

第20章 二次根式 单元测试卷·强化卷

(考试时间：100分钟 试卷满分：150分)

一、选择题：(本大题共10题，每题4分，共40分.下列各题四个选项中，有且只有一个选项是正确的.)

1. 下列根式中，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是()

A. $\sqrt{8}$

B. $\sqrt{4}$

C. $\sqrt{20}$

D. $\sqrt[3]{2}$

2. 若二次根式 $\sqrt{5-2x}$ 有意义，则 x 的取值范围是()

A. $x = 0$

B. $x > 0$

C. $x \leq 2.5$

D. $x < 2.5$

3. 下列计算正确的是()

A. $\sqrt{4} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

B. $3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

C. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{18}}{3} = \sqrt{6}$

4. 下列二次根式中，是最简二次根式的是()

A. $\sqrt{8}$

B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{x+y^3}$

D. $\sqrt{xy^3}$

5. 若 $\sqrt{(x-2)(3-x)} = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{3-x}$ 成立，则 x 的取值范围是()

A. $x = 2$

B. $x \leq 3$

C. $2 \leq x \leq 3$

D. $2 < x < 3$

6. 下列各式运算正确的是()

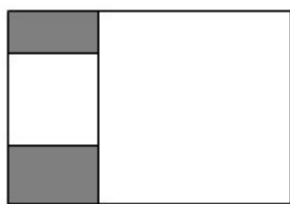
A. $\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{8}$

B. $\sqrt{(-4) \cdot (-9)} = \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} = (-2) \times (-3) = 6$

C. $(2\sqrt{10} - \sqrt{5}) \div \sqrt{5} = 2\sqrt{2} - 1$

D. $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{5^2} - \sqrt{4^2} = 1$

7. 如图，长方形内有两个相邻的正方形，其面积分别为 6 和 24 ，则图中阴影部分面积为()



- A . 5 B . $5\sqrt{5}$ C . 6 D . $6\sqrt{6}$

8 . 二次根式 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 化成最简结果为 ()

- A . $\sqrt{x}$ B . $-\sqrt{-x}$ C . $-\sqrt{x}$ D . $\sqrt{-x}$

9 . 若 $a = \frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{11}}$, $b = \sqrt{10} - \sqrt{11}$, 则 a 与 b 的关系是 ()

- A . $a = \frac{1}{b}$ B . $a = -\frac{1}{b}$

- C . $a < b$ D . $a > b$

10 . 如果 $\sqrt{x-y-2\sqrt{2}} + \sqrt{x+y-2\sqrt{3}} = 0$, 那么 $\frac{y}{x}$ 的值为 ()

- A . 1 B . -1 C . $2\sqrt{6}-5$ D . $5-2\sqrt{6}$

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分.)

11 . 比较大小: $-3\sqrt{2}$ _____ -4 (填“<”或“>”符号) .

12 . 写出 $\sqrt{2a-b}$ 的一个有理化因式_____ .

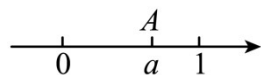
13 . 化简: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} =$ _____ .

14 . 如果最简二次根式 $a\sqrt{3+a}$ 与 $\sqrt{b}$ 是同类二次根式, 那么 b 的值等于_____ .

15. 不等式 $\sqrt{2}x > x+1$ 的解集是

16. 计算： $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^{2023} \cdot (\sqrt{2}-\sqrt{3})^{2024} =$ _____.

17. 化简： $a + \sqrt{a^2 - 2a + 1} =$ _____.

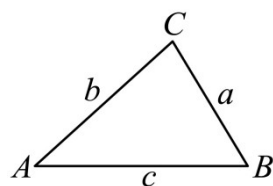


18. 古希腊几何学家海伦和我国宋代数学家秦九韶都曾提出利用三角形的三边求面积的公式，称为海伦—

—秦九韶公式：如果一个三角形的三边长分别是 a, b, c ，记 $P = \frac{a+b+c}{2}$ ，那么三角形的面积为

$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ 。如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别记为 a, b, c ，若 $a = 4$ ，

$b = 5, c = 6$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____。



三、解答题：（本大题共 10 题，共 78 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

19. 下列式子，哪些是二次根式，哪些不是二次根式：

$\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \frac{1}{x}, \sqrt{x} (x > 0), \sqrt{0}, \sqrt[4]{2}, -\sqrt{2}, \frac{1}{x+y}, \sqrt{x+y} (x \geq 0, y \geq 0)$ 。

20. 化简：

(1) $\sqrt{16 \times 49}$ ；

(2) $\sqrt{(-144) \times (-9)}$ ；

$$(3) \sqrt{50a}(a \geq 0) ;$$

$$(4) \sqrt{(-3)^2 a^3 b^2} (a \geq 0, b \geq 0) .$$

21 . 计算题：

$$(1) \sqrt{18} - 3\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{8}} ;$$

$$(2) \sqrt{5}(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - (2 + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2) .$$

$$22 . \text{计算：} \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{3} \times (\sqrt{3} - \sqrt{6}) + \sqrt{8}$$

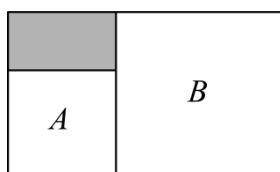
$$23 . \text{计算：} \frac{1}{3}\sqrt{9a} - a\sqrt{\frac{1}{a}} + 3a\sqrt{\frac{a}{25}} (a > 0) .$$

24 . 计算： $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

25 . 计算： $\frac{4x}{3}\sqrt{18xy} - 2x^2y^2\sqrt{\frac{2}{xy^3}} + 6xy\sqrt{\frac{x}{8y}} (x < 0)$

26 . 现有一块长方形木板，木工采用如图所示的方式，在长方形木板上截出两个面积分别为 12dm^2 和

27dm^2 的正方形木板 A, B .



(1) 木板截出的正方形木板 A 的边长为_____， B 的边长为_____；

(2) 求木板中剩余部分（阴影部分）的面积 .

27. 有这样一类题目：将 $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ 化简，如果你能找到两个数 m 、 n ，使 $m^2 + n^2 = a$ 且 $mn = \sqrt{b}$ ，则将

$a \pm 2\sqrt{b}$ 将变成 $m^2 + n^2 \pm 2mn$ ，即变成 $(m \pm n)^2$ 开方，从而使得 $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ 化简。

例如， $5 + 2\sqrt{6} = 3 + 2 + 2\sqrt{6} = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ ，

$$\therefore \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

请仿照上例解下列问题：

(1) $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$ ；

(2) $\sqrt{8 - \sqrt{48}}$ 。

28. 阅读材料，并完成下列任务：

材料一：裂项求和

小华在学习分式运算时，通过具体运算： $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ，……

发现规律： $\frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ （ n 为正整数），并证明了此规律成立。

应用规律：快速计算 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{9 \times 10} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ 。

材料二：根式化简

$$\text{例 } 1 \quad \frac{1}{3+\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) ;$$

$$\text{例 } 2 \quad \frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

任务一：化简。

$$(1) \text{化简：} \frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}}$$

$$(2) \text{猜想：} \frac{1}{(2n+1)\sqrt{2n-1}+(2n-1)\sqrt{2n+1}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (n \text{ 为正整数}) .$$

任务二：应用

(3) 计算： $\frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \cdots + \frac{1}{49\sqrt{47}+47\sqrt{49}}$ ；

任务三：探究

(4) 已知 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$$y = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{3 \times 5}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}+\sqrt{7}+\sqrt{5 \times 7}} + \cdots + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2023}}{1+\sqrt{2023}+\sqrt{2025}+\sqrt{2023 \times 2025}},$$

比较 x 和 y 的大小，并说明理由。