

2011 年上海市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. (2011•上海) 下列分数中, 能化为有限小数的是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{9}$

2. (2011•上海) 如果 $a > b$, $c < 0$, 那么下列不等式成立的是 ()

- A. $a+c > b+c$ B. $c-a > c-b$ C. $ac > bc$ D. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

3. (2011•上海) 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{\frac{1}{5}}$ B. $\sqrt{0.5}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{50}$

4. (2011•上海) 抛物线 $y = -(x+2)^2 - 3$ 的顶点坐标是 ()

- A. (2, -3) B. (-2, 3) C. (2, 3) D. (-2, -3)

5. (2011•上海) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. 周长相等的锐角三角形都全等 B. 周长相等的直角三角形都全等 C. 周长相等的钝角三角形都全等
D. 周长相等的等腰直角三角形都全等

6. (2011•上海) 矩形 ABCD 中, $AB=8$, $BC=3\sqrt{5}$, 点 P 在边 AB 上, 且 $BP=3AP$, 如果圆 P 是以点 P 为圆心, PD 为半径的圆, 那么下列判断正确的是 ()

- A. 点 B、C 均在圆 P 外 B. 点 B 在圆 P 外、点 C 在圆 P 内 C. 点 B 在圆 P 内、点 C 在圆 P 外 D. 点 B、C 均在圆 P 内

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. (2011•上海) 计算: $a^2 \cdot a^3 =$ _____.

8. (2011•上海) 因式分解: $x^2 - 9y^2 =$ _____.

9. (2011•上海) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ (m 为常数) 有两个相等实数根, 那么 $m =$ _____.

10. (2011•上海) 函数 $y = \sqrt{3-x}$ 的定义域是_____.

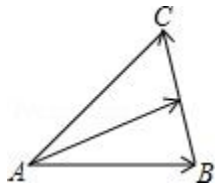
11. (2011•上海) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象经过点 $(-1, 2)$, 那么这个函数的解析式是_____.

12. (2011•上海) 一次函数 $y = 3x - 2$ 的函数值 y 随自变量 x 值的增大而_____ (填“增大”或“减小”).

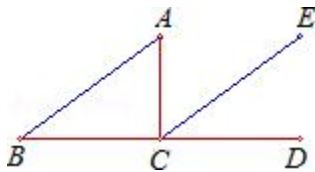
13. (2011•上海) 有 8 只型号相同的杯子, 其中一等品 5 只, 二等品 2 只和三等品 1 只, 从中随机抽取 1 只杯子, 恰好是一等品的概率是_____.

14. (2011•上海) 某小区 2010 年屋顶绿化面积为 2000 平方米, 计划 2012 年屋顶绿化面积要达到 2880 平方米. 如果每年屋顶绿化面积的增长率相同, 那么这个增长率是_____.

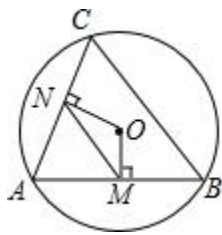
15. (2011•上海) 如图, AM 是 $\triangle ABC$ 的中线, 设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AM} =$ _____ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



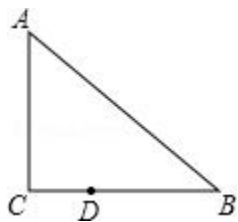
16. (2011•上海) 如图, 点 B、C、D 在同一条直线上, $CE \parallel AB$, $\angle ACB = 90^\circ$, 如果 $\angle ECD = 36^\circ$, 那么 $\angle A =$ _____.



17. (2011•上海) 如图, AB、AC 都是圆 O 的弦, $OM \perp AB$, $ON \perp AC$, 垂足分别为 M、N, 如果 $MN = 3$, 那么 $BC =$ _____.



18. (2011•上海) $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, 点 D 在边 BC 上, $BD = 2CD$ (如图). 把 $\triangle ABC$ 绕着点 D 逆时针旋转 m ($0 < m < 180$) 度后, 如果点 B 恰好落在初始 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的边上, 那么 $m =$ _____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

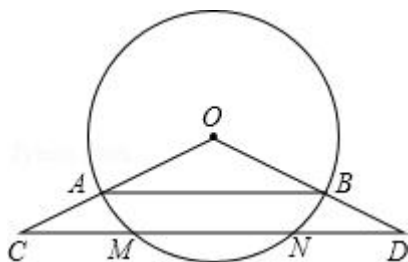
19. (2011•上海) 计算: $(-3)^0 - \sqrt{27} + |1 - \sqrt{2}| + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

20. (2011•上海) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \end{cases}$$

21. (2011•上海) 如图, 点 C、D 分别在扇形 AOB 的半径 OA、OB 的延长线上, 且 $OA=3$, $AC=2$, CD 平行于 AB , 并与弧 AB 相交于点 M、N.

(1) 求线段 OD 的长;

(2) 若 $\tan \angle C = \frac{1}{2}$, 求弦 MN 的长.



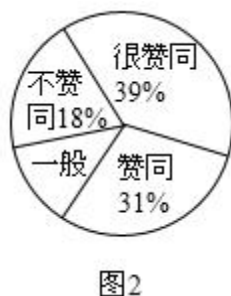
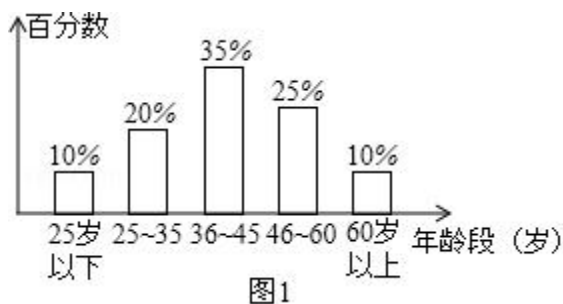
22. (2011•上海) 据报载, 在“百万家庭低碳行, 垃圾分类要先行”活动中, 某地区对随机抽取的 1000 名公民的年龄段分布情况和对垃圾分类所持态度进行调查, 并将调查结果分别绘成条形图 (图 1)、扇形图 (图 2).

(1) 图 2 中所缺少的百分数是_____;

(2) 这次随机调查中, 如果公民年龄的中位数是正整数, 那么这个中位数所在年龄段是_____ (填写年龄段);

(3) 这次随机调查中, 年龄段是“25 岁以下”的公民中“不赞成”的有 5 名, 它占“25 岁以下”人数的百分数是_____;

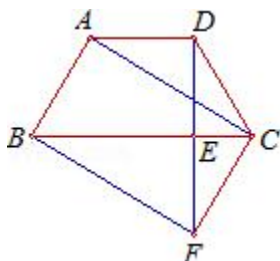
(4) 如果把所持态度中的“很赞同”和“赞同”统称为“支持”, 那么这次被调查公民中“支持”的人有_____名.



23. (2011•上海) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB=DC$, 过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为 E, 并延长 DE 至 F, 使 $EF=DE$. 连接 BF、CD、AC.

(1) 求证: 四边形 ABFC 是平行四边形;

(2) 如果 $DE^2 = BE \cdot CE$, 求证: 四边形 ABFC 是矩形.

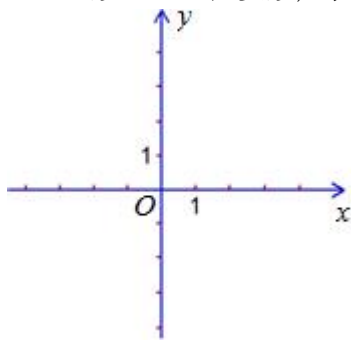


24. (2011•上海) 已知平面直角坐标系 xOy (如图), 一次函数 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 的图象与 y 轴交于点 A, 点 M 在正比例函数 $y = \frac{3}{2}x$ 的图象上, 且 $MO=MA$. 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过点 A、M.

(1) 求线段 AM 的长;

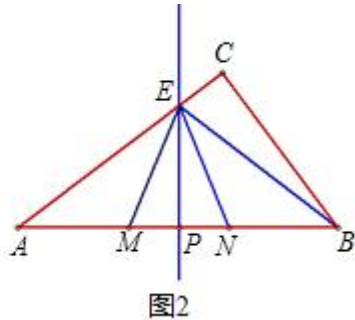
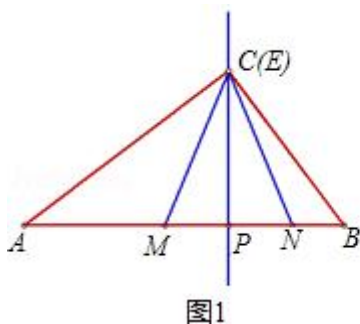
(2) 求这个二次函数的解析式;

(3) 如果点 B 在 y 轴上, 且位于点 A 下方, 点 C 在上述二次函数的图象上, 点 D 在一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 的图象上, 且四边形 ABCD 是菱形, 求点 C 的坐标.



25. (2011·上海) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 30$, $AB = 50$. 点 P 是 AB 边上任意一点, 直线 $PE \perp AB$, 与边 AC 或 BC 相交于 E. 点 M 在线段 AP 上, 点 N 在线段 BP 上, $EM = EN$, $\sin \angle EMP = \frac{12}{13}$.

- (1) 如图 1, 当点 E 与点 C 重合时, 求 CM 的长;
- (2) 如图 2, 当点 E 在边 AC 上时, 点 E 不与点 A、C 重合, 设 $AP = x$, $BN = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域;
- (3) 若 $\triangle AME \sim \triangle ENB$ ($\triangle AME$ 的顶点 A、M、E 分别与 $\triangle ENB$ 的顶点 E、N、B 对应), 求 AP 的长.



2011 年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，共 24 分）

1. (2011•上海) 下列分数中，能化为有限小数的是（ ）

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{9}$

考点：有理数的除法。

专题：计算题。

分析：本题需根据有理数的除法法则分别对每一项进行计算，即可求出结果。

解答：解：A $\because \frac{1}{3}=0.3\ldots$ 故本选项错误；

B、 $\because \frac{1}{5}=0.2$ 故本选项正确；

C、 $\frac{1}{7}=0.142857\ldots$ 故本选项错误；

D、 $\frac{1}{9}=0.1\ldots$ 故本选项错误。

故选 B。

点评：本题主要考查了有理数的除法，在解题时要根据有理数的除法法则分别计算是解题的关键。

2. (2011•上海) 如果 $a > b$ ， $c < 0$ ，那么下列不等式成立的是（ ）

A. $a+c > b+c$ B. $c-a > c-b$ C. $ac > bc$ D. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

考点：不等式的性质。

专题：计算题。

分析：根据不等式的基本性质：(1) 不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变。(2) 不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变。

(3) 不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变。一个个筛选即可得到答案。

解答：解：A， $\because a > b$ ， $\therefore a+c > b+c$ ，故此选项正确；

B， $\because a > b$ ，

$\therefore -a < -b$ ，

$\therefore -a+c < -b+c$ ，

故此选项错误；

C， $\because a > b$ ， $c < 0$ ，

$\therefore ac < bc$ ，

故此选项错误；

D， $\because a > b$ ， $c < 0$ ，

$\therefore \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ，

故此选项错误；

故选：A。

点评：此题主要考查了不等式的基本性质。“0”是很特殊的一个数，因此，解答不等式的问题时，应密切关注“0”存在与否，以防掉进“0”的陷阱，准确把握不等式的性质是做题的关键。

3. (2011•上海) 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{\frac{1}{5}}$ B. $\sqrt{0.5}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{50}$

考点: 最简二次根式.

专题: 计算题.

分析: 判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法, 就是逐个检查最简二次根式的两个条件是否同时满足, 同时满足的就是最简二次根式, 否则就不是.

解答: 解: A、 $\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 被开方数含分母, 不是最简二次根式; 故此选项错误

B、 $\sqrt{0.5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 被开方数含分母, 不是最简二次根式; 故此选项错误

C、 $\sqrt{5}$, 是最简二次根式; 故此选项正确;

D、 $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$, 被开方数, 含能开得尽方的因数或因式, 故此选项错误

故选 C.

点评: 此题主要考查了最简二次根式的定义. 根据最简二次根式的定义, 最简二次根式必须满足两个条件: (1) 被开方数不含分母; (2) 被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

4. (2011•上海) 抛物线 $y = -(x+2)^2 - 3$ 的顶点坐标是 ()

- A. (2, -3) B. (-2, 3) C. (2, 3) D. (-2, -3)

考点: 二次函数的性质.

专题: 计算题.

分析: 已知抛物线解析式为顶点式, 根据顶点式的坐标特点求顶点坐标.

解答: 解: $\because$ 抛物线 $y = -(x+2)^2 - 3$ 为抛物线解析式的顶点式,

$\therefore$ 抛物线顶点坐标是 (-2, -3).

故选 D.

点评: 本题考查了二次函数的性质. 抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 的顶点坐标是 (h, k).

5. (2011•上海) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. 周长相等的锐角三角形都全等 B. 周长相等的直角三角形都全等 C. 周长相等的钝角三角形都全等
D. 周长相等的等腰直角三角形都全等

考点: 全等三角形的判定; 命题与定理.

专题: 证明题.

分析: 全等三角形必须是对应角相等, 对应边相等, 根据全等三角形的判定方法, 逐一检验.

解答: 解: A、周长相等的锐角三角形的对应角不一定相等, 对应边也不一定相等, 假命题;

B、周长相等的直角三角形对应锐角不一定相等, 对应边也不一定相等, 假命题;

C、周长相等的钝角三角形对应钝角不一定相等, 对应边也不一定相等, 假命题;

D、由于等腰直角三角形三边之比为 1: 1: $\sqrt{2}$, 故周长相等时, 等腰直角三角形的对应角相等, 对应边相等, 故全等, 真命题.

故选 D.

点评: 本题考查了全等三角形的判定定理的运用, 命题与定理的概念. 关键是明确全等三角形的对应边相等, 对应角相等.

6. (2011•上海) 矩形 ABCD 中, $AB=8$, $BC=3\sqrt{5}$, 点 P 在边 AB 上, 且 $BP=3AP$, 如果圆 P 是以点 P 为圆心, PD 为半径的圆, 那么下列判断正确的是 ()

- A. 点 B、C 均在圆 P 外 B. 点 B 在圆 P 外、点 C 在圆 P 内 C. 点 B 在圆 P 内、点 C 在圆 P 外 D. 点 B、C 均在圆 P 内

考点: 点与圆的位置关系.

专题: 计算题; 数形结合.

分析：根据 $BP=3AP$ 和 AB 的长度求得 AP 的长，然后利用勾股定理求得圆 P 的半径 PD 的长，根据点 B 、 C 到 P 点的距离判断点 P 与圆的位置关系即可。

解答：解：∵ $AB=8$ ，点 P 在边 AB 上，且 $BP=3AP$ ，
∴ $AP=2$ ，

$$\therefore r=PD=\sqrt{(3\sqrt{5})^2+2^2}=7,$$

$$PC=\sqrt{PB^2+BC^2}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{5})^2}=9,$$

$$\therefore PB=6 < r, \quad PC=9 > r$$

∴ 点 B 在圆 P 内、点 C 在圆 P 外

故选 C 。

点评：本题考查了点与圆的位置关系的判定，根据点与圆心之间的距离和圆的半径的大小关系作出判断即可。

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分）

7. (2011•上海) 计算： $a^2 \cdot a^3 = \underline{a^5}$ 。

考点：同底数幂的乘法。

分析：根据同底数幂的乘法，底数不变，指数相加，计算即可。

解答：解： $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ 。

点评：熟练掌握同底数幂的乘法的运算法则是解题的关键。

8. (2011•上海) 因式分解： $x^2 - 9y^2 = \underline{(x+3y)(x-3y)}$ 。

考点：因式分解-运用公式法。

分析：直接利用平方差公式分解即可。

解答：解： $x^2 - 9y^2 = (x+3y)(x-3y)$ 。

点评：本题主要考查利用平方差公式分解因式，熟记公式结构是解题的关键。

9. (2011•上海) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ (m 为常数) 有两个相等实数根，那么 $m = \underline{1}$ 。

考点：根的判别式。

专题：计算题。

分析：本题需先根据已知条件列出关于 m 的等式，即可求出 m 的值。

解答：解：∵ x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ (m 为常数) 有两个相等实数根

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \cdot m = 0$$

$$4 - 4m = 0$$

$$m = 1$$

故答案为：1

点评：本题主要考查了根的判别式，在解题时要注意对根的判别式进行灵活应用是本题的关键。

10. (2011•上海) 函数 $y = \sqrt{3-x}$ 的定义域是 $\underline{x \leq 3}$ 。

考点：函数自变量的取值范围。

专题：计算题。

分析：二次根式有意义，被开方数为非负数，即 $3-x \geq 0$ ，解不等式即可。

解答：解：依题意，得 $3-x \geq 0$ ，

解得 $x \leq 3$ 。

故答案为： $x \leq 3$ 。

点评：本题考查了函数的自变量取值范围的求法。关键是根据二次根式有意义时，被开方数为非负数建立不等式。

11. (2011•上海) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象经过点 $(-1, 2)$, 那么这个函数的解析式是 $y = -\frac{2}{x}$.

考点: 待定系数法求反比例函数解析式.

专题: 待定系数法.

分析: 根据图象过 $(-1, 2)$ 可知, 此点满足关系式, 能使关系式左右两边相等.

解答: 解: 把 $(-1, 2)$ 代入反比例函数关系式得: $k = -2$,

$$\therefore y = -\frac{2}{x},$$

故答案为: $y = -\frac{2}{x}$.

点评: 此题主要考查了用待定系数法求反比例函数的解析式, 是中学阶段的重点.

12. (2011•上海) 一次函数 $y = 3x - 2$ 的函数值 y 随自变量 x 值的增大而 增大 (填“增大”或“减小”).

考点: 一次函数的性质.

专题: 存在型.

分析: 根据一次函数的性质判断出一次函数 $y = 3x - 2$ 中 k 的符号, 再根据一次函数的增减性进行解答即可.

解答: 解: $\because$ 一次函数 $y = 3x - 2$ 中, $k = 3 > 0$,

$\therefore$ 函数值 y 随自变量 x 值的增大而增大.

故答案为: 增大.

点评: 本题考查的是一次函数的性质, 即一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中, $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.

13. (2011•上海) 有 8 只型号相同的杯子, 其中一等品 5 只, 二等品 2 只和三等品 1 只, 从中随机抽取 1 只杯子, 恰好是一等品的概率是 $\frac{5}{8}$.

考点: 概率公式.

专题: 应用题.

分析: 共有八只型号相同的杯子, 每只杯子被抽到的机会是相同的, 故可用概率公式解答.

解答: 解: 在 8 只型号相同的杯子中, 一等品有 5 只,

则从中随机抽取 1 只杯子, 恰好是一等品的概率是 $P = \frac{5}{8}$.

故答案为 $\frac{5}{8}$.

点评: 此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

14. (2011•上海) 某小区 2010 年屋顶绿化面积为 2000 平方米, 计划 2012 年屋顶绿化面积要达到 2880 平方米. 如果每年屋顶绿化面积的增长率相同, 那么这个增长率是 20%.

考点: 一元二次方程的应用.

专题: 增长率问题.

分析: 本题需先设出这个增长率是 x , 再根据已知条件找出等量关系列出方程, 求出 x 的值, 即可得出答案.

解答: 解: 设这个增长率是 x , 根据题意得:

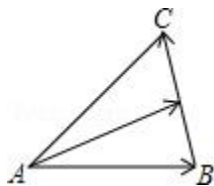
$$2000 \times (1+x)^2 = 2880$$

解得: $x_1 = 20\%$, $x_2 = -220\%$ (舍去)

故答案为: 20%.

点评：本题主要考查了一元二次方程的应用，在解题时要根据已知条件找出等量关系，列出方程是本题的关键。

15. (2011•上海) 如图，AM 是 $\triangle ABC$ 的中线，设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{AM} = \underline{\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}}$ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



考点：*平面向量。

专题：数形结合。

分析：首先由 AM 是 $\triangle ABC$ 的中线，即可求得 $\overrightarrow{BM}$ 的长，又由 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$ ，即可求得答案。

解答：解： $\because$ AM 是 $\triangle ABC$ 的中线， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\vec{b},$$

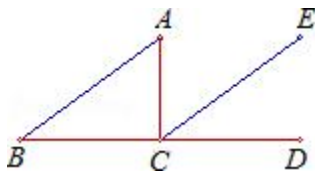
$$\because \overrightarrow{AB} = \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为： $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

点评：此题考查了平面向量的知识。题目难度不大，注意数形结合思想的应用。

16. (2011•上海) 如图，点 B、C、D 在同一条直线上， $CE \parallel AB$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，如果 $\angle ECD = 36^\circ$ ，那么 $\angle A = \underline{54^\circ}$.



考点：平行线的性质；三角形内角和定理。

分析：由 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ECD = 36^\circ$ ，求得 $\angle ACE$ 的度数，又由 $CE \parallel AB$ ，即可求得 $\angle A$ 的度数。

解答：解： $\because \angle ECD = 36^\circ$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ACD - \angle ECD = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ,$$

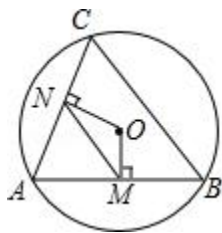
$$\because CE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle A = \angle ACE = 54^\circ.$$

故答案为： 54° .

点评：此题考查了平行线的性质。解题的关键是注意数形结合思想的应用。

17. (2011•上海) 如图，AB、AC 都是圆 O 的弦， $OM \perp AB$ ， $ON \perp AC$ ，垂足分别为 M、N，如果 $MN = 3$ ，那么 $BC = \underline{6}$.



考点：三角形中位线定理；垂径定理。

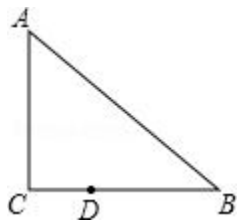
分析：由 AB、AC 都是圆 O 的弦， $OM \perp AB$ ， $ON \perp AC$ ，根据垂径定理可知 M、N 为 AB、AC 的中点，线段 MN 为 $\triangle ABC$ 的中位线，根据中位线定理可知 $BC=2MN$ 。

解答：解： $\because AB$ 、 AC 都是圆 O 的弦， $OM \perp AB$ ， $ON \perp AC$ ，
 $\therefore M$ 、 N 为 AB 、 AC 的中点，即线段 MN 为 $\triangle ABC$ 的中位线，
 $\therefore BC=2MN=6$ 。

故答案为：6。

点评：本题考查了垂径定理，三角形的中位线定理的运用。关键是由垂径定理得出两个中点。

18. (2011•上海) $Rt\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=50^\circ$ ，点 D 在边 BC 上， $BD=2CD$ (如图)。把 $\triangle ABC$ 绕着点 D 逆时针旋转 m ($0 < m < 180$) 度后，如果点 B 恰好落在初始 $Rt\triangle ABC$ 的边上，那么 $m=$ 80° 或 120° 。



考点：旋转的性质。

专题：计算题。

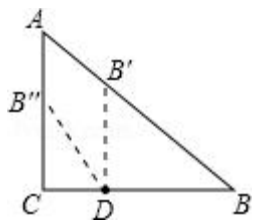
分析：本题可以图形的旋转问题转化为点 B 绕 D 点逆时针旋转的问题，故可以 D 点为圆心，DB 长为半径画弧，第一次与原三角形交于斜边 AB 上的一点 B' ，交直角边 AC 于 B'' ，此时 $DB'=DB$ ， $DB''=DB=2CD$ ，由等腰三角形的性质求旋转角 $\angle BDB'$ 的度数，在 $Rt\triangle B''CD$ 中，解直角三角形求 $\angle CDB''$ ，可得旋转角 $\angle BDB''$ 的度数。

解答：解：如图，在线段 AB 取一点 B' ，使 $DB=DB'$ ，在线段 AC 取一点 B'' ，使 $DB=DB''$ ，
 $\therefore$ 旋转角 $m=\angle BDB'=180^\circ - \angle DB'B - \angle B=180^\circ - 2\angle B=80^\circ$ ，

在 $Rt\triangle B''CD$ 中， $\because DB''=DB=2CD$ ， $\therefore \angle CDB''=60^\circ$ ，

旋转角 $\angle BDB''=180^\circ - \angle CDB''=120^\circ$ 。

故答案为： 80° 或 120° 。



点评：本题考查了旋转的性质。关键是将图形的旋转转化为点的旋转，求旋转角。

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (2011•上海) 计算： $(-3)^0 - \sqrt{27} + |1 - \sqrt{2}| + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 。

考点：二次根式的混合运算；零指数幂。

专题：计算题。

分析：观察，可以首先去绝对值以及二次根式化简，再合并同类二次根式即可。

解答: 解: $(-3)^0 - \sqrt{27} + |1 - \sqrt{2}| + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

$$= 1 - 3\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1 + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})},$$

$$= -3\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2},$$

$$= -2\sqrt{3}.$$

点评: 此题主要考查了二次根式的混合运算以及绝对值的性质, 在进行此类运算时一般先把二次根式化为最简二次根式的形式后再运算.

20. (2011·上海) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \end{cases}$$

考点: 高次方程.

专题: 方程思想.

分析: 用代入法即可解答, 把①化为 $x = 1 + y$, 代入②得 $(1 + y)^2 + 2y + 3 = 0$ 即可.

解答: 解:
$$\begin{cases} x - y = 2 \text{ ①} \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得 $y = x - 2$ ③

把③代入②, 得 $x^2 - 2x(x - 2) - 3(x - 2)^2 = 0$,

$$\text{即 } x^2 - 4x + 3 = 0$$

解这个方程, 得 $x_1 = 3, x_2 = 1$

代入③中, 得 $\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -1 \end{cases}$.

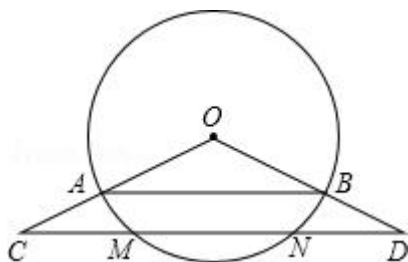
$$\therefore \text{原方程组的解为 } \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -1 \end{cases}.$$

点评: 考查了高次方程, 解答此类题目一般用代入法比较简单, 先消去一个未知数再解关于另一个未知数的一元二次方程, 把求得结果代入一个较简单的方程中即可.

21. (2011·上海) 如图, 点 C、D 分别在扇形 AOB 的半径 OA、OB 的延长线上, 且 $OA = 3, AC = 2$, CD 平行于 AB, 并与弧 AB 相交于点 M、N.

(1) 求线段 OD 的长;

(2) 若 $\tan \angle C = \frac{1}{2}$, 求弦 MN 的长.



考点: 垂径定理; 勾股定理; 相似三角形的判定与性质; 解直角三角形.

专题: 几何综合题.

分析: (1) 根据 $CD \parallel AB$ 可知, $\triangle OAB \sim \triangle OCD$, 再根据相似三角形的对应边成比例即可求出 OD 的长;

(2) 过 O 作 $OE \perp CD$, 连接 OM, 由垂径定理可知 $ME = \frac{1}{2}MN$, 再根据 $\tan \angle C = \frac{1}{2}$ 可求出 OE 的长, 利用勾股定理

即可求出 ME 的长, 进而求出答案.

解答: 解: (1) $\because CD \parallel AB$, $OA=3$, $AC=2$,

$\therefore \triangle OAB \sim \triangle OCD$,

$$\therefore \frac{OA}{OA+AC} = \frac{OB}{OD}, \text{ 即 } \frac{3}{3+2} = \frac{3}{OD},$$

$\therefore OD=5$;

(2) 过 O 作 $OE \perp CD$, 连接 OM, 则 $ME = \frac{1}{2}MN$,

$$\because \tan \angle C = \frac{1}{2},$$

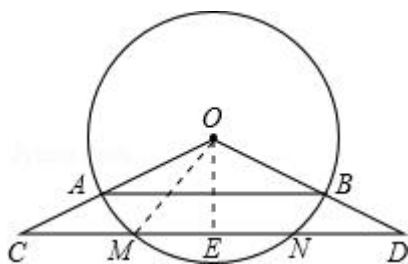
$\therefore$ 设 $OE=x$, 则 $CE=2x$,

在 $Rt\triangle OEC$ 中, $OC^2 = OE^2 + CE^2$, 即 $5^2 = x^2 + (2x)^2$, 解得 $x = \sqrt{5}$,

在 $Rt\triangle OME$ 中, $OM^2 = OE^2 + ME^2$, 即 $3^2 = (\sqrt{5})^2 + ME^2$, 解得 $ME=2$.

$\therefore MN=4$,

故答案为: 5; 4.



点评: 本题考查的是垂径定理, 涉及到锐角三角函数的定义、相似三角形的判定与性质及勾股定理, 根据题意作出辅助线是解答此题的关键.

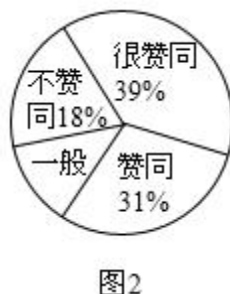
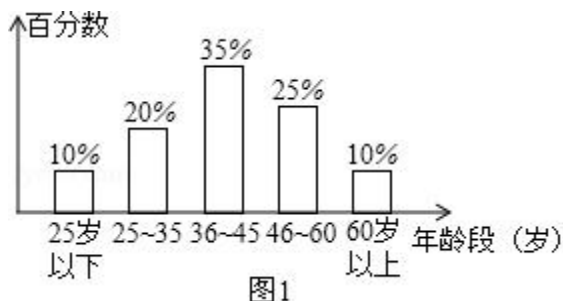
22. (2011·上海) 据报载, 在“百万家庭低碳行, 垃圾分类要先行”活动中, 某地区对随机抽取的 1000 名公民的年龄段分布情况和对垃圾分类所持态度进行调查, 并将调查结果分别绘成条形图 (图 1)、扇形图 (图 2).

(1) 图 2 中所缺少的百分数是 12%;

(2) 这次随机调查中, 如果公民年龄的中位数是正整数, 那么这个中位数所在年龄段是 36~45 (填写年龄段);

(3) 这次随机调查中, 年龄段是“25 岁以下”的公民中“不赞成”的有 5 名, 它占“25 岁以下”人数的百分数是 5%;

(4) 如果把所持态度中的“很赞同”和“赞同”统称为“支持”, 那么这次被调查公民中“支持”的人有 700 名.



考点: 条形统计图; 扇形统计图; 中位数.

专题: 图表型.

分析: (1) 本题需先根据已知条件, 再结合图形列出式子, 解出结果即可.

(2) 本题需先根据中位数的概念即可得出答案.

(3) 本题需先求出 25 岁以下的总人数, 再用 5 除以总人数即可得出答案.

(4) 本题需先求出这次被调查公民中支持的人所占的百分比, 再乘以总人数即可得出答案.

解答：解：(1) 图 2 中所缺少的百分数是： $1 - 39\% - 18\% - 31\% = 12\%$

(2) 这个中位数所在年龄段是：36 ~ 45

$$(3) \frac{5}{1000 \times 10\%} = 5\%$$

$$(4) 1000 \times (39\% + 31\%) = 700$$

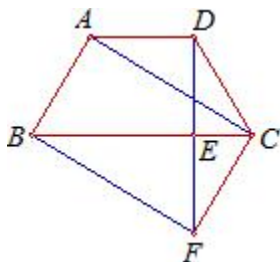
故答案为：12%，36 ~ 45，5%，700

点评：本题主要考查了条形统计图和扇形统计图的有关知识，在解题时要注意综合利用这两种统计图是本题的关键。

23. (2011•上海) 如图，在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=DC$ ，过点 D 作 $DE \perp BC$ ，垂足为 E，并延长 DE 至 F，使 $EF=DE$ 。连接 BF、CD、AC。

(1) 求证：四边形 ABFC 是平行四边形；

(2) 如果 $DE^2 = BE \cdot CE$ ，求证：四边形 ABFC 是矩形。



考点：等腰梯形的性质；全等三角形的判定与性质；平行四边形的判定与性质；矩形的性质；相似三角形的判定与性质。

专题：证明题。

分析：(1) 连接 BD，利用等腰梯形的性质得到 $AC=BD$ ，再根据垂直平分线的性质得到 $DB=FB$ ，从而得到 $AC=BF$ ，然后证得 $AC \parallel BF$ ，利用一组对边平行且相等判定平行四边形；

(2) 利用题目提供的等积式和两直角相等可以证得两直角三角形相似，得到对应角相等，从而得到直角来证明有一个角是直角的平行四边形是矩形。

解答：证明：(1) 连接 BD，

$\because$ 梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=DC$ ，

$\therefore AC=BD$ ， $\because BC=CB$ ，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle DBC$

$\because DE \perp BC$ ， $EF=DE$ ，

$\therefore BD=BF$ ， $\angle DBC = \angle FBC$ ，

$\therefore AC=BF$ ， $\angle ACB = \angle CBF$

$\therefore AC \parallel BF$ ，

$\therefore$ 四边形 ABFC 是平行四边形；

(2) $\because DE^2 = BE \cdot CE$

$$\therefore \frac{DE}{BE} = \frac{CE}{DE}$$

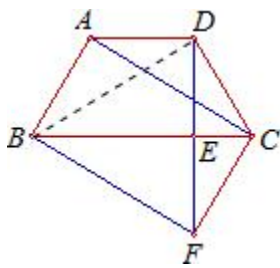
$\because \angle DEB = \angle DEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle DEC$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle DBE$ ，

$\therefore \angle BFC = \angle BDC = \angle BDE + \angle CDE = \angle BDE + \angle DBE = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 ABFC 是矩形。



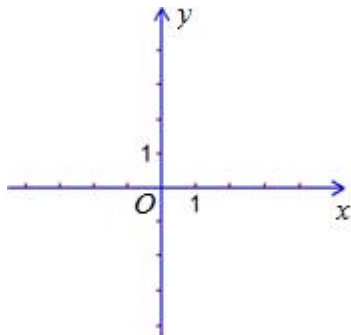
点评： 本题考查了等腰梯形的性质、全等及相似三角形的判定及性质等，是一道集合了好几个知识点的综合题，但题目的难度不算大.

24. (2011•上海) 已知平面直角坐标系 xOy (如图), 一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 的图象与 y 轴交于点 A , 点 M 在正比例函数 $y = \frac{3}{2}x$ 的图象上, 且 $MO = MA$. 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过点 A 、 M .

(1) 求线段 AM 的长;

(2) 求这个二次函数的解析式;

(3) 如果点 B 在 y 轴上, 且位于点 A 下方, 点 C 在上述二次函数的图象上, 点 D 在一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 的图象上, 且四边形 $ABCD$ 是菱形, 求点 C 的坐标.



考点： 二次函数综合题。

专题： 压轴题。

分析： (1) 先求出根据 OA 垂直平分线上的解析式, 再根据两点的距离公式求出线段 AM 的长;

(2) 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过点 A 、 M . 待定系数法即可求出二次函数的解析式;

(3) 可设 $D(n, -\frac{3}{4}n + 3)$, 根据菱形的性质得出 $C(n, n^2 - \frac{5}{2}n + 3)$ 且点 C 在二次函数 $y = x^2 - \frac{5}{2}x + 3$ 上, 得到方程求解即可.

解答： 解: (1) 在一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 中,

当 $x = 0$ 时, $y = 3$.

$\therefore A(0, 3)$.

$\because MO = MA$,

$\therefore M$ 为 OA 垂直平分线上的点,

可求 OA 垂直平分线上的解析式为 $y = \frac{3}{2}x$,

又 $\because$ 点 M 在正比例函数 $y = \frac{3}{2}x$ 上,

$\therefore M(1, \frac{3}{2})$,

又 $\because A(0, 3)$.

$$\therefore AM = \frac{\sqrt{13}}{2};$$

(2) $\because$ 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过点 A、M. 可得

$$\begin{cases} 1+b+c=\frac{3}{2}, \\ 0+0+c=3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-\frac{5}{2}, \\ c=3 \end{cases}$$

$$\therefore y=x^2-\frac{5}{2}x+3;$$

(3) $\because$ 点 D 在一次函数 $y=\frac{3}{4}x+3$ 的图象上,

则可设 D $(n, \frac{3}{4}n+3)$,

设 B $(0, m)$, $(m < 3)$, C $(n, n^2-\frac{5}{2}n+3)$

$\because$ 四边形 ABDC 是菱形,

$$\therefore |AB|=3-m, |DC|=y_D-y_C=\frac{3}{4}n+3-(n^2-\frac{5}{2}n+3)=\frac{13}{4}n-n^2,$$

$$|AD|=\sqrt{(n-0)^2+(\frac{3}{4}n+3-3)^2}=\frac{5}{4}n,$$

$$\therefore |AB|=|DC|,$$

$$\therefore 3-m=\frac{13}{4}n-n^2, \quad \text{①},$$

$$\therefore |AB|=|DA|,$$

$$\therefore 3-m=\frac{5}{4}n, \quad \text{②}$$

解①②得, $n_1=0$ (舍去), $n_2=2$,

将 $n=2$, 代入 C $(n, n^2-\frac{5}{2}n+3)$

$\therefore C(2, 2)$.

点评: 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及的知识点有抛物线解析式的确定, 两点的距离公式, 菱形的性质, 解二元一次方程, 综合性较强, 难度较大.

25. (2011·上海) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=30$, $AB=50$. 点 P 是 AB 边上任意一点, 直线 $PE \perp AB$, 与边 AC 或 BC 相交于 E. 点 M 在线段 AP 上, 点 N 在线段 BP 上, $EM=EN$, $\sin \angle EMP = \frac{12}{13}$.

(1) 如图 1, 当点 E 与点 C 重合时, 求 CM 的长;

(2) 如图 2, 当点 E 在边 AC 上时, 点 E 不与点 A、C 重合, 设 $AP=x$, $BN=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域;

(3) 若 $\triangle AME \sim \triangle ENB$ ($\triangle AME$ 的顶点 A、M、E 分别与 $\triangle ENB$ 的顶点 E、N、B 对应), 求 AP 的长.

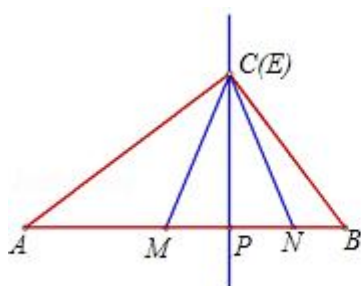


图1

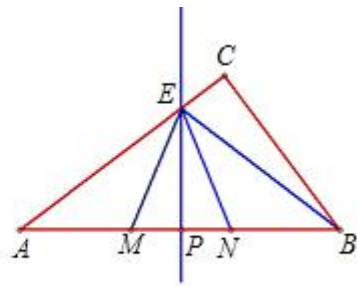


图2

考点：相似三角形的判定与性质；勾股定理；解直角三角形。

专题：几何综合题。

分析：（1）本题需先根据已知条件得出 AC 的值，再根据 $CP \perp AB$ 求出 CP，从而得出 CM 的值。

（2）本题需先根据 $EN \sin \angle EMP = \frac{12}{13}$ ，设出 EP 的值，从而得出 EM 和 PM 的值，再得出 $\triangle AEP \sim \triangle ABC$ ，即可求出 $\frac{PE}{AP} = \frac{BC}{AC}$ ，求出 a 的值，即可得出 y 关于 x 的函数关系式，并且能求出函数的定义域。

（3）本题需先设 EP 的值，得出 EM 和 MP 的值，然后分①点 E 在 AC 上时，根据 $\triangle AEP \sim \triangle ABC$ ，求出 AP 的值，从而得出 AM 和 BN 的值，再根据 $\triangle AME \sim \triangle ENB$ ，求出 a 的值，得出 AP 的长；②点 E 在 BC 上时，根据 $\triangle EBP \sim \triangle ABC$ ，求出 AP 的值，从而得出 AM 和 BN 的值，再根据 $\triangle AME \sim \triangle ENB$ ，求出 a 的值，得出 AP 的长。

解答：解：（1） $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2},$$

$$= \sqrt{50^2 - 30^2},$$

$$= 40,$$

$$\because CP \perp AB,$$

$$\therefore \frac{AB \cdot CP}{2} = \frac{AC \cdot BC}{2},$$

$$\therefore \frac{30 \times 40}{2} = \frac{50 \cdot CP}{2},$$

$$\therefore CP = 24,$$

$$\therefore CM = \frac{CP}{\sin \angle EMP},$$

$$= \frac{24}{\frac{12}{13}},$$

$$= 26;$$

$$(2) \because \sin \angle EMP = \frac{12}{13},$$

$$\therefore \text{设 } EP = 12a,$$

$$\text{则 } EM = 13a, PM = 5a,$$

$$\because EM = EN,$$

$$\therefore EN = 13a, PN = 5a,$$

$$\because \triangle AEP \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{PE}{AP} = \frac{BC}{AC},$$

$$\therefore \frac{12a}{x} = \frac{30}{40},$$

$$\therefore x=16a,$$

$$\therefore a=\frac{x}{16},$$

$$\therefore BP=50-16a,$$

$$\therefore y=50-21a,$$

$$=50-21\times\frac{x}{16},$$

$$=50-\frac{21}{16}x,$$

$\therefore$ 当 E 点与 A 点重合时, $x=0$. 当 E 点与 C 点重合时, $x=32$.

$\therefore$ 函数的定义域是: $(0 < x < 32)$;

(3) ①当点 E 在 AC 上时, 如图 2, 设 $EP=12a$, 则 $EM=13a$, $MP=NP=5a$,

$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AP}{AC} = \frac{EP}{BC},$$

$$\therefore \frac{AP}{40} = \frac{12a}{30},$$

$$\therefore AP=16a,$$

$$\therefore AM=11a,$$

$$\therefore BN=50-16a-5a=50-21a,$$

$\therefore \triangle AME \sim \triangle ENB$,

$$\therefore \frac{AM}{EN} = \frac{ME}{NB},$$

$$\therefore \frac{11a}{13a} = \frac{13a}{50-21a},$$

$$\therefore a=\frac{11}{8},$$

$$\therefore AP=16\times\frac{11}{8}=22,$$

②当点 E 在 BC 上时, 如图 (备用图), 设 $EP=12a$, 则 $EM=13a$, $MP=NP=5a$,

$\therefore \triangle EBP \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{BP}{BC} = \frac{EP}{AC},$$

$$\text{即 } \frac{BP}{30} = \frac{12a}{40},$$

解得 $BP=9a$,

$$\therefore BN=9a-5a=4a, \quad AM=50-9a-5a=50-14a,$$

$\therefore \triangle AME \sim \triangle ENB$,

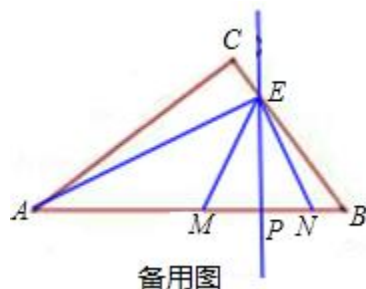
$$\therefore \frac{AM}{EN} = \frac{ME}{NB},$$

$$\text{即 } \frac{50-14a}{13a} = \frac{13a}{4a},$$

$$\text{解得 } a=\frac{8}{9},$$

$$\therefore AP=50-9a=50-9\times\frac{8}{9}=42.$$

所以 AP 的长为: 22 或 42.



点评: 本题主要考查了相似三角形、勾股定理、解直角三角形的判定和性质，在解题时要注意知识的综合应是解本题的关键.

参与本试卷答题和审题的老师有:

lantin; nhx600; zhangCF; sd2011; gbl210; CJX; HJJ; sjzx; HLing; zhjh; zcx; ZJX。(排名不分先后)

菁优网

2012 年 5 月 27 日