移后其顶点到点 $P(-2, 1)$ 的位置,
 $\therefore$ 所得新抛物线的表达式是 $y = -3(x+2)^2 + 1$.

故答案为: $y = -3(x+2)^2 + 1$.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换, 此类题目利用顶点的平移解答更简便.

13. (4分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象上部分点的坐标满足下表:

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	$\cdots$
y	$\cdots$	-3	-2	-3	-6	-11	$\cdots$

则该函数图象的顶点坐标为 $(-2, -2)$.

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】27: 图表型.

【分析】根据二次函数的对称性解答即可.

【解答】解: $\because x = -3$ 、 $x = -1$ 时的函数值都是 -3, 相等,

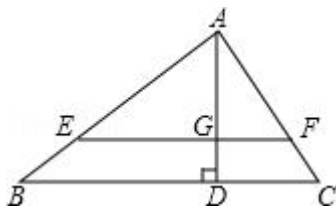
$\therefore$ 函数图象的对称轴为直线 $x = -2$,

顶点坐标为 $(-2, -2)$.

故答案为: $(-2, -2)$.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 熟记二次函数的对称性是解题的关键.

14. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $EF \parallel BC$, $AD \perp BC$ 交 EF 于点 G , $EF = 4$, $BC = 5$, $AD = 3$, 则 $AG = \frac{12}{5}$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】根据 $EF \parallel BC$ 可以得到 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ ，然后根据相似三角形的对应高的比等于相似比，即可求得．

【解答】解： $\because EF \parallel BC$ ，

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AG}{AD} = \frac{EF}{BC}, \text{ 即 } \frac{AG}{3} = \frac{4}{5},$$

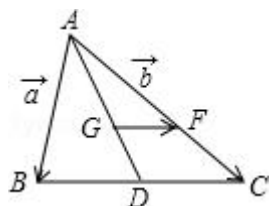
$$\text{解得: } AG = \frac{12}{5}.$$

$$\text{故答案是: } \frac{12}{5}.$$

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，理解相似三角形的对应高的比等于相似比是关键．

15. (4分) 如图，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $GF \parallel BC$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表

$$\text{示 } \overrightarrow{GF} = \underline{\underline{-\frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}}}.$$



【考点】K5：三角形的重心；LM：*平面向量．

【分析】根据图示知 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ ．然后根据三角形重心的性质（重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2：1），求得 $|\overrightarrow{GF}|$ 与 $|\overrightarrow{BC}|$ 的数量关系，然后再根据平面向量与的方向来确定它们之间的关系．

【解答】解：如图， $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ ，即 $\overrightarrow{BC} = \vec{b} - \vec{a}$ ．

$$\because GF \parallel BC,$$

$$\therefore AG:AD = GF:BC;$$

又 $\because$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，

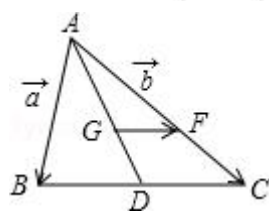
$$\therefore AG:AD = 2:3,$$

$$\therefore GF:DC = 2:3; \text{ 即 } \overrightarrow{GF}: \overrightarrow{DC} = 2:3;$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{GF},$$

$$\therefore \overrightarrow{GF} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{3} \vec{b} - \frac{1}{3} \vec{a}.$$

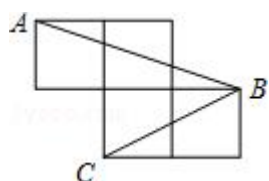
故答案是： $\frac{1}{3} \vec{b} - \frac{1}{3} \vec{a}$.



【点评】 本题主要考查了三角形的重心、平面向量．在解答此题时要注意两点：

①三角形的重心的性质：重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2：1，即 $AG:GD=2:1$ ，而不是 $AG:AD=2:1$ ；②平面向量是有方向的．

16. (4 分) 如图，每个小正方形的边长为 1，A、B、C 是小正方形的顶点，则 $\angle ABC$ 的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



【考点】 KW：等腰直角三角形；T1：锐角三角函数的定义．

【分析】 首先利用勾股定理计算出 AB^2 ， BC^2 ， AC^2 ，再根据勾股定理逆定理可证明 $\angle BCA = 90^\circ$ ，然后得到 $\angle ABC$ 的度数，再利用特殊角的三角函数可得 $\angle ABC$ 的正弦值．

【解答】 解： $AB^2 = 3^2 + 1^2 = 10$ ， $BC^2 = 2^2 + 1^2 = 5$ ， $AC^2 = 2^2 + 1^2 = 5$ ，

$$\therefore AC = CB, BC^2 + AC^2 = AB^2,$$

$$\therefore \angle BCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ,$$

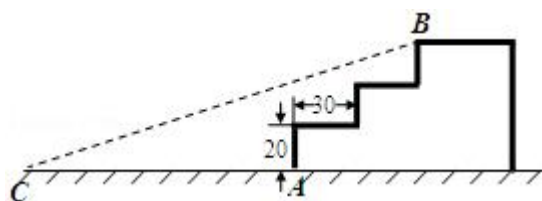
$$\therefore \angle ABC \text{ 的正弦值为 } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故答案为： $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】 此题主要考查了锐角三角函数，以及勾股定理逆定理，关键是掌握特殊角的三角函数．

17. (4 分) 如图，某公园入口处原有三级台阶，每级台阶高为 20cm，深为 30cm，为方便残疾人士，拟将台阶改为斜坡，设台阶的起点为 A，斜坡的起始点为 C，

现设计斜坡的坡度 $i = 1:5$ ，则 AC 的长度是 240 cm 。



【考点】 T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题。

【分析】 如图所示：所有台阶高度和为 BD 的长，所有台阶深度和为 AD 的长，
即 $BD = 60m$ ， $AD = 60m$ 。然后根据坡度比解答即可。

【解答】 解：由题可知 $BD = 60cm$ ， $AD = 60cm$ 。

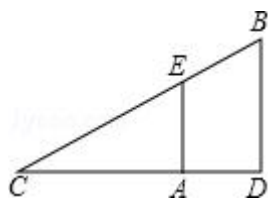
$$\because \tan \angle BCA = \frac{BD}{CD} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore DC = 300cm,$$

$$\therefore AC = DC - AD = 300 - 60 = 240 (cm).$$

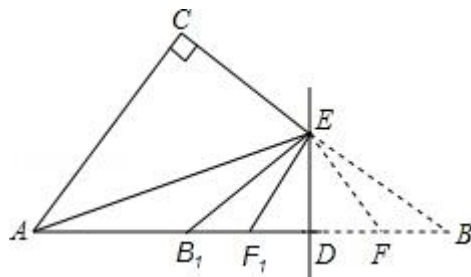
答： AC 的长度是 $240cm$ ，

故答案为：240。



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题，运用所学的解直角三角形的知识解决实际生活中的问题，要求我们要具备数学建模能力（即将实际问题转化为数学问题）。

18. (4 分) 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 3$ ，在边 AB 上取一点 D ，作 $DE \perp AB$ 交 BC 于点 E ，先将 $\triangle BDE$ 沿 DE 折叠，使点 B 落在线段 DA 上，对应点记为 B_1 ； BD 的中点 F 的对应点记为 F_1 。若 $\triangle EFB \sim \triangle AF_1E$ ，则 $B_1D = \frac{8}{5}$ 。



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）；S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】利用勾股定理列式求出 BC ，设 $BD = 2x$ ，得到 $BF = FD = DF_1 = B_1F_1 = x$ ，然后求出 AF_1 ，再利用相似三角形对应边成比例列式求出 DE ，然后利用勾股定理列式求出 F_1E ，然后根据相似三角形对应边成比例列式求解得到 x 的值，从而可得 B_1D 的值．

【解答】解：如图， $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 3$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

设 $BD = 2x$ ，

$\because$ 点 F 为 BD 的中点，将 $\triangle BDE$ 沿 DE 折叠，点 B 对应点记为 B_1 ，点 F 的对应点为 F_1 ，

$$\therefore BF = FD = DF_1 = B_1F_1 = x,$$

$$\because DE \perp AB, \angle ACB = 90^\circ, \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EBD,$$

$$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{DE}{AC},$$

$$\text{即 } \frac{2x}{4} = \frac{DE}{3},$$

$$\text{解得 } DE = \frac{3}{2}x,$$

$$\begin{aligned} \text{在 } \text{Rt}\triangle DF_1E \text{ 中, } EF_1 &= \sqrt{DE^2 + DF_1^2} = \sqrt{\left(\frac{3x}{2}\right)^2 + x^2} = \frac{\sqrt{13}x}{2}, \therefore AF_1 = AB - BF_1 \\ &= 5 - 3x \end{aligned}$$

根据题意知， $EFB \cong \triangle EF_1B_1$ ．

$$\therefore \triangle EFB \sim \triangle AF_1E,$$

$$\therefore \triangle EF_1B_1 \sim \triangle AF_1E,$$

$$\therefore \frac{F_1E}{B_1F_1} = \frac{F_1A}{EF_1},$$

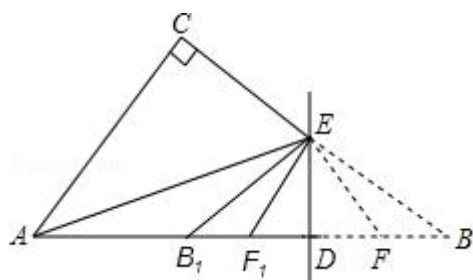
$$\therefore EF_1^2 = AF_1 \cdot B_1F_1,$$

$$\text{即 } \left(\frac{\sqrt{13}x}{2}\right)^2 = x(5 - 3x),$$

$$\text{解得 } x = \frac{4}{5},$$

$$\therefore B_1D \text{ 的长为 } 2 \times \frac{4}{5} = \frac{8}{5}.$$

故答案为： $\frac{8}{5}$.



【点评】 本题考查了相似三角形的性质，主要利用了翻折变换的性质，勾股定理，相似三角形对应边成比例，综合题，熟记性质并准确识图是解题的关键.

三、解答题（本大题共 7 小题，满分 78 分）

19. (10 分) 已知一个二次函数的图象经过 $(3, 0)$ 、 $(0, -3)$ 、 $(1, -4)$ 三点，求这个二次函数的解析式.

【考点】 H8：待定系数法求二次函数解析式.

【专题】 11：计算题.

【分析】 设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ，然后把三个点的坐标代入得到关于 a 、 b 、 c 的方程组，再解方程组即可.

【解答】 解：设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ，

$$\text{根据题意得} \begin{cases} 9a+3b+c=0 \\ c=-3 \\ a+b+c=-4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases},$$

所以二次函数的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$.

【点评】 用待定系数法求二次函数的解析式. 在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解. 一般地，当已知抛物线上三点时，常选择一般式，用待定系数法列三元一次方程组来求解；当已知抛物线的顶点或对称轴时，常设其解析式为顶点式来求解；当已知抛物线与 x 轴有两个交点时，可选择设其解析式为交点式来求解.

20. (10 分) 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{7}{2}$.

(1) 用配方法把该二次函数的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式；

(2) 指出该二次函数图象的开口方向、顶点坐标和对称轴.

【考点】 H3：二次函数的性质；H9：二次函数的三种形式.

【分析】(1) 根据配方法的操作整理即可得解；

(2) 根据 a 小于 0 确定出抛物线开口向下，根据顶点式解析式写出顶点坐标和对称轴．

【解答】解：(1) $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{7}{2}$,

$$= -\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) + \frac{1}{2} + \frac{7}{2},$$
$$= -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 4;$$

(2) $\because a = -\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore$ 二次函数图象的开口向下，

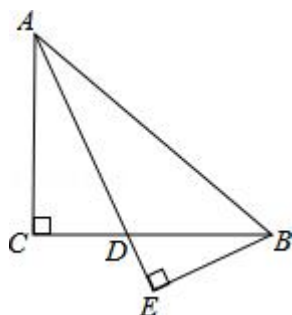
顶点坐标为 $(-1, 4)$ ，

对称轴为直线 $x = -1$ ．

【点评】本题考查了二次函数的三种形式的转化，二次函数的性质，熟练掌握配方法的操作以及根据顶点式形式写出对称轴和顶点坐标的方法是解题的关键．

21. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 是 $\angle CAB$ 的角平分线， $BE \perp AE$ ，垂足为点 E ．

求证： $BE^2 = DE \cdot AE$ ．



【考点】S9：相似三角形的判定与性质．

【专题】14：证明题．

【分析】若要证明 $BE^2 = DE \cdot AE$ 则问题可转化为证明比例线段所在的三角形相似即可，即 $\triangle BDE \sim \triangle BAE$ ．

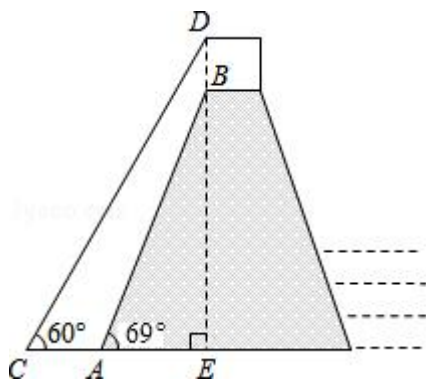
【解答】证明： $\because AD$ 是 $\angle CAB$ 的角平分线，

$\therefore \angle CAD = \angle BAD$ ，

$$\begin{aligned}
&\because \angle C = 90^\circ, \\
&\therefore \angle CAD + \angle ADC = 90^\circ, \\
&\because BE \perp AE, \\
&\therefore \angle E = 90^\circ, \\
&\therefore \angle EBD + \angle BDE = 90^\circ, \\
&\because \angle ADC = \angle BDE, \\
&\therefore \angle BAD = \angle DBE, \\
&\therefore \triangle BDE \sim \triangle ABE, \\
&\therefore BE : AE = DE : BE, \\
&\therefore BE^2 = DE \cdot AE.
\end{aligned}$$

【点评】 本题考查了比例式的证明，解题的一般思路是比例线段所在的三角形相似，同时也考查了对顶角相等这样性质，是一道不错的中考题。

22. (10 分) 我国南水北调中线工程的起点是某水库，按照工程计划，需对原水库大坝进行混凝土培厚加高，使坝高由原来的 156 米增加到 173.2 米，以抬高蓄水位。如图是某一段坝体加高工程的截面示意图，其中原坝体的高为 BE ，背水坡坡角 $\angle BAE = 69^\circ$ ，新坝体的高为 DE ，背水坡坡角 $\angle DCE = 60^\circ$ 。求工程完工后背水坡底端水平方向增加的宽度 AC 。（参考数据： $\sin 69^\circ \approx 0.93$ ， $\cos 69^\circ \approx 0.36$ ， $\tan 69^\circ \approx 2.60$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）



【考点】 T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题。

【分析】 在直角 $\triangle ABE$ 中利用三角函数求得 AE 的长，然后再在直角 $\triangle CDE$ 中求得 CE ，根据 $AC = CE - AE$ 即可求解。

【解答】 解：在直角 $\triangle ABE$ 中， $\tan \angle BAE = \frac{BE}{AE}$ ，则 $AE = \frac{BE}{\tan 69^\circ} \approx \frac{156}{2.60} = 60$ （米）；

$$\text{同理, } CE = \frac{DE}{\tan \angle DCE} = \frac{173.2}{\tan 60^\circ} = \frac{173.2}{\sqrt{3}} \approx 100 \text{ (米)},$$

则 $AC = CE - AE = 100 - 60 = 40$ (米).

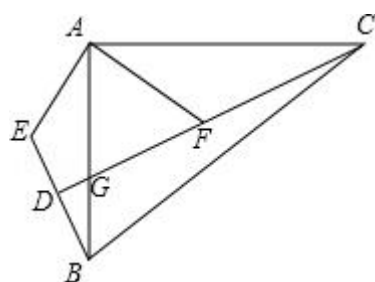
答: 求工程完工后背水坡底端水平方向增加的宽度 AC 是 40 米.

【点评】 本题考查了坡度坡角, 正确理解三角函数的定义是关键.

23. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle EAF = 90^\circ$, $AB \cdot AF = AC \cdot AE$.

(1) 求证: $\triangle AGC \sim \triangle DGB$;

(2) 若点 F 为 CG 的中点, $AB = 3$, $AC = 4$, $\tan \angle DBG = \frac{1}{2}$, 求 DF 的长.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 利用两边的比值相等并且它们的夹角相等的两个三角形相似即可先证明: $\triangle EAB \sim \triangle CAF$, 由此得到 $\angle DBG = \angle ACF$, 进而可证明 $\triangle AGC \sim \triangle DGB$;

(2) 由 (1) 可证明: $\triangle AGC \sim \triangle DGB$, 所以 $\angle CAG = \angle GDB = 90^\circ$, 所以 $\triangle BDG$ 是直角三角形, 并且 $\tan \angle DBG = \tan \angle ACG = \frac{1}{2}$, 由此 DG 可求, 再根据已知条件求出 GF 的长即可得到 DF 的长.

【解答】 解: (1) $\because \angle BAC = 90^\circ$, $\angle EAF = 90^\circ$,

$$\therefore \angle EAF + \angle GAF = \angle CAF + \angle GAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle CAF,$$

$$\because AB \cdot AF = AC \cdot AE,$$

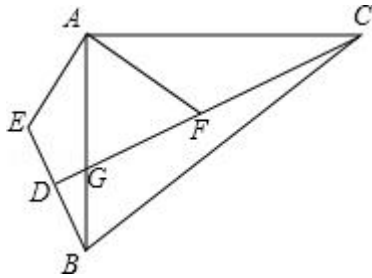
$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore \angle DBG = \angle ACF,$$

$$\because \angle DGB = \angle AGC,$$

$$\therefore \triangle AGC \sim \triangle DGB;$$

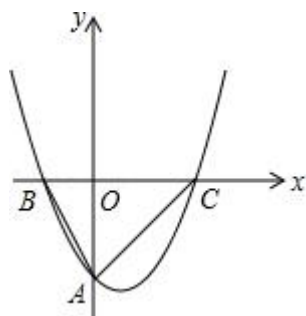
$$\begin{aligned}
(2) & \because \triangle AGC \sim \triangle DGB; \\
& \therefore \angle DBG = \angle ACG, \triangle DGB \text{ 是直角三角形}, \\
& \because \tan \angle DBG = \frac{1}{2}, \\
& \therefore \tan \angle ACG = \frac{1}{2}, \\
& \because AC = 4, \\
& \therefore AG = 2, \\
& \therefore CG = \sqrt{AC^2 + AG^2} = 2\sqrt{5}, \\
& \because AB = 3, \\
& \therefore BG = AB - AG = 1, \\
& \because \tan \angle DBG = \frac{1}{2}, \\
& \therefore DG = \frac{\sqrt{5}}{5}, \\
& \therefore DF = DG + GF = \frac{\sqrt{5}}{5} + \sqrt{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5}.
\end{aligned}$$



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质、勾股定理的运用、解直角三角形的知识，题目的综合性很强，难度不小，对学生的解题能力要求很高，是一道不错的中考题。

24. (12 分) 如图，已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过点 $B(-4, 0)$ 与点 $C(8, 0)$ ，且交 y 轴于点 A 。

- (1) 求该抛物线的表达式，并写出其顶点坐标；
- (2) 将该抛物线向上平移 4 个单位，再向右平移 m 个单位，得到新抛物线。若新抛物线的顶点为 P ，联接 BP ，直线 BP 将 $\triangle ABC$ 分割成面积相等的两个三角形，求 m 的值。



【考点】HF：二次函数综合题．

【分析】（1）利用待定系数法求二次函数解析式即可，进而利用配方法求出顶点坐标；

（2）利用三角形中线平分面积进而得出 PB 过 AC 中点，进而得出 BM 解析式，求出 P 点坐标即可得出答案．

【解答】解：（1）将点 $B(-4, 0)$ 与点 $C(8, 0)$ ，代入解析式得：

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{4} \times (-4)^2 - 4b + c \\ 0 = \frac{1}{4} \times 8^2 + 8b + c \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} b = -1 \\ c = -8 \end{cases},$$

$\therefore$ 该抛物线的表达式为： $y = \frac{1}{4}x^2 - x - 8$ ，

$$y = \frac{1}{4}x^2 - x - 8 = \frac{1}{4}(x^2 - 4x) - 8 = \frac{1}{4}(x - 2)^2 - 9,$$

$\therefore$ 顶点坐标为： $(2, -9)$ ；

（2） $\because y = \frac{1}{4}x^2 - x - 8$ 交 y 轴于点 A ，

$\therefore A(0, -8)$ ，

根据题意得出：平移后解析式为： $y = \frac{1}{4}(x - 2 - m)^2 - 5$ ，

$\because$ 直线 BP 将 $\triangle ABC$ 分割成面积相等的两个三角形，

$\therefore$ 设 BP 与 AC 交于点 M ， M 为 AC 中点，

$\because A(0, -8)$ ， $C(8, 0)$ ，

$\therefore AC$ 的中点 M 坐标为： $(4, -4)$ ，

$\therefore$ 设 BM 的解析式为： $y = ax + h$ ，

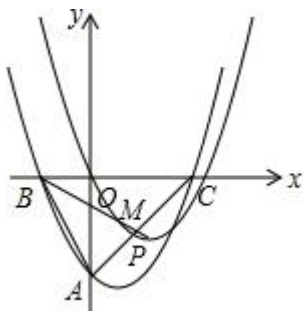
解得: $\begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ h = -2 \end{cases}$

$\therefore BM$ 的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x - 2$,

当直线过 BM 过点 $P(2+m, -5)$,

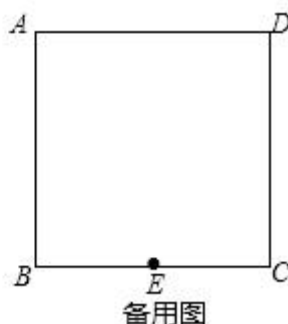
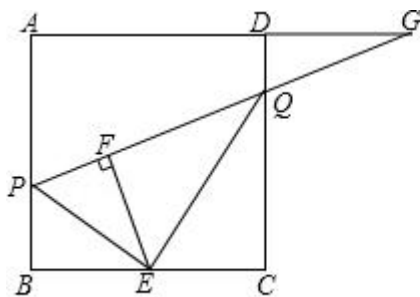
$$-5 = -\frac{1}{2} (2+m) - 2$$

解得: $m = 4$.



【点评】此题主要考查了二次函数综合应用以及待定系数法求二次和一次函数解析式，利用三角形中线平分面积得出是解题关键.

25. (14 分) 已知: 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 E 为 BC 的中点, 点 P 为 AB 上一动点, 沿 PE 翻折 $\triangle BPE$ 得到 $\triangle FPE$, 直线 PF 交 CD 边于点 Q , 交直线 AD 于点 G , 联接 EQ .



(1) 如图, 当 $BP = 1.5$ 时, 求 CQ 的长;

(2) 如图, 当点 G 在射线 AD 上时, $BP = x$, $DG = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

(3) 延长 EF 交直线 AD 于点 H , 若 $\triangle CQE$ 与 $\triangle FHG$ 相似, 求 BP 的长.

【考点】SO：相似形综合题.

【分析】 (1) 首先确定 $\angle PEQ = 90^\circ$ ，即 $PE \perp EQ$ ，然后利用 $\triangle PBE \sim \triangle ECO$ ，

列出比例式求出 CD 的长度；

(2) 根据 $\triangle PBE \sim \triangle ECQ$ ，求出 DQ 的表达式；由 $QD \parallel AP$ ，列出比例式求解；

(3) 本问分两种情形，需要分类讨论，避免漏解．

【解答】 解：(1) 由翻折性质，可知 PE 为 $\angle BPQ$ 的角平分线，且 $BE = FE$ ．

$\because$ 点 E 为 BC 中点，

$\therefore EC = EB = EF$ ，

$\therefore QE$ 为 $\angle CQP$ 的角平分线．

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle BPQ + \angle CQP = 180^\circ$ ，即 $2\angle EPQ + 2\angle EQP = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle EPQ + \angle EQP = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle PEQ = 90^\circ$ ，即 $PE \perp EQ$ ．

易证 $\triangle PBE \sim \triangle ECQ$ ，

$$\therefore \frac{BP}{EC} = \frac{BE}{CQ}, \text{ 即 } \frac{1.5}{2} = \frac{2}{CQ},$$

$$\text{解得：} CQ = \frac{8}{3}.$$

(2) 由 (1) 知 $\triangle PBE \sim \triangle ECQ$ ，

$$\therefore \frac{BP}{EC} = \frac{BE}{CQ}, \text{ 即 } \frac{x}{2} = \frac{2}{CQ},$$

$$\therefore CQ = \frac{4}{x}, \therefore DQ = 4 - \frac{4}{x}.$$

$$\because QD \parallel AP, \therefore \frac{DQ}{AG} = \frac{DQ}{AP}, \text{ 又 } AP = 4 - x, AG = 4 + y,$$

$$\therefore \frac{y}{4+y} = \frac{4-\frac{4}{x}}{4-x},$$

$$\therefore y = \frac{16x-16}{4-x^2} (1 < x < 2).$$

(3) 由题意知： $\angle C = 90^\circ = \angle GFH$ ．

①当点 G 在线段 AD 的延长线上时，如答图 1 所示．

由题意知： $\angle G = \angle CQE$

$\because \angle CQE = \angle FQE$ ，

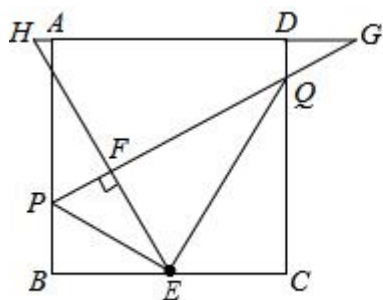
$$\therefore \angle DQG = \angle FQC = 2\angle CQE = 2\angle G.$$

$$\because \angle DQG + \angle G = 90^\circ,$$

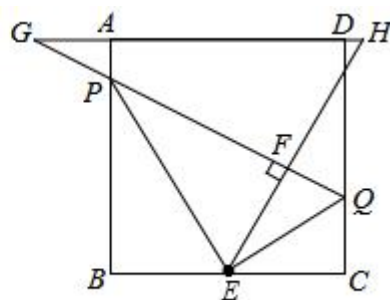
$$\therefore \angle G = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BEP = \angle CQE = \angle G = 30^\circ,$$

$$\therefore BP = BE \cdot \tan 30^\circ = \frac{2}{3}\sqrt{3};$$



答图1



答图2

②当点 G 在线段 DA 的延长线上时，如答图 2 所示.

由题意知： $\angle FHG = \angle CQE$.

同理可得： $\angle G = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BPE = \angle G = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BEP = 60^\circ,$$

$$\therefore BP = BE \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}.$$

综上所述， BP 的长为 $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{3}$.

【点评】 本题是几何综合题型，主要考查了相似三角形、正方形、解直角三角形、角平分线等几何知识点. 难点在于第 (3) 问，有两种情形，不要漏解.