

2014 年上海市闸北区中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）（下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上。）

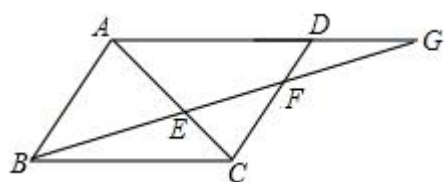
1. (4 分) 对一个图形进行放缩时，下列说法中正确的是 ()
 - A. 图形中线段的长度与角的大小都保持不变
 - B. 图形中线段的长度与角的大小都会改变
 - C. 图形中线段的长度保持不变、角的大小可以改变
 - D. 图形中线段的长度可以改变、角的大小保持不变
2. (4 分) 已知点 C 是线段 AB 上的一个点，且满足 $AC^2 = BC \cdot AB$ ，则下列式子成立的是 ()

A. $\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{CB}{AC} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$
3. (4 分) 下列关于抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 和 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的关系说法中，正确的是 ()
 - A. 它们的形状相同，开口也相同
 - B. 它们都关于 y 轴对称
 - C. 它们的顶点不相同
 - D. 点 $(-3, 3)$ 既在抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 上也在 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 上
4. (4 分) 下列关于向量的说法中，不正确的是 ()

A. $2(\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} + 2\vec{b}$ B. $|2\vec{a}| = 2|\vec{a}|$

C. 若 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ ，则 $\vec{a} = 2\vec{b}$ 或 $\vec{a} = -2\vec{b}$ D. $m(n\vec{a}) = (mn)\vec{a}$
5. (4 分) 已知 α, β 都是锐角，如果 $\sin \alpha = \cos \beta$ ，那么 α 与 β 之间满足的关系是 ()

A. $\alpha = \beta$ B. $\alpha + \beta = 90^\circ$ C. $\alpha - \beta = 90^\circ$ D. $\beta - \alpha = 90^\circ$
6. (4 分) 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， F 是 CD 上一点， BF 交 AD 的延长线于 G ，则图中的相似三角形对数共有 ()

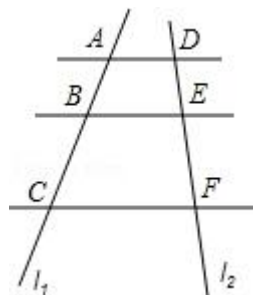


- A. 8 对 B. 6 对 C. 4 对 D. 2 对

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知 $a:b=3:2$ ，则 $(a-b):a=$ _____.

8. (4 分) 如图，已知 $AD\parallel BE\parallel CF$ ，它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F ，如果 $DE:EF=3:5$ ， $AC=24$ ，则 $BC=$ _____.

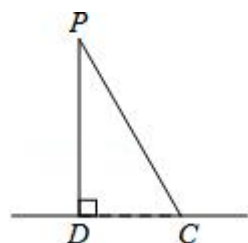


9. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中， $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ，当 $AC=3$ ， $AB=5$ ， $DE=10$ ， $EF=8$ 时， $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 是_____的。（填“相似”或者“不相似”）

10. (4 分) 两个相似三角形对应边的比为 $2:3$ ，则它们的周长比为_____.

11. (4 分) 化简： $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$ _____.

12. (4 分) 如图，某人在塔顶的 P 处观测地平面上点 C 处，经测量 $\angle P = 35^\circ$ ，则他从 P 处观察 C 处的俯角是_____度.



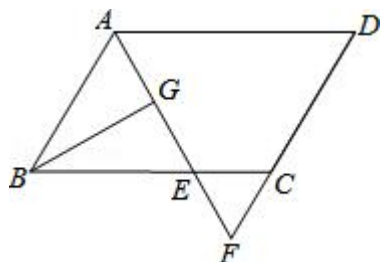
13. (4 分) 将二次函数 $y = x^2 - 2x + m$ 的图象向下平移 1 个单位后，它的顶点恰好落在 x 轴上，则 $m =$ _____.

14. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，若 $AD=9$ ， $BD=4$ ，则 $AC =$ _____.

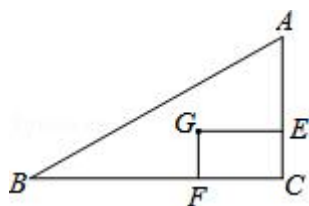
15. (4 分) 一个边长为 3 厘米的正方形，若它的边长增加 x 厘米，面积随之增加 y 平方厘米，则 y 关于 x 的函数解析式是_____。（不写定义域）

16. (4 分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=12$ ， $AD=18$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E ，交 DC 的延长线于点 F ， $BG \perp AE$ ，垂足为 G ， $BG = 8\sqrt{2}$ ，则

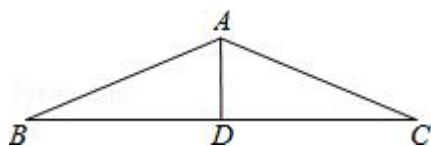
$\triangle CEF$ 的周长是_____.



17. (4分) 如图, 点 G 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心, 过点 G 作矩形 $GECF$, 当 $GF:GE = 1:2$ 时, 则 $\angle B$ 的正切值为_____.



18. (4分) 如图, 已知等腰 $\triangle ABC$, AD 是底边 BC 上的高, $AD:DC = 1:3$, 将 $\triangle ADC$ 绕着点 D 旋转, 得 $\triangle DEF$, 点 A 、 C 分别与点 E 、 F 对应, 且 EF 与直线 AB 重合, 设 AC 与 DF 相交于点 O , 则 $S_{\triangle AOF}:S_{\triangle DOC} =$ _____.



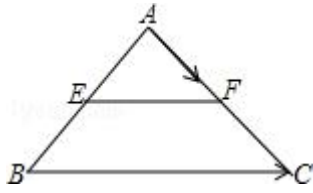
三、解答题

19. (10分) 已知: 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 $A(-1, 0)$ 、 $B(5, 0)$ 两点, 顶点为 P . 求:

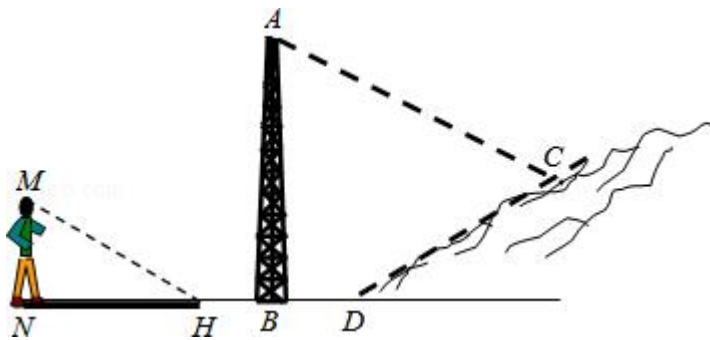
- (1) 求 b , c 的值;
- (2) 求 $\triangle ABP$ 的面积;
- (3) 若点 $C(x_1, y_1)$ 和点 $D(x_2, y_2)$ 在该抛物线上, 则当 $0 < x_1 < x_2 < 1$ 时, 请写出 y_1 与 y_2 的大小关系.

20. (10分) 已知: 如图, EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 设 $\overrightarrow{AF} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

- (1) 求向量 $\overrightarrow{EF}$ 、 $\overrightarrow{EA}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示);
 - (2) 在图中求作向量 $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 方向上的分向量.
- (不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



21. (10 分) 如图, 在夕阳西下的傍晚, 某人看见高压电线的铁塔在阳光的照射下, 铁塔的影子的一部分落在小山的斜坡上, 为了测得铁塔的高度, 他测得铁塔底部 B 到小山坡脚 D 的距离为 2 米, 铁塔在小山斜坡上的影长 DC 为 3.4 米, 斜坡的坡度 $i = 1:1.875$, 同时他测得自己的影长 $NH = 336\text{cm}$, 而他的身长 MN 为 168cm , 求铁塔的高度.

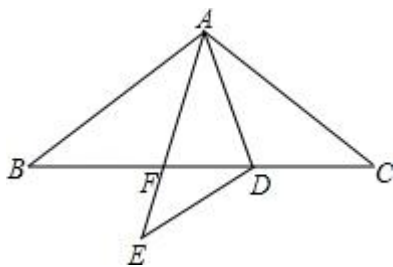


22. (10 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 D 在 BC 上, 联结 AD , 使得 $\angle CAD = \angle B$, $DC = 3$ 且 $S_{\triangle ACD} : S_{\triangle ADB} = 1:2$.

(1) 求 AC 的值;

(2) 若将 $\triangle ADC$ 沿着直线 AD 翻折, 使点 C 落点 E 处, AE 交边 BC 于点 F , 且

$AB \parallel DE$, 求 $\frac{S_{\triangle EFD}}{S_{\triangle ADC}}$ 的值.



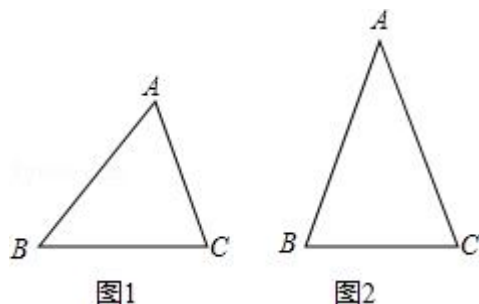
23. (12 分) 小华同学学习了第二十五章《锐角三角比》后, 对求三角形的面积方法进行了研究, 得到了新的结论:

(1) 如图 1, 已知锐角 $\triangle ABC$. 求证: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$;

(2) 根据题 (1) 得到的信息, 请完成下题: 如图 2, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 12$ 厘米, 点 P 从 A 点出发, 沿着边 AB 移动, 点 Q 从 C 点出发沿着边

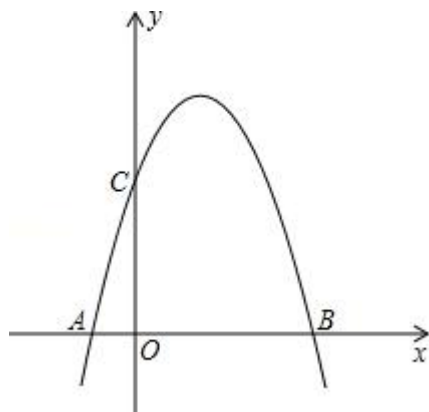
CA 移动, 点 Q 的速度是 1 厘米/秒, 点 P 的速度是点 Q 速度的 2 倍, 若它们同时出发, 设移动时间为 t 秒,

问: 当 t 为何值时, $\frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{8}$?



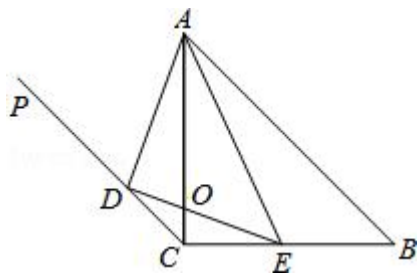
24. (12 分) 已知: 如图, 抛物线 $y = -\frac{4}{5}x^2 + mx + 4$ 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于点 A 、 B , (点 A 在点 B 的左侧) 且满足 $OC = 4OA$. 设抛物线的对称轴与 x 轴交于点 M :

- (1) 求抛物线的解析式及点 M 的坐标;
- (2) 联接 CM , 点 Q 是射线 CM 上的一个动点, 当 $\triangle QMB$ 与 $\triangle COM$ 相似时, 求直线 AQ 的解析式.



25. (14 分) 已知: 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, 斜边 AB 的长为 4, 过点 C 作射线 $CP \parallel AB$, D 为射线 CP 上一点, E 在边 BC 上 (不与 B 、 C 重合), 且 $\angle DAE = 45^\circ$, AC 与 DE 交于点 O .

- (1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ACB$;
- (2) 设 $CD = x$, $\tan \angle BAE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
- (3) 如果 $\triangle COD$ 与 $\triangle BEA$ 相似, 求 CD 的值.



2014 年上海市闸北区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）（下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上．）

1.（4 分）对一个图形进行放缩时，下列说法中正确的是（ ）

- A. 图形中线段的长度与角的大小都保持不变
- B. 图形中线段的长度与角的大小都会改变
- C. 图形中线段的长度保持不变、角的大小可以改变
- D. 图形中线段的长度可以改变、角的大小保持不变

【考点】S5：相似图形．

【专题】17：推理填空题．

【分析】根据相似图形的性质得出相似图形的对应边成比例，对应角相等，即可得出答案．

【解答】解：根据相似多边形的性质：相似多边形的对应边成比例，对应角相等，
∴ 对一个图形进行收缩时，图形中线段的长度改变，角的大小不变，
故选：D．

【点评】本题主要考查对相似图形的性质的理解和掌握，能熟练地根据相似图形的性质进行说理是解此题的关键．

2.（4 分）已知点 C 是线段 AB 上的一个点，且满足 $AC^2 = BC \cdot AB$ ，则下列式子成立的是（ ）

- A. $\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{CB}{AC} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

【考点】S3：黄金分割．

【分析】把 AB 当作已知数求出 AC，求出 BC，再分别求出各个比值，根据结果判断即可．

【解答】解： $AC^2 = BC \cdot AB$ ，

$$AC^2 - BC \cdot AB = 0,$$

$$AC^2 - (AB - AC) AB = 0,$$

$$AC^2 + AB \cdot AC - AB^2 = 0,$$

$$AC = \frac{-AB \pm \sqrt{AB^2 - 4 \times 1 \times (-AB^2)}}{2 \times 1},$$

∵ 边长为正值,

$$\therefore AC = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}AB, \quad BC = AB - AC = \frac{3-\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad \frac{AC}{BC} = \frac{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} = \frac{-1+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad \frac{CB}{AC} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

即选项 A、C、D 错误, 只有选项 B 正确;

故选: B.

【点评】 本题考查了解一元二次方程和黄金分割的应用, 主要考查学生的计算能力.

3. (4 分) 下列关于抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 和 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的关系说法中, 正确的是 ()

A. 它们的形状相同, 开口也相同

B. 它们都关于 y 轴对称

C. 它们的顶点不相同

D. 点 (-3, 3) 既在抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 上也在 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 上

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据抛物线 $y = ax^2$ 的性质直接回答即可.

【解答】 解: 根据两个函数知道其二次项系数 a 的绝对值相等,

所以开口方向相反, 都关于 y 轴对称, 顶点都为原点,

点 D 在抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 上, 不在 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 上,

故 A、C、D 错误, B 正确,

故选: B.

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 解题的关键是了解形如 $y = ax^2$ 的抛物线的性质.

4. (4 分) 下列关于向量的说法中, 不正确的是 ()

A. $2(\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} + 2\vec{b}$

B. $|2\vec{a}| = 2|\vec{a}|$

C. 若 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$, 则 $\vec{a}=2\vec{b}$ 或 $\vec{a}=-2\vec{b}$ D. $m(n\vec{a})=(mn)\vec{a}$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】由平面向量的定义与运算, 可求得答案, 注意掌握排除法在选择题中的应用.

【解答】解: A、 $2(\vec{a}+\vec{b})=2\vec{a}+2\vec{b}$, 故本选项正确;

B、 $|2\vec{a}|=2|\vec{a}|$, 故本选项正确;

C、若 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$, 无法判定 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的关系, 因为向量有方向性; 故本选项错误;

D、 $m(n\vec{a})=(mn)\vec{a}$, 故本选项正确.

故选: C.

【点评】此题考查了平面向量的定义与运算. 此题比较简单, 注意理解平面向量的定义是解此题的关键.

5. (4 分) 已知 α 、 β 都是锐角, 如果 $\sin\alpha = \cos\beta$, 那么 α 与 β 之间满足的关系是()

A. $\alpha = \beta$ B. $\alpha + \beta = 90^\circ$ C. $\alpha - \beta = 90^\circ$ D. $\beta - \alpha = 90^\circ$

【考点】T4: 互余两角三角函数的关系.

【分析】根据 α 、 β 都是锐角, $\sin\alpha = \cos\beta$, 可得 α 、 β 互为余角.

【解答】解: $\because \alpha$ 、 β 都是锐角, 如果 $\sin\alpha = \cos\beta$,

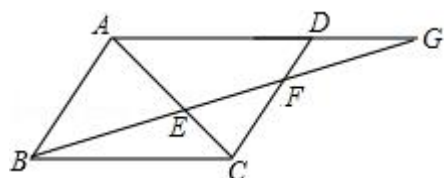
$$\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha) = \cos\beta,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 90^\circ,$$

故选: B.

【点评】本题考查了互为余角两三角函数的关系, 两角都是锐角, 一角的正弦等于另一角的余弦, 这两个锐角互余.

6. (4 分) 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, F 是 CD 上一点, BF 交 AD 的延长线于 G , 则图中的相似三角形对数共有()



A. 8 对 B. 6 对 C. 4 对 D. 2 对

【考点】L5: 平行四边形的性质; S8: 相似三角形的判定.

【分析】根据平行四边形的性质, 得到平行四边形的对边平行, 即 $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$; 再根据相似三角形的判定方法: 平行于三角形一边的直线与三角形另两边或另两边的延长线所构成的三角形相似, 进而得出答案.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle BEC \sim \triangle GEA, \triangle ABE \sim \triangle CEF, \triangle GDF \sim \triangle GAB, \triangle DGF \sim \triangle BCF,$$

$$\therefore \triangle GAB \sim \triangle BCF,$$

还有 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (是特殊相似),

$\therefore$ 共有 6 对.

故选: B.

【点评】此题考查了相似三角形的判定方法(平行于三角形一边的直线与三角形另两边或另两边的延长线所构成的三角形相似)与平行四边形的性质(平行四边形的对边平行). 解题的关键是要注意数形结合思想的应用, 注意做到不重不漏.

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 已知 $a:b=3:2$, 则 $(a-b):a=$ 1:3.

【考点】S1: 比例的性质.

【分析】根据两内项之积等于两外项之积用 a 表示出 b , 然后代入比例式进行计算即可得解.

【解答】解: $\because a:b=3:2$,

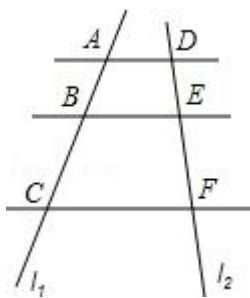
$$\therefore b = \frac{2}{3}a,$$

$$\therefore (a-b):a = (a - \frac{2}{3}a):a = 1:3.$$

故答案为: 1:3.

【点评】本题考查了比例的性质, 用 a 表示出 b 是解题的关键.

8. (4 分) 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F , 如果 $DE:EF=3:5$, $AC=24$, 则 $BC=$ 15.



【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理得出 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} = \frac{3}{5}$ ，再根据 $BC = AC \times \frac{5}{8}$ 代

入计算即可.

【解答】解： $\because AD \parallel BE \parallel CF$,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} = \frac{3}{5},$$

$$\because AC = 24,$$

$$\therefore BC = 24 \times \frac{5}{8} = 15,$$

故答案为：15.

【点评】本题考查平行线分线段成比例定理，关键是找出对应的比例线段，写出比例式，用到的知识点是平行线分线段成比例定理.

9. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中， $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ，当 $AC = 3$ ， $AB = 5$ ， $DE = 10$ ， $EF = 8$ 时， $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 是相似的. (填“相似”或者“不相似”)

【考点】S8：相似三角形的判定.

【分析】首先利用勾股定理得出 BC ， DF 的长，进而利用相似三角形的判定得出即可.

【解答】解：如图所示： $\because AC = 3$ ， $AB = 5$ ， $DE = 10$ ， $EF = 8$ ，

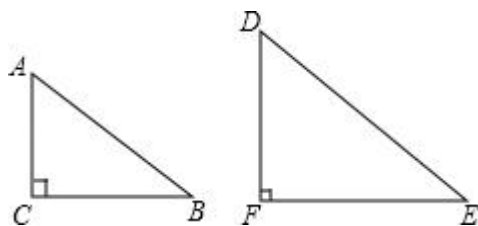
$$\therefore BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4, \quad DF = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore \frac{AC}{DF} = \frac{CB}{EF} = \frac{1}{2},$$

$$\because \angle C = \angle F = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle DEF.$$

故答案为：相似.



【点评】此题主要考查了勾股定理以及相似三角形的判定，根据已知得出 $\frac{AC}{DF} =$

$\frac{CB}{EF} = \frac{1}{2}$ 是解题关键.

10. (4分) 两个相似三角形对应边的比为 2:3, 则它们的周长比为 2:3.

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据相似三角形周长的比等于相似比进行解答即可.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形的相似比为 2:3,

$\therefore$ 它们对应周长的比为 2:3.

故答案为: 2:3.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质, 即相似三角形周长的比等于相似比.

11. (4分) 化简: $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \underline{\overrightarrow{AD}}$.

【考点】LM: *平面向量.

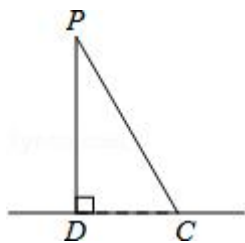
【分析】直接利用三角形法则求解, 即可求得答案.

【解答】解: $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

故答案为: $\overrightarrow{AD}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题比较简单, 注意掌握三角形法则的应用.

12. (4分) 如图, 某人在塔顶的 P 处观测地平面上点 C 处, 经测量 $\angle P = 35^\circ$, 则他从 P 处观察 C 处的俯角是 55 度.



【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】 过 P 作平行于地平面的直线 PO ，根据 $\angle P = 35^\circ$ ，可得 $\angle CPO = 90^\circ - \angle P = 55^\circ$ ，继而可得从 P 处观察 C 处的俯角为 55° 。

【解答】 解：过 P 作平行于地平面的直线 PO ，

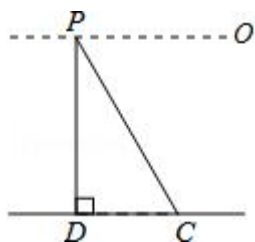
$$\because \angle P = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle CPO = 90^\circ - \angle P = 55^\circ,$$

$\therefore$ 从 P 处观察 C 处的俯角即为 $\angle CPO$ ，

$\therefore$ 从 P 处观察 C 处的俯角为 55° 。

故答案为：55。



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键掌握俯角是向下看的视线与水平线的夹角。

13. (4 分) 将二次函数 $y = x^2 - 2x + m$ 的图象向下平移 1 个单位后，它的顶点恰好落在 x 轴上，则 $m = \underline{2}$ 。

【考点】 H6：二次函数图象与几何变换。

【分析】 把二次函数解析式整理成顶点式形式，再根据向下平移横坐标不变，纵坐标减写出平移后的解析式，然后根据顶点在 x 轴上，纵坐标为 0 列式计算即可得解。

【解答】 解： $y = x^2 - 2x + m = (x - 1)^2 + m - 1$ ，

$\because$ 图象向下平移 1 个单位，

$\therefore$ 平移后的二次函数解析式为 $y = (x - 1)^2 + m - 2$ ，

$\because$ 顶点恰好落在 x 轴上，

$$\therefore m - 2 = 0,$$

解得 $m = 2$ 。

故答案为：2。

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换，要求熟练掌握平移的规律：左加右减，上加下减。并用规律求函数解析式。

14. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , 若 $AD = 9$, $BD = 4$, 则 $AC = \underline{3\sqrt{13}}$.

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; SE: 射影定理.

【分析】根据题意画出图形, 先根据相似三角形的判定定理得出 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$, 再由相似三角形的对应边成比例求出 CD 的长, 根据勾股定理即可得出 AC 的长.

【解答】解: 如图所示:

$\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp AB$,

$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$, $\angle A + \angle ACD = 90^\circ$, $\angle B + \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle BCD$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD$,

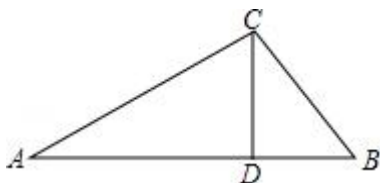
$\therefore \frac{CD}{AD} = \frac{BD}{CD}$, 即 $CD^2 = AD \cdot BD = 9 \times 4 = 36$, 解得 $CD = 6$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$\because AD = 9$, $CD = 6$,

$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}$.

故答案为: $3\sqrt{13}$.



【点评】本题考查的是相似三角形的判定与性质, 熟知相似三角形的对应边成比例是解答此题的关键.

15. (4分) 一个边长为 3 厘米的正方形, 若它的边长增加 x 厘米, 面积随之增加 y 平方厘米, 则 y 关于 x 的函数解析式是 $\underline{y = x^2 + 6x}$. (不写定义域)

【考点】HD: 根据实际问题列二次函数关系式.

【分析】首先表示出原边长为 3 厘米的正方形面积, 再表示出边长增加 x 厘米后正方形的面积, 再根据面积随之增加 y 平方厘米可列出方程.

【解答】解: 原边长为 3 厘米的正方形面积为: $3 \times 3 = 9$ (平方厘米), 边长增加 x 厘米后边长变为: $x+3$,

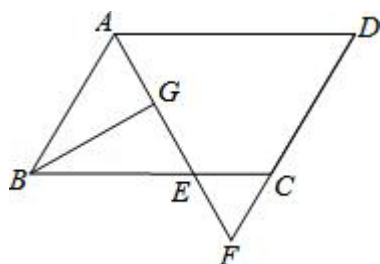
则面积为： $(x+3)^2$ 平方厘米，

$$\therefore y = (x+3)^2 - 9 = x^2 + 6x.$$

故答案为： $y = x^2 + 6x$.

【点评】此题主要考查了根据实际问题列二次函数关系式，关键是正确表示出正方形的面积.

16. (4分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 12$ ， $AD = 18$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E ，交 DC 的延长线于点 F ， $BG \perp AE$ ，垂足为 G ， $BG = 8\sqrt{2}$ ，则 $\triangle CEF$ 的周长是 16.



【考点】 KJ：等腰三角形的判定与性质；KQ：勾股定理；L5：平行四边形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】先计算出 $\triangle ABE$ 的周长，然后根据相似比的知识进行解答即可.

【解答】解： $\because$ 在 $\square ABCD$ 中， $AB = CD = 12$ ， $AD = BC = 18$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E ，

$\therefore \triangle ADF$ 是等腰三角形， $AD = DF = 18$ ；

$\because AB = BE = 12$ ，

$\therefore CF = 6$ ；

$\therefore$ 在 $\triangle ABG$ 中， $BG \perp AE$ ， $AB = 12$ ， $BG = 8\sqrt{2}$ ，

可得： $AG = 4$ ，

又 $\because BG \perp AE$ ，

$\therefore AE = 2AG = 8$ ，

$\therefore \triangle ABE$ 的周长等于 32，

又 $\because \square ABCD$ ，

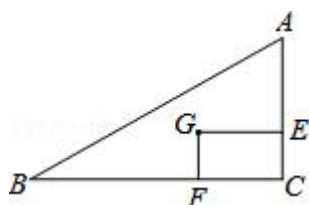
$\therefore \triangle CEF \sim \triangle BEA$ ，相似比为 1：2，

$\therefore \triangle CEF$ 的周长为 16.

故答案为 16.

【点评】本题意在综合考查平行四边形、相似三角形和勾股定理等知识的掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对数学中的数形结合思想的考查，相似三角形的周长比等于相似比，难度较大.

17. (4分) 如图，点 G 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心，过点 G 作矩形 $GECF$ ，当 $GF:GE=1:2$ 时，则 $\angle B$ 的正切值为 $\frac{1}{2}$.



【考点】K5：三角形的重心.

【分析】连接 AG 并延长交 BC 于点 H ，因为点 G 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心，所以 $BH=CH$ ， $\frac{AG}{AH}=\frac{2}{3}$ ，再由相似三角形的判定定理可知 $\triangle AGE \sim \triangle AHC$ ，故可得出 $\frac{GE}{CH}=\frac{AE}{AC}=\frac{2}{3}$ ，设 $GE=2x$ ，则 $CH=3x$ ，再根据 $GF:GE=1:2$ 可知， $GF=HF=x$ ，由于四边形 $GECF$ 是矩形，故 $CE=GF=x$ ，所以 $AC=2CE=3x$ ，根据 $\tan \angle B=\frac{AC}{BC}$ 即可得出结论.

【解答】解：连接 AG 并延长交 BC 于点 H ，

$\because$ 点 G 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore BH=CH, \frac{AG}{AH}=\frac{2}{3},$$

$\because GE \parallel BC$,

$\therefore \triangle AGE \sim \triangle AHC$,

$$\therefore \frac{GE}{CH}=\frac{AE}{AC}=\frac{2}{3},$$

设 $GE=2x$ ，则 $CH=3x$ ， $BC=6x$ ，

$\because GF:GE=1:2$ ，

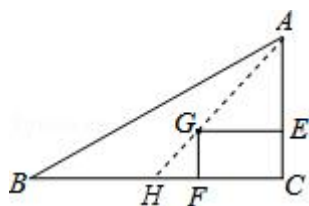
$$\therefore GF=HF=x,$$

$\because$ 四边形 $GECF$ 是矩形，

$$\therefore CE=GF=x,$$

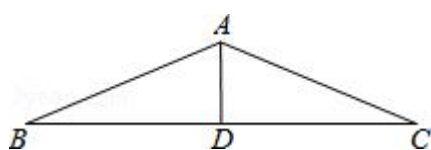
$$\therefore AC=3CE=3x,$$

$$\therefore \tan \angle B=\frac{AC}{BC}=\frac{3x}{6x}=\frac{1}{2}.$$



【点评】 本题考查的是三角形的重心，熟知重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2：1 是解答此题的关键．

18. (4 分) 如图，已知等腰 $\triangle ABC$ ， AD 是底边 BC 上的高， $AD:DC=1:3$ ，将 $\triangle ADC$ 绕着点 D 旋转，得 $\triangle DEF$ ，点 A 、 C 分别与点 E 、 F 对应，且 EF 与直线 AB 重合，设 AC 与 DF 相交于点 O ，则 $S_{\triangle AOF}:S_{\triangle DOC}=\frac{32}{45}$ ．



【考点】 R2：旋转的性质．

【分析】 如图，作 $DG \perp AB$ 于 G ，设 $AD=x$ ，则 $BD=3x$ ，由勾股定理就可以求出 $AB=\sqrt{10}x$ ，由三角形的面积公式求出 DG 的值，由三角函数值求出 AG ，就可以表示出 AE ，从而求出 AF ，再由 $\triangle AFO \sim \triangle DCO$ 就可以求出结论．

【解答】 解：作 $DG \perp AB$ 于 G ，

$$\because AB=AC, AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ, \angle BAD = \angle CAD, \angle B = \angle C.$$

设 $AD=x$ ，则 $BD=3x$ ，由勾股定理，得

$$AB = \sqrt{10}x,$$

$$\therefore AC = \sqrt{10}x.$$

$$\therefore \frac{AD \cdot BD}{2} = \frac{AB \cdot GD}{2},$$

$$\therefore \frac{x \cdot 3x}{2} = \frac{\sqrt{10}x \cdot GD}{2},$$

$$\therefore GD = \frac{3\sqrt{10}x}{10}.$$

$$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{1}{3} = \tan \angle C.$$

$$\therefore \tan \angle B = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore \angle ADG + \angle GAD = 90^\circ, \angle B + \angle GAD = 90^\circ,$$

点为 P . 求:

(1) 求 b, c 的值;

(2) 求 $\triangle ABP$ 的面积;

(3) 若点 $C(x_1, y_1)$ 和点 $D(x_2, y_2)$ 在该抛物线上, 则当 $0 < x_1 < x_2 < 1$ 时, 请写出 y_1 与 y_2 的大小关系.

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 利用交点式得到 $y = -(x+1)(x-5)$, 然后展开即可得到 b 和 c 的值;

(2) 先把抛物线的解析式配成顶点式得到 P 点坐标为 $(2, 9)$, 然后根据三角形面积公式计算即可;

(3) 由于抛物线的对称轴为直线 $x = 2$, 开口向下, 则根据二次函数的性质可确定 y_1 与 y_2 的大小关系.

【解答】 解: (1) 设抛物线的解析式为 $y = -(x+1)(x-5)$,

所以 $y = -x^2 + 4x + 5$,

所以 $b = 4, c = 5$;

(2) $y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$,

P 点坐标为 $(2, 9)$,

所以 $\triangle ABP$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$;

(3) 抛物线的对称轴为直线 $x = 2$, 开口向下,

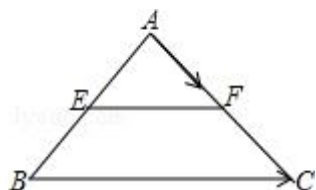
所以当 $0 < x_1 < x_2 < 1$ 时, $y_1 < y_2$.

【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数关系式: 要根据题目给定的条件, 选择恰当的方法设出关系式, 从而代入数值求解. 一般地, 当已知抛物线上三点时, 常选择一般式, 用待定系数法列三元一次方程组来求解; 当已知抛物线的顶点或对称轴时, 常设其解析式为顶点式来求解; 当已知抛物线与 x 轴有两个交点时, 可选择设其解析式为交点式来求解.

20. (10 分) 已知: 如图, EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 设 $\overrightarrow{AF} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

(1) 求向量 $\overrightarrow{EF}$ 、 $\overrightarrow{EA}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示);

- (2) 在图中求作向量 $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 方向上的分向量.
(不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



【考点】LM: *平面向量.

【分析】(1) 由 EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 设 $\overrightarrow{AF} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 利用三角形的中位线的性质, 即可求得 $\overrightarrow{EF}$, 然后由三角形法则, 求得 $\overrightarrow{EA}$;

(2) 利用平行四边形法则, 即可求得向量 $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 方向上的分向量.

【解答】解: (1) $\because EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

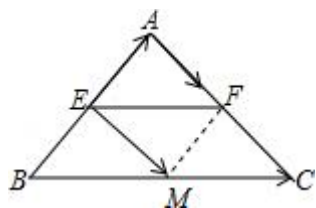
$$\therefore \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \vec{b},$$

$$\because \overrightarrow{AF} = \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2} \vec{b} - \vec{a};$$

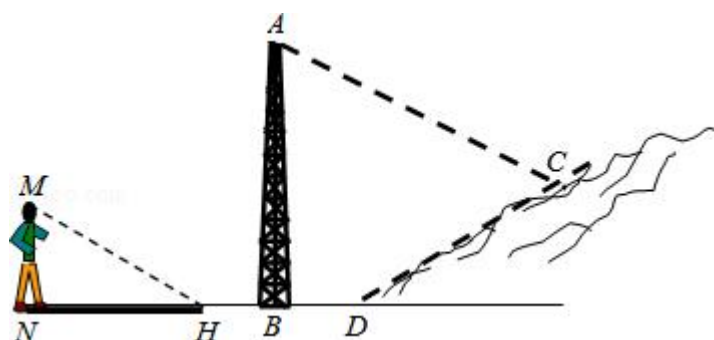
(2) 如图, 过点 E 作 $EM \parallel AC$,

则 $\overrightarrow{EA}$ 与 $\overrightarrow{EM}$ 即为向量 $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 方向上的分向量.



【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题比较简单, 注意掌握三角形法则与平行四边形法则的应用.

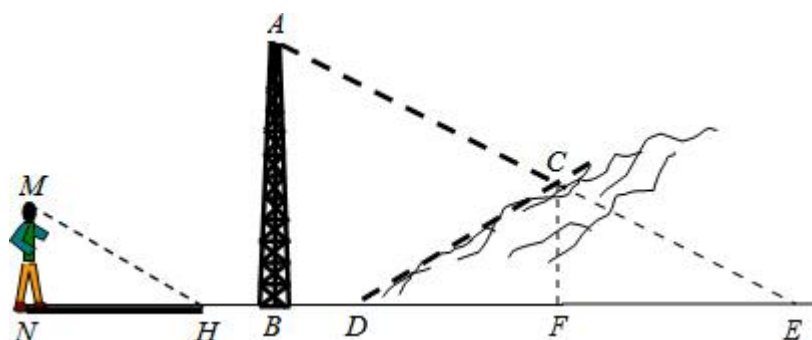
21. (10 分) 如图, 在夕阳西下的傍晚, 某人看见高压电线的铁塔在阳光的照射下, 铁塔的影子的一部分落在小山的斜坡上, 为了测得铁塔的高度, 他测得铁塔底部 B 到小山坡脚 D 的距离为 2 米, 铁塔在小山斜坡上的影长 DC 为 3.4 米, 斜坡的坡度 $i = 1:1.875$, 同时他测得自己的影长 $NH = 336\text{cm}$, 而他的身长 MN 为 168cm , 求铁塔的高度.



【考点】SA：相似三角形的应用；T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】作 AC 的延长线交 BD 的延长线于 E ，作 $CF \perp DE$ ，垂足为 F ．利用勾股定理和相似三角形的性质求出 DF ， FE ，从而得到 BE 的长，再用相似三角形的性质求出 AB 即可．

【解答】解：作 AC 的延长线交 BD 的延长线于 E ，作 $CF \perp DE$ ，垂足为 F ．



在 $\text{Rt}\triangle CFD$ 中，

$$i = 1: 1.875,$$

$$\text{即 } CF: DF = 1: 1.875 = 8: 15;$$

$$\text{设 } CF = 8x \text{ 米, 则 } DF = 15x \text{ 米,}$$

由勾股定理可得，

$$(8x)^2 + (15x)^2 = CD^2,$$

$$\therefore CD = 17x = 3.4,$$

$$\therefore x = 0.2,$$

$$\therefore DF = 15 \times 0.2 = 3 \text{ 米, } CF = 8 \times 0.2 = 1.6 \text{ 米.}$$

$$\because FE: CF = NH: NM,$$

$$\therefore FE: 1.6 = 336: 168,$$

$$\therefore FE = 3.2,$$

$$\therefore BE = BD + DF + FE = 2 + 3 + 3.2 = 8.2 \text{ 米.}$$

$$\therefore AB:BE = MN:NH,$$

$$\therefore AB:8.2 = 168:336,$$

$$\therefore AB = 4.1 \text{ 米}.$$

答：铁塔高度为 4.1 米.

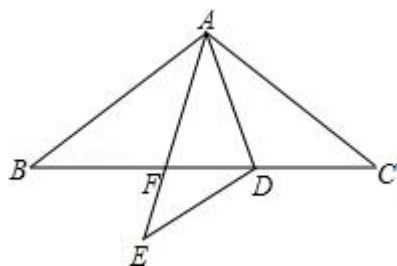
【点评】 本题考查了坡度与坡角及相似三角形的应用，构造直角三角形是解题的关键.

22. (10 分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知点 D 在 BC 上，联结 AD ，使得 $\angle CAD = \angle B$ ， $DC = 3$ 且 $S_{\triangle ACD}:S_{\triangle ADB} = 1:2$.

(1) 求 AC 的值；

(2) 若将 $\triangle ADC$ 沿着直线 AD 翻折，使点 C 落点 E 处， AE 交边 BC 于点 F ，且

$AB \parallel DE$ ，求 $\frac{S_{\triangle EFD}}{S_{\triangle ADC}}$ 的值.



【考点】 PB：翻折变换（折叠问题）；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据等高的三角形的面积的比等于底边的比求出 $BD = 2CD$ ，然后求出 BC ，再根据两组角对应相等两三角形相似求出 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DAC$ 相似，然后根据相似三角形对应边成比例可得 $\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC}$ ，代入数据计算即可得解；

(2) 根据翻折的性质可得 $\angle E = \angle C$ ， $DE = CD$ ，再根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle B = \angle EDF$ ，然后求出 $\angle EDF = \angle CAD$ ，再根据两组角对应相等两三角形相似求出 $\triangle EFD$ 和 $\triangle ADC$ 相似，根据相似三角形面积的比等于相似比的平方求解即可.

【解答】 解：(1) $\because S_{\triangle ACD}:S_{\triangle ADB} = 1:2$,

$$\therefore BD = 2CD,$$

$$\because DC = 3,$$

$$\therefore BD = 2 \times 3 = 6,$$

$$\therefore BC = BD + DC = 6 + 3 = 9,$$

$$\because \angle CAD = \angle B, \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAC,$$

$$\therefore \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC},$$

$$\text{即 } \frac{AC}{3} = \frac{9}{AC},$$

$$\text{解得 } AC = 3\sqrt{3};$$

$$(2) \text{ 由翻折的性质得, } \angle E = \angle C, DE = CD = 3,$$

$$\because AB \parallel DE,$$

$$\therefore \angle B = \angle EDF,$$

$$\because \angle CAD = \angle B,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle CAD,$$

$$\therefore \triangle EFD \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle EFD}}{S_{\triangle ADC}} = \left(\frac{DE}{AC}\right)^2 = \left(\frac{3}{3\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}.$$

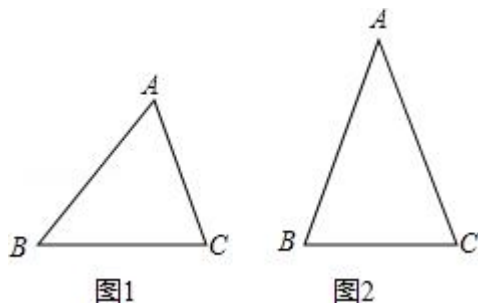
【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质，翻折变换的性质，以及平行线的性质，等高的三角形的面积的比等于底边的比，难点在于利用两组角对应相等，两三角形相似确定出相似的三角形。

23. (12分) 小华同学学习了第二十五章《锐角三角比》后，对求三角形的面积方法进行了研究，得到了新的结论：

$$(1) \text{ 如图 1, 已知锐角 } \triangle ABC. \text{ 求证: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A;$$

(2) 根据题(1)得到的信息，请完成下题：如图 2，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 12$ 厘米，点 P 从 A 点出发，沿着边 AB 移动，点 Q 从 C 点出发沿着边 CA 移动，点 Q 的速度是 1 厘米/秒，点 P 的速度是点 Q 速度的 2 倍，若它们同时出发，设移动时间为 t 秒，

$$\text{问: 当 } t \text{ 为何值时, } \frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{8}?$$



【考点】AD：一元二次方程的应用；T7：解直角三角形．

【专题】25：动点型．

【分析】（1）首先过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E ，则 $\sin A = \frac{EC}{AC}$ ，进而得出 EC 的长，即可得出答案；

（2）首先表示出 $\triangle APQ$ 的面积，进而得出 $\triangle ABC$ 的面积，进而利用 $\frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{8}$ 求出 t 的值即可．

【解答】解：（1）如图 1，

过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E ，

$$\sin A = \frac{EC}{AC},$$

$$\therefore EC = AC \sin A,$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} EC \times AB = \frac{1}{2} AB \times AC \sin A;$$

（2）如图 2，过点 P 作 $PE \perp AC$ 于点 E ，过点 B 作 $BF \perp AC$ 于点 F ，

设移动时间为 t 秒，则 $AP = 2t$ ， $CQ = t$ ，

$$\therefore PE = AP \sin A, \quad BF = 12 \sin A,$$

$$S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} AQ \times PE = \frac{1}{2} \times (12 - t) \times AP \sin A = \frac{1}{2} \times (12 - t) \times 2t \times \sin A = t(12 - t) \sin A,$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BF \times AC = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \sin A = 72 \sin A,$$

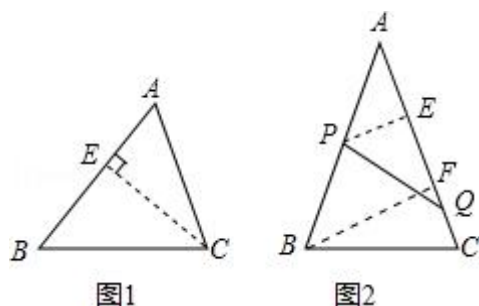
$$\text{当 } \frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{8},$$

$$\therefore \frac{t(12-t) \sin A}{72 \sin A} = \frac{3}{8},$$

$\therefore$ 整理得出: $t^2 - 12t + 27 = 0$,

解得: $t_1 = 3$, $t_2 = 9$ (不合题意舍去),

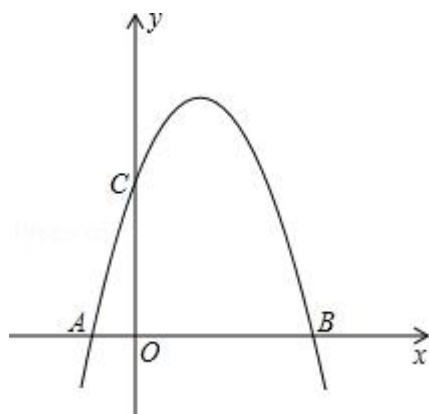
$\therefore$ 当 $t = 3$ 秒时, $\frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{8}$.



【点评】 此题主要考查了解直角三角形的应用和一元二次方程的解法, 根据已知表示出 $\triangle APQ$ 的面积是解题关键.

24. (12 分) 已知: 如图, 抛物线 $y = -\frac{4}{5}x^2 + mx + 4$ 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于点 A 、 B , (点 A 在点 B 的左侧) 且满足 $OC = 4OA$. 设抛物线的对称轴与 x 轴交于点 M :

- (1) 求抛物线的解析式及点 M 的坐标;
- (2) 联接 CM , 点 Q 是射线 CM 上的一个动点, 当 $\triangle QMB$ 与 $\triangle COM$ 相似时, 求直线 AQ 的解析式.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 (1) 令 $x = 0$ 求出点 C 的坐标, 再求出 OA 的长度, 然后写出点 A 的坐标, 代入抛物线求出 m 的值, 即可得解, 再利用对称轴解析式求出点 M 的坐标即可;

(2) 求出 OM 的长, 再利用勾股定理列式求出 CM , 令 $y=0$, 解关于 x 的一元二次方程求出点 B 的坐标, 得到 OB 的长度, 再求出 BM , 然后分① $\angle BQM = 90^\circ$ 时, $\triangle COM$ 和 $\triangle BQM$ 相似, 利用相似三角形对应边成比例列式求出 BQ , 过点 Q 作 $QD \perp x$ 轴于 D , 解直角三角形求出 BD 、 QD , 然后求出 OD , 从而写出点 Q 的坐标, 再利用待定系数法求一次函数解析式解答; ② $\angle MBQ = 90^\circ$ 时, $\triangle COM$ 和 $\triangle QBM$ 相似, 利用相似三角形对应边成比例列式求出 BQ , 再写出点 Q 的坐标, 然后利用待定系数法求一次函数解析式解答.

【解答】 解: (1) 令 $x=0$, 则 $y=4$,

$\therefore$ 点 $C(0, 4)$,

$OC=4$,

$\because OC=4OA$,

$\therefore OA=1$,

$\therefore$ 点 $A(-1, 0)$,

把点 A 坐标代入抛物线 $y = -\frac{4}{5}x^2 + mx + 4$ 得, $-\frac{4}{5} \times (-1)^2 + m \times (-1) + 4 = 0$,

解得 $m = \frac{16}{5}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{16}{5}x + 4$,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{\frac{16}{5}}{2 \times (-\frac{4}{5})} = 2$,

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(2, 0)$;

(2) $\because OM=2$, $OC=4$,

$\therefore CM = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

令 $y=0$, 则 $-\frac{4}{5}x^2 + \frac{16}{5}x + 4 = 0$,

整理得 $x^2 - 4x - 5 = 0$,

解得 $x_1 = -1$, $x_2 = 5$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(5, 0)$,

$\therefore OB=5$,

$$\therefore BM = OB - OM = 5 - 2 = 3,$$

如图, ① $\angle BQM = 90^\circ$ 时, $\triangle COM$ 和 $\triangle BQM$ 相似,

$$\therefore \frac{CO}{BQ} = \frac{CM}{BM},$$

$$\text{即 } \frac{4}{BQ} = \frac{2\sqrt{5}}{3},$$

$$\text{解得 } BQ = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

过点 Q 作 $QD \perp x$ 轴于 D ,

$$\text{则 } BD = BQ \cdot \cos \angle QBM = \frac{6\sqrt{5}}{5} \times \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{12}{5}, QD = BQ \cdot \sin \angle QBM = \frac{6\sqrt{5}}{5} \times \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{6}{5},$$

$$\therefore OD = OB - BD = 5 - \frac{12}{5} = \frac{13}{5},$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标为 } \left(\frac{13}{5}, -\frac{6}{5} \right),$$

设直线 AQ 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

$$\text{则 } \begin{cases} -k + b = 0 \\ \frac{13}{5}k + b = -\frac{6}{5} \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AQ \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3};$$

② $\angle MBQ = 90^\circ$ 时, $\triangle COM$ 和 $\triangle QBM$ 相似,

$$\therefore \frac{CO}{BQ} = \frac{OM}{BM},$$

$$\text{即 } \frac{4}{BQ} = \frac{2}{3},$$

$$\text{解得 } BQ = 6,$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标为 } (5, -6),$$

设直线 AQ 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

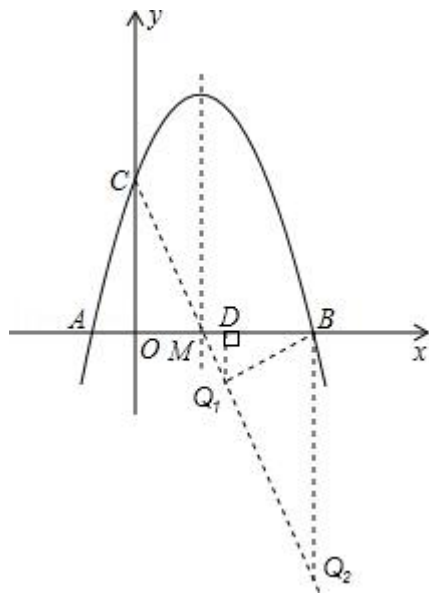
$$\text{则 } \begin{cases} -k + b = 0 \\ 5k + b = -6 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = -1 \end{cases},$$

∴直线 AQ 的解析式为 $y = -x - 1$;

综上所述, 当 $\triangle QMB$ 与 $\triangle COM$ 相似时, 直线 AQ 的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ 或 y

$$= -x - 1.$$



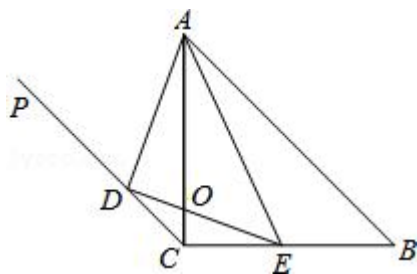
【点评】 本题是二次函数综合题型, 主要利用了抛物线与坐标轴的交点坐标的求法, 待定系数法求二次函数解析式, 待定系数法求一次函数解析式, 相似三角形的性质, 解直角三角形, 难点在于 (2) 要分情况讨论.

25. (14 分) 已知: 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, 斜边 AB 的长为 4, 过点 C 作射线 $CP \parallel AB$, D 为射线 CP 上一点, E 在边 BC 上 (不与 B 、 C 重合), 且 $\angle DAE = 45^\circ$, AC 与 DE 交于点 O .

(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ACB$;

(2) 设 $CD = x$, $\tan \angle BAE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

(3) 如果 $\triangle COD$ 与 $\triangle BEA$ 相似, 求 CD 的值.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 首先利用两角对应相等, 证明 $\triangle ACD \sim \triangle ABE$, 进而证明 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$;

(2) 如答图 1 所示, 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F , 则 $\triangle DCF$ 为等腰直角三角形;

分别求出 CF 、 DF 、 AF 的长度, 然后利用 $\tan \angle BAE = \tan \angle CAD$ 求解;

(3) 首先确定 $\triangle COD \sim \triangle BEA$, 然后证明 AE 为角平分线; 如答图 3, 作辅助线,

利用角平分线与等腰直角三角形的性质, 求出 CD 的长度.

【解答】(1) 证明: 由题意可知 $\angle CAD + \angle CAE = \angle CAE + \angle BAE = 45^\circ$,

$$\therefore \angle CAD = \angle BAE;$$

$$\because CP \parallel AB, \therefore \angle ACD = \angle CAE = \angle B = 45^\circ.$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABE,$$

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}, \text{ 即 } \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB},$$

$$\text{又 } \because \angle DAE = \angle CAB = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB.$$

(2) 解: $\because$ 等腰直角 $\triangle ABC$ 中, 斜边 AB 的长为 4,

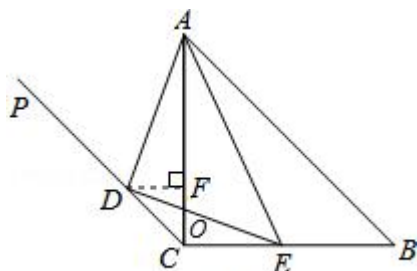
$$\therefore AC = BC = 2\sqrt{2}.$$

如答图 1, 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F , 则 $\triangle DCF$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore DF = CF = \frac{\sqrt{2}}{2} CD = \frac{\sqrt{2}}{2} x,$$

$$\therefore AF = AC - CF = 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} x,$$

$$\therefore \tan \angle CAD = \frac{DF}{AF} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} x}{2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} x} = \frac{x}{4-x}.$$



答图1

由 (1) 知, $\angle BAE = \angle CAD$, $\therefore \tan \angle BAE = \tan \angle CAD$,

$$\therefore y = \frac{x}{4-x}, \text{ 定义域 } 0 < x < 2.$$

(3) 解: 在 $\triangle COD$ 与 $\triangle BEA$ 中, $\angle DCO = \angle B = 45^\circ$, $\angle DOC$ 与 $\angle AEB$ 均为钝角,

$\therefore$ 如果 $\triangle COD$ 与 $\triangle BEA$ 相似, 只能是 $\triangle COD \sim \triangle BEA$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\because \angle AEC = \angle AED + \angle 3 = 45^\circ + \angle 3$, $\angle AEC = \angle B + \angle 2 = 45^\circ + \angle 2$,

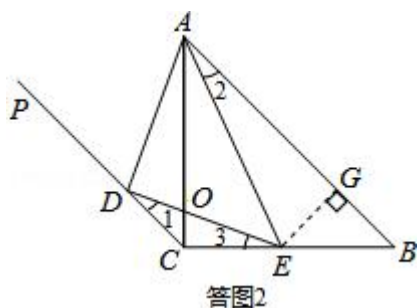
$\therefore \angle 3 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, $\therefore CE = CD$.

$\because CP \parallel AB$, $\therefore \angle DCE + \angle B = 180^\circ$, $\therefore \angle DCE = 180^\circ - \angle B = 135^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle DCE) = 22.5^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \frac{1}{2} \angle CAB$, 即 AE 为角平分线.



如答图 2, 过点 E 作 $EG \perp AB$ 于点 G , 则 $EG = CE$, 且 $\triangle BEG$ 为等腰直角三角形.

$\therefore EG = BG = CE = CD$, $BE = \sqrt{2}EG = \sqrt{2}CD$.

$\therefore BC = CE + BE = CD + \sqrt{2}CD = 2\sqrt{2}$,

$\therefore CD = 4 - 2\sqrt{2}$.

【点评】 本题是几何综合题, 考查了等腰直角三角形、平行线、角平分线、相似三角形等几何知识点. 本题着重考查几何基础知识, 难度不大.