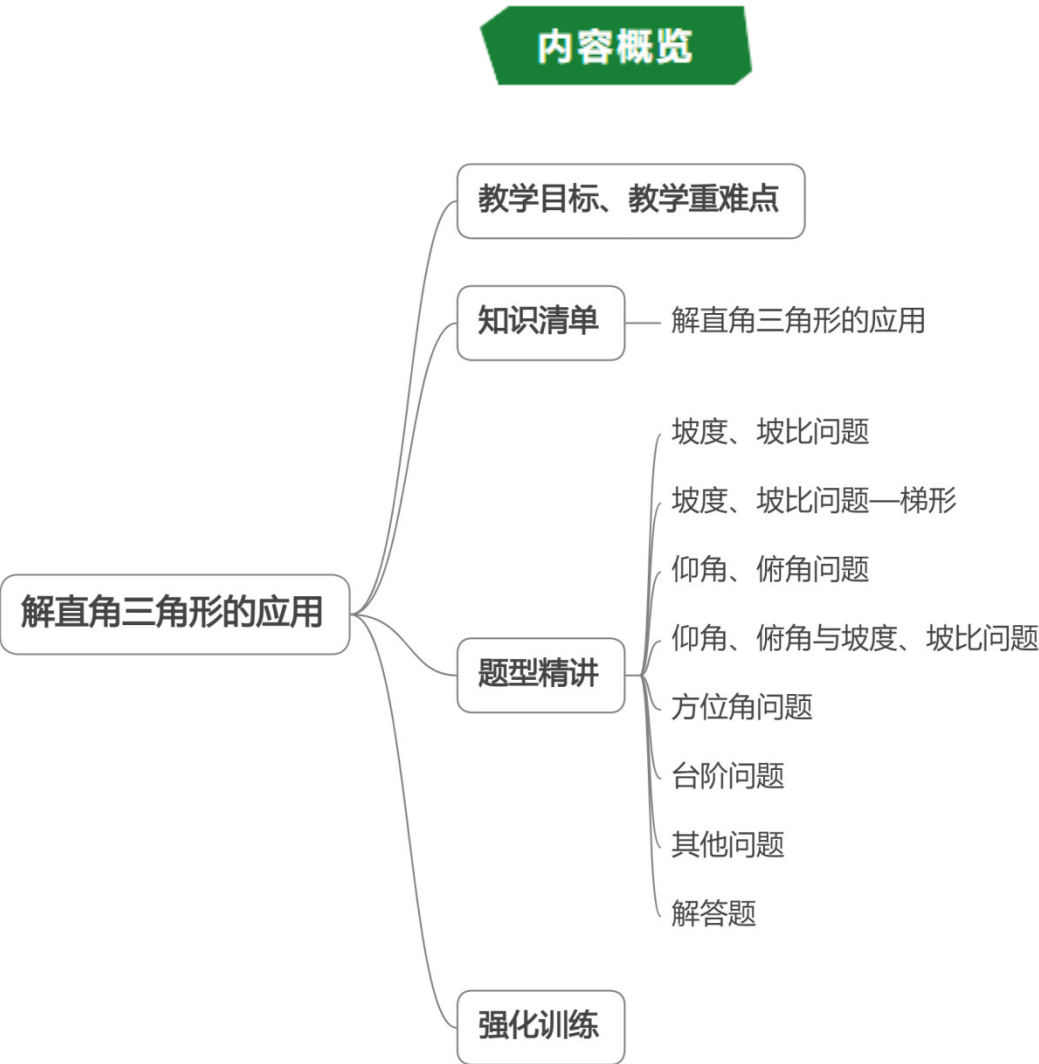


专题 25.4 解直角三角形的应用



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 弄清题中名词的数学意义，如坡度、仰角等； 2. 会运用有关解直角三角形的知识解决实际问题； 3. 掌握在实际问题中构建几何模型。
教学重难点	1.重点 (1) 会解常见的解直角三角形的应用题，如坡度、坡比问题等； (2) 在实际问题中构建几何模型； (3) 学会在构建的几何模型作一些常用辅助线的方法。

2.难点

- (1) 一些复杂的实际问题，如自行车车架、新型科技产品模型示意图等；
- (2) 转化思想。

知识清单

知识点1 解直角三角形的应用

解直角三角形的知识应用很广泛，关键是把实际问题转化为数学模型，善于将某些实际问题中的数量关系化归为直角三角形中的边角关系是解决实际应用问题的关键。

解这类问题的一般过程是：

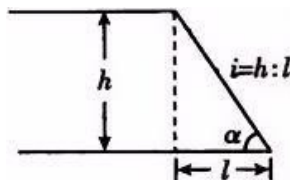
- (1) 弄清题中名词、术语的意义，如仰角、俯角、坡度、坡角、方向角等概念，然后根据题意画出几何图形，建立数学模型。
- (2) 将已知条件转化为几何图形中的边、角或它们之间的关系，把实际问题转化为解直角三角形的问题。
- (3) 根据直角三角形(或通过作垂线构造直角三角形)元素(边、角)之间的关系解有关的直角三角形。
- (4) 得出数学问题的答案并检验答案是否符合实际意义，得出实际问题的解。

应用举例：

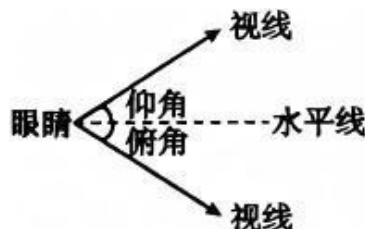
在用直角三角形知识解决实际问题时，经常会用到以下概念：

- (1) 坡角：坡面与水平面的夹角叫做坡角，用字母 α 表示。

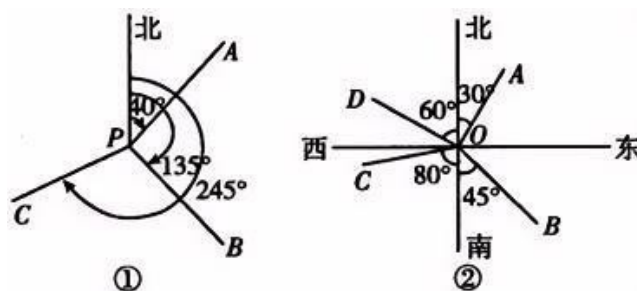
坡度(坡比)：坡面的铅直高度 h 和水平距离 l 的比叫做坡度，用字母 i 表示，则 $i = \frac{h}{l} = \tan \alpha$ ，如图，坡度通常写成 $i=h:l$ 的形式。



- (2) 仰角、俯角：视线与水平线所成的角中，视线中水平线上方的叫做仰角，在水平线下方的叫做俯角，如图。



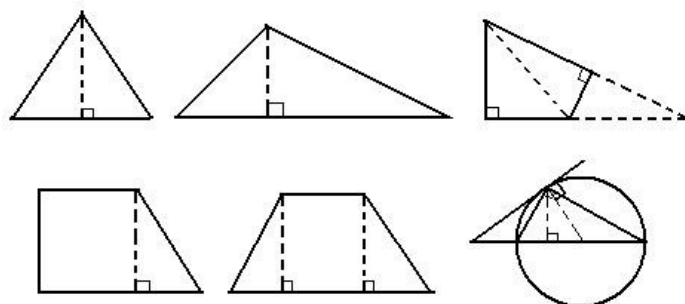
- (3) 方位角：从某点的指北方向线按顺时针转到目标方向的水平角叫做方位角，如图①中，目标方向 PA ， PB ， PC 的方位角分别为是 40° ， 135° ， 245° 。



(4)方向角：指北或指南方向线与目标方向线所成的小于 90° 的水平角，叫做方向角，如图②中的目标方向线 OA ， OB ， OC ， OD 的方向角分别表示北偏东 30° ，南偏东 45° ，南偏西 80° ，北偏西 60° 。特别地：东南方向指的是南偏东 45° ，东北方向指的是北偏东 45° ，西南方向指的是南偏西 45° ，西北方向指的是北偏西 45° 。

【方法规律】

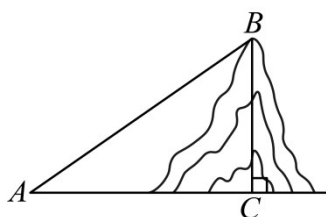
1. 解直角三角形实际是用三角知识，通过数值计算，去求出图形中的某些边的长或角的大小，最好画出它的示意图；
2. 非直接解直角三角形的问题，要观察图形特点，恰当引辅助线，使其转化为直角三角形或矩形来解；



3. 解直角三角形的应用题时，首先弄清题意(关键弄清其中名词术语的意义)，然后正确画出示意图，进而根据条件选择合适的方法求解。

【即学即练】

1. 如果坡角为 α 的斜坡的坡度 $i = 1:0.75$ ，那么 $\tan \alpha$ 的值为_____。
2. 如图，某山坡的坡面 $AB = 400$ 米，坡角 $\angle BAC = 35^\circ$ ，则该山坡的高度 BC 是 () 米

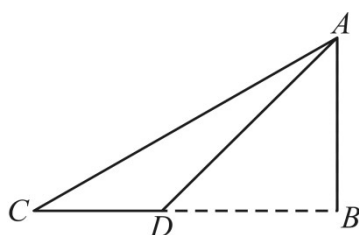


- A. $\frac{400}{\cos 35^\circ}$ B. $\frac{400}{\sin 35^\circ}$ C. $400 \cos 35^\circ$ D. $400 \sin 35^\circ$

3. 为了测量铁塔的高度，在离铁塔底部 a 米的地方，用测角仪测得塔顶的仰角为 α ，已知测角仪的高度为 h 米，那么铁塔的高度为_____米。

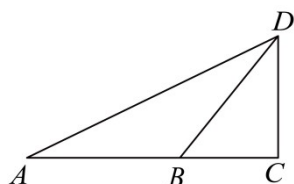
4. 如图，河对岸有一座建筑物 AB ，在 C, D (C, D, B 在同一直线上) 处用测角仪器分别测得顶部 A 的

仰角为 30° ， 45° ．已知 $CD = 30$ 米，建筑物 AB 高是 ()

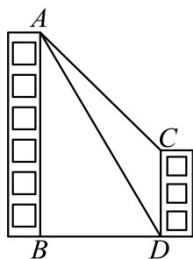


- A. $(15\sqrt{3} + 15)$ 米 B. $(15\sqrt{3} - 15)$ 米 C. $(9 + 3\sqrt{3})$ 米 D. $(9 - 3\sqrt{3})$ 米

5. 如图，小海想测量塔 CD 的高度，塔在围墙内，小海只能在围墙外测量．这时无法测得观测点到塔的底部 C 的距离，于是小海在观测点 A 处仰望塔顶，测得仰角为 α ，再往塔的方向前进 m ($m > 0$) 米至观测点 B 处，测得塔顶的仰角为 β ($\beta > \alpha > 0$)，点 A 、 B 、 C 在一直线上，小海测得塔的高度为_____米 (小海的身高忽略不计，用含 α 、 β 的三角比和 m 的式子表示)．



6. 某校学生开展综合实践活动，测量建筑物高度，如图，小华在甲楼 AB 的楼顶 A ，测得乙楼 CD 的楼顶 C 处俯角为 45° ，测得乙楼底 D 处俯角为 60° ，甲、乙两楼垂直于地面 BD ，两楼之间水平距离为 150 米，那么乙楼 CD 高为_____米． (保留根号)



题型精讲

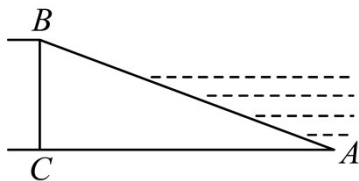
题型 01 坡度、坡比问题

【典例 1】．已知一坡面的坡度 $i = 1:\sqrt{3}$ ，那么这个坡角等于_____°．

【变式 1】．某滑雪运动员沿着坡比为 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡滑行了 350 米，那么他身体下降的高度为_____米．

【变式2】．沿一斜坡向上走¹²米，高度上升⁴米，这个斜坡的坡度 $i=1$ ：_____．

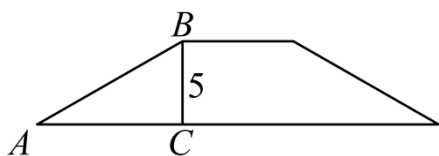
【变式3】．如图，某拦水坝横截面如图所示，若迎水坡 AB 的坡比是 $1:3$ ，坝高 $BC=10\text{m}$ ，则迎水坡 AB 的长度是_____．



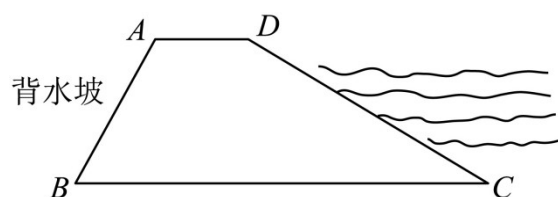
【变式4】．某人沿一斜坡行走，发现每走³米，则在铅锤方向上上升了¹米，那么这个斜坡的坡度为_____．

题型02 坡度、坡比问题—梯形

【典例1】．如图所示为某地修建的一座建筑物的横截面（横截面为梯形），高 $BC=5\text{m}$ ，坡面 AB 的坡度为 $1:\sqrt{3}$ ，则 AB 的长度为_____m．

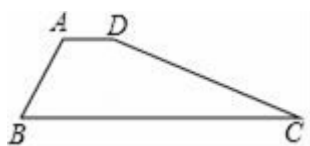


【变式1】．如图为一大坝的横截面图， $AD \parallel BC$ ，背水坡 AB 的坡度为 $\sqrt{3}:1$ ，迎水坡的坡角为 30° ，若 $AD=4$ 米，坝高为 $4\sqrt{3}$ 米，则坡底 BC 长为（ ）米．

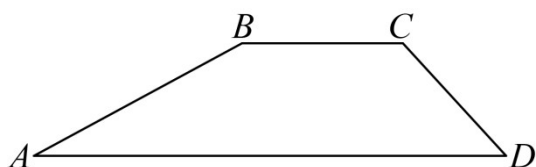


A . 17 B . 18 C . 19 D . 20

【变式2】．如图，某水库大坝的横断面是梯形 $ABCD$ ，坝高为¹⁵米，迎水坡 CD 的坡度为 $1:2.4$ ，那么该水库迎水坡 CD 的长度为_____米．



【变式3】．如图为某大坝的截面示意图，迎水坡 AB 的坡比为 $1:2$ ，背水坡 CD 的坡比为 $1:1$ ，若坡面 CD 的长度为 $6\sqrt{2}$ 米，则迎水坡 AB 的长度为（ ）



A. $4\sqrt{3}$ 米

B. $6\sqrt{3}$ 米

C. $6\sqrt{5}$ 米

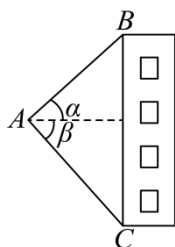
D. 24 米

题型 03 俯角、仰角问题

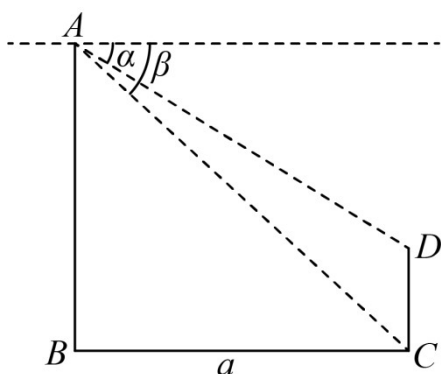
【典例 1】 . 在高为 30 米的高楼窗户处测得地面花坛中心标志物的俯角为 60° , 那么这一标志物离高楼的距离为_____ 米 .

【变式 1】 . 飞机离水平地面的高度为 3 千米 , 在飞机上测得该水平地面上的目标 A 点的俯角为 α , 那么此时飞机与目标 A 点的距离为_____千米 . (用 α 的式子表示)

【变式 2】 . 如图 , 热气球的探测器显示 , 从热气球 A 处看一栋楼顶部 B 的仰角为 α , 看这栋楼底部 C 的俯角为 β , 热气球 A 处与楼的水平距离为 m 米 , 那么这栋楼 BC 的高度为_____米 . (用含 α 、 β 、 m 的式子表示)



【变式 3】 . 两建筑物的水平距离为 a 米 , 从 A 点测得 D 点的俯角为 α , 测得 C 点的俯角为 β , 则较低建筑物 CD 的高为 ()



A. a 米

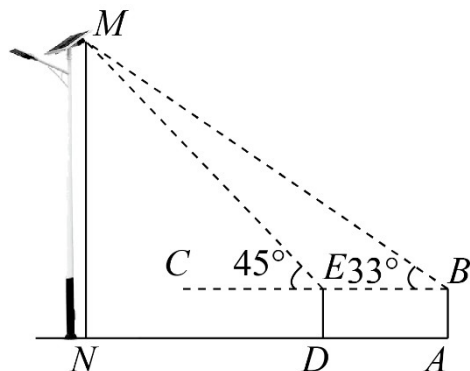
B. $\frac{a}{\tan \alpha}$ 米

C. $\frac{a}{\tan \beta}$ 米

D. $a(\tan \beta - \tan \alpha)$ 米

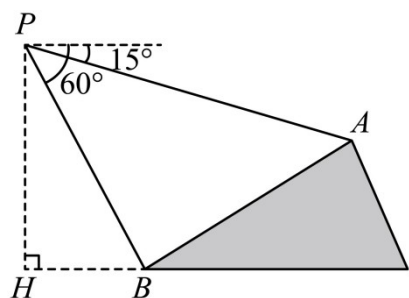
【变式 4】 . 某班学生开展综合实践活动 , 测量太阳能路灯电池板离地面的高度 . 如图 , 已知测倾器的高

度为1.6米，在测点 A 处安置测倾器，测得点 M 的仰角 $\angle MBC = 33^\circ$ ，在与点 A 相距3.5米的测点 D 处安置测倾器，测得点 M 的仰角 $\angle MEC = 45^\circ$ （点 A, D 与 N 在一条直线上），则电池板离地面的高度 MN 的长为_____米。（结果精确到1米，参考数据： $\sin 33^\circ \approx 0.54$ ， $\cos 33^\circ \approx 0.84$ ， $\tan 33^\circ \approx 0.65$ ）

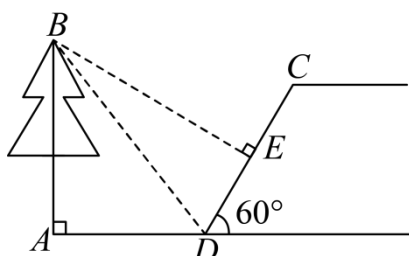


题型 04 俯角、仰角与坡度、坡比问题综合

【典例 1】 如图，小明在距离地面 27 米的 P 处测得 A 处的俯角为 15° ， B 处的俯角为 60° 。若斜面坡度为 $1:\sqrt{3}$ ，则斜坡 AB 的长是_____米。



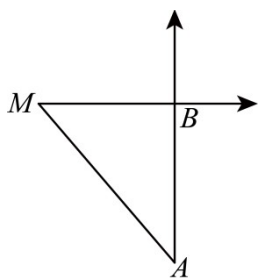
【变式 1】 马路边上有一棵树 AB ，树底 A 距离护路坡 CD 的底端 D 有 3 米，斜坡 CD 的坡角为 60° ，小明发现，下午 2 点时太阳光下该树的影子恰好为 AD ，同时刻 1 米长的竹竿影长为 0.5 米，下午 4 点时又发现该树的部分影子落在斜坡 CD 上的 DE 处，且 $BE \perp CD$ ，如图所示，线段 DE 的长度为（ ）



- A. $3\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ m B. $\frac{3\sqrt{3} - 3}{2}$ m C. $3\sqrt{3}$ m D. $2\sqrt{3} - 3$ m

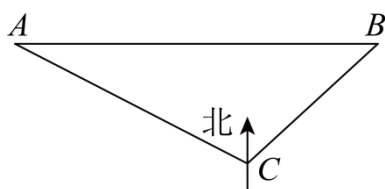
题型 05 方位角问题

【典例1】 . 如图，一艘货轮向正北方航行，在点A处测得灯塔M在北偏西 40° 方向，货轮以每小时20海里速度航行48分钟后正好到达灯塔M的正东方向B处，问此时货轮与灯塔M的距离 () 海里 .

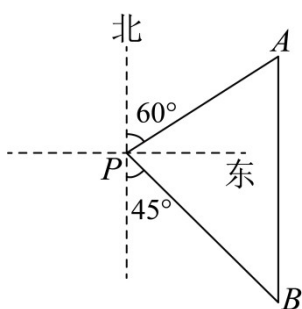


- A . $960 \tan 40^\circ$ B . $960 \cot 40^\circ$ C . $16 \tan 40^\circ$ D . $16 \cot 40^\circ$

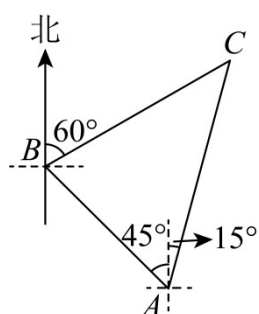
【变式1】 . 如图，点A位于点C的北偏西 60° 方向，点B位于点C的东北方向，线段AB为一条东西向的公路的一部分，如果点C到公路AB的距离是 $100\sqrt{3}$ 米，那么公路AB的长为_____ .



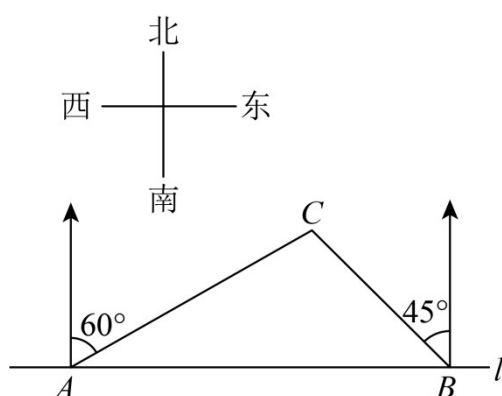
【变式2】 . 如图，一艘海轮位于灯塔P的北偏东 60° 方向，距离灯塔80nmile的A处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔P的南偏东 45° 方向上的B处，此时B处与灯塔P的距离为_____ nmile . (参考数据： $\sqrt{6} \approx 2.449$ ，结果保留一位小数)



【变式3】 . 如图，小明驾车从A地途经B地到C地，在地图上测得B地在A地的北偏西 45° 方向，C地在B地的北偏东 60° 方向，C地在A地的北偏东 15° 方向，A地到B地的距离是4km，那么A，C两地的距离约为_____ km . (结果保留到0.1km . 参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$)

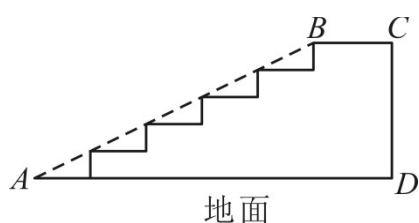


【变式4】 如图，在一条东西方向笔直的沿湖道路 l 上有 A 、 B 两个游船码头，观光岛屿 C 在码头 A 的北偏东 60° 方向、在码头 B 的北偏西 45° 方向， $AC = 6$ 千米。那么码头 A 、 B 之间的距离等于_____千米。（结果保留根号）



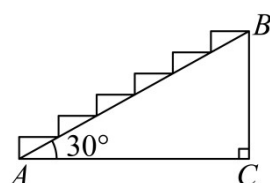
题型 06 台阶问题

【典例1】 如图是一个学校司令台的示意图，司令台离地面的高 CD 为 2 米，平台 BC 的长为 1 米，用 7 米长的地毯从点 A 到点 C 正好铺满整个台阶（含各级台阶的高），那么斜坡 AB 的坡比是（ ）



- A. $i = 1:1.5$ B. $i = 1:2$ C. $i = 1:3$ D. $i = 1:3.5$

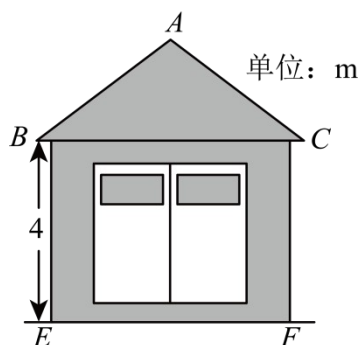
【变式1】 如图所示，在高为 2 m，坡角为 30° 的楼梯上铺地毯，则地毯的长度至少应为（ ）。



- A. 4 m B. 6 m C. $4\sqrt{2}$ m D. $(2 + 2\sqrt{3})$ m

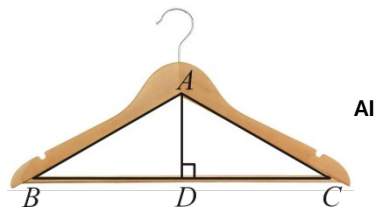
题型 07 其他问题

【典例 1】 . 一配电房示意图如图所示，它是一个轴对称图形．已知 $BC = 6\text{m}$ ，点 B 到 EF 的距离为 4m ， $\angle ABC = \alpha$ ，则房顶 A 离地面 EF 的高度为 ()



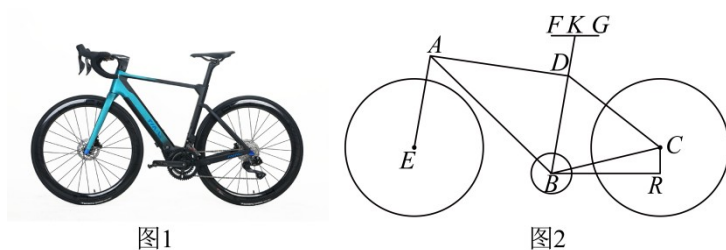
- A . $(4 + 3 \sin \alpha)\text{m}$ B . $(4 + 3 \tan \alpha)\text{m}$
C . $\left(4 + \frac{3}{\sin \alpha}\right)\text{m}$ D . $\left(4 + \frac{3}{\tan \alpha}\right)\text{m}$

【变式 1】 . 如图所示的衣架可以近似看成一个等腰三角形 ABC ，其中 $AB = AC$ ， $\angle ABC = 27^\circ$ ， $BC = 36\text{cm}$ ，则高 AD 约为 () (参考数据： $\sin 27^\circ \approx 0.45$ ， $\cos 27^\circ \approx 0.89$ ， $\tan 27^\circ \approx 0.51$)



- A . 8.10cm B . 11.22cm C . 9.18cm D . 16.02cm

【变式 2】 . 如图¹是某品牌自行车，图²是其示意图．已知 $\angle ABC = 120^\circ$ ， $\angle CBR = 15^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ， $BD = 3DK$ ， $AB = 2BC = 12\text{dm}$ ， $CD = 6.6\text{dm}$ ，自行车的坐垫 $FG \parallel BR$ ， BR 平行地面， CR 垂直地面，自行车轮子的半径等于 5dm ，则坐垫 FG 到地面的距离为 _____ dm ．(结果精确到 0.1dm ，已知 $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$)



【变式 3】 . 近年来，随着智能技术的发展，智能机器人已经服务于社会生活的各个方面．图¹所示是一款智能送货机器

人，图 2 是其侧面示意图，现测得其矩形底座 $ABCD$ 的高 BC 为 30cm，上部显示屏 EF 的长度为 30cm，侧面支架 EC 的长度为 100cm， $\angle ECD = 80^\circ$ ， $\angle FEC = 130^\circ$ ，则该机器人的最高点 F 距地面 AB 的高度约为 () cm。(参考： $\sin 80^\circ \approx 0.98$ ， $\cos 80^\circ \approx 0.17$ ， $\tan 80^\circ \approx 5.67$)



图 1

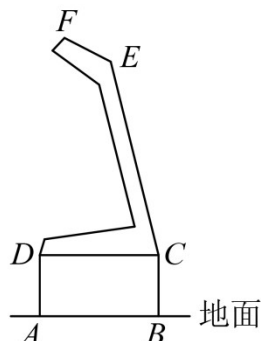


图 2

A . 143

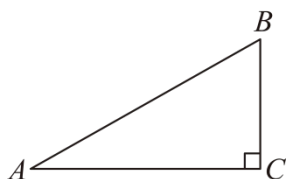
B . 77

C . 62

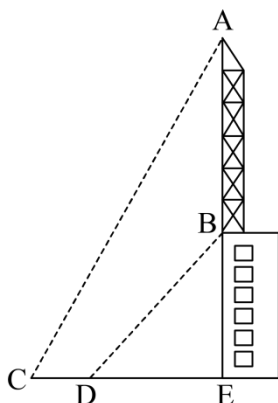
D . 158

题型 08 解答题

【典例 1】 . 如图，有一斜坡 AB 长 40m，坡顶离地面的高度为 20m，求 AC 的长度及此斜坡的倾斜角 $\angle A$ 的度数 .

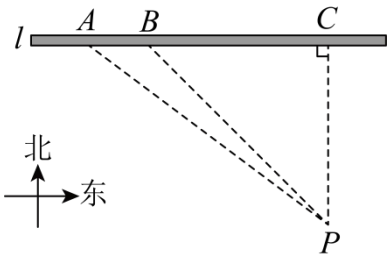


【变式 1】 . 已知：如图，楼顶有一根天线，为了测量楼的高度，在地面上取成一条直线的三点 E 、 D 、 C ，在点 C 处测得天线顶端 A 的仰角为 60° ，从点 C 走到点 D ， $CD = 6$ 米，从点 D 处测得天线下端 B 的仰角为 45° . 又知 A 、 B 、 E 在一条线上， $AB = 25$ 米，求楼高 BE .



【变式 2】 . 如图， l 为一条东西方向的笔直公路，一辆小汽车在这段限速为 80 千米/小时公路上由西向东匀速行驶，依次经过点 A, B, C . P 是一个观测点， $PC \perp l$ ， $PC = 60$ 米， $\tan \angle APC = \frac{4}{3}$ ， $\angle BPC = 45^\circ$ ，测得该车从点 A 点行驶到点

B 所用时间为 1 秒 .



- (1)求 A, B 两点间的距离 ;
- (2)试说明该车是否超过限速 .

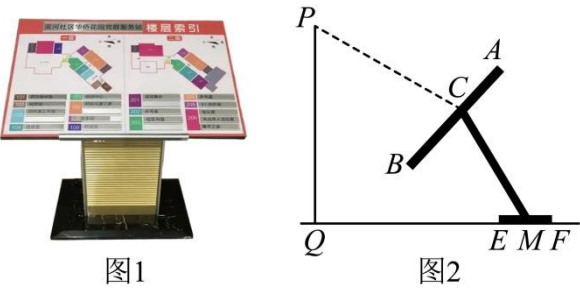
【变式 3】 . 图¹ 是某商场入口处摆放的“楼层导购图”展板 . 图² 是其横断面的示意图 .

信息 1 : 经过测量得到 : $AC = CB = 50\text{cm}$, $CM = 125\text{cm}$, $\angle CME = 53^\circ$, $\angle ACM = 106^\circ$. (底座 EF 的高度忽略不计)

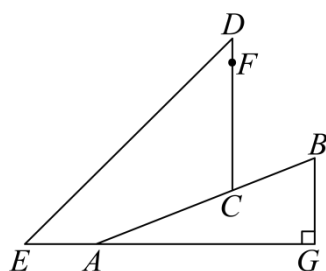
信息 2 : P 为顾客看展板时眼睛所在的位置 , $PQ \perp EF$, 垂足 Q 在 FE 的延长线上 , 当视线 PC 与展板 AB 垂直时 , 称点 P 为“最佳观察点” .

- 任务 (1) : 求展板最低点 B 到地面 EF 的距离 ;
- 任务 (2) : 如果 $PQ = 160\text{cm}$, 当点 P 为“最佳观察点”时 , 求点 B 到 PQ 的距离 . (参考数据 :

$\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$)



【变式 4】 . 为践行“绿水青山就是金山银山”的重要思想 , 某森林保护区开展了寻找古树活动 . 如图所示 , 在一个坡度 (或坡比) $i = 1:2.4$ 的山坡 AB 上发现有一棵古树 CD . 测得古树底端 C 到山脚点 A 的距离 $AC = 13$ 米 , 在距山脚点 A 水平距离 3 米的点 E 处 , 测得古树顶端 D 的仰角 $\angle AED = 53^\circ$ (古树 CD , 山坡 AB 的坡面和点 E 在同一平面上 , 古树 CD 与直线 AE 垂直) ,



(1) 古树 CD 的高度约为多少米？

(2) 为了保护古树，考古队员准备在树顶 D 下方 0.5 米的 F 处拉一根保护绳 BF ，其中 B 离 C 距离为 6.5 米。求绳 BF 至少多少米？（结果精确到 0.1 米，绳子打结处的长度忽略不计）

（参考数据： $\sin 53^\circ \approx 0.8$ ， $\cos 53^\circ \approx 0.6$ ， $\tan 53^\circ \approx 1.33$ ，

$\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{5} \approx 2.24$ ）

【变式5】 在有毒、缺氧或浓烟等危险环境开展侦查、搜救是消防救援的核心工作之一，救援人员常面临人身安全威胁，关键时刻需要可靠伙伴——消防机器狗，它能深入室内高危区，打通室内室外壁垒进行搜救，搭载的远距通讯模块，可实现远程操控与实时传图，为救援决策提供可视化信息。

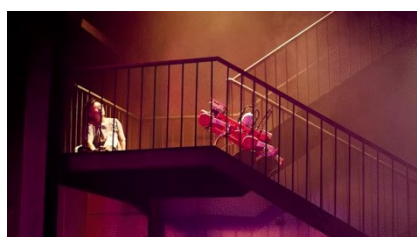
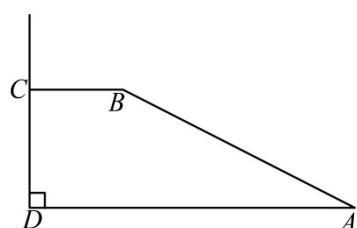
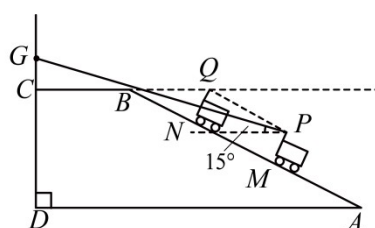


图1是被困人员所处的楼梯横断面示意图。楼梯斜坡用 AB 表示，转角平台用 BC 表示，地面用 AD 表示。已知

$BC \parallel AD$ ， $CD \perp AD$ ，垂足为 D ， $AB = 6$ 米， $BC = 2$ 米， $AD = (3\sqrt{3} + 2)$ 米。



(图1)



(图2)

(1) 求斜坡 AB 的坡比；

(2) 如图2，当机器狗爬到斜坡 AB 上点 M 处时，探测仪 P 测得被困人员头顶 G 的仰角为 15° ，继续前行到点 N 处，恰好能搜集到被困人员全身的影像，此时探测仪在线段 CB 的延长线上，记作点 Q 。图2示意图中所有点均处于同一平面，

$PM = QN$ ， $PM \perp AB$ ， $QN \perp AB$ ，垂足分别为 M ， N ， $GC = 0.52$ 米， $PG = 5$ 米，求 MN 的长。（参考数据：

$\sin 15^\circ \approx 0.26$ ， $\cos 15^\circ \approx 0.97$ ， $\tan 15^\circ \approx 0.27$ ）

强化训练

一、单选题

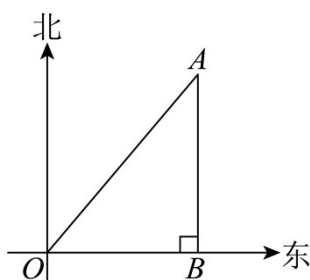
1. 如果斜坡的坡面的铅垂高度 $h = \frac{3}{2}$ 米，水平宽度 $l = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 米，那么斜坡的坡角为 () .

- A . 30° B . 45° C . 60° D . 75°

2. 一架飞机在离地面 6000 米的上空测得某一建筑物底部的俯角为 30° ，此时这架飞机与这一建筑物底部之间的距离是 ()

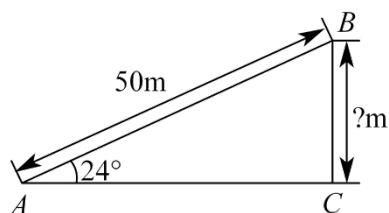
- A . 6000 米 B . 12000 米 C . $6000\sqrt{3}$ 米 D . $12000\sqrt{3}$ 米

3. 如图，一艘轮船航行至 O 点时，测得某灯塔 A 位于它的北偏东 40° 方向，且它与灯塔 A 相距 13 海里，继续沿正东方向航行，航行至点 B 处时，测得灯塔 A 恰好在它的正北方向，则 AB 的距离可表示为 ()



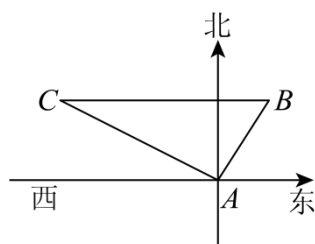
- A . $13\cos 40^\circ$ 海里 B . $13\sin 40^\circ$ 海里 C . $\frac{13}{\sin 50^\circ}$ 海里 D . $\frac{13}{\cos 50^\circ}$ 海里

4. 许多大型商场购物中心为了引导人流前往目标楼层，会考虑使用“飞梯”（可以跨楼层抵达的超高超长的自动扶梯）。上海大悦城的“飞梯”从 3 层直达 7 层，“飞梯”的截面如图， AB 的长为 50 米， AB 与 AC 的夹角为 24° ，则高 BC 是 ()



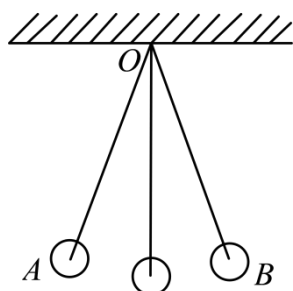
- A . $50\sin 24^\circ$ 米 B . $50\cos 24^\circ$ 米 C . $\frac{50}{\sin 24^\circ}$ 米 D . $\frac{50}{\cos 24^\circ}$ 米

5. 如图，一艘船从 A 处向北偏东 30° 的方向行驶 10 千米到 B 处，再从 B 处向正西方向行驶 16 千米到 C 处，这时这艘船与 A 的距离 ()



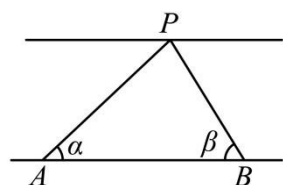
- A. 15 千米 B. 14 千米 C. $10\sqrt{3}$ 千米 D. $5\sqrt{3}$ 千米

6. 如图，一条细绳系着一个小球在平面内摆动．已知细绳从悬挂点 O 到球心的长度为 50 厘米，小球在左、右两个最高位置时，细绳相应所成的角 $\angle AOB$ 为 40° ，那么小球在最高位置和最低位置时的高度差为 ()



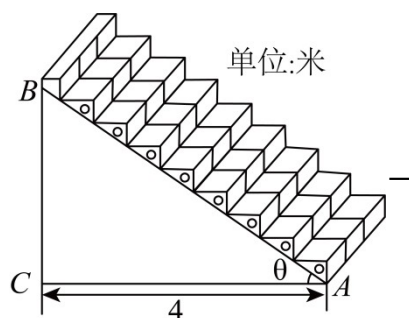
- A. $(50 - 50 \sin 40^\circ)$ 厘米 B. $(50 - 50 \cos 40^\circ)$ 厘米
C. $(50 - 50 \sin 20^\circ)$ 厘米 D. $(50 - 50 \cos 20^\circ)$ 厘米

7. 如图，为测量一条河的宽度，分别在河岸一边相距 a 米的 A 、 B 两点处，观测对岸的标志物 P ，测得 $\angle PAB = \alpha$ 、 $\angle PBA = \beta$ ，那么这条河的宽度是 ()



- A. $\frac{a}{\cot \alpha + \cot \beta}$ 米 B. $\frac{a}{\cot \alpha - \cot \beta}$ 米
C. $\frac{a}{\tan \alpha + \tan \beta}$ 米 D. $\frac{a}{\tan \alpha - \tan \beta}$ 米

8. 一座楼梯的示意图如图所示， BC 是铅垂线， CA 是水平线， BA 与 CA 的夹角为 θ ．现要在楼梯上铺一条地毯，已知 $CA = 4$ 米，楼梯宽度 3 米，则地毯的面积至少需要 () m^2 ．



- A. $\frac{4}{\sin \theta}$ B. $4 + 4 \tan \theta$ C. $3 \left(4 + \frac{4}{\tan \theta} \right)$ D. $3(4 + 4 \tan \theta)$

9. 共享单车为市民出行提供了便利. 图¹为单车实物图, 图²为单车示意图, AB 与地面平行, 点 A 、 B 、 D 共线, 点 D 、 F 、 G 共线, 坐垫 C 可沿射线 BE 方向调节. 已知, $\angle ABE = 70^\circ$, $\angle EAB = 45^\circ$, 车轮半径为 30cm , $BE = 40\text{cm}$, 小明体验后觉得当坐垫 C 离地面高度为 90cm 时骑着比较舒适, 此时 CE 的长约为 () (结果精确到 1cm , 参考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.9$, $\cos 70^\circ \approx 0.3$, $\tan 70^\circ \approx 1.4$)



图 1

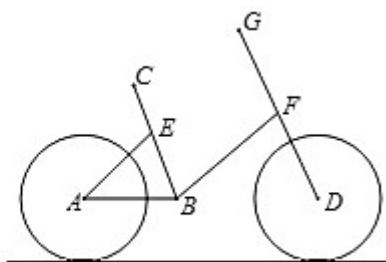
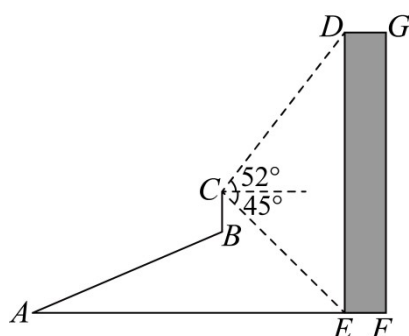


图 2

- A. 25cm B. 27cm C. 22cm D. 20cm

10. 某同学利用数学知识测量建筑物 $DEFG$ 的高度, 他从点 A 出发沿着坡度为 $i = 1:2.4$ 的斜坡 AB 步行 13 米到达点 B 处, 用测角仪测得建筑物顶端 D 的仰角为 52° , 建筑物底端 E 的俯角为 45° . 若 AF 为水平的地面, 点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 在同一平面内, 建筑物 $DEFG$ 和测角仪 BC 与水平方向垂直, 若 $BC = 2.5$ 米, 则此建筑物的高度 DE 约为 () (精确到 0.1 米, 参考数据: $\sin 52^\circ \approx 0.79$, $\cos 52^\circ \approx 0.62$, $\tan 52^\circ \approx 1.28$)

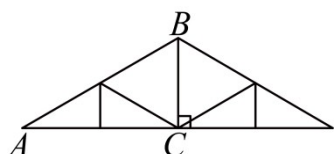


- A . 13.4米 B . 17.1米 C . 9.6米 D . 5.9米

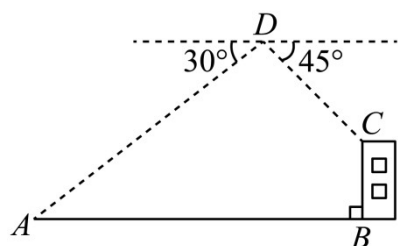
二、填空题

11. 已知斜坡坡度为 $3:4$ ，如果斜坡长为 100 米，那么斜坡的高为_____米。

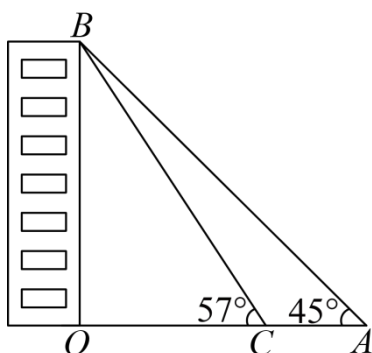
12. 如图是屋架设计图的一部分，立柱 BC 垂直于横梁 AC ，如果 $AB=10\text{m}$ ， $\angle A=30^\circ$ ，那么立柱 BC 的长度是_____米。



13. 如图，某无人机兴趣小组在操场上开展活动，此时无人机在离地面 30 米的 D 处，无人机测得操控者 A 的俯角为 30° ，测得点 C 处的俯角为 45° 。又经过人工测量操控者 A 和教学楼 BC 距离为 57 米，则教学楼 BC 的高度为_____。(点 A, B, C, D 都在同一平面上，结果保留根号)

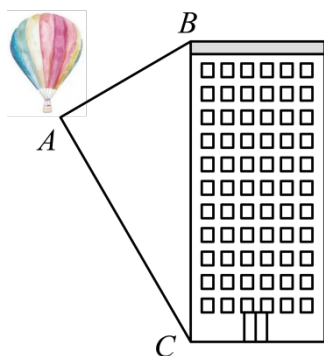


14. 某校九年级的一位同学，想利用刚刚学过的三角函数知识测量新教学楼的高度，如图，她在 A 处测得新教学楼房顶 B 点的仰角为 45° ，走 6 米到 C 处再测得 B 点的仰角为 57° ，已知 O 、 A 、 C 在同一条直线上，则新教学楼的高度 OB 是_____米。(结果根据“四舍五入”法保留小数点后两位)(参考数据： $\sin 57^\circ \approx 0.84$, $\cos 57^\circ \approx 0.54$, $\tan 57^\circ \approx 1.54$)

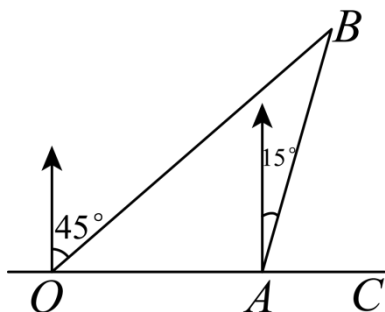


15. 如图，热气球的探测器显示，从热气球 A 看一栋高楼顶部 B 的仰角为 30° ，看这栋高楼底部 C 的俯角为 60° ，热气球 A 与高楼的水平距离为 120 米，这栋高楼 BC 的高度为_____米($\sqrt{3} \approx 1.73$ ，结果精确到 1)

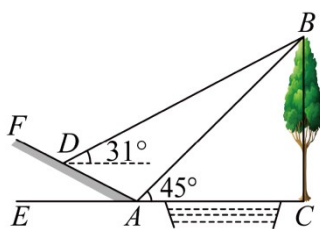
米)。



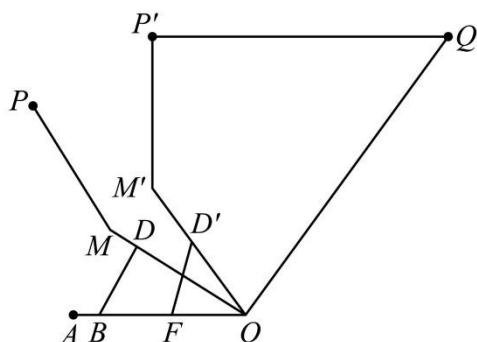
16. 如图，港口 A 在观测站 O 的正东方向，某船从港口 A 出发，沿北偏东 15° 方向航行 15km 到达 B 处，此时从观测站 O 处测得该船位于北偏东 45° 的方向，则观测站 O 距港口 A 的距离为 _____ km 。



17. 如图，小明为了测量小河对岸大树 BC 的高度，他在点 A 测得大树顶端 B 的仰角是 45° ，沿斜坡走 $\frac{3}{2}\sqrt{5}$ 米到达斜坡上点 D ，在此处测得树顶端点 B 的仰角为 31° ，且斜坡 AD 的坡比为 $1:2$ 。则大树 BC 的高度约为 _____ 米。（结果保留整数，参考数据： $\sin 31^\circ \approx 0.52$, $\cos 31^\circ \approx 0.86$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$ ）。

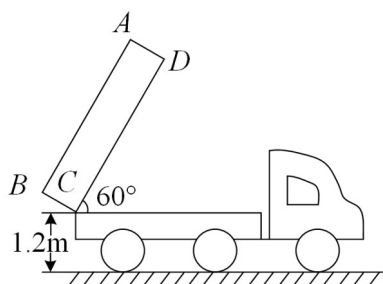


18. 如图是一种笔记本电脑支架，它有 A 到 F 共 6 个档位调节角度。相邻两个档位间的距离为 2cm 。将某型号电脑打开置于水平托架上，屏幕侧宽 PM 与托架侧宽 OM 都是 24cm ， D 是支点且 $OD = 2MD$ 。当支架调到 B 档时， $BD \perp OM$ ；调到 F 档时，托架 OM 绕点 O 旋转至 OM' ，支点 D 旋转至点 D' 时， $D'F = OF$ ， $P'M' \perp OA$ 。若眼睛 Q 的水平视线恰好经过点 P 。测点 O 的俯角为 45° ，则眼睛与屏幕的距离 QP' 为 _____ cm 。

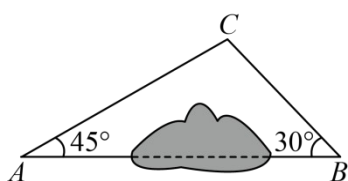


三、解答题

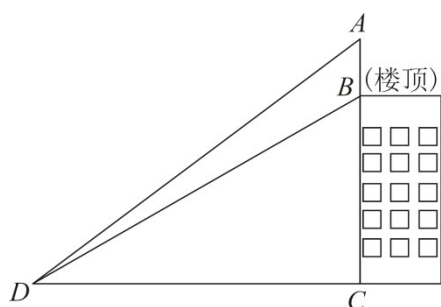
19. 如图，自卸车车厢的一个侧面是矩形 $ABCD$ ， $AB = 3$ 米， $BC = 0.5$ 米，且 CE 平行于地面，车厢底部距离地面 1.2 米，卸货时，车厢倾斜的角度 $\theta = 60^\circ$ ，此时车厢的最高点 A 距离地面约为多少米？（四舍五入精确到 1 米）（参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



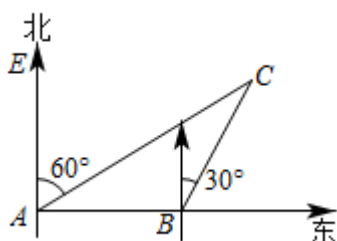
20. 如图， A, B 两地之间有一座山，汽车原来从 A 地到 B 地须经 C 地沿折线 $A-C-B$ 行驶，全长 68km 。现开通隧道后，汽车直接沿直线 AB 行驶。已知 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，则隧道开通后，汽车从 A 地到 B 地比原来少走多少千米？（结果精确到 0.1km ）（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）



21. 如图，楼顶上有一个广告牌 AB ，从与楼 BC 相距 12 米的 D 处测得广告牌顶部 A 的仰角为 37° ，测得广告牌底部 B 的仰角为 30° ，求广告牌 AB 的高度。（结果保留根号，参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）



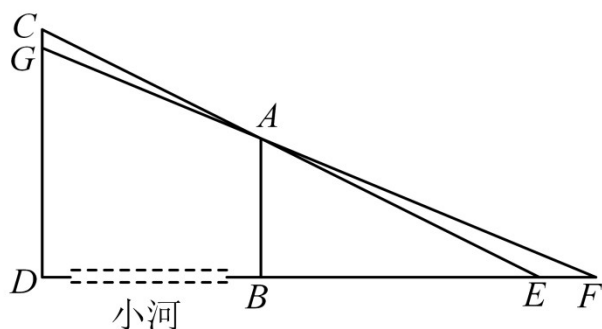
22. 某船以每小时 36 海里的速度向正东方向航行，在点 A 测得某岛 C 在北偏东 60° 方向上，航行半小时后到达点 B ，测得该岛在北偏东 30° 方向上，已知该岛周围 16 海里内有暗礁．



(1) 试说明点 B 是否在暗礁区域外？

(2) 若继续向东航行有无触礁危险？请说明理由．

23. 如图，已知小河两岸各有一栋大楼 AB 与 CD ，由于小河阻碍无法直接测得大楼 CD 的高度．小普同学设计了如下的测量方案：将激光发射器分别置于地面点 E 和点 F 处，发射的两束光线都经过大楼 AB 顶端 A ，并分别投射到大楼 CD 最高一层 CG 的顶端 C 和其底部 G 处，并测得 $EF = 6\text{m}$ ， $\angle AEB = 26.6^\circ$ ， $\angle AFB = 22.6^\circ$ ．（点 D 、 B 、 E 、 F 在同一水平线上）



(1) 小普同学发现，根据现有数据就能测出大楼 AB 的高度，试求出大楼 AB 的高度；

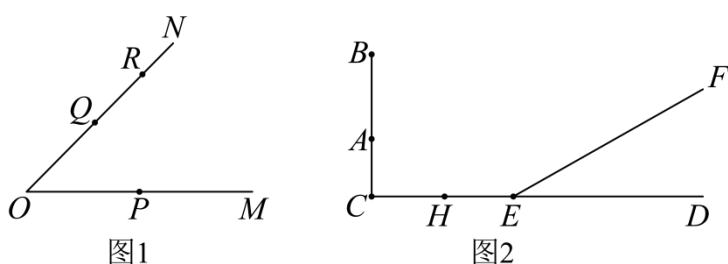
(2) 为了能测得大楼 CD 的高度，小普同学又获信息：这两栋大楼每层的高度都相同，大楼 AB 共有五层．

据此信息能否测得大楼 CD 的高度？如果可以，试求出大楼 CD 的高度；如果不可以，说明理由．

(参考数据： $\sin 22.6^\circ \approx \frac{5}{13}$ ， $\cos 22.6^\circ \approx \frac{12}{13}$ ， $\tan 22.6^\circ \approx \frac{5}{12}$ ， $\sin 26.6^\circ \approx \frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $\cos 26.6^\circ \approx \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，

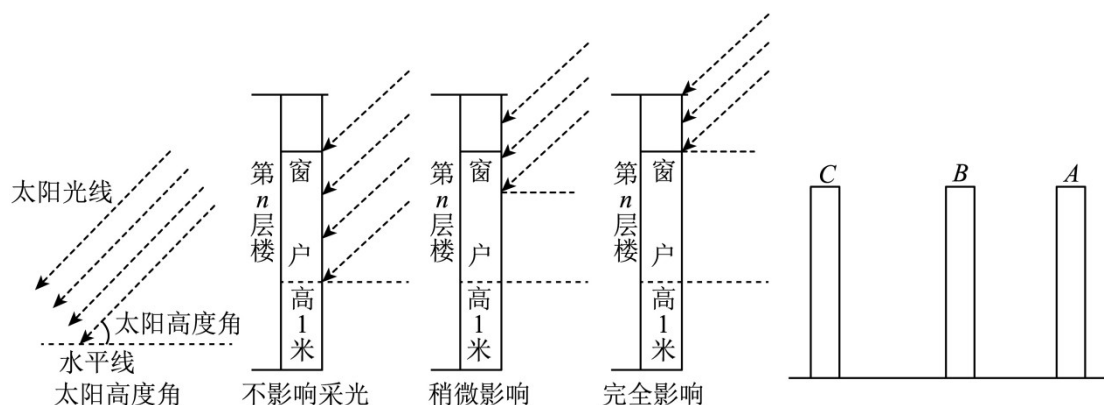
$\tan 26.6^\circ \approx \frac{1}{2}$)

24. 定义：如图1，已知点 Q 、 R 是 $\angle MON$ 的边 ON 上的两个定点，点 P 是边 OM 上的一个动点，当 $OP^2 = OQ \cdot OR$ 时，称点 P 是线段 QR 的最佳视野点．如图2，某商业广场上安装了一块巨型显示屏 AB ，点 A 到水平地面的距离 AC 为5米，在水平地面 CD 的 E 处有一个自动扶梯 EF ，点 A 、 B 、 C 在同一直线上．已知自动扶梯 EF 的坡度是1:2，点 E 到点 C 的距离是10米．



- (1) 当行人行走在水平地面 CE 时，发现点 H 恰好是屏幕 AB 的最佳视野点，且从点 H 测得点 B 的仰角为 60° ．求 AB 的长；(忽略行人的高度)
- (2) 在(1)的条件下，如果要在自动扶梯 EF 上找到屏幕 AB 的最佳视野点，有人说“最佳视野点就是屏幕 AB 的垂直平分线与 EF 的交点”．你同意这个说法吗？请通过计算说明理由．(忽略行人的高度)

25. 小华家准备购买一套新房，经过考察小华家发现有的房产开发商，为了获取更大利益，缩短楼间距，以增加住宅楼栋数．某市某小区正在兴建的若干幢 20 层住宅楼，国家规定普通住宅层高宜为 2.80 米．如果楼间距过小，将影响其他住户的采光(如图所示，窗户高 1.0 米)．



- (1) 某市的太阳高度角(即正午太阳光线与水平面的夹角)：夏至日为 81.4° 度，冬至日为 34.88° 度．为了不

影响各住户的采光，两栋住宅楼的楼间距至少为多少米？（保留到^{0.1}米）

(2)小华一家决定在该小区 B 、 C 两栋楼中选择一套进行购买，现向售楼中心咨询得到如下信息：

1. B 、 C 两栋楼中各套房子的面积均为 100m^2 .
2. A 、 B 、 C 三栋楼平行排列， A 楼在 B 楼正南方且间距 68 米， B 楼 C 楼的正南方且间距 76 米 .
3. B 楼一层每平方米 4 万 ⁸ ，随着楼层增高单价也随之增高，每增加一层单价增高 0.2 万元； C 楼一层每平方米 5 万，随着楼层增加单价也随之增高，每增加一层单价也增高 0.2 万元 .

请你帮小华家计算一下，在确保全年光照充足情况下，如何购买费用最少？并求出最少费用？

(本题参考值： $\sin 81.4^\circ = 0.99$ $\cos 81.4^\circ = 0.15$ $\tan 81.4^\circ = 6.61$ $\sin 34.88^\circ = 0.57$, $\cos 34.88^\circ = 0.82$, $\tan 34.88^\circ = 0.70$)