

第九章 二元一次方程组（高效培优单元自测·培优卷）

（考试时间：90分钟 试卷满分：100分）

一、单选题（本大题共6小题，每题3分，共18分）

1. 把方程 $4x + \frac{y}{3} = y + 1$ 化成用含 x 的代数式表示 y 的形式，以下各式中正确的是（ ）

A. $y = \frac{3}{2} - 4x$ B. $y = \frac{3}{2} - 6x$ C. $y = -\frac{3}{2} + 6x$ D. $y = -\frac{2}{3} - 6x$

2. 二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ 的解为（ ）

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

3. 已知 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$ 是三元一次方程组 $\begin{cases} ax + by = 6 \\ by + cz = 4 \\ cx + az = 8 \end{cases}$ 的解，那么 $a + b + c$ 的值为（ ）

A. $\frac{9}{2}$ B. 6 C. 9 D. 18

4. 若实数 x, y, z 满足 $\begin{cases} x - y + 4z = 1 \\ x - 2y + 3z = 3 \end{cases}$ 则 $x + y + 6z$ 的值为（ ）

A. -3 B. 0 C. 3 D. -2

5. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 4ax + 5by = -22 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ ax - by = 8 \end{cases}$ 有相同的解，则 $(-a)^b$ 的值为（ ）

A. -6 B. 6 C. -8 D. 8

6. 《九章算术》中的方程问题：“五只雀、六只燕，一共重1斤（古代1斤=16两），雀重燕轻，互换其

中一只，恰好一样重，问：每只雀、燕的重量各为多少？”设每只雀、燕的重量各为 x 两、 y 两，下列方程

组正确的是 ()

A . $\begin{cases} x+y=16 \\ 4x+y=x+5y \end{cases}$

B . $\begin{cases} 5x+6y=16 \\ 5x+y=x+6y \end{cases}$

C . $\begin{cases} 5x+6y=16 \\ 4x+y=x+5y \end{cases}$

D . $\begin{cases} 6x+5y=16 \\ 5x+y=x+6y \end{cases}$

二、填空题 (本大题共 12 小题，每题 2 分，共 24 分)

7 . 把方程 $2x+y-6=0$ 改写成用含 x 的式子表示 y 的形式，则 $y=$ _____ .

8 . 若单项式 $2x^2y^{a-2b}$ 与 $-\frac{1}{3}x^{a-b}y^4$ 是同类项，则 $a+b=$ _____ .

9 . 已知关于 a, b 的方程组 $\begin{cases} 4a+3b=9+m \\ 3a+4b=7 \end{cases}$ ，其中 $a-b>0$ ，则 m 的取值范围是_____ .

10 . 已知方程 $|x-2y+4|+(2x+5y-1)^2=0$ ，则 $(x+y)^{2025}=$ _____ .

11 . 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x+y=2k \\ 2x-y=3k \end{cases}$ 的解满足 $3x-2y=10$ ，则 k 的值为_____ .

12 . 买 60 件 A 商品和 30 件 B 商品用了 1080 元，买 50 件 A 商品和 10 件 B 商品用了 840 元 . 则买 500 件 A

商品和 500 件 B 商品用了_____元 .

13 . 加密是保障数据安全的一种方式，明文通过加密规则加密成密文 . 某加密规则为：明文 (x, y) 对应加

密文 $(x+2y, 2x+3y)$ ，如明文 $(1, 2)$ 对应加密文 $(5, 8)$. 若接收到的加密文为 $(7, 12)$ ，则发送的明文是_____ .

14 . 若三元一次方程组 $\begin{cases} x+y=5 \\ x+z=-1 \\ y+z=-2 \end{cases}$ 的解使 $ax+2y-z=0$ ，则 a 的值是_____ .

15. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x + y = 7m \\ x - y = m \end{cases}$ 的解也是二元一次方程 $x + y = 9$ 的解，则 $m =$ _____.

16. 某天小雅问爷爷的年龄，爷爷说：“我若是你现在这么大，你还要 40 年才出生；你若是我现在这么大，我已经 125 岁了，哈哈！”小雅的年龄是_____岁

17. 某商场新购进一种服装，每套服装售价 1000 元. 若将裤子降价 10%，上衣涨价 5%，调价后这套服装的单价比原来提高了 2%，则这套服装中上衣原来的售价是_____元/件.

18. 若对于实数 x 和 y ，定义一种运算“ Δ ”： $x \Delta y = ax + by + c$ ，其中 a, b, c 为常数. 例如：

$3 \Delta 2 = 3a + 2b + c$ ，已知 $1 \Delta 1 = 0$ ， $4 \Delta 2 = 3$ ， $9 \Delta (-3) = 28$ ，则 $5 \Delta 7$ 的值为_____.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 58 分）

19. （本题共 6 分）解方程组

$$(1) \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x + 4y = 17 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + y + z = 23 \\ x - y = 1 \\ 2x + y - z = 20 \end{cases}$$

20. （本题共 8 分）王娅同学先后两次从商店购进同一种矿泉水，该矿泉水分大箱和小箱装，第一次购进

2 大箱、3 小箱，共装 76 瓶；一周后又购进 1 大箱、1 小箱后，这时共装 108 瓶，王娅估计大箱每箱约装

20 瓶，小箱每箱约装 11 瓶，你能通过计算检验她的估计吗？

21 . (本题共 8 分) 阅读探索：

材料一：解方程组
$$\begin{cases} (a-1)+2(b+2)=6 \\ 2(a-1)+(b+2)=6 \end{cases}$$
 时，采用了一种“换元法”的解法，解法如下：

解：设 $a-1=x$ ， $b+2=y$ ，原方程组可化为
$$\begin{cases} x+2y=6 \\ 2x+y=6 \end{cases}$$
，

解得 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ ，即 $\begin{cases} a-1=2 \\ b+2=2 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a=3 \\ b=0 \end{cases}$ 。

材料二：解方程组
$$\begin{cases} 4x+10y=6 \textcircled{1} \\ 8x+22y=10 \textcircled{2} \end{cases}$$
 时，采用了一种“整体代换”的解法，解法如下：

解：将方程 $\textcircled{2}$ $8x+20y+2y=10$ ，变形为 $2(4x+10y)+2y=10 \textcircled{3}$ ，

把方程 $\textcircled{1}$ 代入 $\textcircled{3}$ 得， $2 \times 6 + 2y = 10$ ，则 $y = -1$ ；

把 $y = -1$ 代入 $\textcircled{1}$ 得， $x = 4$ ，所以方程组的解为：
$$\begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$$
。

根据上述材料，解决下列问题：

(1) 运用换元法解求关于 a ， b 的方程组：
$$\begin{cases} \left(\frac{a}{4}-1\right)+2\left(\frac{b}{3}+2\right)=4 \\ 2\left(\frac{a}{4}-1\right)+\left(\frac{b}{3}+2\right)=5 \end{cases}$$
 的解；

(2)若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 10 \\ y = 6 \end{cases}$ ，求关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} 5a_1(m-3) + 3b_1(n+2) = c_1 \\ 5a_2(m-3) + 3b_2(n+2) = c_2 \end{cases}$ 的

解。

22. (本题共8分) 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ 2x - y + my - 5 = 0 \end{cases}$

(1)请直接写出方程 $2x + y - 6 = 0$ 的所有正整数解；

(2)无论数 m 取何值，方程 $2x - y + my - 5 = 0$ 总有一个固定的解，请直接写出这个解；

(3)若方程组的解满足 $x + y = 0$ ，求 m 的值；

23. (本题共 8 分) 一方有难，八方支援，某市政府筹集了抗旱必需物资 120 吨打算运往灾区，现有甲、

乙、丙三种车型供选择，每辆车的运费能力和运费如表所示：(假设每辆车均满载)

车型	甲	乙	丙
汽车运载量 (吨/辆)	5	8	10
汽车运费 (元/辆)	400	500	600

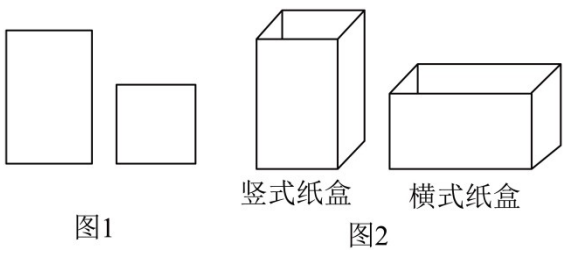
(1)若全部物资都用甲、乙两种车型运送，需运费 8200 元，分别选甲、乙两种车型各几辆？

(2)为了节约运费，该市政府决定用甲、乙、丙三种车型参与运送，设需甲车型 a 辆，乙车型 b 辆。已知它

们共 16 辆，问：共有几种分配方案？哪种方案的运费最少？最少是多少元？

24. (本题共 10 分) 某工厂用如图 1 所示的长方形和正方形纸板，做成如图 2 所示的竖式与横式两种长方

体无盖纸盒。



- (1) 现有长方形纸板 170 张，正方形纸板 80 张，做成上述两种纸盒，纸板恰好用完．求两种纸盒生产个数；
- (2) 工厂共有 52 名工人，每个工人一天能生产 60 张长方形纸板或者 100 张正方形纸板，已知 1 个竖式纸盒与 2 个横式纸盒配套，问如何分配工人能使一天生产的竖式纸盒与横式纸盒配套？
- (3) 如果有长方形纸板 170 张，正方形纸板 82 张，做出上述两种纸盒后剩余 2 张纸板，问两种纸盒各生产了多少个？请直接写出结论．

25. (本题共 10 分) 问题的解决策略：逐步确定

【问题】中秋佳节灯笼俏，灯笼齐挂亮堂堂，三三数时能数尽，五五数时剩两盏，七七数时刚刚好．求最少有多少盏灯笼？

【理解问题】灯笼的数量为正整数且需要符合以下 3 个条件：

- ① 三三数时能数尽，则所求灯笼的数量能被 3 整除；
- ② 五五数时剩两盏，则所求灯笼的数量除以_____，余数是_____；
- ③ 七七数时刚刚好，则所求灯笼的数量能被 7 整除．

【拟定计划】设灯笼的数量为 x (x 为正整数)，需满足的 3 个条件可表述为：

- ① $x = 3k$ (k 为正整数)；
- ② $x = 5m + 2$ (m 为非负整数)；
- ③ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 n 的代数式表示， n 为正整数)．

由①和③可得 x 能被 21 整除，即 $x = 21p$ (p 为正整数)。根据以上分析，得到
$$\begin{cases} x = 5m + 2 \\ x = 21p \end{cases}$$
，因此

$5m = 21p - 2$ ，且 m 为非负整数，所以“ $21p - 2$ ”一定能被 5 整除。

【实施计划】(1) 补全以上三个空格，并求最少有多少盏灯笼？

(2) 学校举办“班级文化展示周”，八(1)班计划用彩色小旗装饰教室外墙。小旗有两种悬挂方式：

①若按“7 面红旗、5 面黄旗”为一个循环组依次悬挂，最后剩余 2 面红旗和部分黄旗；

②若按“1 面红旗、6 面黄旗”为一个循环组依次悬挂，最后剩余部分红旗和 0 面黄旗。

已知红旗和黄旗总数为 100 面。请问八(1)班至少准备了多少面红旗？