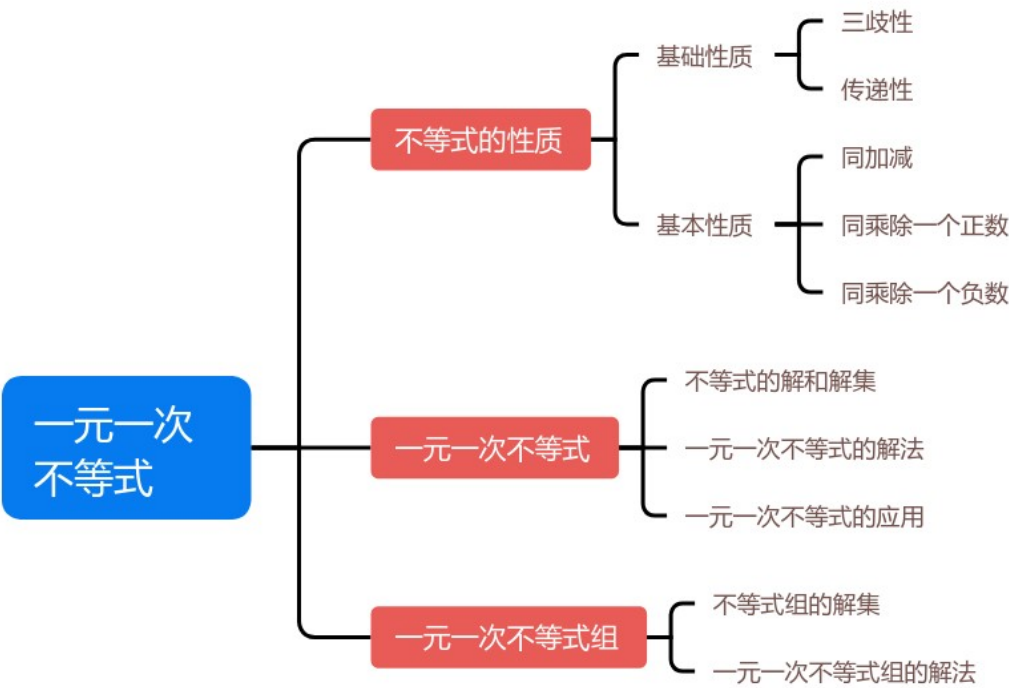


培优专题 一元一次不等式单元复习

内容概览



知识清单

知识点 1 不等式的性质基础

1. 不等式的性质¹ (实数的三歧性)

对于任意给定的两个数 a 、 b ，在 $a > b$ 、 $a < b$ 、 $a = b$ 三种情形中，有且只有一种情形成立。

2. 不等式的性质² (传递性)

如果 $a > b$ 、 $b > c$ ，那么 $a > c$ 。

拓展：如果 $c < b$ ， $b < a$ ，那么 $c < a$ ；如果 $c \leq b$ 、 $b \leq a$ ，那么 $c \leq a$ ；如果 $c = b$ 、 $b = a$ ，那么 $c = a$ ；

3. 三歧性和传递性的重要意义

这两个性质看似简单，实则意义重大。它们是实数排序和比较大小的理论基础。

【即学即练】

1. 设 $a > b > 0$ ，用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空，并说明理由。

(1) a _____ -2 ;

(2) $a-2$ _____ $b-5$;

【解析】；已知 $a > b > 0$ (a 、 b 均为正数，且 a 在数轴上位于 b 右侧)：

(1) $a > 0$ ，而 $0 > -2$ ，故 $a > -2$ (传递性)；

(2) $a > b$ ， a 在数轴上位于 b 右侧， a 向左移两个单位， b 向左移 5 个单位， a 仍在 b 的右边，故 $a-2 > b-5$ 。

答案：(1) $>$ ；(2) $>$

知识点 2 不等式的基本性质

1. 不等式性质³ 不等式的两边同加(或减)一个数，不等号的方向不变。

如果 $a > b$ ，那么 $a+m > b+m$ ， $a-m > b-m$ 。

不等式性质³ 是解不等式时移项法则的理论依据。

2. 不等式性质⁴ 不等式的两边同乘(或除以)一个正数，不等号的方向不变。

如果 $a > b$ ， $m > 0$ ，那么 $am > bm$ ， $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$

3. 不等式性质⁵ 不等式的两边同乘(或除以)一个负数，不等号的方向改变·

$$\text{如果 } a > b, m < 0, \text{ 那么 } am < bm, \frac{a}{m} < \frac{b}{m}$$

不等式性质④、⑤是解不等式时化系数为¹和去分母法则的理论依据。

【即学即练】

1. 用不等号填空，如果 $a > b$ ，那么 $-2a + 1$ _____ $-2b + 1$ (填“>”或“<”)

【分析】 本题考查了不等式的性质，利用不等式的性质解答即可得到结果．熟练掌握不等式的基本性质是解本题的关键．不等式的基本性质：不等式两边加(或减)同一个数(或式子)，不等号的方向不变；不等式两边乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变．不等式两边乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变．

【详解】 解：∵ $a > b$ ，
 $\therefore -2a < -2b$ (不等式性质⁵)，
 $\therefore -2a + 1 < -2b + 1$ (不等式性质³)，

故答案为：<．

2. 下列不等式变形中，正确的是 ()

A．由 $x > y$ 得 $x - 2 > y - 2$

B．由 $x > y$ 得 $-x > -y$

C．由 $x > y$ 得 $2x < 2y$

D．由 $x > 0$ 得 $x^2 < 0$

【分析】 本题考查不等式的基本性质，熟练掌握不等式的基本性质是解题的关键；

根据不等式的基本性质对各选项进行计算，并作出正确的判断。

- 【详解】A. 由 $x > y$ ，不等式两边都加上 -2 ，不等号的方向不变，所以原式说法正确，故该选项符合题意；
- B. 由 $x > y$ ，不等式两边都乘以 -1 ，不等号的方向改变，所以原式说法错误，故该选项不符合题意；
- C. 由 $x > y$ ，不等式两边都乘以 2 ，不等号的方向不改变，所以原式说法错误，故该选项不符合题意；
- D. 不等式两边都乘以 $x (x > 0)$ ，不等号的方向不改变，所以原式说法错误，故该选项不符合题意；
- 故选：A。

知识点 3 不等式的解和解集

1. 不等式的解

能使不等式成立的未知数的值，叫作**不等式的解**；

2. 不等式的解集

一个不等式的所有的解，组成这个不等式的**解集**；

3. 解和解集的区别与联系

不等式的解一定在它的解集中，解集包含不等式的所有解。

【即学即练】

1. 下列说法正确的是 ()

A. $y = 4$ 是不等式 $y + 4 < 5$ 的解

B. $y = 2$ 是不等式 $2y < 7$ 的解集

C. 不等式 $2x < 6$ 的解集是 $x = 3$

D. $y = 2$ 是不等式 $3y < 6$ 的一个解

【分析】 本题考查了一元一次不等式的解及解集的定义，如果不等式中含有未知数，能使这个不等式成立的未知数的值，叫做这个不等式的解．一般地，一个含有未知数的不等式的所有解的集合，叫做这个不等式的解集．根据不等式的解及解集的定义逐项分析即可．

【详解】 解：A. $\because$ 当 $y = 4$ 时， $y + 4 = 8 > 5$ ， $\therefore y = 4$ 不是不等式 $y + 4 < 5$ 的解，故不正确；

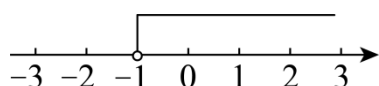
B. $\because$ 当 $y = 2$ 时， $2y = 4 < 7$ ， $\therefore y = 2$ 是不等式 $2y < 7$ 的解而不是解集，故不正确；

C. $\because 2x < 6$ ， $\therefore x < 3$ ， $\therefore$ 不等式 $2x < 6$ 的解集是 $x < 3$ ，故不正确；

D. $\because$ 当 $y = 2$ 时， $3y = 6$ ， $\therefore y = 2$ 是不等式 $3y < 6$ 的一个解，故正确；

故选 D．

2. 已知如图是关于 x 的不等式 $2x - a > -3$ 的解集，则 a 的值为_____．



【答案】 1

【分析】 解不等式得出 $x > \frac{a-3}{2}$ ，结合数轴知 $x > -1$ ，据此可得关于 a 的方程，解之可得答案．

【详解】 解：解不等式 $2x - a > -3$ 得： $x > \frac{a-3}{2}$ ，

由数轴知不等式的解集为 $x > -1$ ，

$$\therefore \frac{a-3}{2} = -1，$$

解得： $a=1$ ，

故答案为： 1 。

知识点4 一元一次不等式的解法

1. 解一元一次不等式的核心步骤：

① 去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤系数化为1；

2. 三大易错点：

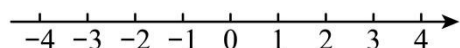
① 去分母不能漏掉没有分母的项；

② 移项要注意变号；

③ 系数化为1要注意同乘除一个负数时不等号要变号；

【即学即练】

1. 解不等式 $\frac{2x+1}{3}-3 < \frac{x-5}{2}$ ，并把它解集表示在数轴上。



【答案】 $x < 1$ ，数轴表示见解析

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式，根据解一元一次不等式基本步骤：去括号、移项、合并同类项、系数化为1可得不等式的解集，然后在数轴上表示出来即可。

【详解】解： $\frac{2x+1}{3}-3 < \frac{x-5}{2}$ ，

去分母得， $2(2x+1)-18<3(x-5)$ ，

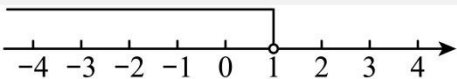
去括号得， $4x+2-18<3x-15$ ，

移项得， $4x-3x<-15+18-2$ ，

合并同类项得： $x<1$ ，

即不等式的解集为 $x<1$ 。

将不等式的解集在数轴上表示为：



知识点5 一元一次不等式组

1. 不等式组的解集

不等式组中所有不等式解集的公共部分叫作不等式组的解集。

2.不等式组解集的四种情形

不等式组	图例	解集	归纳
$\begin{cases} x>4 \\ x>8 \end{cases}$		$x>8$	同大取大
$\begin{cases} x<-3 \\ x<4 \end{cases}$		$x<-3$	同小取小
$\begin{cases} x>-3 \\ x<4.5 \end{cases}$		$-3<x<4.5$	大于小的 小于大的
$\begin{cases} x>4 \\ x<3.5 \end{cases}$		无解	大于大的 小于小的

3.解一元一次不等式组的一般步骤：

(1)求出不等式组中各个不等式的**解集**，并分别在数轴上表示出来；

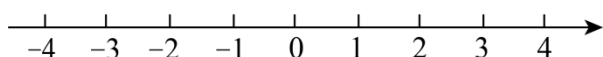
(2)确定各个不等式的解集的**公共部分**，得到不等式组的**解集**.

4.不等式组的整数解

在不等式组解集范围内的整数叫作不等式组的整数解.

【即学即练】

1. 解不等式组：
$$\begin{cases} 4x - 2(x - 1) < 4 \\ \frac{x - 1}{2} \leq \frac{2x}{3} \end{cases}$$
，并把解集在数轴上表示出来，求其整数解.



【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，在数轴上表示不等式组的解集，先求出每个不等式的解集，取解集的公共部分得到不等式组的解集，再把解集在数轴上表示出来即可，正确求出不等式组的解集是解题的关键．

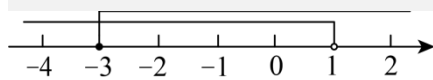
【详解】解：
$$\begin{cases} 4x - 2(x - 1) < 4 \text{ ①} \\ \frac{x - 1}{2} \leq \frac{2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$$
，

解不等式①，得 $x < 1$ ，

解不等式②，得 $x \geq -3$ ，

∴不等式组的解集是 $-3 \leq x < 1$ ，

不等式组的解集在数轴上表示如下：



∴ 不等式组的非负整数解为 -3, -2, -1, 0.

知识点

一元一次不等式组的应用

应用一元一次不等式（组）解决问题的步骤：

- ①分析题意，寻找表示（不等）数量关系；
- ②思考探索，列出一元一次不等式（组）；
- ③求出解集，解不等式组；
- ④确定答案，根据具体要求确定答案，从而解决实际问题.

【即学即练】

1. 为了丰富学生的课余生活，某校计划购买一批篮球和足球．已知购买 2 个篮球和 1 个足球共需 320 元；

购买 3 个篮球和 2 个足球共需 540 元．

(1)求每个篮球和每个足球的售价；

(2)该校计划购买篮球和足球共 50 个，总费用不超过 5500 元，那么最少需要购买多少个篮球？

(3)在 (2) 的条件下，若购买足球的数量不少于篮球数量的 $\frac{1}{2}$ ，请直接写出最省钱的购买方案．

【分析】 本题考查“二元一次方程组的应用”“一元一次不等式的应用”，根据题意找到数量关系列出方程与不

等式是解题关键．

(1) 根据题意中两次购买的数量和对应金额，设未知数分别列方程，再求解方程组即可；

(2) 设购买其中一个的数量为未知数，用未知数表示购买另一个的数量，根据题意列不等式并求解即可；

(3) 在 (2) 的条件下，根据数量列不等式，该不等式的解集与 (2) 中解出的不等式的解集中重合的部分即为满足条件的情况，从中找出最省钱的方案即可．

【详解】 (1) 解：设每个篮球的售价为 x 元，每个足球的售价为 y 元，

$$\text{由题意，得} \begin{cases} 2x + y = 320 \\ 3x + 2y = 540 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 100 \\ y = 120 \end{cases},$$

$\therefore$ 每个篮球的售价为 100 元，每个足球的售价为 120 元；

(2) 解：设购买 m 个篮球，则购买 $(50 - m)$ 个足球，

$$\text{由题意，得} 100m + 120(50 - m) \leq 5500,$$

$$\text{解得} m \geq 25,$$

$\therefore$ 最少需要购买 25 个篮球；

$$(3) \text{ 解：由题意，得} 50 - m \leq \frac{1}{2}m,$$

$$\text{解得} m \leq \frac{100}{3},$$

$$\therefore 25 \leq m \leq \frac{100}{3},$$

∴ 购买一个足球需要 120 元，购买一个篮球需要 100 元，足球的售价比篮球高，

∴ 当购买足球数量最少，篮球数量最多时，最省钱，

又 m 为整数， $33 < \frac{100}{3} < 34$ ，

∴ $25 \leq m \leq 33$ ，即 m 的最大值为 33，

$$50 - 33 = 17$$

∴ 当 $m = 33$ 时，即购买 33 个篮球，购买 17 个足球时，为最省钱的购买方案。

题型精讲

题型 01 不等式的性质

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海宝山·期末）如果 $a < b$ ，那么下列不等式中一定正确的是（ ）

A . $a - 2b < -b$

B . $a + 2 > b + 2$

C . $-a - 2 < -b - 2$

D . $2a > 2b$

【答案】A

【分析】本题考查不等式的性质，熟练掌握其性质是解题的关键。利用不等式的性质逐项判断即可。

【详解】解：如果 $a < b$ ，

两边同时减去 $2b$ ，得 $a - 2b < -b$ ，则 A 符合题意，

两边同时加上 2，得 $a + 2 < b + 2$ ，则 B 不符合题意，

两边同时乘以 -1 再同时减去 2 ，得 $-a-2 > -b-2$ ，则 C 不符合题意，

两边同时乘以 2 ，得 $2a < 2b$ ，则 D 不符合题意，

故选： A 。

【变式1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海黄浦·期末）若 $a < b$ ，则下列不等式正确的是（ ）

$A. a+2 > b+2$
 $B. a-5 > b-3$
 $C. \frac{a}{3} > \frac{b}{3}$
 $D. -3a > -3b$

【答案】 D

【分析】 本题主要考查不等式的基本性质；根据不等式的基本性质，逐一分析各选项即可。

【详解】 解： $\because a < b$ ，

选项 A ： $a+2 > b+2$

两边同时加 2 ，不等号方向不变，应为 $a+2 < b+2$ ，故 A 错误。

选项 B ： $a-5 > b-3$

左边减 5 ，右边减 3 ，应为 $a-5 < b-3$ ，故 B 错误。

选项 C ： $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

两边同时除以正数 3 ，不等号方向不变，应为 $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ ，故 C 错误。

选项 D ： $-3a > -3b$

两边同时乘以负数 -3 ，不等号方向改变，由 $a < b$ 可得 $-3a > -3b$ ，故 D 正确。

故选：D。

【变式 2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海普陀·期末）用适当的不等号填空：如果 $a \leq b$ ， $b \leq c$ ，那么 a _____ c 。

【答案】 $\leq$

【分析】 本题考查不等式的性质，掌握不等式的性质是正确解答的前提。

根据不等式的性质可得出答案。

【详解】 解： $\because a \leq b$ ， $b \leq c$ ，

$\therefore a \leq c$ ，

故答案为： $\leq$ 。

【变式 3】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海普陀·期末）已知 $a < b$ ，下列不等式中正确的是（ ）

A. $a+1 > b+1$

B. $a-1 > b-1$

C. $2a > 2b$

D. $-2a > -2b$

【答案】 D

【分析】 本题考查不等式的性质，能熟记不等式的性质的内容是解此题的关键。根据不等式的性质逐个判断即可。

【详解】 解：A. 两边同时加 1，不等式方向不变，原式 $a < b$ 变为 $a+1 < b+1$ ，故 A 错误，不符合题意。

B. 两边同时减 1，不等式方向不变，原式 $a < b$ 变为 $a-1 < b-1$ ，故 B 错误，不符合题意。

C. 两边同时乘正数 2，不等式方向不变，原式 $a < b$ 变为 $2a < 2b$ ，故 C 错误，不符合题意。

D. 两边同时乘负数 -2，不等式方向反转，原式 $a < b$ 变为 $-2a > -2b$ ，故 D 正确，符合题意。

故选：D。

【变式 4】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海杨浦·期末）已知 $a < b < 0$ ，下列式子中，正确的是（ ）

A. $a+b < 0$

B. $a-b > 0$

C. $a^2 < b^2$

D. $a^2 < ab$

【答案】 A

【分析】 本题主要考查了不等式的基本性质。根据不等式的性质进行判断即可。

【详解】 解：A. $\because a < b < 0$ ，

$\therefore a+b < b+b < 0$ ，即 $a+b < 0$ ，故 A 正确；

B. $\because a < b < 0$ ，

$\therefore a-b < 0$ ，故选项 B 错误；

C. $\because a < b < 0$ ，

$\therefore a^2 > b^2$ ，故选项 C 错误；

D. $\because a < b < 0$ ，

$\therefore a^2 > ab$ ，故选项 D 错误；

故选：A．

题型 02 不等式的解和解集

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海杨浦·期末）不等式 $x > -\frac{9}{2}$ 有多少个负整数解？

【答案】该不等式有 4 个负整数解，为 -1，-2，-3，-4

【分析】本题考查了列一元一次不等式及一元一次不等式的整数解，解答本题的关键是明确不等式解集的含义．

【详解】解： $\because x > -\frac{9}{2}$ ，

$\therefore$ 该不等式有 4 个负整数解，为 -1，-2，-3，-4．

【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海·单元测试）下列不等式的解集中，不包括 -5 的是（ ）

A． $x \leq 5$

B． $x \geq -5$

C． $x \leq -6$

D． $x \geq -6$

【答案】C

【分析】本题考查不等式的解集，根据不等式的解集的定义进行判断即可．

【详解】解： $x \leq -6$ 中不包括 -5，

故选：C．

【变式 2】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海·期末）对于不等式 $x - 1 < 3$ ，明明认为所有非正数都是这个不等式的解，

故该不等式的解集是 $x \leq 0$ ，这句话是否正确？请判断，并说明理由．为什么？

【答案】 不正确，理由见解析

【分析】 本题考查了不等式的解及解集的定义，如果不等式中含有未知数，能使这个不等式成立的未知数的值，叫做这个不等式的解．一般地，一个含有未知数的不等式的所有解的集合，叫做这个不等式的解集．据此判断即可．

【详解】 解：这句话说的不正确， $x \leq 0$ 只是该不等式解集的一部分．如： $x = 3$ 是不等式 $x - 1 < 3$ 的解，但未包含在 $x \leq 0$ 内，所以这句话不正确．

【变式3】 (²⁴⁻²⁵ 六年级下‘上海普陀’期末) 解不等式 $-2x > \frac{8}{3}$ ，并把解集在数轴上表示出来．

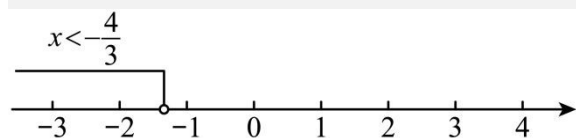
【答案】 $x < -\frac{4}{3}$ ，数轴表示见解析

【分析】 本题考查了一元一次不等式组的解法和在数轴上表示不等式组的解集；根据解一元一次不等式的步骤进行计算，再把所得的解集在数轴上表示出来即可．

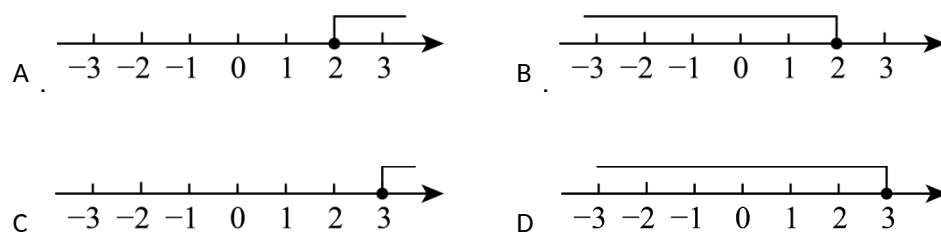
【详解】 解： $-2x > \frac{8}{3}$

$$x < -\frac{4}{3},$$

把解集在数轴上表示为：



【变式 4】 (²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海黄浦·期中) 不等式 $2x - 2 \leq 4$ 的解集在数轴上表示为 ()



【答案】 D

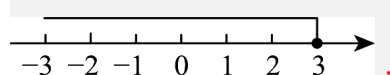
【分析】 本题考查解一元一次不等式、在数轴上表示不等式的解集，先求出不等式 $2x - 2 \leq 4$ 的解集，然后在数轴上表示出不等式的解集即可。

【详解】 解： $2x - 2 \leq 4$ ，

$$2x \leq 6,$$

$$x \leq 3,$$

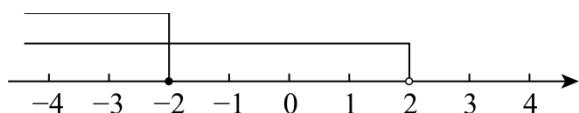
其解集在数轴上表示如下：



故选：D。

题型 03 不等式组的解集

【典例 1】 (²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海虹口·期末) 如图，数轴上公共部分表示的是某个关于 x 的一元一次不等式组的解集，那么这个不等式组可以是 ()



A. $\begin{cases} x > -2 \\ x < 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < -2 \\ x < 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x < -2 \\ x < 2 \end{cases}$

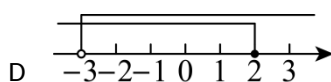
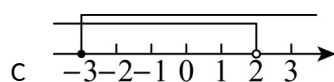
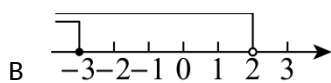
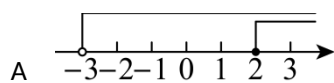
【答案】 B

【分析】 本题主要考查了在数轴上表示不等式组的解集，根据数轴表示的不等式解集求解即可，掌握知识点的运用是解题的关键。

【详解】 解：由数轴知，这个不等式组可以为 $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$ ，

故选：B。

【变式1】 (²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期末) 不等式组 $\begin{cases} 3x-2 < 2x \\ 2(x+1) \geq x-1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【答案】 C

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组，在数轴上表示不等式组的解集，先求出每个不等式的解集，

再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集，再在数

轴上表示出不等式组的解集即可得到答案．

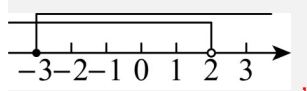
【详解】解：
$$\begin{cases} 3x-2 < 2x & ① \\ 2(x+1) \leq x-1 & ② \end{cases}$$

解不等式①得： $x < 2$ ，

解不等式②得： $x \leq -3$ ，

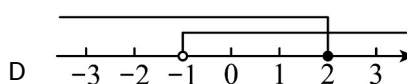
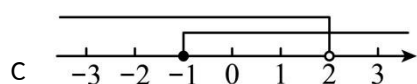
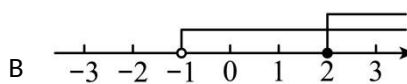
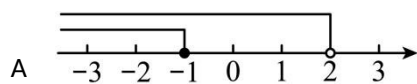
∴原不等式组的解集为 $-3 \leq x < 2$ ，

数轴表示如下所示：



故选：C．

【变式2】（2025·山西·模拟预测）把不等式组 $\begin{cases} 3x+1 > -2 \\ \frac{2x-4}{3} \leq 0 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上，正确的是（ ）



【答案】D

【分析】本题考查了解一元一次不等式组以及将解集表示在数轴上，熟练掌握以上知识点是解答本题的关

键．

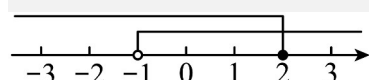
先分别求出两个不等式的解集，然后即可得到不等式组的解集，再将不等式组的解集表示在数轴上即可．

【详解】解：解 $3x+1>-2$ ，得 $x>-1$ ，

解 $\frac{2x-4}{3}\leq 0$ ，得 $x\leq 2$ ，

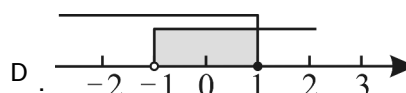
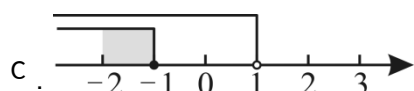
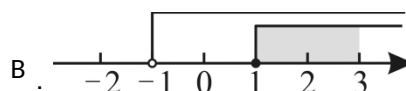
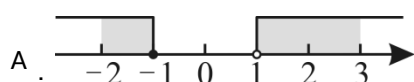
$\therefore$ 该不等式组的解集为 $-1<x\leq 2$ ，

其解集在数轴上表示如下：



故选：D．

【变式3】（2025·山东滨州·一模）不等式组 $\begin{cases} 2x+2>0 \\ -x-1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为（ ）



【答案】D

【分析】本题考查了在数轴上表示不等式的解集，先求出不等式组的解集，再在数轴上表示出来即可求解，

正确求出不等式组的解集是解题的关键．

【详解】解： $\begin{cases} 2x+2>0 \textcircled{1} \\ -x-1 \end{cases}$ ，

由①得， $x > -1$ ，

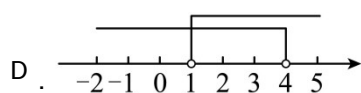
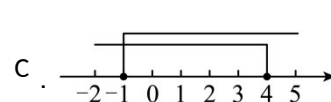
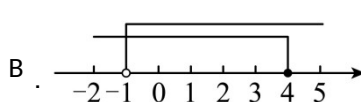
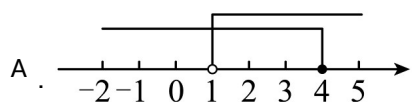
由②得， $x \leq 1$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 1$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集在数轴上表示为 ，

故选：D。

【变式4】 (2025·河南驻马店·一模) 将不等式组 $\begin{cases} x-2 > -1, \\ 2x \leq 8 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上，其中正确的是 ()



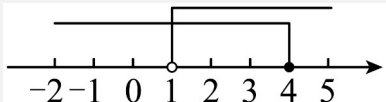
【答案】 A

【分析】 本题主要考查解一元一次不等式组，解不等式组时要注意解集的确定原则：同大取大，同小取小，大小小大取中间，大大小小无解了。首先解出不等式组，然后根据不等式组的解集进行判断。

【详解】 解：由 $x-2 > -1$ ，得 $x > 1$ ，

由 $2x \leq 8$ ，得 $x \leq 4$ ，

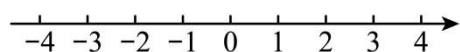
$\therefore$ 不等式组的解集为 $1 < x \leq 4$ ，

在数轴上表示不等式组的解集为：。

故选：A．

题型 04 解一元一次不等式

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期末）解不等式 $\frac{2x+1}{3} - 3 < \frac{x-5}{2}$ ，并把它解集表示在数轴上．



【答案】 $x < 1$ ，数轴表示见解析

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式，根据解一元一次不等式基本步骤：去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 可得不等式的解集，然后在数轴上表示出来即可．

【详解】解： $\frac{2x+1}{3} - 3 < \frac{x-5}{2}$ ，

去分母得， $2(2x+1) - 18 < 3(x-5)$ ，

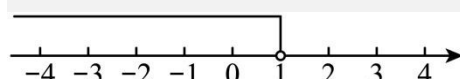
去括号得， $4x + 2 - 18 < 3x - 15$ ，

移项得， $4x - 3x < -15 + 18 - 2$ ，

合并同类项得： $x < 1$ ，

即不等式的解集为 $x < 1$ ．

将不等式的解集在数轴上表示为：



【变式 1】（²⁰²⁵·上海杨浦·模拟预测）解不等式： $x + 7 \leq 5(x + 3)$

【答案】 $x \leq -2$

【分析】本题考查解一元一次不等式，熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解题的关键．

先去括号计算，再移项、合并同类项，最后将系数化为¹即可．

【详解】解： $x+7-5(x+3)$

去括号，得 $x+7-5x-15$

移项，得 $x-5x-15-7$

合并同类项，得 $-4x-8$

系数化为¹，得 $x \leq -2$ ．

【变式2】（²⁴⁻²⁵七年级下·上海松江·月考）解不等式： $4x-5 > \frac{x-3}{2}$ ．

【答案】 $x > 1$

【分析】本题主要考查解一元一次不等式，根据解一元一次不等式基本步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1可得．

【详解】解： $4x-5 > \frac{x-3}{2}$ ，

去分母得 $8x-10 > x-3$

移项得 $8x-x > 10-3$

合并同类项得 $7x > 7$ ，

系数化为1得： $x > 1$ ．

【变式3】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海嘉定·期中）解不等式： $3(6x+7) \geq 8-2(5x-9)$.

【答案】 $x \geq \frac{5}{28}$

【分析】 本题主要考查了不等式的计算，根据计算步骤去括号、移项、合并同类项、系数化为¹即可得到答案；

【详解】解： $3(6x+7) \geq 8-2(5x-9)$,

$$18x+21 \geq 8-(10x-18) ,$$

$$18x+21 \geq 8-10x+18 ,$$

$$18x+10x \geq 8-21+18 ,$$

$$28x \geq 5 ,$$

$$x \geq \frac{5}{28} .$$

【变式4】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·月考）解不等式 $2x-5 < 4(x+1)-3$ ，并写出它的所有负整数解．

【答案】 $x > -3$ ，负整数解为：-1，-2．

【分析】 本题考查了解一元一次不等式，关键是掌握不等式的解法．根据去括号、移项、合并同类项、系数化为¹的步骤求解即可．

【详解】解： $2x-5 < 4(x+1)-3$

去括号，得 $2x-5 < 4x+4-3$ ，

移项，得 $2x - 4x < 4 - 3 + 5$ ，

合并同类项，得 $-2x < 6$ ，

系数化为 1，得 $x > -3$ 。

∴ 原不等式负整数解为：-1，-2。

题型 05 解一元一次不等式组

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期末）解不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 < 3 \\ -\frac{1}{2}x - 1 \leq 0 \end{cases}$ ，并写出它的非负整数解。

【答案】 $-2 \leq x < 2$ ，不等式组的非负整数解为 0，1。

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，不等式组的非负整数解，分别求出每一个不等式的解集，然后确定不等式组的解集，继而可得其非负整数解，掌握知识点的应用是解题的关键。

【详解】解： $\begin{cases} 2x - 1 < 3 \text{ ①} \\ -\frac{1}{2}x - 1 \leq 0 \text{ ②} \end{cases}$ ，

解不等式 ① 得： $x < 2$ ，

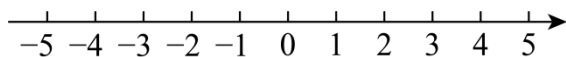
解不等式 ② 得： $x \geq -2$ ，

∴ 不等式组的解集为 $-2 \leq x < 2$ ，

∴ 不等式组的非负整数解为 0，1。

【变式1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海松江·月考）解不等式组 $\begin{cases} 3x-5 < x+1 \\ \frac{3x-4}{6} \leq \frac{2x-1}{3} \end{cases}$. 在数轴上表示它的解集并求出

它的所有非负整数解 .



【答案】 $-2 \leq x < 3$, 数轴见解析 , 所有非负整数解有 $0, 1, 2$.

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出每个不等式的解集，再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集，然后在数轴上表示解集，最后求出所有非负整数解即可 .

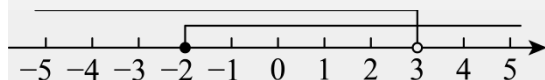
【详解】解： $\begin{cases} 3x-5 < x+1 \textcircled{1} \\ \frac{3x-4}{6} \leq \frac{2x-1}{3} \textcircled{2} \end{cases}$,

解不等式 $\textcircled{1}$ ，得 $x < 3$,

解不等式 $\textcircled{2}$ ，得 $x \geq -2$,

$\therefore$ 不等式的解集为 $-2 \leq x < 3$,

在数轴上表示为：



$\therefore$ 所有非负整数解有 $0, 1, 2$.

【变式2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海宝山·期末）解下列不等式（组）：

(1) $9x - 1 < 4x + 9$ (解集在数轴上表示出来) .

$$(2) \begin{cases} \frac{3x}{2} + 1 > \frac{x-1}{4} \\ x-1 \leq 5+3x \end{cases} .$$

【答案】 (1) $x < 2$; 数轴见解析

(2) $x > -1$

【分析】 (1) 先解不等式，然后把解集表示在数轴上即可；

(2) 先求出两边不等式的解集，再根据“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则
得出不等式组的解集即可 .

本题考查的是解一元一次不等式组，掌握解一元一次不等式组的方法和步骤是解题的关键 .

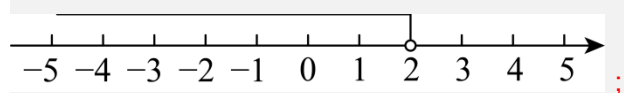
【详解】 (1) $9x - 1 < 4x + 9$,

移项得 , $9x - 4x < 9 + 1$,

合并同类项得 , $5x < 10$,

系数化为1得 , $x < 2$,

把解集表示在数轴上，如图所示：



$$(2) \begin{cases} \frac{3x}{2} + 1 > \frac{x-1}{4} \textcircled{1} \\ x-1 \leq 5+3x \textcircled{2} \end{cases} ,$$

解不等式①得， $x > -1$ ，

解不等式②得， $x \geq -3$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > -1$ 。

【变式3】 (24-25 七年级下·上海·月考) (1) 解下列不等式 $\frac{3+2x}{2} - 1 < \frac{1+2x}{5}$ ；

(2) 解不等式组 $\begin{cases} \frac{x-2}{3} > x-1 \text{ ①} \\ 1-3(x+1) \leq 6-x \text{ ②} \end{cases}$ ，并写出它的整数解。

【答案】 (1) $x < -\frac{1}{2}$ (2) $-4 \leq x < \frac{1}{2}$ ，整数解为 $-4, -3, -2, -1, 0$

【分析】 (1) 根据解一元一次不等式的步骤求解即可；

(2) 分别解出每个不等式，再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到”的原则确定其解集，最后找出其中的整数即可。

本题考查解一元一次不等式，解一元一次不等式组，求不等式组的整数解，掌握解一元一次不等式和一元一次不等式组的步骤是解题关键。

【详解】 解：(1) $\frac{3+2x}{2} - 1 < \frac{1+2x}{5}$ ，

去分母，得： $5(3+2x) - 10 < 2(1+2x)$ ，

去括号，得： $15 + 10x - 10 < 2 + 4x$ ，

移项，合并同类项，得： $6x < -3$ ，

系数化为 1，得： $x < -\frac{1}{2}$ ；

$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} > x-1 \text{ ①} \\ 1-3(x+1) \leq 6-x \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①，得： $x < \frac{1}{2}$ ，

解不等式②，得： $x \geq -4$ ，

∴ 原不等式组的解集为 $-4 \leq x < \frac{1}{2}$ ，

∴ 它的整数解为 $-4, -3, -2, -1, 0$

【变式 4】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期末）求不等式组： $\begin{cases} 2x+1 > x-1 \text{ ①} \\ x-1 \leq \frac{1}{3}(2x-1) \text{ ②} \end{cases}$ 的整数解。

【答案】 -1 ； 0 ； 1 ； 2

【分析】 本题考查了求一元一次不等式组的解集，熟练掌握运算法则是解题的关键。

根据运算法则求出不等式的解集后解答即可。

【详解】 解：由①可得： $2x+1 > x-1$

$$2x-x > -1-1$$

$$x > -2$$

由②可得： $x-1 \leq \frac{1}{3}(2x-1)$

$$x-1 \leq \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$x - \frac{2}{3}x \leq -\frac{1}{3} + 1$$

$$\frac{1}{3}x \leq \frac{2}{3}$$

$$x \leq 2$$

∴不等式的解集为： $-2 < x \leq 2$ ，

∴整数解为： -1 ； 0 ； 1 ； 2 。

题型 06 含参数的不等式（组）

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海闵行·期中）如果关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5x > 3(x+a) - 10 \\ 3 - x \leq \frac{a-3}{4} \end{cases}$ 无解，求 a 的取值

范围。

【答案】 $a > 5$

【分析】 本题主要考查由一元一次不等式组的解集求参数，根据不等式的解集确定 a 的取值范围是解题的关键。

先求解一元一次不等式组，再根据题意建立关于参数的不等式求解即可。

【详解】 解： $\begin{cases} 5x > 3(x+a) - 10 \text{ ①} \\ 3 - x \leq \frac{a-3}{4} \text{ ②} \end{cases}$ ，

由①得， $x > \frac{3}{2}a - 5$ ，

由②得， $x \leq \frac{15-a}{4}$ ，

$$\therefore \text{不等式组} \begin{cases} 5x > 3(x+a) - 10 \\ 3-x \leq \frac{a-3}{4} \end{cases} \quad \text{无解,}$$

$$\therefore \frac{3}{2}a - 5 \leq \frac{15-a}{4}, \text{解得: } a \leq 5.$$

【变式1】 (24-25 八年级上‘全国’期末) 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} -\frac{2x+1}{3} \leq -5 \\ 3x+a > -2+4x \end{cases}$ 的解集为 $x \leq 7$, 求

a 的取值范围.

【答案】 $a > 5$

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组的应用，解题的关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集.

分别求出每一个不等式的解集，根据不等式组的解集 $x \leq 7$ 即可得出 a 的取值范围.

【详解】 解：. 不等式 $-\frac{2x+1}{3} \leq -5$ 可化为 $2x+1 \leq 15$,

$$\therefore 2x \leq 14.$$

$$\therefore x \leq 7;$$

不等式 $3x+a > -2+4x$ 可化为 $3x-4x > -a-2$,

$$\therefore -x > -a-2.$$

$$\therefore x < a+2,$$

$\therefore$ 关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} -\frac{2x+1}{3} \leq -5 \\ 3x+a > -2+4x \end{cases}$ 的解集为 $x \leq 7$,

$$\therefore a+2 > 7.$$

$$\therefore a > 5$$

【变式2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·月考）解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 > \frac{x+1}{2} \\ x > 3m \end{cases}$$
 .

(1) 当 $m = -1$ 时，求出此时不等式组的解集并表示在数轴上；

(2) 要使此不等式组无解，则 m 的取值范围是—— .

【答案】(1) $-3 < x < 3$ ，见解析；

(2) $m \leq -1$.

【分析】 本题考查的是一元一次不等式组的解法，不等式组无解问题；

(1) 当 $m = -1$ 时，可得
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 > \frac{x+1}{2} \text{ ①} \\ x > -3 \text{ ②} \end{cases}$$
，再解不等式组即可；

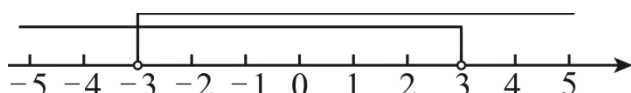
(2) 由 ① 得： $x < 3$ ，由 ② 得： $x > 3m$ ，结合不等式组无解可得 $3m \geq 3$ ，进一步可得答案.

【详解】(1) 解：当 $m = -1$ 时，

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 > \frac{x+1}{2} \text{ ①} \\ x > -3 \text{ ②} \end{cases},$$

解 ① 得： $x < 3$ ，

在数轴上表示两个不等式的解集如下：



∴不等式组的解集 $-3 < x < 3$ ；

(2) 解①得： $x < 3$ ，

解②得： $x > 3m$ ，

要使此不等式组无解，

∴ $3m \geq 3$ ，

∴ $m \geq 1$ ；

∴ m 的取值范围是 $m \geq 1$ 。

【变式3】 (24-25 七年级下·上海·月考) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x - 3 < 4k - 5 \\ 2x - 10(2 + k) > 5k - 3x \end{cases}$ 无解，求 k 的取值范

围。

【答案】 $k \leq -5$

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式的解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键。

先求出两个不等式的解集，再根据原不等式组无解得到关于 k 的一元一次不等式求解即可。

【详解】解： $\begin{cases} 2x - 3 < 4k - 5 \text{ ①} \\ 2x - 10(2 + k) > 5k - 3x \text{ ②} \end{cases}$

由①得： $x < 2k - 1$ ；

由②得： $x > 4 + 3k$ ，

∴关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x - 3 < 4k - 5 \\ 2x - 10(2 + k) > 5k - 3x \end{cases}$ 无解，

∴ $4 + 3k \geq 2k - 1$ ，

解得： $k \geq -5$ 。

【变式4】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·月考）关于 x 的两个不等式① $\frac{5x+a}{2} - x < 1$ 与② $2 - \frac{2}{3}x > 0$ ，若不等式①

的解都是不等式②的解，求 a 的取值范围。

【答案】 $a \geq -7$

【分析】 此题考查了解一元一次不等式，根据不等式①的解都是②的解，求出 a 的范围即可。根据题意分别求出不等式的解集，进而得到关于 a 的不等式是解题的关键。

【详解】 解：由①得： $x < \frac{2-a}{3}$ ，

由②得： $x < 3$ ，

由不等式①的解都是②的解，得到 $\frac{2-a}{3} \leq 3$ ，

解得： $a \geq -7$ 。

题型 07 一元一次不等式（组）的应用

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海松江·期末）某校组织六年级和七年级共 100 名学生参加垃圾分类志愿者

助力活动．六年级学生每人要完成 2 次助力分类，七年级学生每人要完成 5 次助力分类．为了保证垃圾分类助力总次数不少于 360 次，最少需要多少名七年级学生参加活动？

【答案】最少需要 54 名七年级学生参加活动

【分析】本题考查了一元一次不等式的应用，设需要 x 名七年级学生参加活动，则需要 $(100-x)$ 名六年级学生参加活动，根据要保证垃圾分类助力总次数不少于 360 次，可列出关于 x 的一元一次不等式，解得 x 的取值范围，再取其中的最小整数值，即可得出结论．

【详解】解：设需要 x 名七年级学生参加活动，则需要 $(100-x)$ 名六年级学生参加活动，
根据题意得：
$$2(100-x) + 5x \geq 360,$$

解得：
$$x \geq \frac{160}{3},$$

又： x 为正整数，

$\therefore x$ 的最小值为 54．

答：最少需要 54 名七年级学生参加活动．

【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海长宁·期末）某次知识竞赛共有 20 道题，规定答对一道题得 5 分，答错一道题扣 2 分，不答题不得分，在这次竞赛中，小明有 3 道题没有作答，如果希望取得不低于 70 分的成绩，

求小明至少要答对几道题．

【答案】 小明至少要答对 15 道题

【分析】 本题主要考查了一元一次不等式的实际应用，设小明答对 x 道题，则小明答错 $(20-3-x)$ 题，根据总得分不低于 70 分建立不等式求解即可．

【详解】 解：设小明答对 x 道题，

由题意得， $5x - 2(20 - 3 - x) \geq 70$ ，

解得： $x \geq \frac{104}{7} = 14\frac{6}{7}$ ，

$\because x$ 是整数，

$\therefore x$ 的最小值为 15，

答：小明至少要答对 15 道题．

【变式 2】 (24-25 七年级下·上海杨浦·期末) 如图，这是某电影院的价目表．某社团 16 人去此电影院看电影，

打算以比赛奖金 1600 元购买电影票、爆米花与饮料．如果要让每人拿到一张电影票和一杯饮料，那

么最多可买多少盒爆米花？

价目表		
电影票	爆米花	饮料
80元/张	25元/盒	20元/杯
*每张电影票能使用下列其中一种优惠.		
优惠一：饮料一杯16元；		
优惠二：爆米花一盒+饮料一杯30元.		

【答案】最多可买 4 盒爆米花

【分析】 本题主要考查一元一次不等式的应用，设可以买 x 盒爆米花，利用总价=单价 $\times$ 数量，结合总价不超过 1600 元，可列出关于 x 的一元一次不等式，解之可得出 x 的取值范围，再取其中的最大整数，即可得出结论．

【详解】 解：设可以买 x 盒爆米花，根据题意得：

$$80 \times 16 + 16 \times (16 - x) + 30x \leq 1600$$

解得， $x \leq 4$ ，

所以，最多可买 4 盒爆米花．

【变式 3】（²⁴⁻²⁵ 七年级上·吉林长春·月考）高尔基说：“书籍是人类进步的阶梯”．为提高学生的阅读水平，某中学购买了“科普类”和“文学类”两种书籍，其中“科普类”图书的单价比“文学类”图书的单价多 4 元，购买 30 本“科普类”图书和 40 本“文学类”图书共花费 1240 元．

(1) 求这两种图书的单价分别是多少元？

(2) 学校决定再次购买这两种图书共 100 本，总费用超过 1790 元但不超过 1800 元，则学校有哪几种购买方案．

【答案】 (1) “科普类”图书的单价为 20 元，“文学类”图书的单价为 16 元

(2) ① 购买“科普类”图书 48 本，“文学类”图书 52 本；② 购买“科普类”图书 49 本，“文学类”图书 51 本；③ 购买“科普类”图书 50 本，“文学类”图书 50 本

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用以及不等式组的应用，找准数量关系，正确列出一元一次方程和一元一次不等式是解题的关键．

(1) 设“科普类”图书的单价为 x 元，则“文学类”图书的单价为 $(x-4)$ 元，根据共花费 1240 元，即可得出关于 x 的方程，解之即可得出结论；

(2) 设“文学类”书购 a 本，根据总价 = 单价 $\times$ 数量，结合总费用超过 1790 元且不超过 1800 元，列出不等式组，即可求解．

【详解】 (1) 解：设“科普类”图书的单价为 x 元，则“文学类”图书的单价为 $(x-4)$ 元，

由题意得： $30x + 40(x-4) = 1240$ ，

解得： $x = 20$ ，

则 $x-4 = 20-4 = 16$ ，

答：“科普类”图书的单价为 20 元，则“文学类”图书的单价为 16 元；

(2) 解：设“文学类”书购买 a 本，则“科普类”书购买 $(100-a)$ 本，

依题意得：
$$\begin{cases} 16a + 20(100-a) > 1790 \\ 16a + 20(100-a) \leq 1800 \end{cases}$$
，

解得： $50 \leq a < 52.5$ ．

因为 a 是正整数，所以 $a = 50, 51, 52$.

∴学校有 3 种购买方案：

①购买“科普类”图书 48 本，“文学类”图书 52 本；

②购买“科普类”图书 49 本，“文学类”图书 51 本；

③购买“科普类”图书 50 本，“文学类”图书 50 本 .

【变式 4】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·月考）2025 年春节凸显了我国在机器人领域的强大实力，随着人工智能与物联网等技术的快速发展，人形机器人的应用场景不断拓展，某快递企业为提高工作效率，拟购买 A 、 B 两种型号智能机器人进行快递分拣，相关信息如下：

信息一

A 型机器人台数	B 型机器人台数	总费用（单位：万元）
1	3	260
3	2	360

信息二

A 型机器人每台每天可分拣快递 ²² 万件； B 型机器人每台每天可分拣快递 ¹⁸ 万件 .

- (1)求 A 、 B 两种型号智能机器人的单价；
- (2)现该企业准备购买 A 、 B 两种型号智能机器人共 ¹⁰ 台，若要求总价不超过 ⁷²⁰ 万元，并且每天分拣快递不少于 ²⁰⁰ 万件，则该企业购买方案有哪几种？

【答案】(1) A 种型号智能机器人的单价为 80 万元， B 种型号智能机器人的单价为 60 万元

(2) 该企业购买方案有 2 种：①购买 A 型智能机器人 5 台， B 型智能机器人 5 台；②购买 A 型智能机器人 6 台， B 型智能机器人 4 台

【分析】 本题考查了一元一次不等式组的应用以及二元一次方程组的应用．

(1) 设 A 种型号智能机器人的单价为 x 万元， B 种型号智能机器人的单价为 y 万元，根据信息一的数据列出二元一次方程组，解方程组即可；

(2) 设该企业需要购买 A 型智能机器人 a 台，则需要购买 B 型智能机器人 $(10-a)$ 台，根据要求总价不超过 720 万元，并且每天分拣快递不少于 200 万件，列出一元一次不等式组，解不等式组即可．

【详解】 (1) 解：设 A 种型号智能机器人的单价为 x 万元， B 种型号智能机器人的单价为 y 万元，

$$\text{由题意得：} \begin{cases} x + 3y = 260 \\ 3x + 2y = 360 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 80 \\ y = 60 \end{cases},$$

答： A 种型号智能机器人的单价为 80 万元， B 种型号智能机器人的单价为 60 万元；

(2) 解：设该企业需要购买 A 型智能机器人 a 台，则需要购买 B 型智能机器人 $(10-a)$ 台，

$$\text{由题意得：} \begin{cases} 80a + 60(10-a) \leq 720 \\ 22a + 18(10-a) \geq 200 \end{cases},$$

$$\text{解得：} 5 \leq a \leq 6,$$

$\because a$ 为正整数，

$\therefore a = 5, 6$ ，

$\therefore$ 该企业购买方案有 2 种：

① 购买 A 型智能机器人 5 台，B 型智能机器人 5 台；

② 购买 A 型智能机器人 6 台，B 型智能机器人 4 台。

强化训练

1. (24-25 七年级下·上海长宁·期末) 已知 $a \leq b$ ，下列不等式一定成立的是 ()

A. $a+1 \leq b+1$

B. $3a \leq 3b$

C. $1-a \leq 1-b$

D. $-a \leq -b$

【答案】 C

【分析】 本题考查了不等式的基本性质，解题的关键是熟练运用不等式的基本性质对各选项进行分析判断。根据不等式的基本性质（不等式两边加或减同一个数，不等号方向不变；乘或除以同一个正数，不等号方向不变；乘或除以同一个负数，不等号方向改变），逐一分析选项。

【详解】 已知 $a \leq b$ ，分析各选项：

A、 $a+1 \leq b+1$ 两边同时加 1，不等号方向不变，应为 $a+1 \leq b+1$ ，故 A 错误；

B、 $3a \leq 3b$ 两边同时乘 3（正数），不等号方向不变，应为 $3a \leq 3b$ ，故 B 错误；

C、 $1-a \leq 1-b$ 两边同时减 1，得 $-a \leq -b$ ；再两边乘 -1，不等号方向改变，得 $a \leq b$ ，与原条件一致，故 C

正确；

D、 $-a \leq -b$ 两边乘 -1 ，不等号方向应改变，得 $a > b$ ，与原条件 $a \leq b$ 矛盾，故 D 错误。

故选：C。

2. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 已知 $a < b$ ， $b < c$ 那么下列式子中不一定成立的是 ()。

A. $a < c$

B. $a + c < b + c$

C. $a - c < b - c$

D. $ac < bc$

【答案】D

【分析】本题主要考查不等式的基本性质；根据不等式的基本性质，结合题目条件分析各选项是否一定成立即可。

【详解】解：已知 $a < b$ ， $b < c$ ，根据传递性可得 $a < c$ ，故选项 A 一定成立。

对于选项 B，不等式 $a + c < b + c$ ，由 $a < b$ 两边同加 c 得到，根据不等式加法性质，方向不变，故 B 一定成立。

选项 C 中，不等式 $a - c < b - c$ ，由 $a < b$ 两边同减 c 得到，根据不等式减法性质，方向不变，故 C 一定成立。

选项 D 中， $ac < bc$ 的成立需考虑 c 的符号。若 $c > 0$ ，则 $a < b$ 两边同乘 c 后方向不变；若 $c < 0$ ，则方向改变，此时 $ac > bc$ ；若 $c = 0$ ，则 $ac = bc$ 。由于题目未限定 c 的符号，故 $ac < bc$ 不一定成立。

综上，不一定成立的选项为 D。

故选：D。

3. (24-25 七年级下·上海嘉定·期末) 如果 $x > y$, 那么 $1-3x$ _____ $1-3y$. (填“>”或“<”或“ ”或“≤”)

【答案】 <

【分析】 本题考查了不等式的性质，解题的关键是熟练掌握不等式的性质．

根据不等式的性质求解即可．

【详解】解：∵ $x > y$,

$$\therefore -3x < -3y ,$$

$$\therefore 1-3x < 1-3y ,$$

故答案为：< ．

4. (24-25 七年级下·上海嘉定·期末) 不等式 $\frac{5-3x}{2} - 1$ 的最大整数解是_____ ．

【答案】 2

【分析】 本题主要考查了求不等式的整数解，熟练掌握不等式的解法是解题的关键．按照去分母，移项，

合并同类项，系数化为 1 的步骤求出不等式的解集即可得到答案．

【详解】解： $\frac{5-3x}{2} - 1$

$$\text{去分母得：} 5-3x - 2 ,$$

$$\text{移项得：} -3x - 2 - 5 ,$$

$$\text{合并同类项得：} -3x - 7 ,$$

系数化为 1 得： $x \leq \frac{7}{3}$ ，

$\therefore$ 不等式 $\frac{5-3x}{2} - 1$ 的最大整数解是 2。

故答案为：2。

5. (24-25 六年级下·上海·期末) 关于 x 的不等式 $-k - x + 6 > 0$ 的解集中恰有四个非负整数，则 k 的范围为

_____。

【答案】 $2 \leq k < 3$

【分析】 本题考查了一元一次不等式的整数解，将 k 看做已知数求出不等式的解集，根据不等式的解集中恰有四个非负整数，确定出 k 的范围即可。

【详解】 解：解不等式 $-k - x + 6 > 0$ ，得 $x < 6 - k$ ，

$\therefore$ 不等式 $-k - x + 6 > 0$ 的解集中恰有四个非负整数，

$\therefore$ 四个非负整数为 0，1，2，3，

$\therefore 3 < 6 - k \leq 4$ ，

$\therefore 2 \leq k < 3$ ，

故答案为： $2 \leq k < 3$ 。

6. (23-24 六年级下·全国·单元测试) 不等式 $6 - 2x > 1$ 的非负整数解是_____；

【答案】 0，1，2

【分析】本题考查解一元一次不等式，解出不等式的解集即可求解．

【详解】解： $6 - 2x > 1$

$$-2x > -5$$

$$x < \frac{5}{2},$$

∴不等式 $6 - 2x > 1$ 的非负整数解是：0，1，2．

故答案为：0，1，2．

7．（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海浦东新·期末）解不等式： $4(x+5) > 3(2x+1)$ ．

【答案】 $x < \frac{17}{2}$

【分析】本题考查了解一元一次不等式．按照解一元一次不等式的步骤求出不等式的解集即可．

【详解】解： $4(x+5) > 3(2x+1)$ ，

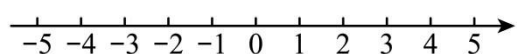
去括号，得 $4x + 20 > 6x + 3$ ，

移项，得 $4x - 6x > 3 - 20$ ，

合并同类项，得 $-2x > -17$ ，

系数化为1，得 $x < \frac{17}{2}$ ．

8．（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海浦东新·期末）解不等式： $\frac{2-x}{3} - \frac{x-1}{7} + 2$ ，并把它解集表示在数轴上．



【答案】 $x \leq -2.5$ ；见解析

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式，解题关键是熟练掌握解一元一次不等式的一般步骤．按照解一元一次不等式的一般步骤：去分母，去括号，移项，合并同类项，未知数系数化成¹，进行计算，求出不等式的解集，并把解集在数轴上表示出来即可．

【详解】解： $\frac{2-x}{3} - \frac{x-1}{7} + 2$ ，

去分母，得 $7(2-x) - 3(x-1) + 42$ ，

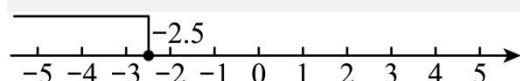
去括号，得 $14 - 7x - 3x - 3 + 42$ ，

移项，得 $-7x - 3x = -3 + 42 - 14$ ，

合并同类项，得 $-10x = 25$ ，

系数化为¹，得 $x \leq -2.5$ ，

解集表示在数轴上如下：



9. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 解不等式组： $\begin{cases} x+3 > 2x \textcircled{1} \\ \frac{1-3x}{4} \leq 2+x \textcircled{2} \end{cases}$ ，并求它的非负整数解．

【答案】 $-1 \leq x < 3$ ，非负整数解为 $0, 1, 2$

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，解题关键是求不等式的公共解，要遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小无解了．

先分别解不等式，求出不等式组的解集，然后找出非负整数解．

【详解】解：
$$\begin{cases} x+3 > 2x \textcircled{1} \\ \frac{1-3x}{4} \leq 2+x \textcircled{2} \end{cases},$$

解不等式①得： $x < 3$ ，

解不等式②得： $x \geq -1$ ，

∴ 不等式组的解集为 $-1 \leq x < 3$ ，

∴ 不等式组的非负整数解为 $0, 1, 2$ ．

10. (24-25 七年级下‘上海长宁’期末) 求不等式组
$$\begin{cases} 2x-5 \leq x+1 \textcircled{1} \\ \frac{5-x}{3} > 3-x \textcircled{2} \end{cases}$$
 的解集并写出最小整数解．

【答案】 $2 < x \leq 6$ ，最小整数解为 $x = 3$

【分析】 本题考查了求不等式组的整数解问题，分别求出不等式组中每一个不等式的解集，然后得出不等式组的解集，即可找出不等式组的最小整数解．

【详解】解：由 $2x-5 \leq x+1$ 解得： $x \leq 6$

由 $\frac{5-x}{3} > 3-x$

解得： $x > 2$ ．

所以原不等式组的解集为： $2 < x \leq 6$

所以原不等式组的最小整数解为： $x = 3$

11. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 解不等式组 $\begin{cases} 2-5x < 8-6x \\ \frac{x-5}{3} + 1 \leq \frac{3x}{2} \end{cases}$, 并求出所有整数解 .

【答案】 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握知识点是解题的关键．分别解每一个不等式，再取解集的公共部分，求出不等式组的解集，找出所有的整数解即可．

【详解】 解： $\begin{cases} 2-5x < 8-6x \\ \frac{x-5}{3} + 1 \leq \frac{3x}{2} \end{cases}$,

解第一个不等式： $2-5x < 8-6x$ 得： $x < 6$,

解第二个不等式： $\frac{x-5}{3} + 1 \leq \frac{3x}{2}$ 得： $x \geq -\frac{4}{7}$,

故不等式组的解集为： $-\frac{4}{7} \leq x < 6$,

所有整数解为： 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 .

答：所有整数解为 0,1,2,3,4,5 .

12. (24-25 七年级下·全国·随堂练习) 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(x-m) > 3 \\ x-2n < 6 \end{cases}$ 的解集为 $2 < x < 3$, 求 $\frac{2n}{m}$ 的值 .

【答案】 -6

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，求代数式的值，根据不等式组的解集求出 m 与 n 的值是解题的关键；先解不等式组，根据不等式组的解集得关于 m 与 n 的方程，求出 m 与 n 的值，即可求得代数式的值 .

【详解】解：令
$$\begin{cases} 2(x-m) > 3 \textcircled{1} \\ x-2n < 6 \textcircled{2} \end{cases}$$

解不等式①，得 $x > m + \frac{3}{2}$. 解不等式②，得 $x < 6 + 2n$.

$\therefore$ 不等式组的解集为 $2 < x < 3$,

$\therefore m + \frac{3}{2} = 2$, $6 + 2n = 3$,

解得 $m = \frac{1}{2}$, $n = -\frac{3}{2}$,

$\therefore \frac{2n}{m} = -6$.

13 . (24-25 七年级下·上海·期末) 端午节是中国四大传统节日之一 (与春节、清明节、中秋节并列) , 距

今已有 2000 多年历史 , 于 2009 年被列入联合国教科文组织人类非物质文化遗产名录 , 有赛龙舟、吃粽子

等风俗活动 . 某商店购进蛋黄肉粽跟碱水粽共 100 盒 , 已知蛋黄肉粽每盒利润为 10 元 , 碱水粽每盒利润为

20 元 . 如果购进的粽子销售完毕 , 所得总利润不低于 1600 元 , 那么最多能购进蛋黄肉粽多少盒 ?

【答案】 40 盒

【分析】 本题考查了一元一次不等式的应用 , 设购进 x 盒蛋黄肉粽 , 则购进 $(100-x)$ 盒碱水粽 , 利用总利润 = 每盒蛋黄肉粽的销售利润 $\times$ 购进蛋黄肉粽的数量 + 每盒碱水粽的销售利润 $\times$ 购进碱水粽的数量 , 结合总利润不低于 1600 元 , 可列出关于 x 的一元一次不等式 , 解之取其中的最大值 , 即可得出结论 , 根据各数量之间的关系 , 正确列出一元一次不等式是解题的关键 .

【详解】 解 : 设购进 x 盒蛋黄肉粽 , 则购进 $(100-x)$ 盒碱水粽 ,

根据题意得： $10x + 20(100 - x) \geq 1600$ ，

解得： $x \leq 40$ ，

$\therefore x$ 的最大值为 40，

答：最多能购进蛋黄肉粽 40 盒。

14. (24-25 七年级下·上海浦东新·期中) 某学校举办“科技知识”竞赛，共有 20 道题，规定每道题答对得 10 分，答错扣 5 分，不答计 0 分，小何已经有 3 题未答，除这 3 题外其他每题都作答，要想得分不低于 120 分，他最少要答对多少道题？

解：

【答案】他最少要答对 14 道题

【分析】 本题考查一元一次不等式的应用，设他要答对 x 道题，根据想得分不低于 120 分，列出不等式进行求解即可。

【详解】 解：设他要答对 x 道题，由题意，得：

$$10x + (-5)(20 - 3 - x) \geq 120$$

解得： $x \geq \frac{41}{3}$ ，

$\therefore x$ 为整数，

$\therefore x$ 的最小整数解为：14；

答：他最少要答对 14 道题。

15. (24-25 七年级下·上海金山·期中) 某校组织义卖活动，学生们热情高涨。七 (12) 班用 300 元购进 A 商品若干件，用 400 元购进 B 商品若干件，已知 A 商品进价比 B 商品进价每件少 2 元，且购进 A、B 商品数量恰好相等。

(1) 求每件 A 商品进价及购进 A 商品的数量。

(2) 已知 A 商品售价为每件 10 元，B 商品售价为每件 15 元，在销售过程中，A 商品按此售价全部售出，B 商品在售出 m 件后将余下部分每件降价 n 元 ($n > 0$ 且降价后售价不能低于成本价) 直至全部售出。

① 当 $m = 20$ 时，若 A 商品与 B 商品都全部售出后，B 商品所获利润不低于 A 商品所获得的利润，求 n 的范围。

② 已知 n 是不大于 6 的正整数， m 是不小于 25 的正整数，若 A 商品与 B 商品都全部售出后，两种商品所获利润之和为 430 元，则 m 的值为——。(直接写出结果)

【答案】 (1) A 商品的进价为每件 6 元，购进 A 商品的数量为 50 件

(2) ① $0 < n \leq 5$; ② 26 或 30

【分析】 本题考查了分式方程的应用，一元一次不等式的应用，二元一次方程的应用等；

(1) 等量关系式：300 元购进 A 商品的数量 = 400 元购进 B 商品的数量，据此列方程，即可求解；

(2) ① 不等关系式：B 商品在售出 20 件获得的利润 + B 商品在售出 20 件后将余下部分每件降价 n 元获得的利润 全部售出 A 商品所获得的利润，据此列出不等式，即可求解；

②等量关系式：全部售出 A 商品所获得的利润 + B 商品在售出 20 件获得的利润 + B 商品在售出 20 件后将余

下部分每件降价 n 元获得的利润 = 430 元，据此列出方程，再由 m 、 n 的取值范围，即可求解；

找出等量关系式和不等关系式是解题的关键．

【详解】（1）解：设每件 A 商品进价为 x 元，由题意得

$$\frac{300}{x} = \frac{400}{x+2},$$

解得： $x = 6$ ，

经检验： $x = 6$ 是所列方程的根，且符合实际意义；

$$\therefore \frac{300}{x} = \frac{300}{6} = 50 \text{ (件)},$$

答： A 商品的进价为每件 6 元，购进 A 商品的数量为 50 件；

（2）解：①由题意得

$$20(15-8) + (50-20)(15-8-n) \leq 50(10-6),$$

解得： $n \leq 5$ ，

$$\therefore 0 < n \leq 5;$$

②由题意得

$$50(10-6) + m(15-8) + (50-m)(15-8-n) = 430,$$

$$\text{整理得： } m = \frac{50n-120}{n},$$

$\therefore m$ 是不小于 25 的正整数，

$$\therefore m = 25,$$

$$\therefore \frac{50n-120}{n} = 25,$$

$$\text{解得：} n = \frac{24}{5},$$

$\therefore n$ 是不大于 6 的正整数，

$$\therefore 5 \leq n \leq 6,$$

$$\therefore n = 5 \text{ 或 } 6,$$

当 $n = 5$ 时，

$$m = \frac{50 \times 5 - 120}{5} = 26,$$

当 $n = 6$ 时，

$$m = \frac{50 \times 6 - 120}{6} = 30,$$

故答案为：26 或 30.

16. (24-25 七年级下·上海·期中) 学校为开展课外活动，计划购买一批乒乓球拍和羽毛球拍，已知购买 3

副乒乓球拍和 2 副羽毛球拍共需 270 元；购买 5 副乒乓球拍和 4 副羽毛球拍共需 480 元.

(1) 求乒乓球拍和羽毛球拍的单价；

(2) 学校准备购买乒乓球拍和羽毛球拍共 50 副，且乒乓球拍的数量不少于羽毛球拍数量的 $\frac{1}{2}$ ，购买费用不

超过 2535，有几种购买方案？并写出方案.

【答案】(1) 乒乓球拍的单价为 60 元，羽毛球拍的单价为 45 元

(2) 有三种购买方案：学校准备购买乒乓球拍¹⁷副、羽毛球拍³³副；学校准备购买乒乓球拍¹⁸副、羽毛球拍³²副；学校准备购买乒乓球拍¹⁹副、羽毛球拍³¹副

【分析】 本题考查二元一次方程组、一元一次不等式组解应用题，读懂题意，准确列出方程组、不等式组求解是解决问题的关键．

(1) 设乒乓球拍的单价为 x 元，羽毛球拍的单价为 y 元，由等量关系列二元一次方程组求解即可得到答案；

(2) 设学校准备购买乒乓球拍 m 副，则购买羽毛球拍 $(50-m)$ 副，由题意列出一元一次不等式组求解即可得到答案．

【详解】 (1) 解：设乒乓球拍的单价为 x 元，羽毛球拍的单价为 y 元，则

$$\begin{cases} 3x + 2y = 270 \\ 5x + 4y = 480 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x = 60 \\ y = 45 \end{cases},$

答：乒乓球拍的单价为 60 元，羽毛球拍的单价为 45 元；

(2) 解：设学校准备购买乒乓球拍 m 副，则购买羽毛球拍 $(50-m)$ 副，则

$$\begin{cases} m - \frac{1}{2}(50-m) \\ 60m + 45(50-m) \leq 2535 \end{cases},$$

解得 $\frac{50}{3} \leq m \leq 19$,

$\therefore m$ 为正整数，

$\therefore m$ 可取 17, 18, 19 ,

即有三种购买方案：

学校准备购买乒乓球拍 17 副、羽毛球拍 33 副；

学校准备购买乒乓球拍 18 副、羽毛球拍 32 副；

学校准备购买乒乓球拍 19 副、羽毛球拍 31 副。

17. (24-25 七年级下·上海嘉定·期末) 母亲节前夕，某店主从厂家购进 A 、 B 两种礼盒，已知 A 、 B 两种礼盒的单价比为 $4:3$ ，单价和为 210 元。

(1) 求 A 、 B 两种礼盒的单价分别是多少元？

(2) 该店主购进这两种礼盒恰好用去 4800 元，且购进 B 种礼盒最多 36 个， A 种礼盒数量的 2 倍不超过 B 种

礼盒的数量，共有几种进货方案？请说明理由。

【答案】(1) A 种礼盒的单价为 120 元， B 种礼盒的单价为 90 元。

(2) 2 种进货方案，理由见解析

【分析】 本题主要考查了一元一次方程和一元一次不等式组的实际应用，准确找出数量关系是解题的关键。

(1) 利用“ A 、 B 两种礼盒单价比为 $4:3$ ”，设 A 单价为 $4x$ 元， B 单价为 $3x$ 元。依据“单价和为 210 元”，列方程，求解，进而得出 A 、 B 的单价。

(2) 设购进 A 种礼盒 m 个，根据“恰好用去 4800 元”表示出 B 种礼盒数量。结合“ B 种礼盒最多 36 个”，“ A

种礼盒数量的 2 倍不超过 B 种礼盒数量”，列出不等式组，求出 m 的取值范围 $13 \leq m \leq 16$. 根据礼盒个数为

正整数，对 m 在取值范围内取值验证，确定符合条件的 m 值，从而得出进货方案数量 .

【详解】（1）解：设 A 种礼盒的单价为 $4x$ 元，B 种礼盒的单价为 $3x$ 元，根据题意得

$$4x + 3x = 210$$

解得 $x = 30$.

则 A 种礼盒的单价为 $4x = 4 \times 30 = 120$ （元），

B 种礼盒的单价为 $3x = 3 \times 30 = 90$ （元）.

答：A 种礼盒的单价为 120 元，B 种礼盒的单价为 90 元 .

（2）设购进 A 种礼盒 m 个，购进 B 种礼盒 $\frac{4800-120m}{90}$ 个，根据题意得，

$$\begin{cases} \frac{4800-120m}{90} \leq 36 \\ 2m \leq \frac{4800-120m}{90} \end{cases},$$

解得 $13 \leq m \leq 16$.

∵ 两种礼盒个数均为正整数，

∴ $\frac{4800-120m}{90} = \frac{160-4m}{3}$ 为正整数，即 $160-4m$ 是 3 的倍数 .

当 $m = 13$ 时， $\frac{160-4 \times 13}{3} = \frac{160-52}{3} = \frac{108}{3} = 36$ （符合条件）；

当 $m = 14$ 时， $\frac{160-4 \times 14}{3} = \frac{160-56}{3} = \frac{104}{3}$ （不是整数，舍去）；

当 $m = 15$ 时， $\frac{160-4 \times 15}{3} = \frac{160-60}{3} = \frac{100}{3}$ （不是整数，舍去）；

当 $m = 16$ 时， $\frac{160 - 4 \times 16}{3} = \frac{160 - 64}{3} = \frac{96}{3} = 32$ （符合条件）。

∴ 购进 A 种礼盒 13 个，购进 B 种礼盒 36 个，或 A 种礼盒 16 个，购进 B 种礼盒 32 个，共有 2 种进货方案。

18、17、（24-25 八年级上“浙江绍兴”期中）根据以下素材，探索完成任务。

背景	某学校拟向公交公司租借 A, B 两种车共 8 辆，用于接送八年级师生去实践基地参加社会实践活动。		
素材 1	A 型车最大载客量是 50 人， B 型车的最大载客量是 35 人，已知 A 型车每辆的租金是 450 元， B 型车每辆的租金是 300 元。	A型车  B型车 	
素材 2	八年级的师生共有 305 人，根据学校预算，租车的费用需要控制在 2900 元（包含 2900 元）以内。		
问题解决			
任务 1	根据素材 2 中该校八年级师生的实际情况，该如何租车？请给出所有满足条件的租车方案。		
任务	在所有满足条件的租车方案中，花费最少的方案比预算 2900 元省多少钱？		

务	
2	

【答案】任务¹：共有²种租车方案，如下：

方案¹：租用 A 型车²辆， B 型车⁶辆；方案²：租用 A 型车³辆， B 型车⁵辆

任务²：花费最少的是方案¹，比预算节省了²⁰⁰元

【分析】本题主要考查了一元一次不等式组的实际应用——方案问题，熟练掌握并利用一元一次不等式解决实际问题解题的关键；

任务¹：设租用 A 型车 a 辆，则租用 B 型车 $(8-a)$ 辆，根据总载客量不少于³⁰⁵人且总租金不超过²⁹⁰⁰元，可列出关于 a 的一元一次不等式组，解之可得出 a 的取值范围，再结合 a 为正整数，即可得出租车方案；

任务²：求出选择每种租车方案所需总租金，比较后，用²⁹⁰⁰元减去花费最少的总租金，即可得出结论．

【详解】解：任务¹：设租用 A 型车 a 辆，则租用 B 型车 $(8-a)$ 辆，

根据题意得
$$\begin{cases} 50a+35(8-a) \geq 305 \\ 450a+300(8-a) \leq 2900 \end{cases}$$

解得
$$\frac{5}{3} \leq a \leq \frac{10}{3}$$
，

又因为 a 为正整数，

所以 a 可以为²或³，

当 $a=2$ 时， $8-a=6$ ，

当 $a = 3$ 时， $8 - a = 5$ ，

所以共有 2 种租车方案，

方案 1 ：租用 A 型车 2 辆， B 型车 6 辆；

方案 2 ：租用 A 型车 3 辆， B 型车 5 辆；

任务 2 ：选择方案 1 所需总租金为 $450 \times 2 + 300 \times 6 = 2700$ （元）；

选择方案 2 所需总租金为 $450 \times 3 + 300 \times 5 = 2850$ （元）。

$\therefore 2700 < 2850, 2900 - 2700 = 200$
（元），

$\therefore$ 花费最少的是方案 1 ，比预算节省了 200 元。