

2012 年上海中考数学试题

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. 在下列代数式中，次数为 3 的单项式是 ()

$A. xy^2;$ $B. x^3+y^3;$ $C. x^3y;$ $D. 3xy.$

2 数据 5,7,5,8,6,13,5 的中位数是 ()

$A. 5;$ $B. 6;$ $C. 7;$ $D. 8.$

3. 不等式组 $\begin{cases} -2x < 6 \\ x-2 > 0 \end{cases}$ 的解集是 ()

$A. x > -3;$ $B. x < -3;$ $C. x > 2;$ $D. x < 2.$

4. 在下列各式中，二次根式 $\sqrt{a-b}$ 的有理化因式 ()

$A. \sqrt{a+b};$ $B. \sqrt{a}+\sqrt{b};$ $C. \sqrt{a-b};$ $D. \sqrt{a}-\sqrt{b}.$

5 在下列图形中，为中心对称图形的是 ()

$A. \text{等腰梯形};$ $B. \text{平行四边形};$ $C. \text{正五边形};$ $D. \text{等腰三角形}.$

6 如果两圆的半径长分别为 6 和 2，圆心距为 3，那么这两个圆的位置关系是 ()

$A. \text{外离};$ $B. \text{相切};$ $C. \text{相交};$ $D. \text{内含}.$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 计算 $\left| \frac{1}{2} - 1 \right| =$ _____.

8. 因式分解 $xy - x =$ _____.

9. 已知正比例函数 $y=kx (k \neq 0)$ ，点 $(2, -3)$ 在函数上，则 y 随 x 的增大而 _____ (增大或减小).

10. 方程 $\sqrt{x+1}=2$ 的根是 _____.

11. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + c = 0$ (c 是常数) 没有实根，那么 c 的取值范围是

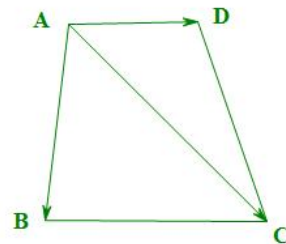
12. 将抛物线 $y=x^2+x$ 向下平移 2 个单位, 所得抛物线的表达式是_____.

13. 布袋中装有 3 个红球和 6 个白球, 它们除颜色外其他都相同, 如果从布袋里随机摸出一个球, 那么所摸到的球恰好为红球的概率是_____.

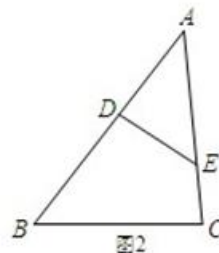
14. 某校 500 名学生参加生命安全知识测试, 测试分数均大于或等于 60 且小于 100, 分数段的频率分布情况如表所示 (其中每个分数段可包括最小值, 不包括最大值), 结合表 1 的信息, 可测得测试分数在 80~90 分数段的学生有_____名.

分数段	60—70	70—80	80—90	90—100
频率	0.2	0.25		0.25

15. 如图, 已知梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $BC=2AD$, 如果 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC}=\underline{\hspace{2cm}}$ (用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示).

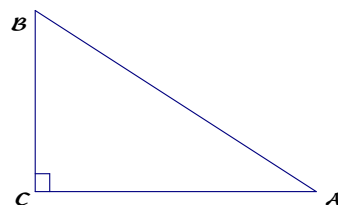


16. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, $\angle ADE=\angle B$, 如果 $AE=2$, $\triangle ADE$ 的面积为 4, 四边形 $BCDE$ 的面积为 5, 那么 AB 的长为_____.



17. 我们把两个三角形的中心之间的距离叫做重心距, 在同一个平面内有两个边长相等的等边三角形, 如果当它们的一边重合时, 重心距为 2, 那么当它们的一对角成对顶角时, 重心距为_____.

18. 如图, 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $BC=1$, 点 D 在 AC 上, 将 $\triangle ADB$ 沿直线 BD 翻折后, 将点 A 落在点 E 处, 如果 $AD \perp ED$, 那么线段 DE 的长为_____.



三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

$$\frac{1}{2} \times (\sqrt{3} - 1)^2 + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + 3^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1}.$$

20. (本题满分 10 分)

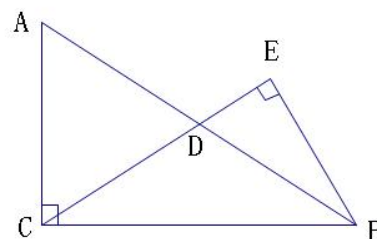
解方程： $\frac{x}{x+3} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}.$

21. (本题满分 10 分，第 (1) 小题满分 4 分，第 (2) 小题满分 6 分)

如图在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， D 是边 AB 的中点， $BE \perp CD$ ，垂足为点 E 。已

知 $AC=15$ ， $\cos A = \frac{3}{5}$ 。

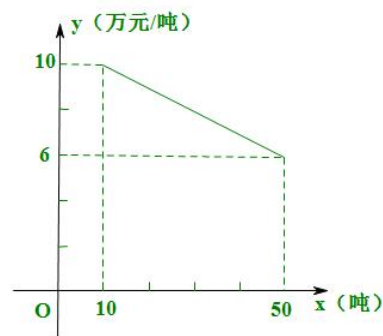
- (1) 求线段 CD 的长；
- (2) 求 $\sin \angle DBE$ 的值。



22.

某工厂生产一种产品，当生产数量至少为 10 吨，但不超过 50 吨时，每吨的成本 y (万元/吨) 与生产数量 x (吨) 的函数关系式如图所示。

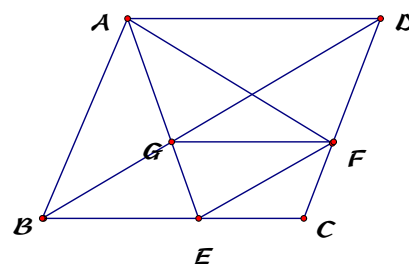
- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；
- (2) 当生产这种产品的总成本为 280 万元时，求该产品的生产数量。
(注：总成本=每吨的成本 $\times$ 生产数量)



23. (本题满分 12 分，第 (1) 小题满分 5 分，第 (2) 小题满分 7 分)

已知：如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD ， $\angle BAF = \angle DAE$ ， AE 与 BD 交于点 G 。

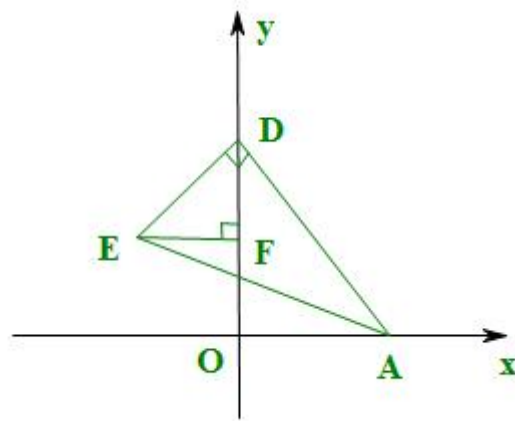
- (1) 求证： $BE=DF$
- (2) 当要 $\frac{DF}{FC} = \frac{AD}{DF}$ 时，求证：四边形 $BEFG$ 是平行四边形。



24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题满分 3 分, 第 (2) 小题满分 5 分, 第 (3) 小题满分 4 分)

如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + 6x + c$ 的图像经过点 $A(4,0)$ 、 $B(-1,0)$, 与 y 轴交于点 C , 点 D 在线段 OC 上, $OD=t$, 点 E 在第二象限, $\angle ADE=90^\circ$, $\tan \angle DAE = \frac{1}{2}$, $EF \perp OD$, 垂足为 F .

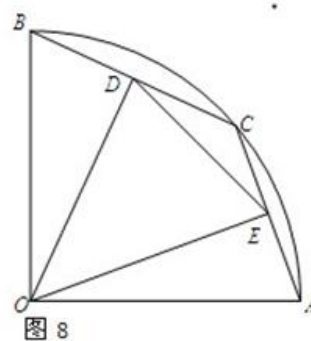
- (1) 求这个二次函数的解析式;
- (2) 求线段 EF 、 OF 的长 (用含 t 的代数式表示);
- (3) 当 $\angle ECA = \angle OAC$ 时, 求 t 的值.



25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题满分 3 分, 第 (2) 小题满分 5 分, 第 (3) 小题满分 6 分)

如图, 在半径为 2 的扇形 AOB 中, $\angle AOB=90^\circ$, 点 C 是弧 AB 上的一个动点 (不与点 A 、 B 重合) $OD \perp BC$, $OE \perp AC$, 垂足分别为 D 、 E .

- (1) 当 $BC=1$ 时, 求线段 OD 的长;
- (2) 在 $\triangle DOE$ 中是否存在长度保持不变的边? 如果存在, 请指出并求其长度, 如果不存在, 请说明理由;
- (3) 设 $BD=x$, $\triangle DOE$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出它的定义域.



一、选择题

(1) A

【分析】 单项式：因为单项式属于整式，而分母含有未知数的式子

(2) B

【分析】 中位数：将数据正确排列：5，5，5，6，7，8，13

(3) C

【分析】 带有负号的不等式： $\begin{cases} x > -3 \\ x > 2 \end{cases} \Rightarrow x > 2$

(4) C

【分析】 两个含有二次根式的代数式相乘，如果它们的积不含有二次根式，则说这两个代数式互为有理化因式。

(5) B

【分析】 在平面内，一个图形绕某个点旋转 180° ，如果旋转前后的图形互相重合，那么这个图形叫做中心对称图形。

(6) D

【分析】 $\because 0 < d < (6-2)=4 \therefore$ 内含

二、填空题

(7) $\frac{1}{2}$

【分析】 绝对值化简

(8) $x(y-1)$

【分析】 简单的因式分解，提取公因式

(9) 减小

【分析】 正比例函数的图像性质

(10) $x = 3$

【分析】 简单的无理方程

(11) $c > 9$

【分析】 一元二次方程的“ Δ ”与“根的情况”的关系

(12) $y = x^2 + x - 2$

【分析】 简单的二次函数的图像平移

(13) $\frac{1}{3}$

【分析】 简单的概率题； $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(14) 150

【分析】 频率： $1 - 0.25 \times 2 - 0.2 = 0.3$ ；人数： $500 \times 0.3 = 150$ 人

(15) $2\vec{a} + \vec{b}$

【分析】 向量加减法

(16) 3

【分析】相似比的平方=面积比

(17) 4

【分析】简单的新定义，重心 2:1

(18) $\sqrt{3}-1$

【分析】注意 30° 的应用

三、解答题

(19) 3

【分析】解：原式 $= \frac{4-2\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} + 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$
 $= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{2} + 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$
 $= 3$

(20) $x=1$

【分析】解： $x(x-3)+6=x+3$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ 或 } x_2 = 3$$

经检验： $x=3$ 是方程的增根， $x=1$ 是原方程的根。

(21) ① $\frac{25}{2}$ (或12.5) ② $\frac{7}{25}$

【分析】①运用锐角三角比，求出斜边 AB 即可

②运用 $\cos B = \frac{3}{5}$ ，算出 $CE = 16$ ， $DE = 16 - \frac{25}{2} = \frac{7}{2}$ ，而 $DB = \frac{25}{2}$

$$\therefore \sin \angle DBE = \frac{DE}{DB} = \frac{7}{2} \times \frac{2}{25} = \frac{7}{25}$$

(22) ① $y = -\frac{1}{10}x + 11$ ($10 \leq x \leq 50$)

② 40

【分析】①直接 $(10, 10)$ 、 $(50, 6)$ 代入 $y = kx + b$

② $\left(-\frac{1}{10}x + 11\right)x = 280$ 解得： $x_1 = 40$ 或 $x_2 = 70$

由于 $10 \leq x \leq 50$ ，所以 $x = 40$

答：该产品的生产数量是40吨

(23)

【分析】①利用 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (ASA)

②证明: $\because AD \parallel BC \therefore \frac{AD}{DF} = \frac{AD}{BE} = \frac{DG}{GB} = \frac{DF}{FC}$

$\therefore GF \parallel BE$ 易证: $GB = BE$

$\therefore$ 四边形 $BEFG$ 是平行四边形。

解：（1）把 $x=4$, $y=0$; $x=-1$, $y=0$ 代入 $y=ax^2+6x+c$

$$\begin{cases} a=-2 \\ c=8 \end{cases}$$

$$\therefore y=-2x^2+6x+8$$

（2） $\because \angle EFD = \angle EDA = 90^\circ$

$$\therefore \angle DEF + \angle EDF = 90^\circ$$

$$\angle EDF + \angle ODA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DEF = \angle ODA$$

$$\therefore \triangle EDF \sim \triangle DAO$$

$$\frac{EF}{DO} = \frac{ED}{DA}$$

$$\therefore \frac{ED}{DA} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{EF}{DO} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{EF}{t} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}t$$

$$\text{同理 } \frac{DF}{OA} = \frac{ED}{DA}$$

$$\therefore DF = 2$$

$$\therefore OF = t-2$$

（3）连结EC、AC，过A作EC的垂线交CE与G点

$$\therefore E(-\frac{1}{2}x, 2-x)$$

易证 $\triangle CAG \cong \triangle OCA$

$$\therefore CG=4 \quad AG=8$$

$$\therefore AE = \sqrt{(4+\frac{1}{2}t)^2 + (t-2)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}t^2 + 20}$$

$$\therefore EG = \sqrt{\frac{5}{4}t^2 + 20} - 8 = \sqrt{\frac{5}{4}t^2 - 44}$$

$$\therefore EF^2 + CF^2 = CE^2$$

$$(\frac{1}{2}t)^2 + (10-t)^2 = (\sqrt{\frac{5}{4}t^2 - 44} + 4)^2$$

$$\begin{cases} t_1=10 \\ t_2=6 \end{cases}$$

$t_1=10$ 不合题意，舍去

$$\therefore t=6$$

