

专题 01 平面直角坐标系中的面积问题

题型归纳

题型一：直接运用公式计算

题型二：用分割法计算

题型三：用补形法计算

题型专练

题型 01 直接运用公式计算

当三角形的一边在坐标轴上（或与坐标轴平行），可以直接用公式求面积。

【典例 1】如图 1，在平面直角坐标系中， O 为原点，已知 $A(0, a)$ ， $B(b, n)$ ，且 a, b 满足关系式：

$$\sqrt{a-3} + (b-2)^2 = 0, \text{ 其中 } n > 0, \text{ 连接 } AB, OB.$$

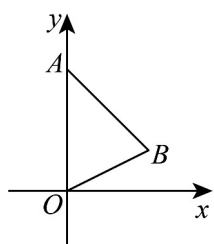
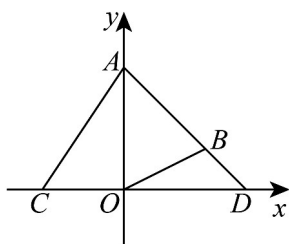


图1

填空： $a =$ _____， $b =$ _____，三角形 AOB 的面积是_____；

【变式 1】如图 1，在平面直角坐标系中， O 为原点，已知 $A(0, 3)$ ， $B(2, n)$ ，

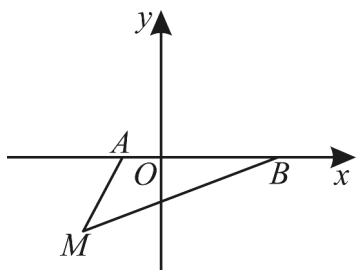


点 C 是 x 轴上一点，连接 AC ，延长 AB 与 x 轴相交于点 D 。

①当点 C 在 x 轴负半轴上，三角形 AOC 的面积与三角形 AOB 的面积相等时，求点 C 的坐标；

②若三角形 OBD 的面积等于三角形 AOB 面积的一半，求点 B, D 的坐标。

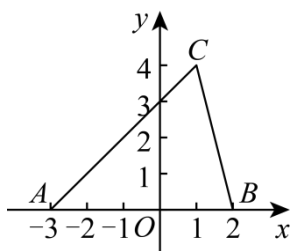
【变式2】 如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(a, 0)$ ， $B(b, 0)$ 其中 a, b 满足 $|a+1| + (b-3)^2 = 0$ 。



(1) 填空： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 如果在第三象限内有一点 $M(-2, m)$ ，请用含 m 的式子表示三角形 ABM 的面积；

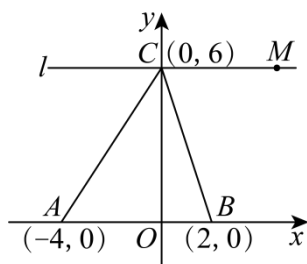
【变式3】 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(-3, 0)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(1, 4)$



(1) 求 V_{ABC} 的面积；

(2) 点 P 是 y 轴上一动点，当 $\triangle ABP$ 面积为 $\triangle ABC$ 面积的两倍时，求点 P 的坐标。

【变式 4】 如图， A ， B ， C 三点的坐标分别为 $A(-4, 0)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(0, 6)$ 。



(1) 求三角形 ABC 的面积 $S_{\triangle ABC}$ ；

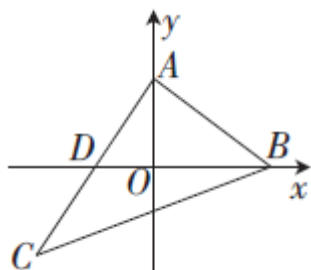
(2) 过点 C 作直线 l 平行于 x 轴，点 M 为直线 l 上任意一点，试猜想三角形 CAB 的面积 $S_{\triangle CAB}$ 与三角形 MAB 的面积 $S_{\triangle MAB}$ 的关系，并证明你的猜想；

(3) 试在坐标轴上找一点 P ，使 $S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ，请直接写出满足条件的点 P 的坐标。

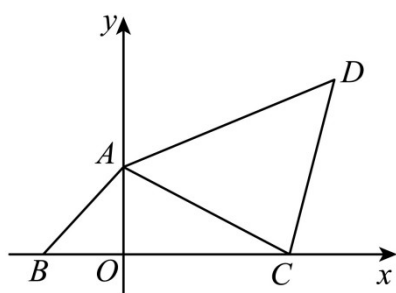
题型 02 分割法求图形面积

当三角形的两个顶点在两条不同的坐标轴上时，可以用分割法求面积。

【典例 1】 如图，已知平面内三点 $A(0, 3)$ ， $B(4, 0)$ ， $C(-4, -3)$ ，连接 AC 交 x 轴于点 D 。若 D 点的坐标为 $(-2, 0)$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____。



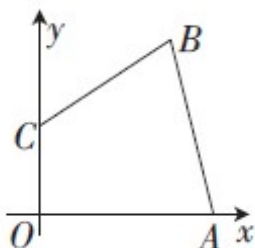
【变式 1】 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(0, 2)$ ， $B(-2, 0)$ ， $C(4, 0)$ ，将点 B 向右平移 7 个单位长度，再向上平移 4 个单位长度，得到对应点 D 。



(1) 直接写出点 D 的坐标：_____；

(2) 求 $\triangle ACD$ 的面积；

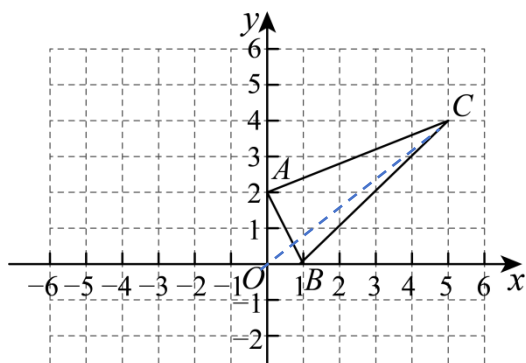
【变式 2】 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(4, 0)$ ， $B(3, 4)$ ， $C(0, 2)$ ，则四边形 $ABCO$ 的面积为_____。



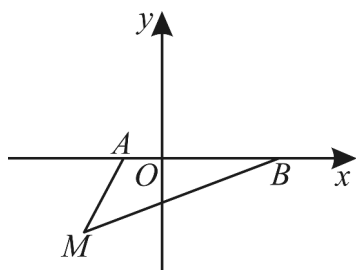
【变式 3】 在平面直角坐标系 xOy 中， $A(0, 2)$ ， $B(1, 0)$ ， $C(5, 4)$ 。

(1) 求 V_{ABC} 的面积；

(2) 已知 P 为 x 轴上一点，若 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABC}$ ，求点 P 的坐标。



【变式4】 如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(a, 0)$ ， $B(b, 0)$ 其中 a, b 满足 $|a+1| + (b-3)^2 = 0$ 。



(1) 填空： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

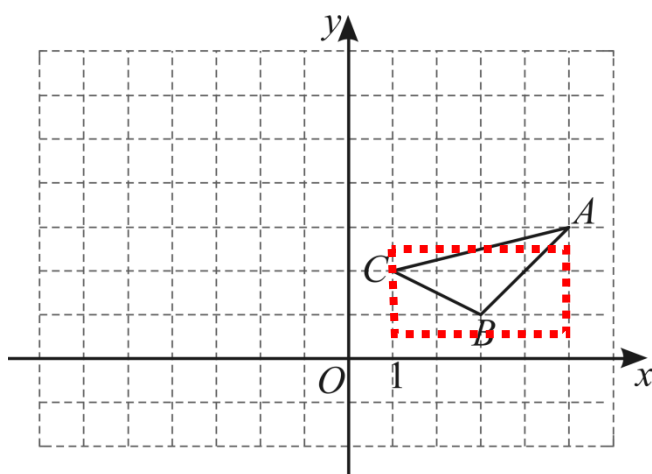
(2) 如果在第三象限内有一点 $M(-2, m)$ ，请用含 m 的式子表示三角形 ABM 的面积；

(3) 在 (2) 的条件下，当 $m = -\frac{3}{2}$ 时，在 y 轴上有一点 P ，使得三角形 BMP 的面积与三角形 ABM 的面积相等，请求出点 P 的坐标。

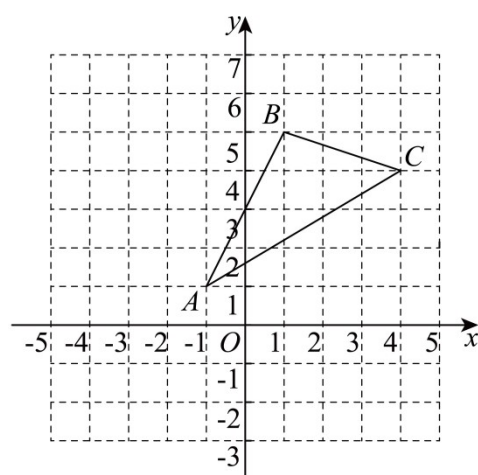
题型 03 补形法

当任意一个多边形都可以用补形法，把问题转化为一个矩形和其他图形的面积之差。

【典例 1】 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $A(5,3)$ ， $B(3,1)$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。



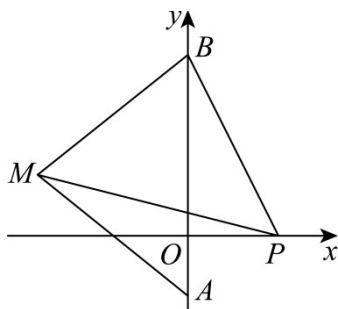
【变式 1】 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 各顶点的坐标分别为 $A(-1,1)$ 、 $B(1,5)$ 、 $C(4,4)$ 。



(1) 作出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出点 A_1 ， B_1 ， C_1 的坐标。（直接写答案）

(2) 求 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积。

【变式 2】 如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(0,-1)$ ， $B(0,3)$ ，点 M 为第二象限内一点，且点 M 的坐标为 $(t,1)$ 。



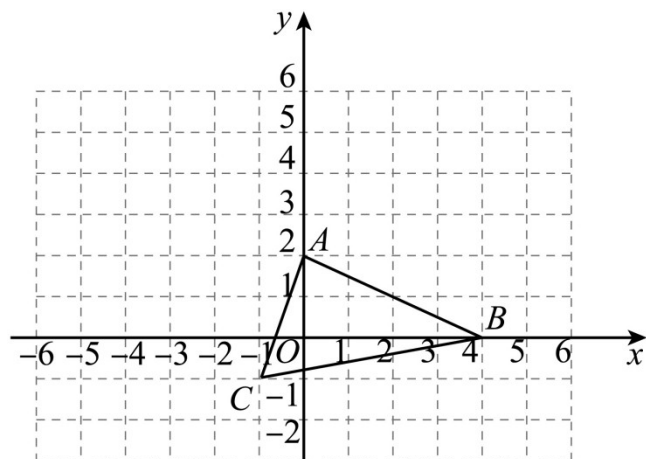
(1) 请用含 t 的式子表示 $\triangle ABM$ 的面积；

(2) 当 $t = -2$ 时，在 x 轴的正半轴上有一点 P ，使得 $\triangle BMP$ 的面积与 $\triangle ABM$ 的面积相等，请求出点 P 的坐标。

【变式3】 如图，已知 $A(0,2)$ ， $B(4,0)$ ， $C(-1,-1)$ ，

(1) 三角形 ABC 的面积为——；

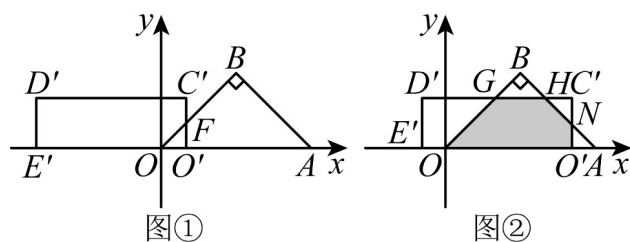
(2) 若点 P 在 y 轴上，且三角形 PAB 的面积等于三角形 ABC 的面积，求 P 点坐标。



【变式4】 在平面直角坐标系中， O 为原点， $\triangle OAB$ 是等腰直角三角形， $\angle OBA = 90^\circ$ ， $BO = BA$ ，顶点 A

$(6,0)$ ，点 B 在第一象限，矩形 $OCDE$ 的顶点 $E(-6,0)$ ， $C(0,2)$ ，点 D 在第二象限。将矩形 $OCDE$ 沿 x 轴向

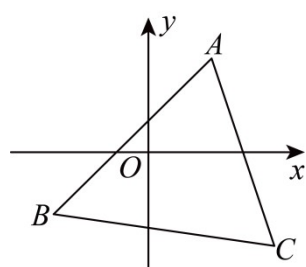
右平移，得到矩形 $O'C'D'E'$ ，点 O, C, D, E 的对应点分别为 O', C', D', E' 。设 $OO' = t (0 \leq t \leq 6)$ 。



- (1) 如图①，当 $t=1$ 时， $O'C'$ 与 OB 交于 F 点，当矩形 $O'C'D'E'$ 与 $\triangle OAB$ 重叠部分面积 $S=$ _____
- (2) 如图②，当矩形 $O'C'D'E'$ 与 $\triangle OAB$ 重叠部分为五边形时，试用含有 t 的式子表示 S ，并写出 t 的取值范围；

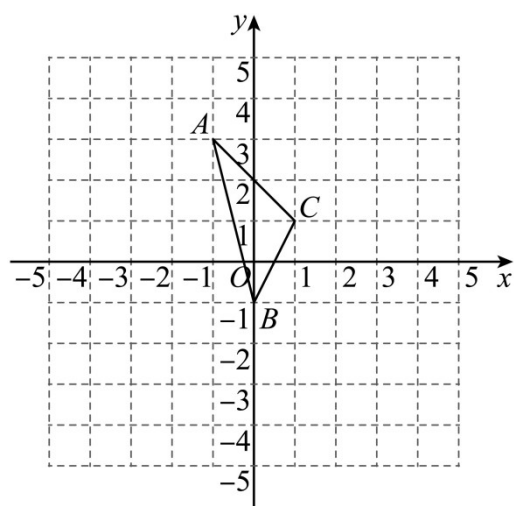
题型强练

1. 如图在平面直角坐标系中，点 $A(2,3)$ ，点 $B(-3,-2)$ ，点 $C(4,-3)$ ，则三角形 ABC 的面积是 ()

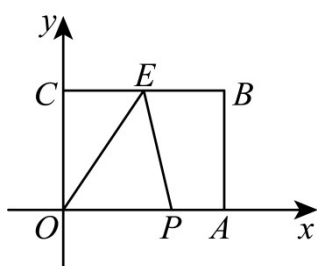


- A . 19 B . 20 C . 21 D . 21.5

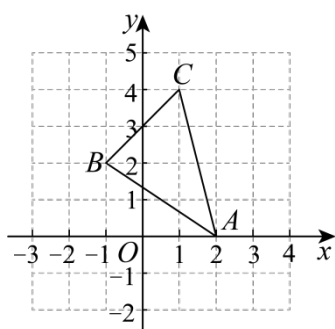
2. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点为 $A(-1,3)$ ， $B(0,-1)$ ， $C(1,1)$ 点 D 是 x 轴上一个动点，当 $\triangle BCD$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积时，点 D 的坐标为_____.



3. 如图，长方形 $OACB$ 在平面直角坐标系中，其中 $A(4,0)$ ， $C(0,3)$ ，点 E 是 BC 的中点，动点 P 从 O 点出发，以每秒 1cm 的速度沿 $O-A-B-E$ 运动，最终到达点 E 。若点 P 运动的时间为 x 秒，那么当 $\triangle OPE$ 的面积等于 5cm^2 时， P 点坐标为_____。



4. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(2,0)$ ， $B(-1,2)$ ， $C(1,4)$ 。点 P 是线段 BC 上一动点，以 O ， A ， P 为顶点的三角形的面积记作 S 。



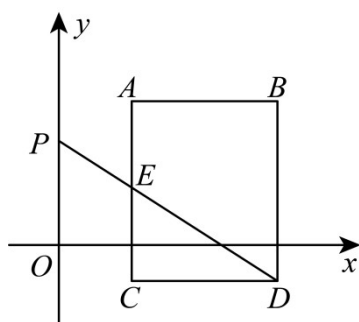
(1)_____ (填“存在”或“不存在”)一点 P ，使得 $S=1$ ；

(2)将线段 BC 向下平移 t 个单位长度，若存在一点 P ，使得 $S=1$ ，则 t 的最大值是_____。

5. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(2,4), B(6,4)$ ，连接 AB ，将 AB 向下平移 5 个单位得线段 CD ，其中点

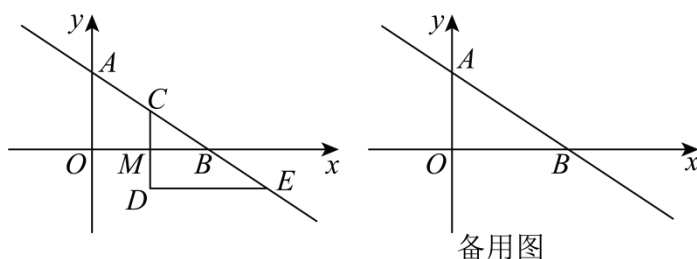
A 的对应点为点 C ，连接 AC, BD 。当 PD 将四边形 $ACDB$ 的面积分成 $2:3$ 两部分时，那么点 P 的坐标为

_____。



6. 如图，在平面直角坐标系中， $A(0,4), B(6,0)$ ，把 $\triangle AOB$ 沿射线 AB 向右下平移得到 $\triangle CDE$ ， CD 交线段

OB 于点 M 。



(1)如果点 D 的坐标为 $(3,-2)$ ，则 C, E 两点的坐标分别为_____；

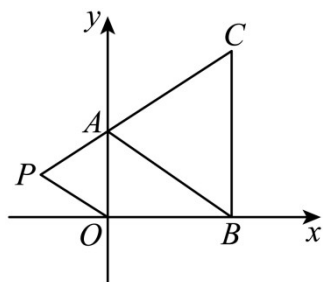
(2)连接 OD ，在(1)的条件下，求 $\triangle ODM$ 的面积；

(3)在 $\triangle AOB$ 沿射线 AB 向右下平移的过程中， $\triangle ODM$ 的面积能否比 $\triangle BCM$ 的面积大 4？若能，请求出此时

点 M 的坐标，若不能，请说明理由。

7. 如图，在直角坐标系中，已知 $A(0, a)$ ， $B(b, 0)$ ， $C(b, c)$ 三点，其中 a ， b ， c 满足关系式，

$$|a+b-5| + \sqrt{2a-b-1} = 0, \quad (c-4)^2 \leq 0.$$



(1) 求 a ， b ， c 的值；

(2) 在直线 BC 上是否存在点 Q ，使 $\triangle ABQ$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{2}$ ？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，

请说明理由；

(3) 如果在第二象限内有一点 $P\left(m, \frac{1}{2}\right)$ ，是否存在点 P ，使四边形 $ABOP$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相等？若存

在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。

8. 如图 1，已知 $A(0, a)$ ， $B(b, 0)$ ，满足 $|a-4| + \sqrt{a-b+2} = 0$ ， C ， D 分别为 x 轴， y 轴正半轴上的点，

且 C 在 B 右边， D 在 A 上方， $DC \parallel AB$ 。

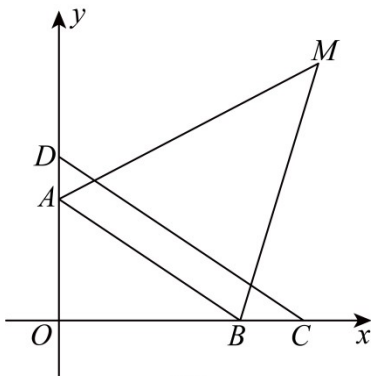


图1

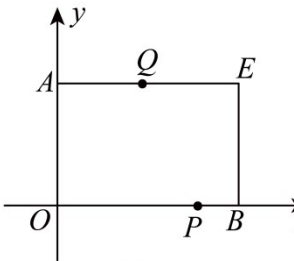
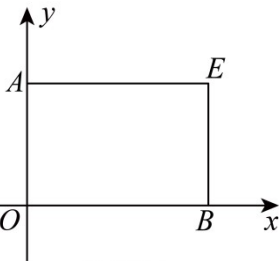


图2



备用图

(1)求 A , B 两点的坐标.

(2)如图 1 , 作 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$ 的角平分线交于点 M , 试求 $\frac{\angle ODC + \angle OBA}{\angle AMB}$ 的值.

(3)如图 2 , 以 OA 、 OB 为邻边作长方形 $OAEB$, 有一动点 P 从 B 点出发沿 $BO \rightarrow OA$ 方向以每秒 1 个单位长

度的速度运动 , 同时有一动点 Q 从 A 点出发沿 $AE \rightarrow EB$ 方向以每秒 $\frac{3}{2}$ 个单位长度的速度运动 , 当两个点有

一个到达终点时两点同时停止运动 , 设运动时间为 t , 求 t 为何值时 , 以 P 、 A 、 Q 、 B 为顶点的图形的面

积恰为长方形 $OAEB$ 面积的 $\frac{2}{3}$?