

2014 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

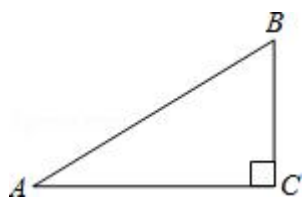
1.（4 分）把抛物线 $y = x^2$ 向下平移 2 个单位，再向右平移 4 个单位后得到的抛物线是（ ）

A. $y = (x+4)^2 + 2$ B. $y = (x-4)^2 + 2$ C. $y = (x+4)^2 - 2$ D. $y = (x-4)^2 - 2$

2.（4 分）下列二次函数的图象中经过原点的是（ ）

A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 + x$ C. $y = (x-1)^2$ D. $y = x^2 + 2x - 1$

3.（4 分）如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 1$ ， $AC = 2$ ，则 $\tan A$ 的值为（ ）

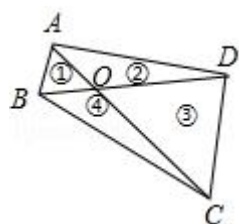


A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

4.（4 分）已知 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点， DE 平行 BC ，若 $\frac{AD}{BD} = \frac{4}{3}$ ，则 $\frac{DE}{BC}$ 为（ ）

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

5.（4 分）如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于 O ，且将这个四边形分成①、②、③、④四个三角形．若 $OA:OC = OB:OD$ ，则下列结论中一定正确的是（ ）



A. ①与②相似 B. ①与③相似 C. ①与④相似 D. ②与④相似

6. (4分) 关于半径为5的圆, 下列说法正确的是()

- A. 若有一点到圆心的距离为5, 则该点在圆外
- B. 若有一点在圆外, 则该点到圆心的距离不小于5
- C. 圆上任意两点之间的线段长度不大于10
- D. 圆上任意两点之间的部分可以大于 10π

二、填空题: (本大题共12小题, 每小题4分, 满分48分)【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

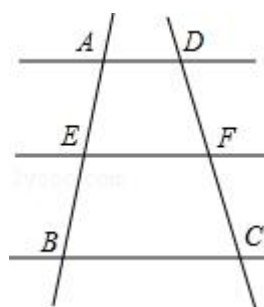
7. (4分) 如果 $2x = 3y$, 那么 $\frac{x-y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4分) 抛物线 $y = 3x^2 - 1$ 的顶点坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4分) 二次函数 $y = -2(x-2)^2$ 的图象在对称轴左侧部分是 $\underline{\hspace{2cm}}$. “上升或下降”

10. (4分) 写出一个对称轴为直线 $x = -1$ 的抛物线解析式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (4分) 如图, 已知 $AD \parallel EF \parallel BC$, 如果 $AE:EB = 2:3$, $FC = 6$, 那么 $DC = \underline{\hspace{2cm}}$.



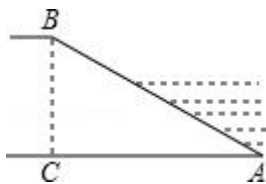
12. (4分) 如果两个相似三角形的周长比是2:3, 其中小三角形一角的角平分线长是6cm, 那么大三角形对应角的角平分线长是 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.

13. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 6$, $\cos B = \frac{2}{3}$, 则 AC 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

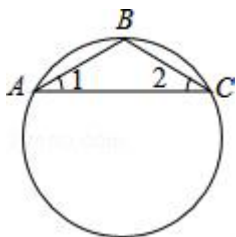
14. (4分) 计算: $3(2\vec{a} - \vec{b}) + 5(2\vec{a} - 3\vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. (4分) 如果在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 的坐标是(2, 1), 射线 OP 与 x 轴的正半轴所夹的角为 α , 那么 α 的余弦值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (4分) 如图所示, 河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1:\sqrt{3}$, 堤高 $BC = 5m$, 则坡面 AB 的长度是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. (4分) 如图, 若 $\angle 1 = \angle 2$, 那么 $\widehat{AB}$ 与 $\widehat{BC}$ _____ 相等. (填一定、一定不、不一定)



18. (4分) 我们把三角形三边上的高产生的三个垂足组成的三角形称为该三角形的垂三角形. 已知等腰三角形的腰长为 5, 底边长为 6, 则该三角形的垂三角形的周长是 _____.

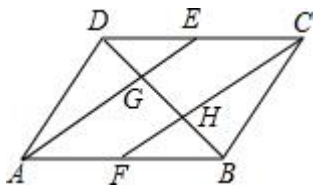
三、解答题: (本大题共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\cot^2 30^\circ + \frac{\cos 60^\circ}{\tan 45^\circ + \sin 45^\circ}$.

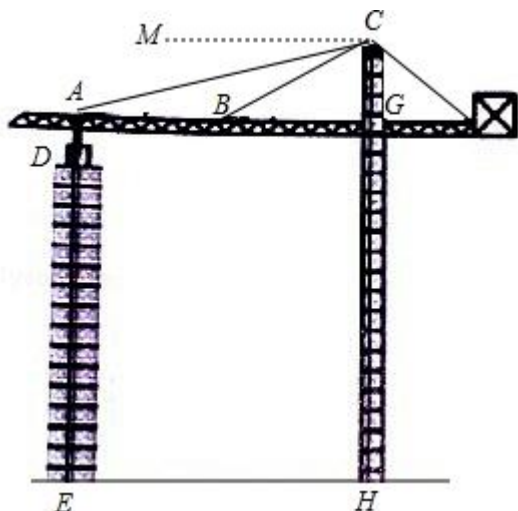
20. (10分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是 DC 、 AB 的中点, AE 、 CF 与对角线 BD 分别交于点 G 、 H .

(1) 求 $\frac{GH}{BD}$ 的值;

(2) 若设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 请用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合来表示向量 $\overrightarrow{GH}$.



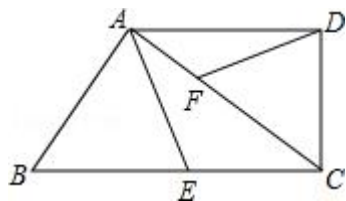
21. (10分) 如图是已建设封顶的 16 层楼房和它的塔吊示意图, 吊臂 AG 与地面 EH 平行, 测得点 A 到楼顶 D 点的距离为 5 米, 每层楼高 3.5 米, 在吊臂上有一点 B , $AB = 16$ 米, 在 C 点测得 A 点的俯角 ($\angle MCA$) 为 20° , B 点的俯角 ($\angle MCB$) 为 40° , AE 、 CH 都垂直于地面, 求塔吊的高 CH 的长 (结果精确到 0.1 米). (参考数据: $\sin 20^\circ \approx 0.34$, $\cos 20^\circ \approx 0.94$, $\tan 20^\circ \approx 0.36$, $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$)



22. (10分) 如图, 已知在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = 90^\circ$, AD 平行 BC , $AD = 8$, $DC = 6$, 点 E 在 BC 上, 点 F 在 AC 上, 且 $\angle DFC = \angle AEB$, $AF = 4$.

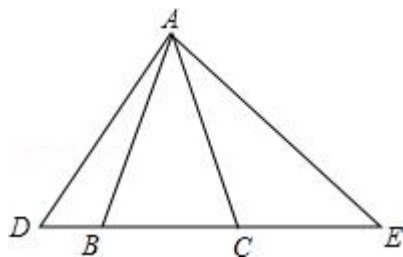
(1) 求线段 CE 的长;

(2) 若 $\sin B = \frac{3}{4}$, 求线段 BE 的长.



23. (12分) 如图, 已知在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 点 E 、 D 是底边所在直线上的两点, 联接 AE 、 AD , 若 $AD^2 = DC \cdot DE$.

求证: (1) $\triangle ADC \sim \triangle EDA$; (2) $\frac{AE^2}{AD^2} = \frac{EB}{CD}$.

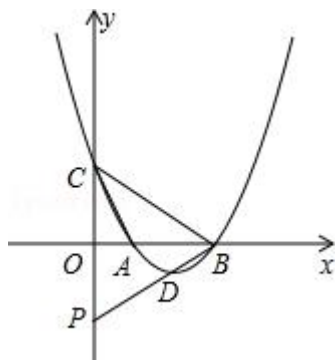


24. (12分) 如图, 已知抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A 、 B , 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 它的对称轴为直线 $x = 2$.

(1) 求二次函数解析式;

(2) 若抛物线的顶点为 D , 联结 BD 并延长交 y 轴于点 P , 联结 PA , 求 $\angle APC$ 的余切值;

- (3) 在(2)的条件下, 若抛物线上存在一点 E , 使得 $\angle DPE = \angle ACB$, 求点 E 坐标.



25. (14 分) 如图 1, 在半径为 5 的扇形 AOB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, 点 C 、 D 分别在半径 OA 与弧 AB 上, 且 $AC = 2$, CD 平行 OB , 点 P 是 CD 上一动点, 过 P 作 PO 的垂线交弧 AB 于点 E 、 F , 联结 DE 、 BF .

- (1) 求 $\frac{S_{\triangle DEP}}{S_{\triangle DFP}}$ 的值;

- (2) 如图 2, 联结 EO 、 FO , 若 $\angle EOF = 60^\circ$, 求 CP 的长;

- (3) 设 $CP = x$, $\triangle DEF$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域.

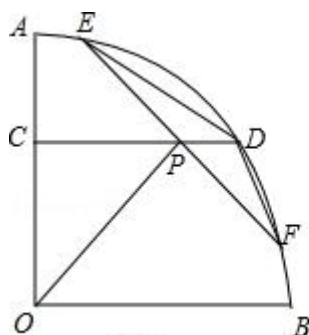


图1

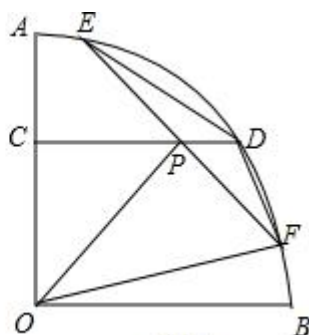


图2

2014 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）把抛物线 $y = x^2$ 向下平移 2 个单位，再向右平移 4 个单位后得到的抛物线是（ ）

A. $y = (x+4)^2 + 2$ B. $y = (x-4)^2 + 2$ C. $y = (x+4)^2 - 2$ D. $y = (x-4)^2 - 2$

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【分析】把抛物线的平移问题转化为顶点的平移，即把点 $(0, 0)$ 向下平移 2 个单位，再向右平移 4 个单位得到点 $(4, -2)$ ，然后根据顶点式写出新抛物线的解析式.

【解答】解：线 $y = x^2$ 向下平移 2 个单位，再向右平移 4 个单位后得到的抛物线为 $y = (x-4)^2 - 2$.

故选：D.

【点评】本题考查了二次函数与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

2.（4 分）下列二次函数的图象中经过原点的是（ ）

A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 + x$ C. $y = (x-1)^2$ D. $y = x^2 + 2x - 1$

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】把 $x = 0$ 分别代入四个解析式中求出对应的函数值，若 $y = 0$ 则可判断这个二次函数经过原点.

【解答】解：A、当 $x = 0$ 时， $y = x^2 + 2 = 2$ ，则此二次函数图象不过点 $(0, 0)$ ，所以 A 选项错误；

B、当 $x = 0$ 时， $y = x^2 + x = 0$ ，则此二次函数图象经过点 $(0, 0)$ ，所以 B 选项正

确；

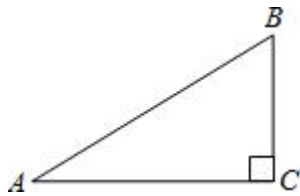
C、当 $x=0$ 时， $y=(x-1)^2=1$ ，则此二次函数图象不过点 $(0,0)$ ，所以 C 选项错误；

D、当 $x=0$ 时， $y=x^2+2x-1=-1$ ，则此二次函数图象不过点 $(0,0)$ ，所以 D 选项错误。

故选：B。

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其函数解析式。

3. (4 分) 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=1$ ， $AC=2$ ，则 $\tan A$ 的值为 ()



A. 2

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【考点】 T1：锐角三角函数的定义。

【分析】 根据 $\tan A$ 是角 A 的对边比邻边，直接得出答案 $\tan A$ 的值。

【解答】 解： $\because \angle C=90^\circ$ ， $BC=1$ ， $AC=2$ ，

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}.$$

故选：B。

【点评】 此题主要考查了锐角三角函数的定义，熟练记忆锐角三角函数的定义是解决问题的关键。

4. (4 分) 已知 D、E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB、AC 上的点，DE 平行 BC，若 $\frac{AD}{BD} = \frac{4}{3}$ ，则 $\frac{DE}{BC}$ 为 ()

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{7}$

D. $\frac{4}{7}$

【考点】 S9：相似三角形的判定与性质。

【分析】 由 DE 平行 BC，可得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，然后由 $\frac{AD}{BD} = \frac{4}{3}$ ，根据相似三角形的对应边成比例，即可求得答案。

【解答】解：∵ $\frac{AD}{BD} = \frac{4}{3}$,

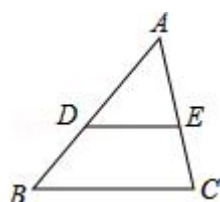
$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{4}{7},$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

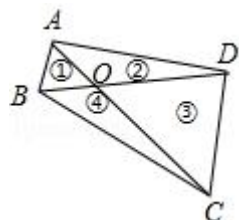
$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{7}.$$

故选：D.



【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质. 此题比较简单, 注意掌握数形结合思想的应用.

5. (4分) 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于 O , 且将这个四边形分成①、②、③、④四个三角形. 若 $OA:OC = OB:OD$, 则下列结论中一定正确的是 ()



- A. ①与②相似 B. ①与③相似 C. ①与④相似 D. ②与④相似

【考点】S8: 相似三角形的判定.

【分析】由 $OA:OC = OB:OD$, 利用两边对应成比例, 夹角相等, 可以证得两三角形相似, ①与③相似, 问题可求.

【解答】解: ∵ $OA:OC = OB:OD$,

$$\angle AOB = \angle COD \text{ (对顶角相等)},$$

$$\therefore \text{①与③相似}.$$

故选: B.

【点评】本题解答的关键是熟练记住所学的三角形相似的判定定理, 此题难度不大, 属于基础题.

6. (4分) 关于半径为5的圆, 下列说法正确的是()

- A. 若有一点到圆心的距离为5, 则该点在圆外
- B. 若有一点在圆外, 则该点到圆心的距离不小于5
- C. 圆上任意两点之间的线段长度不大于10
- D. 圆上任意两点之间的部分可以大于 10π

【考点】M8: 点与圆的位置关系.

【分析】根据点与圆的位置关系进而分别判断得出即可.

【解答】解: A、关于半径为5的圆, 有一点到圆心的距离为5, 则该点在圆上, 故此选项错误;

B、关于半径为5的圆, 若有一点在圆外, 则该点到圆心的距离大于5, 故此选项错误;

C、圆上任意两点之间的线段长度不大于10, 此选项正确;

D、圆上任意两点之间的部分不可以大于 10π , 故此选项错误;

故选: C.

【点评】此题主要考查了点与圆的位置关系, 点与圆的位置关系有3种. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 点 P 到圆心的距离 $OP = d$, 则有:

①点 P 在圆外 $\Leftrightarrow d > r$, ②点 P 在圆上 $\Leftrightarrow d = r$, ③点 P 在圆内 $\Leftrightarrow d < r$.

二、填空题: (本大题共12小题, 每小题4分, 满分48分) 【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. (4分) 如果 $2x = 3y$, 那么 $\frac{x-y}{y} = \underline{-\frac{1}{2}}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【分析】用 y 表示出 x , 然后代入比例式进行计算即可得解.

【解答】解: $\because 2x = 3y$,

$$\therefore x = \frac{3}{2}y,$$

$$\therefore \frac{x-y}{y} = \frac{\frac{3}{2}y-y}{y} = \frac{1}{2}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了比例的性质, 用 y 表示出 x 是解题的关键.

8. (4分) 抛物线 $y = 3x^2 - 1$ 的顶点坐标为 $(0, -1)$.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】根据形如 $y = ax^2 + k$ 的顶点坐标为 $(0, k)$, 据此可以直接求顶点坐标.

【解答】解: $\because$ 抛物线的解析式为 $y = 3x^2 - 1$,

$\therefore$ 其顶点坐标为 $(0, -1)$.

故答案为: $(0, -1)$.

【点评】本题考查了二次函数的性质. 二次函数的顶点式方程 $y = a(x - k)^2 + h$ 的顶点坐标是 (k, h) , 对称轴方程是 $x = k$.

9. (4分) 二次函数 $y = -2(x - 2)^2$ 的图象在对称轴左侧部分是 上升. “上升或下降”

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】直接根据二次函数的性质进行解答即可.

【解答】解: $\because$ 二次函数 $y = -2(x - 2)^2$ 中, $a = -2 < 0$,

$\therefore$ 抛物线开口向下,

$\therefore$ 函数图象在对称轴左侧部分是上升.

故答案为: 上升.

【点评】本题考查的是二次函数的性质, 熟知当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向下, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大是解答此题的关键.

10. (4分) 写出一个对称轴为直线 $x = -1$ 的抛物线解析式是 $y = (x + 1)^2$ (答案不唯一).

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】26: 开放型.

【分析】直接根据二次函数的顶点式即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 抛物线的对称轴为 $x = -1$,

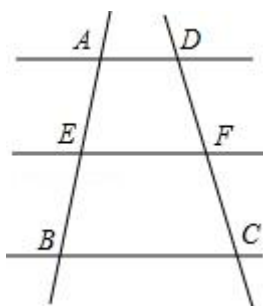
$\therefore$ 解析式可以为 $y = (x + 1)^2$ (答案不唯一).

故答案为: $y = (x + 1)^2$ (答案不唯一).

【点评】本题考查的是二次函数的性质, 熟知二次函数的顶点式是解答此题的关键.

11. (4分) 如图, 已知 $AD \parallel EF \parallel BC$, 如果 $AE: EB = 2: 3$, $FC = 6$, 那么 DC

$$= \underline{10}.$$



【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理列出比例式首先求得 DF 的长，再求得 DC 的长.

【解答】解： $\because AD \parallel EF \parallel BC$, $\frac{AE}{BE} = \frac{DF}{FC} = \frac{2}{3}$,

$$\therefore DF = 4cm,$$

$$\therefore DC = DF + FC = 10.$$

故答案是：10.

【点评】此题考查了平行线分线段成比例定理和比例的基本性质.

12. (4 分) 如果两个相似三角形的周长比是 2:3, 其中小三角形一角的角平分线长是 $6cm$, 那么大三角形对应角的角平分线长是 9 cm .

【考点】S7：相似三角形的性质.

【分析】设大三角形对应角的角平分线长是 xcm , 然后根据相似三角形对应角平分线的比等于相似比列式计算即可得解.

【解答】解：设大三角形对应角的角平分线长是 xcm ,

由题意得, $6:x = 2:3$,

解得 $x = 9$.

故答案为：9.

【点评】本题考查了相似三角形的性质，熟记性质是解题的关键.

13. (4 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 6$, $\cos B = \frac{2}{3}$, 则 AC 的长为 $2\sqrt{5}$.

【考点】KQ：勾股定理；T1：锐角三角函数的定义.

【分析】根据余弦定义可得 $\frac{CB}{AB} = \frac{2}{3}$, 代入 AB 的值可以计算出 CB 的长度, 再根据勾股定理可以计算出 AC 的长.

【解答】解：∵ $\cos B = \frac{2}{3}$,

$$\therefore \frac{CB}{AB} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore BC = 4,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - CB^2} = 2\sqrt{5},$$

故答案为： $2\sqrt{5}$.

【点评】此题主要考查了锐角三角函数的定义，以及勾股定理，关键是掌握余弦：

锐角 A 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$.

14. (4分) 计算： $3(2\vec{a} - \vec{b}) + 5(2\vec{a} - 3\vec{b}) = \underline{16\vec{a} - 18\vec{b}}$.

【考点】LM：*平面向量.

【专题】11：计算题.

【分析】根据平面向量的概念及运算法则直接计算求解即可.

【解答】解： $3(2\vec{a} - \vec{b}) + 5(2\vec{a} - 3\vec{b}) = 6\vec{a} - 3\vec{b} + 10\vec{a} - 15\vec{b} = (6+10)\vec{a} - (3+15)$

$$\vec{b} = 16\vec{a} - 18\vec{b}.$$

故答案为： $16\vec{a} - 18\vec{b}$.

【点评】本题考查平面向量的知识，解题关键是熟练掌握平面向量这一概念（不但有大小，而且有方向）及其运算法则，难度一般.

15. (4分) 如果在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 的坐标是 $(2, 1)$ ，射线 OP 与 x 轴的正半轴所夹的角为 α ，那么 α 的余弦值等于 $\underline{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$.

【考点】D5：坐标与图形性质；KQ：勾股定理；T1：锐角三角函数的定义.

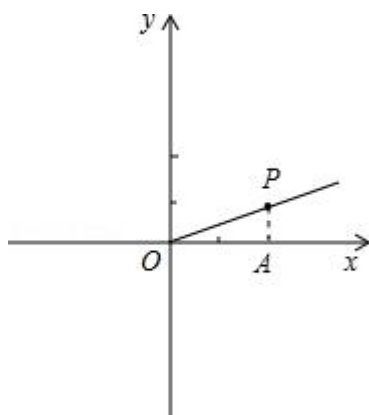
【分析】画出图形，根据三角函数的定义解答.

【解答】解：如图作 $PA \perp x$ 轴，垂足为 A ,

$$AP = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

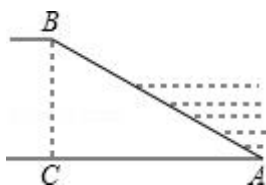
$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

故答案为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



【点评】 本题考查了勾股定理和锐角三角函数的定义，利用坐标系求出三角形的边长是关键步骤.

16. (4分) 如图所示，河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1:\sqrt{3}$ ，堤高 $BC=5m$ ，则坡面 AB 的长度是 $10m$.



【考点】 T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 在 $Rt\triangle ABC$ 中，已知了坡面 AB 的坡比以及铅直高度 BC 的值，通过解直角三角形即可求出斜面 AB 的长.

【解答】 解： $Rt\triangle ABC$ 中， $BC=5m$ ， $\tan A=1:\sqrt{3}$;

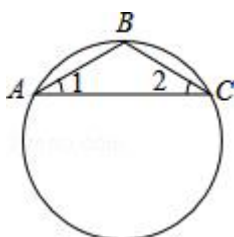
$$\therefore AC=BC \div \tan A=5\sqrt{3}m,$$

$$\therefore AB=\sqrt{5^2+(5\sqrt{3})^2}=10m.$$

故答案为 $10m$.

【点评】 此题主要考查学生对坡度坡角的掌握及三角函数的运用能力，熟练运用勾股定理是解答本题的关键.

17. (4分) 如图，若 $\angle 1 = \angle 2$ ，那么 $\widehat{AB}$ 与 $\widehat{BC}$ 一定 相等. (填一定、一定不、不一定)



【考点】M4：圆心角、弧、弦的关系．

【分析】根据圆心角、弧、弦的关系进行解答即可．

【解答】解： $\because \angle 1 = \angle 2$ ，

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC}.$$

故答案为：一定．

【点评】本题考查的是圆心角、弧、弦的关系，熟知在同圆和等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等是解答此题的关键．

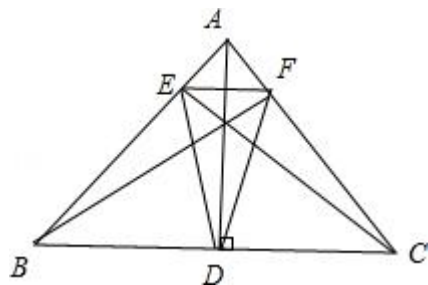
18. (4分) 我们把三角形三边上的高产生的三个垂足组成的三角形称为该三角形的垂三角形．已知等腰三角形的腰长为5，底边长为6，则该三角形的垂三角形的周长是 $\frac{192}{25}$ ．

【考点】S9：相似三角形的判定与性质．

【专题】11：计算题．

【分析】直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，可得 DF 与 BC 的关系， DE 与 BC 的关系，根据相似三角形的性质，可得 EF 的长，根据三角形的周长，可得答案．

【解答】解：如图：



$$AD \perp BC, CE \perp AB, BF \perp AC,$$

$$BD = CD,$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}BC = 3, DE = \frac{1}{2}BC = 3,$$

设 $AE = x$ ，由勾股定理得

$$AB^2 - AF^2 = BC^2 - CF^2$$

$$5 - x^2 = 6 - (5 - x)^2,$$

$$x = \frac{7}{5}$$

$$\because \triangle AEF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\frac{EF}{6} = \frac{1.4}{5},$$

$$EF = \frac{42}{25},$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ 的周长} = DE + DF + EF = 3 + 3 + \frac{42}{25} = \frac{192}{25},$$

故答案为: $\frac{192}{25}$.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 先求出 DE 、 DE 的长, 再根据相似三角形的性质, 求出 EF 的长, 最后求出三角形的周长.

三、解答题: (本大题共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\cot^2 30^\circ + \frac{\cos 60^\circ}{\tan 45^\circ + \sin 45^\circ}$.

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 把特殊角的锐角三角函数值代入计算.

【解答】 解: 原式 = $(\sqrt{3})^2 + \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$$= 3 + \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$$

$$= 3 + \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

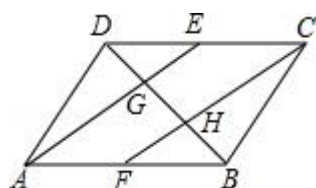
$$= 4 - \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【点评】 此题考查了特殊角的锐角三角函数值的计算, 要能够熟记各个数据.

20. (10 分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是 DC 、 AB 的中点, AE 、 CF 与对角线 BD 分别交于点 G 、 H .

(1) 求 $\frac{GH}{BD}$ 的值;

(2) 若设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 请用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合来表示向量 $\overrightarrow{GH}$.



【考点】LM: *平面向量.

【分析】(1) 由平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是 DC 、 AB 的中点, 根据平行线分线段成比例定理, 易求得 $\frac{GH}{BD}$ 的值;

(2) 由 $\frac{GH}{BD} = \frac{1}{3}$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 易求得向量 $\overrightarrow{GH}$.

【解答】解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore DC \parallel AB, DC = AB,$$

$\because$ 点 E 、 F 分别是边 DC 、 AB 的中点,

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{DG}{BG} = \frac{1}{2}, \quad \frac{BF}{CD} = \frac{BH}{DH} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{DG}{BD} = \frac{1}{3}, \quad \frac{BH}{BD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{GH}{BD} = \frac{1}{3};$$

$$(2) \because \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{AD} = \vec{b},$$

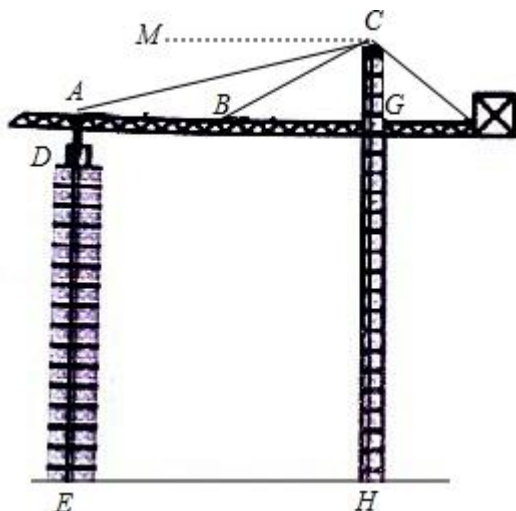
$$\therefore \overrightarrow{BD} = \vec{b} - \vec{a},$$

$$\therefore \frac{GH}{BD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \overrightarrow{GH} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BD} = \frac{1}{3} (\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{3} \vec{b} - \frac{1}{3} \vec{a}.$$

【点评】此题考查了平面向量的知识以及平行四边形的性质. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用.

21. (10分) 如图是已建设封顶的16层楼房和它的塔吊示意图, 吊臂 AG 与地面 EH 平行, 测得点 A 到楼顶 D 点的距离为5米, 每层楼高3.5米, 在吊臂上有一点 B , $AB = 16$ 米, 在 C 点测得 A 点的俯角 ($\angle MCA$) 为 20° , B 点的俯角 ($\angle MCB$) 为 40° , AE 、 CH 都垂直于地面, 求塔吊的高 CH 的长 (结果精确到0.1米). (参考数据: $\sin 20^\circ \approx 0.34$, $\cos 20^\circ \approx 0.94$, $\tan 20^\circ \approx 0.36$, $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$)



【考点】TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题．

【分析】由题意，判断出 $AB = BC$ ，求出 CG 的长，根据楼高求出 GH 的长， $CG + HG$ 即为 CH 的长．

【解答】解：根据题意得， $DE = 3.5 \times 16 = 56$ 米， $AB = EF = 16$ 米，

$$\because \angle ACB = \angle CBG - \angle CAB = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CAB,$$

$$\therefore CB = AB = 16 \text{ 米},$$

$$\text{在 Rt}\triangle GBC \text{ 中, } CG = BC \cdot \sin 40^\circ = 16 \times 0.64 = 10.24 \text{ 米},$$

$$\therefore CH = CG + HG = CG + DE + AD = 10.24 + 56 + 5 = 71.24 \approx 71.2 \text{ 米},$$

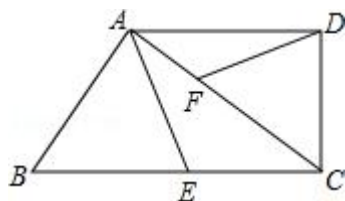
$\therefore$ 塔吊的高 CH 的长是 71.2 米．

【点评】本题考查了仰角和俯角问题，将 CG 的长转化为解直角三角形的问题是解题的关键．

22. (10 分) 如图，已知在直角梯形 $ABCD$ 中， $\angle ADC = 90^\circ$ ， AD 平行 BC ， $AD = 8$ ， $DC = 6$ ，点 E 在 BC 上，点 F 在 AC 上，且 $\angle DFC = \angle AEB$ ， $AF = 4$ ．

(1) 求线段 CE 的长；

(2) 若 $\sin B = \frac{3}{4}$ ，求线段 BE 的长．



【考点】LI：直角梯形；S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】(1) 由 AD 平行 BC , $\angle DFC = \angle AEB$, 易证得 $\triangle ADF \sim \triangle CAE$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 求得线段 CE 的长;

(2) 首先过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为 H , $AH = DC = 6$, 由 $\sin B = \frac{3}{4}$, 可求得 AB 与 BH 的长, 继而求得答案.

【解答】解: (1) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAF = \angle ECA,$$

$$\because \angle DFC = \angle AEB,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle CEA,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle CAE,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{CE},$$

$$\because AD = 8, DC = 6, \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = 10,$$

$$\because AF = 4,$$

$$\therefore \frac{8}{10} = \frac{4}{CE},$$

$$\therefore CE = 5;$$

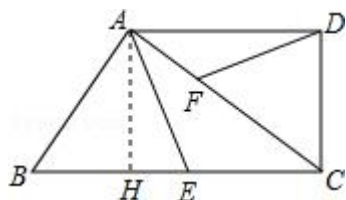
(2) 过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为 H , $AH = DC = 6$,

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $\sin B = \frac{3}{4} = \frac{AH}{AB}$,

$$\therefore AB = 8, BH = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore BC = BH + HC = 8 + 2\sqrt{7},$$

$$\therefore BE = BC - CE = 3 + 2\sqrt{7}.$$

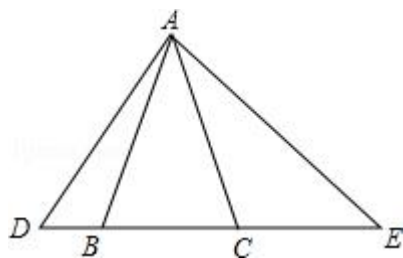


【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质、勾股定理、三角函数以及直角梯形的性质. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想的应用.

23. (12分) 如图, 已知在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 点 E 、 D 是底边所在

直线上的两点，联接 AE 、 AD ，若 $AD^2 = DC \cdot DE$ 。

求证：(1) $\triangle ADC \sim \triangle EDA$ ；(2) $\frac{AE^2}{AD^2} = \frac{EB}{CD}$ 。



【考点】KH：等腰三角形的性质；S9：相似三角形的判定与性质。

【专题】14：证明题。

【分析】(1) 由已知 $AD^2 = DC \cdot DE$ 变形得到比例式，再由一对公共角相等，利用两边对应成比例且夹角相等的两三角形相似即可得证；

(2) 由(1)得出的三角形相似，得到对应角相等，再由等边对等角得到一对角相等，确定出三角形 ABE 与三角形 DCA 相似，由相似三角形的面积之比等于相似比的平方，以及三角形面积求法，变形即可得证。

【解答】解：(1) $\because AD^2 = DC \cdot DE$,

$$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{DE}{AD},$$

$$\because \angle D = \angle D,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle EDA;$$

$$(2) \because \triangle ADC \sim \triangle EDA,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle E,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

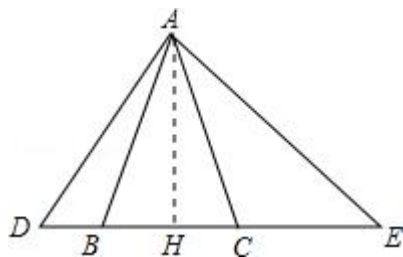
$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DCA,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle DCA}} = \left(\frac{AE}{AD} \right)^2 = \frac{AE^2}{AD^2},$$

过点 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为点 H ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle DCA}} = \frac{\frac{1}{2}BE \cdot AH}{\frac{1}{2}DC \cdot AH} = \frac{BE}{DC},$$

$$\therefore \frac{AE^2}{AD^2} = \frac{EB}{CD}.$$



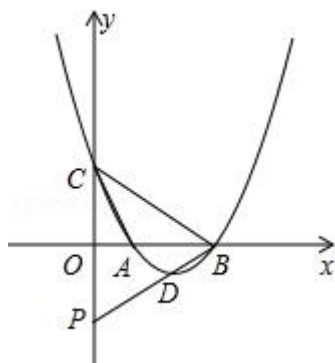
【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.

24. (12分) 如图, 已知抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A 、 B , 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 它的对称轴为直线 $x = 2$.

(1) 求二次函数解析式;

(2) 若抛物线的顶点为 D , 联结 BD 并延长交 y 轴于点 P , 联结 PA , 求 $\angle APC$ 的余切值;

(3) 在 (2) 的条件下, 若抛物线上存在一点 E , 使得 $\angle DPE = \angle ACB$, 求点 E 坐标.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法求二次函数解析式进而得出答案;

(2) 利用配方法求出二次函数顶点坐标, 进而得出 A 点坐标, 再求出直线 BD 的解析式, 进而得出 $\angle APC$ 的余切值;

(3) 利用相似三角形的判定与性质得出 $\triangle AOP \sim \triangle AHE$, 进而得出 E 点坐标.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A 、 B , 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 它的对称轴为直线 $x = 2$,

$$\therefore \begin{cases} 9 \times \frac{2}{3} + 3b + c = 0 \\ -\frac{b}{2 \times \frac{2}{3}} = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = -\frac{8}{3}, \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{二次函数解析式为: } y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 2;$$

$$(2) \because y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 2 = \frac{2}{3}(x^2 - 4x) + 2 = \frac{2}{3}(x - 2)^2 - \frac{2}{3},$$

$$\therefore \text{抛物线顶点坐标为: } (2, -\frac{2}{3}),$$

$$\text{设直线 } BD \text{ 的解析式为: } y = kx + a,$$

$$\therefore \begin{cases} 3k + a = 0 \\ 2k + a = -\frac{2}{3} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{2}{3}, \\ a = -2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } BD \text{ 的解析式为: } y = \frac{2}{3}x - 2,$$

$$\therefore P(0, -2),$$

$$\because \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (3, 0), \text{ 它的对称轴为直线 } x = 2,$$

$$\therefore A \text{ 点坐标为: } (1, 0),$$

在直角三角形 POA 中,

$$\cot \angle APC = \frac{PO}{AO} = 2;$$

$$(3) \because BC = BP, AC = AP,$$

$$\therefore \angle BCO = \angle BPO, \angle ACO = \angle APO,$$

$$\therefore \angle BCA = \angle BPA,$$

$$\therefore \text{延长 } PA \text{ 交抛物线于点 } E, \text{ 过点 } E \text{ 作 } EH \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore \triangle AOP \sim \triangle AHE,$$

$$\therefore \frac{PO}{AO} = \frac{EH}{AH} = 2,$$

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 根据垂径定理可得 $PE = PF$ ，继而可得 $\frac{S_{\triangle DEP}}{S_{\triangle DFP}}$ 的值；

(2) 首先判断 $\angle EOP = 30^\circ$ ，求出 EP ，结合 $AC = 2$ 求出 OC ，在 $\text{Rt}\triangle OCP$ 中，可求出 CP 的长；

(3) 连结 OD ，作 $EH \perp CD$ ，垂足为 H ，分别表示出 OP 、 EP ，再证明 $\triangle OCP \sim \triangle PHE$ ，利用对应边成比例求出 EH ，得出 y 的表达式即可.

【解答】解：(1) 作 $DM \perp EF$ ，垂足为 M ，

$$\because OP \perp EF,$$

$$\therefore PE = PF,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEP}}{S_{\triangle DFP}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot PE \cdot DM}{\frac{1}{2} \cdot PF \cdot DM} = 1.$$

$$(2) \because \angle EOF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EOP = 30^\circ,$$

$$\because OE = AO = 5,$$

$$\therefore EP = \frac{5}{2},$$

$$\because OP \perp EF,$$

$$\therefore OP = \frac{5}{2}\sqrt{3},$$

$$\because OC = OA - AC = 3,$$

$$\therefore CP = \sqrt{OP^2 - OC^2} = \sqrt{\frac{75}{4} - 9} = \frac{\sqrt{39}}{2}.$$

$$(3) \text{ 连结 } OD, \text{ 在 } \text{Rt}\triangle CDO \text{ 中, } OC = 3, OD = 5,$$

$$\therefore CD = 4, DP = 4 - x,$$

作 $EH \perp CD$ ，垂足为 H ，

$$\because OC = 3, CP = x,$$

$$\therefore OP = \sqrt{x^2 + 9},$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle EPO \text{ 中, } EP = \sqrt{16-x^2},$$

$$\because \angle COP + \angle CPO = 90^\circ, \quad \angle EPH + \angle CPO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COP = \angle EPH,$$

$$\therefore \triangle OCP \sim \triangle PHE,$$

$$\therefore \frac{CP}{PO} = \frac{EH}{EP},$$

$$\therefore \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} = \frac{EH}{\sqrt{16-x^2}},$$

$$\therefore EH = \frac{x\sqrt{16-x^2}}{\sqrt{x^2+9}},$$

$$y = S_{\triangle DEF} = 2S_{\triangle DPE} = 2 \times \frac{1}{2} \times DP \times EH = (4-x) \times \frac{x\sqrt{16-x^2}}{\sqrt{x^2+9}} = \frac{(4x-x^2)\sqrt{16-x^2}}{\sqrt{x^2+9}},$$

$$\therefore y = \frac{(4x-x^2)\sqrt{16-x^2}}{\sqrt{x^2+9}} \quad (\sqrt{6} \leq x < 4).$$

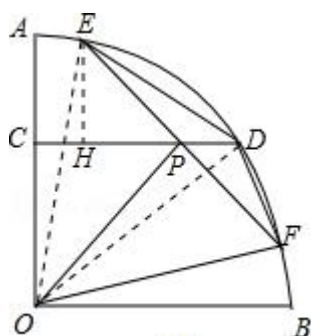


图2

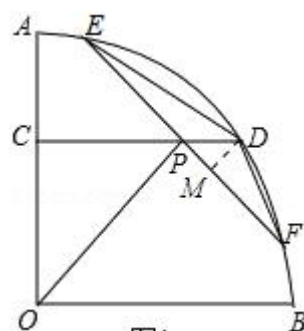


图1

【点评】 此题考查了圆的综合，涉及了垂径定理、勾股定理、相似三角形的判定与性质，综合考察的知识点较多，解答本题关键还是基本知识的掌握，要求同学们会运用数形结合思想解题。