

2013 年上海市中考数学试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) (2013•上海) 下列式子中，属于最简二次根式的是 ()

A $\sqrt{9}$

B $\sqrt{7}$

C $\sqrt{20}$

D $\sqrt{\frac{1}{3}}$

2. (4 分) (2013•上海) 下列关于 x 的一元二次方程有实数根的是 ()

A $x^2+1=0$

B $x^2+x+1=0$

C $x^2-x+1=0$

D $x^2-x-1=0$

3. (4 分) (2013•上海) 如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位，那么所得新抛物线的表达式是 ()

A $y=(x-1)^2+2$

B $y=(x+1)^2+2$

C $y=x^2+1$

D $y=x^2+3$

4. (4 分) (2013•上海) 数据 0, 1, 1, 3, 3, 4 的中位数和平均数分别是 ()

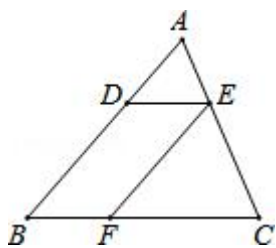
A 2 和 2.4

B 2 和 2

C 1 和 2

D 3 和 2

5. (4 分) (2013•上海) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E、F 分别是边 AB、AC、BC 上的点， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel AB$ ，且 $AD:DB=3:5$ ，那么 $CF:CB$ 等于 ()



A 5: 8

B 3: 8

C 3: 5

D 2: 5

6. (4 分) (2013•上海) 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC 和 BD 交于点 O，下列条件中，能判断梯形 ABCD 是等腰梯形的是 ()

A $\angle BDC = \angle BCD$

B $\angle ABC = \angle DAB$

C $\angle ADB = \angle DAC$

D $\angle AOB = \angle BOC$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. (4 分) (2013•上海) 分解因式： $a^2-1=$ _____.

8. (4 分) (2013•上海) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x+3 > x \end{cases}$ 的解集是_____.

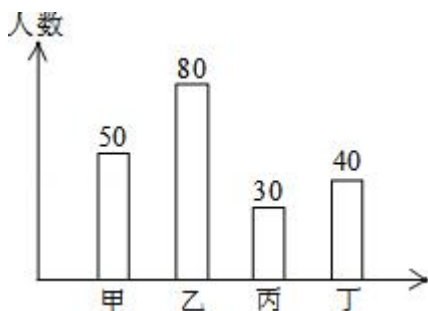
9. (4 分) (2013•上海) 计算： $\frac{3b^2}{a} \times \frac{a}{b}$ _____.

10. (4分) (2013•上海) 计算: $2(\vec{a} - \vec{b}) + 3\vec{b} =$ _____.

11. (4分) (2013•上海) 已知函数 $f(x) = \frac{3}{x^2+1}$, 那么 $f(\sqrt{2}) =$ _____.

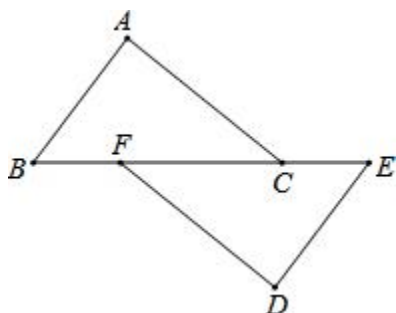
12. (4分) (2013•上海) 将“定理”的英文单词 theorem 中的 7 个字母分别写在 7 张相同的卡片上, 字面朝下随意放在桌子上, 任取一张, 那么取到字母 e 的概率为_____.

13. (4分) (2013•上海) 某校报名参加甲、乙、丙、丁四个兴趣小组的学生人数如图所示, 那么报名参加甲组和丙组的人数之和占所有报名人数的百分比为_____.

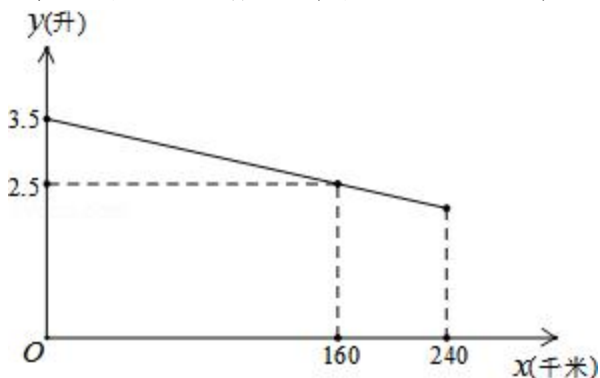


14. (4分) (2013•上海) 在 $\odot O$ 中, 已知半径长为 3, 弦 AB 长为 4, 那么圆心 O 到 AB 的距离为_____.

15. (4分) (2013•上海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, 点 B、F、C、E 在同一直线上, $BF=CE$, $AC \parallel DF$, 请添加一个条件, 使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 这个添加的条件可以是_____ (只需写一个, 不添加辅助线)

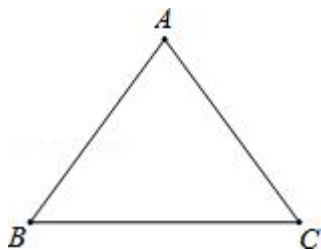


16. (4分) (2013•上海) 李老师开车从甲地到相距 240 千米的乙地, 如果油箱剩余油量 y (升) 与行驶里程 x (千米) 之间是一次函数关系, 其图象如图所示, 那么到达乙地时油箱剩余油量是_____升.



17. (4分) (2013•上海) 当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍时, 我们称此三角形为“特征三角形”, 其中 α 称为“特征角”. 如果一个“特征三角形”的“特征角”为 100° , 那么这个“特征三角形”的最小内角的度数为_____.

18. (4分) (2013•上海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=8$, $\tan C=\frac{3}{2}$, 如果将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折后, 点 B 落在边 AC 的中点处, 直线 l 与边 BC 交于点 D , 那么 BD 的长为_____.



三、解答题: (本大题共7题, 满分78分) (本大题共7题, 19~22题10分, 23、24题12分, 25题14分, 满分78分) [将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

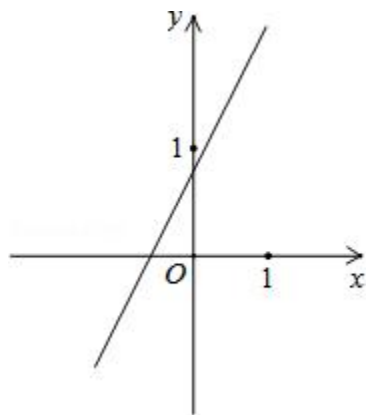
19. (10分) (2013•上海) 计算: $\sqrt{8} + |\sqrt{2} - 1| - \pi^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

20. (10分) (2013•上海) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = -2 \\ x^2 - xy - 2y^2 = 0 \end{cases}$$

21. (10分) (2013•上海) 已知平面直角坐标系 xOy (如图), 直线 $y=\frac{1}{2}x+b$ 经过第一、二、三象限, 与 y 轴交于点 B , 点 $A(2, t)$ 在这条直线上, 联结 AO , $\triangle AOB$ 的面积等于1.

(1) 求 b 的值;

(2) 如果反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 是常量, $k \neq 0$) 的图象经过点 A , 求这个反比例函数的解析式.



22. (10分) (2013•上海) 某地下车库出口处“两段式栏杆”如图1所示, 点 A 是栏杆转动的支点, 点 E 是栏杆两段的连接点. 当车辆经过时, 栏杆 AEF 升起后的位置如图2所示, 其示意图如图3所示, 其中 $AB \perp BC$, $EF \parallel BC$, $\angle EAB=143^\circ$, $AB=AE=1.2$ 米, 求当车辆经过时, 栏杆 EF 段距离地面的高度 (即直线 EF 上任意一点到直线 BC 的距离).

(结果精确到0.1米, 栏杆宽度忽略不计参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$.)

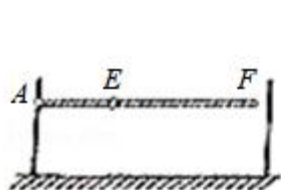


图1

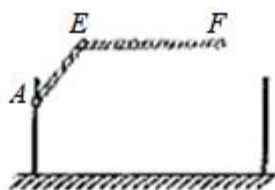


图2

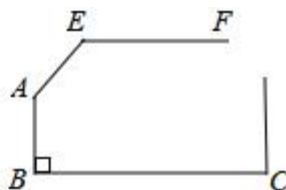
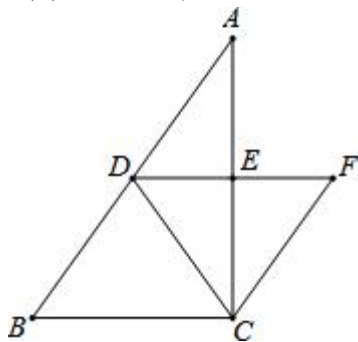


图3

23. (12 分) (2013•上海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B > \angle A$, 点 D 为边 AB 的中点, $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E , $CF \parallel AB$ 交 DE 的延长线于点 F .

(1) 求证: $DE=EF$;

(2) 连结 CD , 过点 D 作 DC 的垂线交 CF 的延长线于点 G , 求证: $\angle B = \angle A + \angle DGC$.

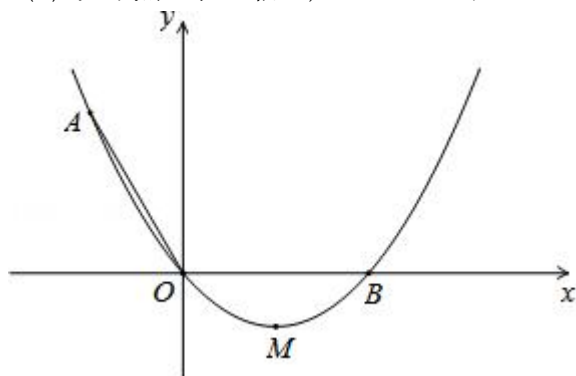


24. (12 分) (2013•上海) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 顶点为 M 的抛物线 $y=ax^2+bx$ ($a > 0$), 经过点 A 和 x 轴正半轴上的点 B , $AO=OB=2$, $\angle AOB=120^\circ$.

(1) 求这条抛物线的表达式;

(2) 连接 OM , 求 $\angle AOM$ 的大小;

(3) 如果点 C 在 x 轴上, 且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AOM$ 相似, 求点 C 的坐标.

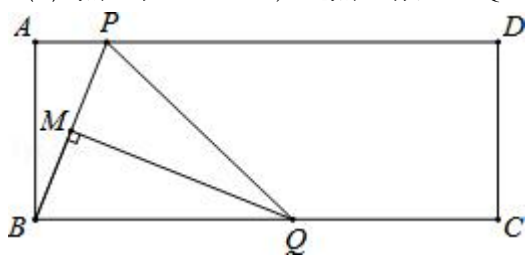


25. (14 分) (2013•上海) 在矩形 $ABCD$ 中, 点 P 是边 AD 上的动点, 连接 BP , 线段 BP 的垂直平分线交边 BC 于点 Q , 垂足为点 M , 联结 QP (如图). 已知 $AD=13$, $AB=5$, 设 $AP=x$, $BQ=y$.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;

(2) 当以 AP 长为半径的 $\odot P$ 和以 QC 长为半径的 $\odot Q$ 外切时, 求 x 的值;

(3) 点 E 在边 CD 上, 过点 E 作直线 QP 的垂线, 垂足为 F , 如果 $EF=EC=4$, 求 x 的值.



2013 年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) (2013•上海) 下列式子中，属于最简二次根式的是 ()

A $\sqrt{9}$

B $\sqrt{7}$

C $\sqrt{20}$

D $\sqrt{\frac{1}{3}}$

考点：最简二次根式.

分析：判断一个二次根式是否为最简二次根式主要方法是根据最简二次根式的定义进行，或直观地观察被开方数的每一个因数（或因式）的指数都小于根指数 2，且被开方数中不含有分母，被开方数是多项式时要先因式分解后再观察.

解答：解：A、 $\sqrt{9}=3$ ，故此选项错误；

B、 $\sqrt{7}$ 是最简二次根式，故此选项正确；

C、 $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ ，不是最简二次根式，故此选项错误；

D、 $\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，不是最简二次根式，故此选项错误；

故选：B.

点评：本题考查了最简二次根式的定义. 在判断最简二次根式的过程中要注意：

(1) 在二次根式的被开方数中，只要含有分数或小数，就不是最简二次根式；

(2) 在二次根式的被开方数中的每一个因式（或因数），如果幂的指数大于或等于 2，也不是最简二次根式.

2. (4 分) (2013•上海) 下列关于 x 的一元二次方程有实数根的是 ()

A $x^2+1=0$

B $x^2+x+1=0$

C $x^2-x+1=0$

D $x^2-x-1=0$

考点：根的判别式.

专题：计算题.

分析：计算出各项中方程根的判别式的值，找出根的判别式的值大于等于 0 的方程即可.

解答：解：A、这里 $a=1$ ， $b=0$ ， $c=1$ ，

$$\therefore \Delta=b^2-4ac=-4<0,$$

$\therefore$ 方程没有实数根，本选项不合题意；

B、这里 $a=1$ ， $b=1$ ， $c=1$ ，

$$\therefore \Delta=b^2-4ac=1-4=-3<0,$$

$\therefore$ 方程没有实数根，本选项不合题意；

C、这里 $a=1$ ， $b=-1$ ， $c=1$ ，

$$\therefore \Delta=b^2-4ac=1-4=-3<0,$$

$\therefore$ 方程没有实数根，本选项不合题意；

D、这里 $a=1$ ， $b=-1$ ， $c=-1$ ，

$$\therefore \Delta=b^2-4ac=1+4=5>0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等实数根，本选项符合题意；

故选 D

点评：此题考查了根的判别式，熟练掌握根的判别式的意义是解本题的关键.

3. (4 分) (2013•上海) 如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位，那么所得新抛物线的表达式是 ()

A $y = (x - 1)^2 + 2$

B $y = (x + 1)^2 + 2$

C $y = x^2 + 1$

D $y = x^2 + 3$

考点：二次函数图象与几何变换.

分析：根据向下平移，纵坐标相减，即可得到答案.

解答：解：∵ 抛物线 $y = x^2 + 2$ 向下平移 1 个单位，
∴ 抛物线的解析式为 $y = x^2 + 2 - 1$ ，即 $y = x^2 + 1$.
故选 C.

点评：本题考查了二次函数的图象与几何变换，向下平移|a|个单位长度纵坐标要减|a|.

4. (4 分) (2013•上海) 数据 0, 1, 1, 3, 3, 4 的中位数和平均数分别是 ()

A 2 和 2.4

B 2 和 2

C 1 和 2

D 3 和 2

考点：中位数；加权平均数.

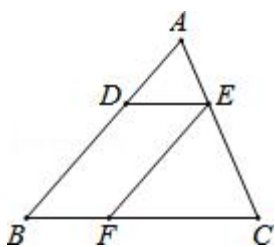
分析：根据中位数和平均数的定义求解即可.

解答：解：这组数据的中位数为： $(1+3) \div 2 = 2$ ，
平均数为： $\frac{0+1+1+3+3+4}{6} = 2$.

故选 B.

点评：本题考查了中位数及平均数的定义，属于基础题，掌握基本定义是关键.

5. (4 分) (2013•上海) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E、F 分别是边 AB、AC、BC 上的点， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel AB$ ，且 $AD:DB=3:5$ ，那么 $CF:CB$ 等于 ()



A 5: 8

B 3: 8

C 3: 5

D 2: 5

考点：平行线分线段成比例.

专题：压轴题.

分析：先由 $AD:DB=3:5$ ，求得 $BD:AB$ 的比，再由 $DE \parallel BC$ ，根据平行线分线段成比例定理，可得 $CE:AC=BD:AB$ ，然后由 $EF \parallel AB$ ，根据平行线分线段成比例定理，可得 $CF:CB=CE:AC$ ，则可求得答案.

解答：解：∵ $AD:DB=3:5$ ，
∴ $BD:AB=5:8$ ，
∵ $DE \parallel BC$ ，
∴ $CE:AC=BD:AB=5:8$ ，
∵ $EF \parallel AB$ ，
∴ $CF:CB=CE:AC=5:8$.
故选 A.

点评：此题考查了平行线分线段成比例定理. 此题比较简单，注意掌握比例线段的对应关系是解此题的关键.

6. (4 分) (2013•上海) 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC 和 BD 交于点 O，下列条件中，能判断梯形 ABCD 是等腰梯形的是 ()

A $\angle BDC = \angle BCD$ B $\angle ABC = \angle DAB$ C $\angle ADB = \angle DAC$ D $\angle AOB = \angle BOC$

考点：等腰梯形的判定.

专题：压轴题.

分析：等腰梯形的判定定理有：①有两腰相等的梯形是等腰梯形，②对角线相等的梯形是等腰梯形，③在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形，根据以上内容判断即可.

解答：解：A、 $\because \angle BDC = \angle BCD$,

$\therefore BD = BC$,

根据已知 $AD \parallel BC$ 不能推出四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，故本选项错误；

B、根据 $\angle ABC = \angle DAB$ 和 $AD \parallel BC$ 不能推出四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，故本选项错误；

C、 $\because \angle ADB = \angle DAC$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADB = \angle DAC = \angle DBC = \angle ACB$,

$\therefore OA = OD$, $OB = OC$,

$\therefore AC = BD$,

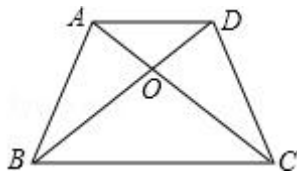
$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，故本选项正确；

D、根据 $\angle AOB = \angle BOC$ ，只能推出 $AC \perp BD$ ，

再根据 $AD \parallel BC$ 不能推出四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，故本选项错误.

故选 C.



点评：本题考查了对等腰梯形的判定定理的应用，主要考查学生的推理能力和辨析能力，注意：等腰梯形的判定定理有：①有两腰相等的梯形是等腰梯形，②对角线相等的梯形是等腰梯形，③在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. (4 分) (2013•上海) 分解因式： $a^2 - 1 = \underline{(a+1)(a-1)}$.

考点：因式分解-运用公式法.

分析：符合平方差公式的特征，直接运用平方差公式分解因式. 平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

解答：解： $a^2 - 1 = (a+1)(a-1)$.

点评：本题主要考查平方差公式分解因式，熟记公式是解题的关键.

8. (4 分) (2013•上海) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x+3 > x \end{cases}$ 的解集是 $\underline{x > 1}$.

考点：解一元一次不等式组.

专题：探究型.

分析：分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

解答：解： $\begin{cases} x-1 > 0 \text{ ①} \\ 2x+3 > x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得， $x > 1$;

由②得， $x > -3$,

故此不等式组的解集为： $x > 1$.

故答案为: $x > 1$.

点评: 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

9. (4分) (2013•上海) 计算: $\frac{3b^2}{a} \times \frac{a}{b} = \underline{3b}$.

考点: 分式的乘除法.

专题: 计算题.

分析: 分子和分母分别相乘, 再约分.

解答: 解: 原式 $= \frac{3b^2 a}{ab} = 3b$,

故答案为 $3b$.

点评: 本题考查了分式的乘除法, 分式的乘除混合运算一般是统一为乘法运算, 如果有乘方, 还应根据分式乘方法则先乘方, 即把分子、分母分别乘方, 然后再进行乘除运算.

10. (4分) (2013•上海) 计算: $2(\vec{a} - \vec{b}) + 3\vec{b} = \underline{2\vec{a} + \vec{b}}$.

考点: *平面向量.

分析: 先去括号, 然后进行向量的加减即可.

解答: 解: $2(\vec{a} - \vec{b}) + 3\vec{b} = 2\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{b} = 2\vec{a} + \vec{b}$.

故答案为: $2\vec{a} + \vec{b}$.

点评: 本题考查了平面向量的知识, 属于基础题, 掌握向量的加减运算是关键.

11. (4分) (2013•上海) 已知函数 $f(x) = \frac{3}{x^2+1}$, 那么 $f(\sqrt{2}) = \underline{1}$.

考点: 函数值.

分析: 把自变量的值代入函数关系式进行计算即可得解.

解答: 解: $f(\sqrt{2}) = \frac{3}{(\sqrt{2})^2+1} = 1$.

故答案为: 1 .

点评: 本题考查了函数值求解, 把自变量的值代入进行计算即可, 比较简单.

12. (4分) (2013•上海) 将“定理”的英文单词 theorem 中的 7 个字母分别写在 7 张相同的卡片上, 字面朝下随意放在桌子上, 任取一张, 那么取到字母 e 的概率为 $\underline{\frac{2}{7}}$.

考点: 概率公式.

分析: 让英文单词 theorem 中字母 e 的个数除以字母的总个数即为所求的概率.

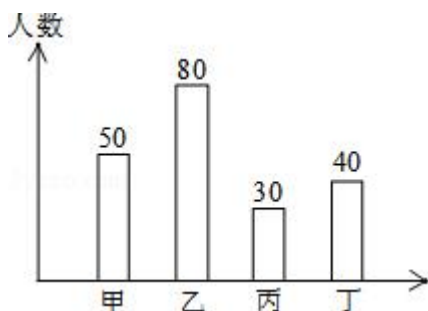
解答: 解: $\because$ 英文单词 theorem 中, 一共有 7 个字母, 其中字母 e 有 2 个,

$\therefore$ 任取一张, 那么取到字母 e 的概率为 $\frac{2}{7}$.

故答案为 $\frac{2}{7}$.

点评: 本题考查了概率公式, 用到的知识点为: 概率等于所求情况数与总情况数之比.

13. (4分) (2013•上海) 某校报名参加甲、乙、丙、丁四个兴趣小组的学生人数如图所示, 那么报名参加甲组和丙组的人数之和占所有报名人数的百分比为 40%.



考点: 条形统计图.

分析: 各个项目的人数的和就是总人数, 然后利用报名参加甲组和丙组的人数之和除以总人数即可求解.

解答: 解: 总人数是: $50+80+30+40=200$ (人),

则报名参加甲组和丙组的人数之和占所有报名人数的百分比为 $\frac{50+30}{200} \times 100\% = 40\%$.

故答案是: 40%.

点评: 本题考查了条形统计图, 正确读图, 理解图形中说明的意义是关键.

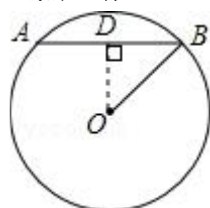
14. (4分) (2013•上海) 在 $\odot O$ 中, 已知半径长为3, 弦AB长为4, 那么圆心O到AB的距离为 $\sqrt{5}$.

考点: 垂径定理; 勾股定理.

分析: 根据题意画出图形, 过点O作 $OD \perp AB$ 于点D, 由垂径定理可得出BD的长, 在 $Rt\triangle OBD$ 中, 利用勾股定理及可求出OD的长.

解答: 解: 如图所示:

过点O作 $OD \perp AB$ 于点D,



$\because AB=4$,

$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2$,

在 $Rt\triangle OBD$ 中,

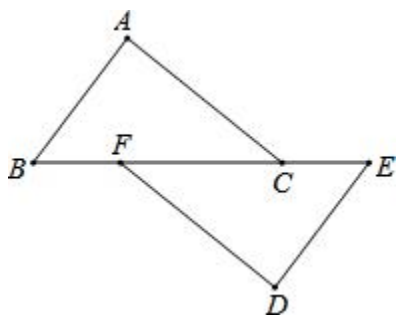
$\because OB=3\text{cm}$, $BD=2\text{cm}$,

$\therefore OD = \sqrt{OB^2 - BD^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$.

故答案为: $\sqrt{5}$.

点评: 本题考查的是垂径定理及勾股定理, 根据题意画出图形, 利用数形结合求解是解答此题的关键.

15. (4分) (2013•上海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, 点B、F、C、E在同一直线上, $BF=CE$, $AC \parallel DF$, 请添加一个条件, 使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 这个添加的条件可以是 $AC=DF$. (只需写一个, 不添加辅助线)



考点：全等三角形的判定.

专题：开放型.

分析：求出 $BC=EF$, $\angle ACB=\angle DFE$, 根据 SAS 推出两三角形全等即可.

解答：解: $AC=DF$,

理由是: $\because BF=CE$,

$\therefore BF+FC=CE+FC$,

$\therefore BC=EF$,

$\because AC \parallel DF$,

$\therefore \angle ACB=\angle DFE$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

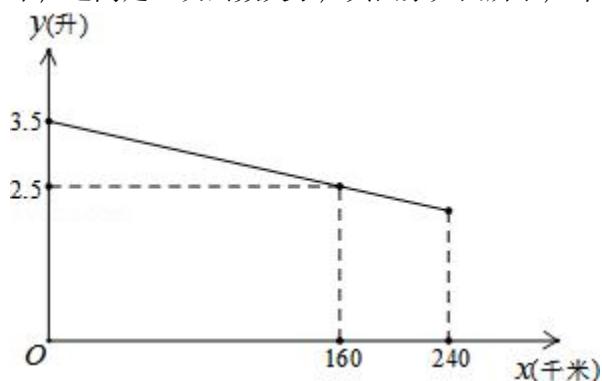
$$\begin{cases} AC=DF \\ \angle ACB=\angle DFE \\ BC=EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS),

故答案为: $AC=DF$.

点评：本题考查了全等三角形的判定的应用，注意：全等三角形的判定定理有 SAS, ASA, AAS, SSS, 答案不唯一.

16. (4 分) (2013•上海) 李老师开车从甲地到相距 240 千米的乙地，如果油箱剩余油量 y (升) 与行驶里程 x (千米) 之间是一次函数关系，其图象如图所示，那么到达乙地时油箱剩余油量是 2 升.



考点：一次函数的应用.

分析：先运用待定系数法求出 y 与 x 之间的函数关系式，然后把 $x=240$ 时带入解析式就可以求出 y 的值，从而得出剩余的油量.

解答：解: 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$, 由函数图象, 得

$$\begin{cases} 3.5=b \\ 2.5=160k+b \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-\frac{1}{160} \\ b=3.5 \end{cases}$$

$$\text{则 } y = -\frac{1}{160}x + 3.5.$$

当 $x=240$ 时,

$$y = -\frac{1}{160} \times 240 + 3.5 = 2 \text{ 升}.$$

故答案为: 2

点评: 本题考查了运用待定系数法求一次函数的运用, 根据自变量求函数值的运用, 解答时理解函数图象的含义求出一次函数的解析式是关键.

17. (4 分) (2013•上海) 当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍时, 我们称此三角形为“特征三角形”, 其中 α 称为“特征角”. 如果一个“特征三角形”的“特征角”为 100° , 那么这个“特征三角形”的最小内角的度数为 30° .

考点: 三角形内角和定理.

专题: 压轴题; 新定义.

分析: 根据已知一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍得出 β 的度数, 进而求出最小内角即可.

解答: 解: 由题意得: $\alpha=2\beta$, $\alpha=100^\circ$, 则 $\beta=50^\circ$,

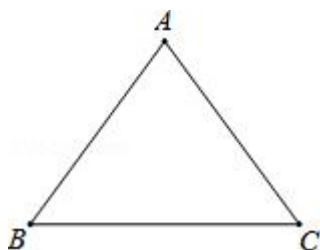
$$180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ,$$

故答案为: 30° .

点评: 此题主要考查了新定义以及三角形的内角和定理, 根据已知得出 β 的度数是解题关键.

18. (4 分) (2013•上海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=8$, $\tan C = \frac{3}{2}$, 如果将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折后, 点 B 落

在边 AC 的中点处, 直线 l 与边 BC 交于点 D , 那么 BD 的长为 $\frac{15}{4}$.



考点: 翻折变换 (折叠问题).

专题: 压轴题.

分析: 首先根据已知得出 $\triangle ABC$ 的高以及 $B'E$ 的长, 利用勾股定理求出 BD 即可.

解答: 解: 过点 A 作 $AQ \perp BC$ 于点 Q ,

$$\because AB=AC, BC=8, \tan C = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{AQ}{QC} = \frac{3}{2}, QC=BQ=4,$$

$$\therefore AQ=6,$$

$\because$ 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折后, 点 B 落在边 AC 的中点处,

过 B' 点作 $B'E \perp BC$ 于点 E ,

$$\therefore B'E = \frac{1}{2}AQ = 3,$$

$$\therefore \frac{B'E}{EC} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore EC=2,$$

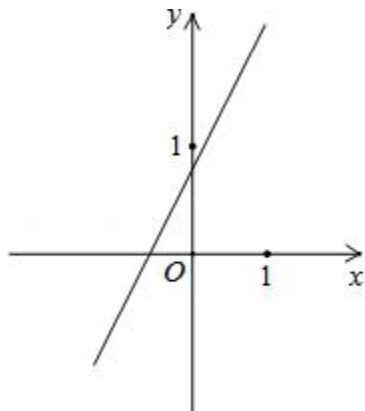
设 $BD=x$, 则 $B'D=x$,

$$\therefore DE=8-x-2=6-x,$$

21. (10 分) (2013•上海) 已知平面直角坐标系 xOy (如图), 直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过第一、二、三象限, 与 y 轴交于点 B , 点 $A(2, t)$ 在这条直线上, 联结 AO , $\triangle AOB$ 的面积等于 1.

(1) 求 b 的值;

(2) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常量, $k \neq 0$) 的图象经过点 A , 求这个反比例函数的解析式.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 计算题.

分析: (1) 连接 OA , 过 A 作 AC 垂直于 y 轴, 由 A 的横坐标为 2 得到 $AC=2$, 对于直线解析式, 令 $y=0$ 求出 x 的值, 表示出 OB 的长, 三角形 AOB 面积以 OB 为底, AC 为高表示出, 根据已知三角形的面积求出 OB 的长, 确定出 B 坐标, 代入一次函数解析式中即可求出 b 的值;

(2) 将 A 坐标代入一次函数求出 t 的值, 确定出 A 坐标, 将 A 坐标代入反比例解析式中求出 k 的值, 即可确定出反比例解析式.

解答: 解: (1) 过 A 作 $AC \perp y$ 轴, 连接 OA ,

$$\because A(2, t),$$

$$\therefore AC=2,$$

对于直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$, 令 $x=0$, 得到 $y=b$, 即 $OB=b$,

$$\because S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OB \cdot AC = OB = 1,$$

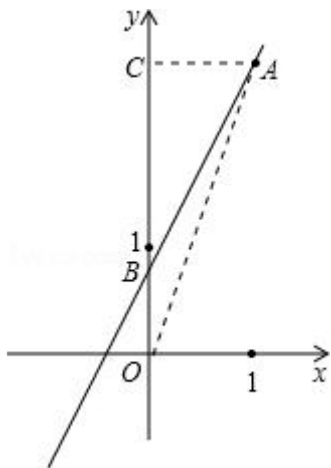
$$\therefore b=1;$$

(2) 由 $b=1$, 得到直线解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 1$,

将 $A(2, t)$ 代入直线解析式得: $t = -1 + 1 = 0$, 即 $A(2, 0)$,

把 $A(2, 0)$ 代入反比例解析式得: $k=0$,

则反比例解析式为 $y = \frac{4}{x}$.



点评： 此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，涉及的知识有：一次函数与坐标轴的交点，坐标与图形性质，待定系数法求函数解析式，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

22. (10 分) (2013•上海) 某地下车库出口处“两段式栏杆”如图 1 所示，点 A 是栏杆转动的支点，点 E 是栏杆两段的连接点. 当车辆经过时，栏杆 AEF 升起后的位置如图 2 所示，其示意图如图 3 所示，其中 $AB \perp BC$ ， $EF \parallel BC$ ， $\angle EAB = 143^\circ$ ， $AB = AE = 1.2$ 米，求当车辆经过时，栏杆 EF 段距离地面的高度（即直线 EF 上任意一点到直线 BC 的距离）.

（结果精确到 0.1 米，栏杆宽度忽略不计参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）

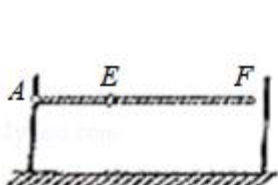


图 1

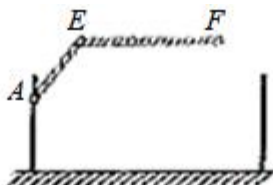


图 2

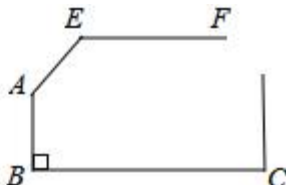


图 3

考点： 解直角三角形的应用.

分析： 过点 A 作 BC 的平行线 AG，过点 E 作 $EH \perp AG$ 于 H，则 $\angle BAG = 90^\circ$ ， $\angle EHA = 90^\circ$. 先求出 $\angle EAH = 53^\circ$ ，则 $\angle EAH = 53^\circ$ ，然后在 $\triangle EAH$ 中，利用余弦函数的定义得出 $EH = AE \cdot \cos \angle AEH \approx 0.96$ 米，则栏杆 EF 段距离地面的高度为： $AB + EH$ ，代入数值计算即可.

解答： 解：如图，过点 A 作 BC 的平行线 AG，过点 E 作 $EH \perp AG$ 于 H，则 $\angle BAG = 90^\circ$ ， $\angle EHA = 90^\circ$.

$$\because \angle EAB = 143^\circ, \angle BAG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAH = \angle EAB - \angle BAG = 53^\circ.$$

在 $\triangle EAH$ 中， $\angle EHA = 90^\circ$ ， $\angle AEH = 90^\circ - \angle EAH = 37^\circ$ ， $AE = 1.2$ 米，

$$\therefore EH = AE \cdot \cos \angle AEH \approx 1.2 \times 0.80 = 0.96 \text{ (米)},$$

$$\because AB = 1.2 \text{ 米},$$

$$\therefore \text{栏杆 EF 段距离地面的高度为: } AB + EH \approx 1.2 + 0.96 = 2.16 \approx 2.2 \text{ (米)}.$$

故栏杆 EF 段距离地面的高度为 2.2 米.

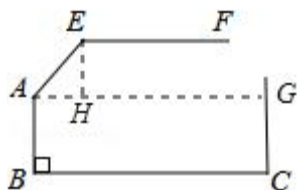


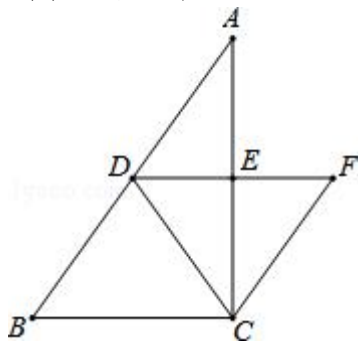
图 3

点评： 本题考查了解直角三角形在实际中的应用，难度适中. 关键是通过作辅助线，构造直角三角形，把实际问题转化为数学问题加以计算.

23. (12分) (2013·上海) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B > \angle A$, 点D为边AB的中点, $DE \parallel BC$ 交AC于点E, $CF \parallel AB$ 交DE的延长线于点F.

(1) 求证: $DE=EF$;

(2) 连结CD, 过点D作DC的垂线交CF的延长线于点G, 求证: $\angle B = \angle A + \angle DGC$.



考点: 菱形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质; 直角三角形斜边上的中线.

分析: (1) 首先证明四边形DBCF为平行四边形, 可得 $DF=BC$, 再证明 $DE=\frac{1}{2}BC$, 进而得到 $EF=\frac{1}{2}CB$, 即可证出 $DE=EF$;

(2) 首先画出图形, 首先根据平行线的性质可得 $\angle ADG=\angle G$, 再证明 $\angle B=\angle DCB$, $\angle A=\angle DCA$, 然后再推出 $\angle 1=\angle DCB=\angle B$, 再由 $\angle A+\angle ADG=\angle 1$ 可得 $\angle A+\angle G=\angle B$.

解答: 证明: (1) $\because DE \parallel BC$, $CF \parallel AB$,

$\therefore$ 四边形DBCF为平行四边形,

$\therefore DF=BC$,

$\because D$ 为边AB的中点, $DE \parallel BC$,

$\therefore DE=\frac{1}{2}BC$,

$\therefore EF=DF-DE=BC-\frac{1}{2}CB=\frac{1}{2}CB$,

$\therefore DE=EF$;

(2) $\because$ 四边形DBCF为平行四边形,

$\therefore DB \parallel CF$,

$\therefore \angle ADG=\angle G$,

$\because \angle ACB=90^\circ$, D 为边AB的中点,

$\therefore CD=DB=AD$,

$\therefore \angle B=\angle DCB$, $\angle A=\angle DCA$,

$\because DG \perp DC$,

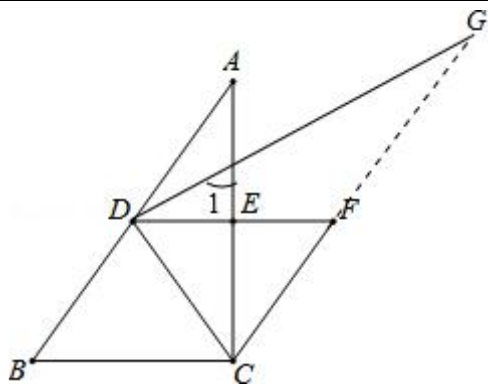
$\therefore \angle DCA+\angle 1=90^\circ$,

$\because \angle DCB+\angle DCA=90^\circ$,

$\therefore \angle 1=\angle DCB=\angle B$,

$\because \angle A+\angle ADG=\angle 1$,

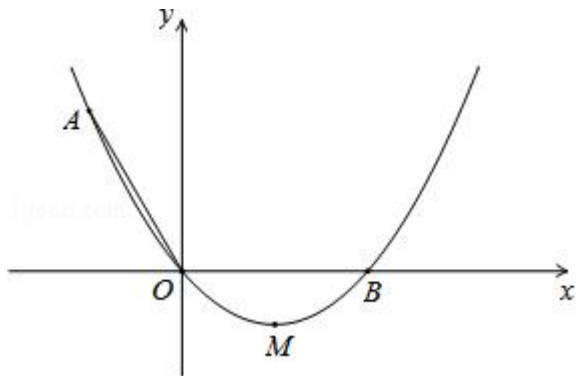
$\therefore \angle A+\angle G=\angle B$.



点评: 此题主要考查了平行四边形的判定与性质, 以及直角三角形的性质, 关键是找出 $\angle ADG = \angle G$, $\angle 1 = \angle B$. 掌握在直角三角形中, 斜边上的中线等于斜边的一半.

24. (12 分) (2013•上海) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 顶点为 M 的抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a > 0$), 经过点 A 和 x 轴正半轴上的点 B , $AO = OB = 2$, $\angle AOB = 120^\circ$.

- (1) 求这条抛物线的表达式;
- (2) 连接 OM , 求 $\angle AOM$ 的大小;
- (3) 如果点 C 在 x 轴上, 且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AOM$ 相似, 求点 C 的坐标.



考点: 二次函数综合题.

专题: 压轴题.

分析: (1) 根据 $AO = OB = 2$, $\angle AOB = 120^\circ$, 求出 A 点坐标, 以及 B 点坐标, 进而利用待定系数法求二次函数解析式;

(2) 根据 (1) 中解析式求出 M 点坐标, 再利用锐角三角函数关系求出 $\angle FOM = 30^\circ$, 进而得出答案;

(3) 分别根据当 $\triangle ABC_1 \sim \triangle AOM$ 以及当 $\triangle C_2AB \sim \triangle AOM$ 时, 利用相似三角形的性质求出 C 点坐标即可.

解答: 解: (1) 过点 A 作 $AE \perp y$ 轴于点 E ,

$$\because AO = OB = 2, \angle AOB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = 30^\circ,$$

$$\therefore AE = 1, EO = \sqrt{3},$$

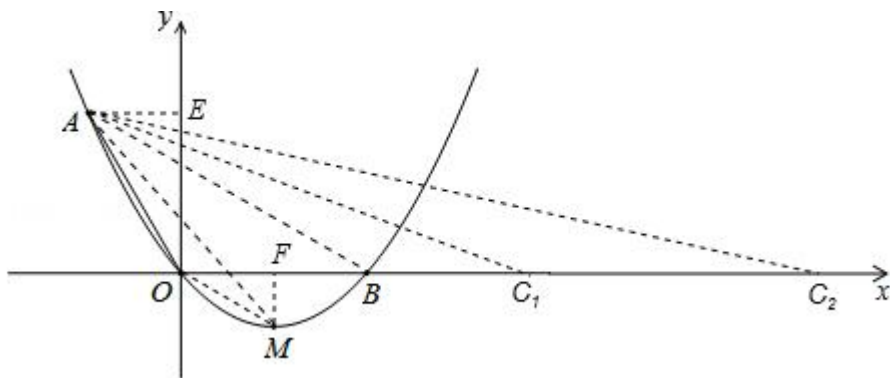
$$\therefore A \text{ 点坐标为: } (-1, \sqrt{3}), B \text{ 点坐标为: } (2, 0),$$

将两点代入 $y = ax^2 + bx$ 得:

$$\begin{cases} a - b = \sqrt{3} \\ 4a + 2b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为: } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x;$$



(2) 过点 M 作 $MF \perp OB$ 于点 F,

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}(x^2 - 2x) = \frac{\sqrt{3}}{3}(x^2 - 2x + 1 - 1) = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1)^2 - \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore M \text{ 点坐标为: } (1, -\frac{\sqrt{3}}{3}),$$

$$\therefore \tan \angle FOM = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle FOM = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOM = 30^\circ + 120^\circ = 150^\circ;$$

(3) $\because AO = OB = 2, \angle AOB = 120^\circ,$

$$\therefore \angle ABO = \angle OAB = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2EO = 2\sqrt{3},$$

当 $\triangle ABC_1 \sim \triangle AOM,$

$$\therefore \frac{AO}{AB} = \frac{MO}{BC_1},$$

$$\therefore MO = \sqrt{FO^2 + FM^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{BC_1},$$

解得: $BC_1 = 2, \therefore OC_1 = 4,$

$$\therefore C_1 \text{ 的坐标为: } (4, 0);$$

当 $\triangle C_2AB \sim \triangle AOM,$

$$\therefore \frac{BC_2}{AO} = \frac{AB}{MO},$$

$$\therefore \frac{BC_2}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}},$$

解得: $BC_2 = 6, \therefore OC_2 = 8,$

$$\therefore C_2 \text{ 的坐标为: } (8, 0).$$

综上所述, $\triangle ABC$ 与 $\triangle AOM$ 相似时, 点 C 的坐标为: $(4, 0)$ 或 $(8, 0)$.

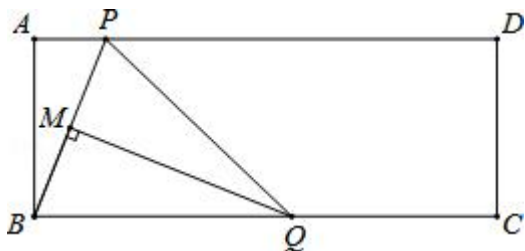
点评: 此题主要考查了锐角三角函数的应用以及待定系数法求二次函数解析式和相似三角形的性质等知识, 利用分类讨论思想以及数形结合得出是解题关键.

25. (14 分) (2013·上海) 在矩形 ABCD 中, 点 P 是边 AD 上的动点, 连接 BP, 线段 BP 的垂直平分线交边 BC 于点 Q, 垂足为点 M, 联结 QP (如图). 已知 $AD = 13, AB = 5$, 设 $AP = x, BQ = y$.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;

(2) 当以 AP 长为半径的 $\odot P$ 和以 QC 长为半径的 $\odot Q$ 外切时, 求 x 的值;

(3) 点 E 在边 CD 上, 过点 E 作直线 QP 的垂线, 垂足为 F , 如果 $EF=EC=4$, 求 x 的值.



考点: 四边形综合题.

专题: 压轴题.

分析: (1) 利用相似三角形 $\triangle ABP \sim \triangle MQB$, 求出 y 关于 x 的函数解析式; 注意求 x 的取值范围时, 需考虑计算 x 最大值与最小值的情形;

(2) 如答图 1 所示, 利用相外切两圆的性质, 求出 PQ 的长; 利用垂直平分线的性质 $PQ=BQ$, 列方程求出 x 的值;

(3) 如答图 2 所示, 关键是证明 $\triangle CEQ \sim \triangle ABP$, 据此列方程求出 x 的值.

解答: 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中, 由勾股定理得: $BP^2 = AP^2 + AB^2 = x^2 + 25$.

$\because MQ$ 是线段 BP 的垂直平分线,

$$\therefore BQ = PQ, \quad BM = \frac{1}{2}BP, \quad \angle BMQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MBQ + \angle BQM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP + \angle MBQ = 90^\circ, \quad \therefore \angle ABP = \angle BQM,$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle BMQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle MQB,$$

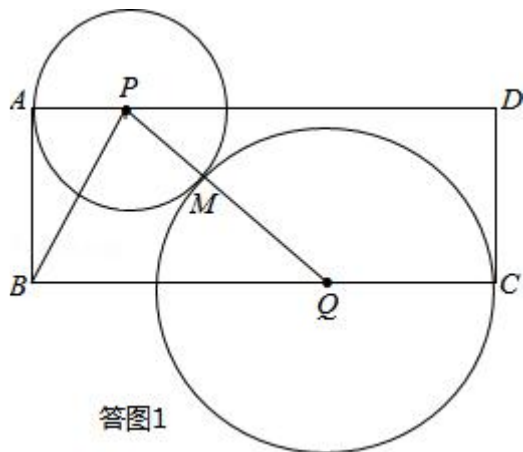
$$\therefore \frac{BP}{BQ} = \frac{AP}{BM}, \quad \text{即} \frac{BP}{y} = \frac{x}{\frac{1}{2}BP}, \quad \text{化简得: } y = \frac{1}{2x}BP^2 = \frac{1}{2x}(x^2 + 25).$$

当点 Q 与 C 重合时, $BQ=PQ=13$, 在 $\text{Rt}\triangle PQD$ 中, 由勾股定理定理得: $PQ^2 = QD^2 + PD^2$, 即 $13^2 = 5^2 + (13 - x)^2$, 解得 $x=1$;

又 $AP \leq AD=13$, $\therefore x$ 的取值范围为: $1 \leq x \leq 13$.

$$\therefore y = \frac{1}{2x}(x^2 + 25) \quad (1 \leq x \leq 13).$$

(2) 当 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 相外切时, 如答图 1 所示:



答图1

设切点为 M , 则 $PQ = PM + QM = AP + QC = AP + (BC - BQ) = x + (13 - y) = 13 + x - y$;

$$\because PQ = BQ,$$

$$\therefore 13 + x - y = y, \quad \text{即 } 2y - x - 13 = 0$$

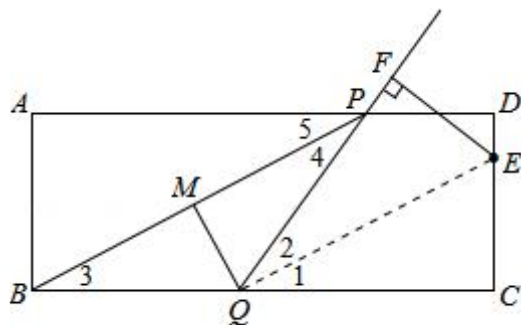
将 $y = \frac{1}{2x}(x^2+25)$ 代入上式得: $\frac{1}{x}(x^2+25) - x - 13 = 0$,

解此分式方程得: $x = \frac{25}{13}$.

经检验, $x = \frac{25}{13}$ 是原方程的解且符合题意.

$$\therefore x = \frac{25}{13}.$$

(3) 按照题意画出图形, 如答图 2 所示, 连接 QE.



答图2

$\because EF=EC$, $EF \perp PQ$, $EC \perp QC$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$ (角平分线性质).

$\because PQ=BQ$, $\therefore \angle 3 = \angle 4$,

而 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ (三角形外角性质), $\therefore \angle 1 = \angle 3$.

又 $\because$ 矩形 $ABCD$, $\therefore AD \parallel BC$, $\therefore \angle 3 = \angle 5$,

$\therefore \angle 1 = \angle 5$, 又 $\because \angle C = \angle A = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CEQ \sim \triangle ABP$,

$$\therefore \frac{CQ}{AP} = \frac{EC}{AB}, \text{ 即 } \frac{13-y}{x} = \frac{4}{5}, \text{ 化简得: } 4x+5y=65,$$

将 $y = \frac{1}{2x}(x^2+25)$ 代入上式得: $4x + \frac{5}{2x}(x^2+25) = 65$,

解此分式方程得: $x = \frac{65 \pm 10\sqrt{26}}{13}$,

经检验, $x = \frac{65 \pm 10\sqrt{26}}{13}$ 是原方程的解且符合题意,

$$\therefore x = \frac{65 \pm 10\sqrt{26}}{13}.$$

点评: 本题是中考压轴题, 难度较大. 试题的难点在于: 其一, 所考查的知识点众多, 包括相似三角形的判定与性质、矩形的性质、勾股定理、圆的位置关系、角平分线的性质、垂直平分线的性质、解分式方程与一元二次方程等, 对数学能力要求很高; 其二, 试题计算量较大, 需要仔细认真计算, 避免出错.

参与本试卷答题和审题的老师有：caicl；sd2011；gbl210；HJJ；sks；HLing；wdxwwzy；CJX；hdq123；未来；ZJX；
星期八；lantin；zjx111；zhjh（排名不分先后）

菁优网

2013年12月10日