

专题 06 《圆与扇形》高分突破题型

题型归纳

知识点 01：圆的周长

知识点 02 扇形的弧长

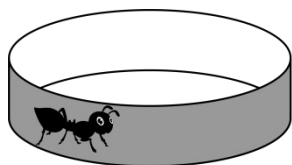
知识点 03 圆的面积

知识点 04 扇形的面积

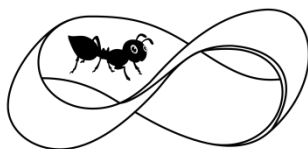
题型专练

知识点 01：圆的周长

1. (24-25 六年级下·上海崇明·期末) 图①的纸环是将一张长方形纸条两端粘上得到的，我们可以将纸环看成是一个直径为 10cm 的圆。图②的纸环是将同一张长方形纸条一端旋转 180° ，再将两端粘上得到的“莫比乌斯带”，一只蚂蚁沿纸环②向前爬行，蚂蚁如果不爬过纸环的边缘，它至少需要爬_____厘米才能到达原来的位置。



图①

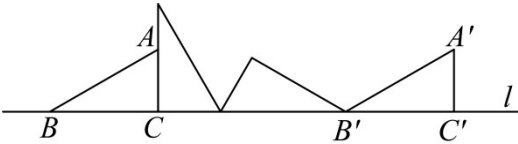


图②

2. (24-25 六年级下·上海·期中) 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 2$ ，

$AC=1$. 现将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 作顺时针方向的滚动, $\triangle ABC$ 滚动到 $\triangle A'B'C'$ 的位置叫做“滚动了一周”. 如果

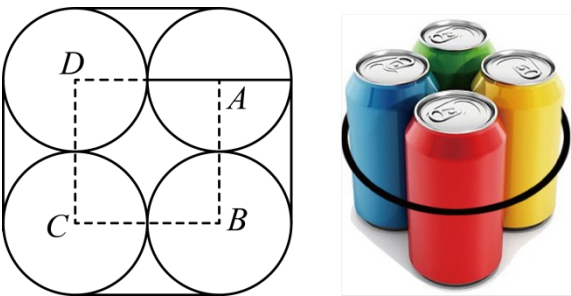
$\triangle ABC$ 一共滚动了 5 周, 那么点 A 经过的路程长为_____ . (结果保留 π)



3 . (24-25 六年级下·上海·期末) 春节期间亲戚来访, 爸爸让小梁到便利店买 4 罐易拉罐饮料, 营业

员将 4 罐易拉罐捆扎在一起 (接口不计), 中间形成一个正方形, 如图所示, 且易拉罐的直径为 8 厘米,

那么捆 4 圈至少用绳子多少厘米? (π 取 3.14 , 结果精确到 1 厘米) .



4 . (24-25 六年级下·上海·期末) 2023 年, 中国成功发射了“巡天”空间望远镜, 该望远镜与天宫空间站共

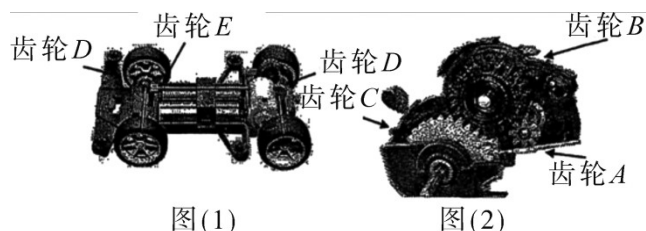
轨飞行, 协同完成宇宙观测任务 . 已知巡天望远镜的轨道高度距地面约 450km, 运行轨道近似为圆形, 绕

地球一周约需 95 分钟 . 地球半径约为 6400km, 求巡天望远镜的绕行速度 . (π 取 3 , 结果精确到

0.1km / min)



5. (24-25 六年级下·上海杨浦·期末) 如图 (1) 是某车模中车的底盘结构，图 (2) 是模拟发动机齿轮组的部件，整个部件由若干个齿轮组成， A 、 B 、 C 三个齿轮的齿间距相同。其中齿轮 A 的齿数是 8，它与马达共轴，即马达转动一周，齿轮 A 以相同方向转动一周；齿轮 B 与齿轮 A 啮合，它的齿数是 24；齿轮 C 的齿数是 32，它与齿轮 B 啮合且与车后轮共轴，即齿轮 C 转动一周，车后轮以相同方向转动一周；齿轮 D 、 E 主要联动前后轮，使得前轮与后轮同时有动力。



(1) 当马达顺时针旋转时，齿轮 A 的旋转方向是——①——，齿轮 C 的旋转方向是——②——；车轮与马达的旋转方向——③——。（①②填“顺时针”或“逆时针”，③填“一致”或“不一致”）

(2) 齿轮 A 与齿轮 C 的转速比为——④——，车轮比马达的转速——⑤——。（⑤填“快”或“慢”）

(3) 马达转速为 12000 转/分钟，后车轮直径为 30 毫米，求车模的行驶速度理论值。（单位：米/秒）

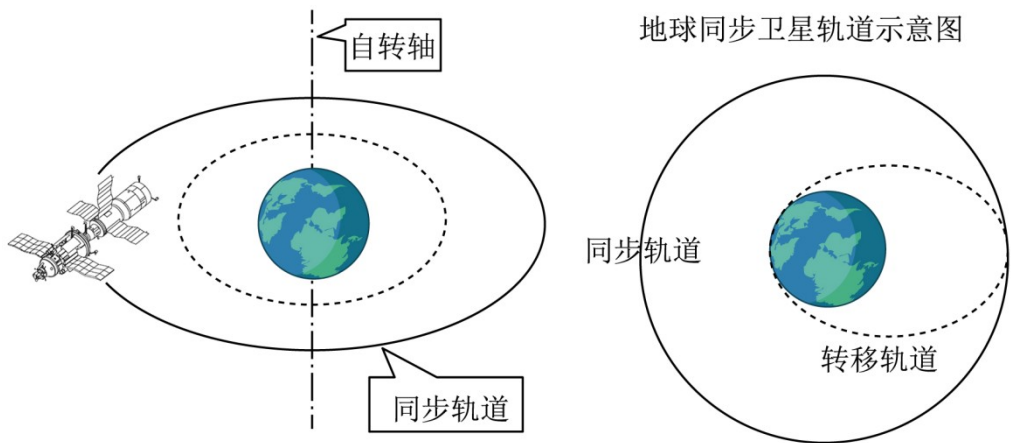
6. (22-23 六年级上·上海闵行·期末) 阅读材料：

2022 年 11 月 12 日，长征七号遥六运载火箭，搭载着天舟五号货运飞船在我国文昌航天发射场发射成功。

天舟五号货运飞船将与在轨运行的中国空间站（天宫空间站，是中华人民共和国建设中的一个空间站系

统）组合体进行自主快速交会对接。中国空间站先后迎接问天、梦天两个实验舱，天和核心舱、问天实验

舱、梦天实验舱三舱形成“T”字基本构型，将在空间生命科学与人体研究、微重力物理科学、空间天文与地球科学、空间新技术与应用等4个重要领域开展1000多项研究项目，更可支持空间生命、空间材料、基础物理、燃烧等科学实验研究。



已知中国空间站沿着地球同步卫星轨道飞行，同步轨道近似为圆形。中国空间站在绕地球飞行一圈的时间、飞行速度和轨道高度等方面都与国际空间站相同，绕地球一圈的时间为90分钟，飞行速度每小时28164千米。

- (1)地球的半径长约为6371千米，空间站距离地球表面多少千米？（结果保留整数）
- (2)有人说空间站运行一天相当于从地球往返月球一次，你觉得这种说法正确吗？请说明理由。（地球到月球的距离约为38.4万千米）

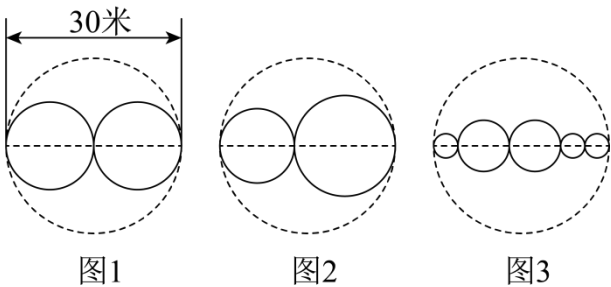
7.（24-25 六年级下·上海长宁·期中）上海某中学原计划在一个直径为30米的圆形场地内修建圆形花坛（花坛指的是图中实线部分），为使花坛修得更加美观、有特色，决定向全校征集方案，在众多方案中最

后选出三种方案：

方案A：如图¹所示，先画一条直径，再分别以两条半径为直径修两个圆形花坛；

方案B：如图²所示，先画一条直径，然后在直径上取一点，把直径分成²/₃的两部分，再以这两条线段为直径修两个圆形花坛；

方案C：如图³所示，先画一条直径，然后在直径上任意取四点，把直径分成⁵条线段，再分别以⁵条线段为直径修⁵个圆形花坛。



- (1)如果按照方案A修，修的花坛的周长是 _ 米。（结果保留 π ）
- (2)如果按照方案B修，与方案A比，省材料吗？为什么？
- (3)按照方案C修，学校要求在⁸小时内完成，甲工人承包了此项工程，他做了⁴小时后，发现不能完成任务，就请乙来帮忙，乙的效率是甲的³/₂，乙加入后，甲的效率也提高了¹/₄，结果正好按时完成任务，若修¹米花坛可得到²⁰元钱，修完花坛后，甲可以得到多少钱？（ π 取³）

8.（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海奉贤·期中）问题背景：某综合实践小组在学习了“圆与扇形”后，开展了“运动场的有关计算”实践活动，某学校的运动场有若干条跑道（如右图），每条跑道均由两个长度相等的直道和两

个半径相等的半圆弯道组成，最内侧跑道（第一道）总长为 400 米，其弯道半径 r 为 30 米。跑步比赛中，运动员在各自跑道上按逆时针方向进行比赛。

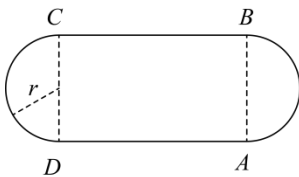
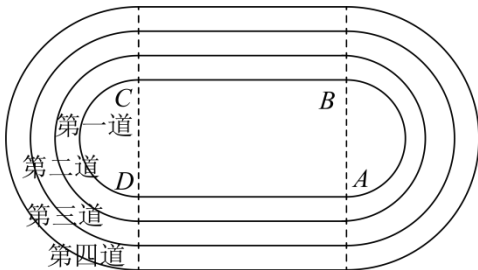


图1

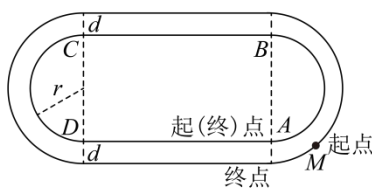


图2

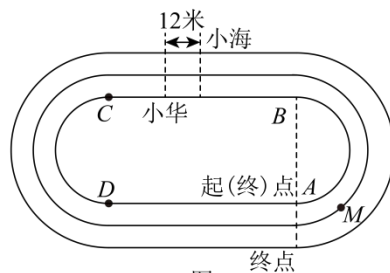


图3

- (1) 如图 1，求最内侧跑道的直道 AD （或 BC ）长是多少米？（ π 取 3.14）
- (2) 如图 2，如果每条跑道的宽度 d 为 1.25 米，在进行 400 米赛跑时，比赛终点如图所示，求第二跑道的起点 M 应该比第一跑道的起点 A 超前多少米？（ π 取 3.14）
- (3) 如图 3，如果每条跑道的宽度 d 为 $\frac{4}{\pi}$ 米，在某次 400 米跑步比赛中，小华和小海分列第一道（最内道）和第三道。当小华跑了 180 米时，小海在小华身后 12 米处，此时小海跑了——米，为了追上小华，小海开始加速。假设小华匀速跑且速度不变，小海加速前和加速后均为匀速跑且加速所用时间忽略不计，如果小海要在比赛中追上小华，那么他至少要加速——%。（结果精确到 0.1%）

9.（24-25 六年级下·上海·期中）综合实践题：变速自行车中的数学奥秘

请阅读材料，并完成下列问题：

材料一：如今，骑自行车作为一种广受欢迎的健身方式变得越来越流行。你知道吗，自行车一般通过链条带动，链条连接前后齿轮。前齿轮与脚踏相连，骑行者踩动脚踏一圈，前齿轮随其一并转动一圈；后齿轮与后轮相连，后齿轮转动一周，后轮也将转动一周，并通过后轮转动带动自行车前进。变速自行车在前齿轮盘和后齿轮盘上往往具有多个齿数不同的齿轮，通过前后齿轮的不同组合改变骑行效果。

材料二：“传动比”指前齿轮齿数与后齿轮齿数的比值（ $\text{传动比} = \frac{\text{前齿轮齿数}}{\text{后齿轮齿数}}$ ）。传动比越大，脚踏每蹬¹圈，后轮转动圈数越多，速度越快但费力；传动比越小越省力。



已知小明的自行车前齿轮齿数为 48、36，后齿轮齿数为 16、20、24、28、32，后轮直径 60 厘米。

(1) ① 计算传送比：前齿轮 36 齿：后齿轮 32 齿 = _____。

② 若要使传动比为 1.5:1，请找出所有可能的齿轮组合，并用比例式验证。

(2) ① 小明想在上坡时更省力，应选择前齿轮齿数为 _____，后齿轮齿数为 _____；并计算此时踏脚蹬一圈，后轮转动 _____ 圈。

② 小明以每分钟 60 圈的速度蹬踏脚，使用不同的齿轮组合时，自行车每小时行驶的最大距离和最小距离分别是多少千米？（结果保留 π ）

(3)若想保持时速 14.13 千米，使用传动比 $2:1$ 时，小明需每分钟蹬多少圈？

10. (²⁴⁻²⁵ 六年级下‘上海闵行’期中) 上海大悦城摩天轮是国内首个屋顶悬臂式摩天轮，拥有俯瞰黄浦江、

苏州河的超赞视野，是著名的旅游打卡地。如图¹，摩天轮的主体是圆形，其周长为 126 米。(π 取 3)



图1

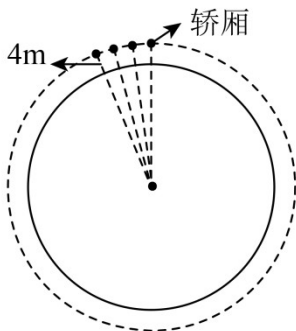


图2

(1)求摩天轮的半径是多少米？

(2)摩天轮的主体圆周外设置了若干个不同主题的载人轿厢，每个轿厢与主体圆周相连，距离是 4 米，如图

²所示，当摩天轮缓缓转动，所有轿厢也随着转动，形成了更大的圆的轮廓。已知每隔 5 米安装一个轿厢，

求大悦城摩天轮上共有多少个轿厢？

(3)在(²)的条件下，大悦城摩天轮在开放时间内不间断匀速转动(每天转动的总圈数固定不变)，转动

一圈所需时长为 20 分钟。在某天的某一时刻，摩天轮已经转动的圈数与还未转动的圈数之比为 $2:9$ ，经过

⁴小时后，摩天轮已经转动的圈数与还未转动的圈数之比变为了 $6:5$ 。每个轿舱最多可乘坐 6 名乘客，每

人乘坐摩天轮的票价为 60 元。这一天大悦城摩天轮的门票收入最高能达到多少元？

知识点 02 弧长

1. (24-25 六年级下·上海·期末) 如果扇形的半径不变, 圆心角扩大为原来的 2 倍, 那么扇形的弧长 ()

A. 不变

B. 扩大为原来的 4 倍

C. 缩小为原来的一半

D. 扩大为原来的 2 倍

2. (²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海嘉定·期末) 下列说法中错误的是 ()

A. 圆的周长与它的直径的比值叫作圆周率

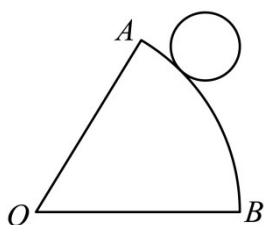
B. 圆周率的值是一个无限不循环小数

C. 圆上两点之间的部分称为弧

D. 从周长为 C 的圆上剪下一个扇形，它的弧长是 l ，圆心角是 n ，那么 $\frac{l}{C} = \frac{n}{180}$

3. (2024·广东珠海·一模) 如图, 已知一圆在扇形 AOB 的外部, 沿扇形的 $\overline{AB}$, 从点 A 滚动一周, 恰好到

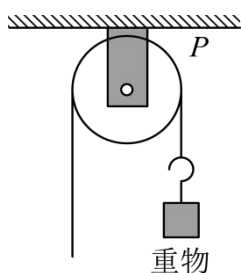
达点 B . 如果 $OA = 24\text{cm}$, $\angle AOB = 60^\circ$, 圆的半径为_____cm .



4. (24-25 九年级上·河南信阳·期末) 如图, 用一个半径为 9 厘米的定滑轮带动重物上升, 滑轮上一点 P

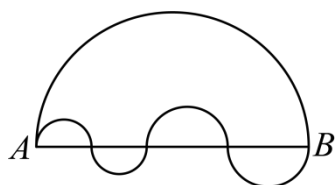
旋转了 36° ，假设绳索（粗细不计）与滑轮之间没有相对滑动，则重物上升了_____厘米（结果保留 π ）

) .



5. (24-25 六年级下·上海闵行·期末) 如图, $AB = 20$ 厘米, 则点 A 到点 B 的四个半圆的弧长之和是

_____ 厘米. (π 取 3.14)



6. (24-25 六年级下·上海金山·期末) 如果圆的半径 $r = 6\text{cm}$, 那么 18° 的圆心角所对的弧长 $l =$ _____

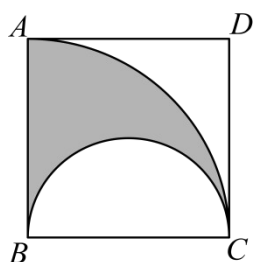
cm

7. (24-25 六年级下·上海杨浦·期末) 一个钟的分针走了 20 分钟, 分针的针尖走了 25.12cm , 则分针的长

度是 _____ cm .

8. (24-25 六年级下·上海·期末) 如图, $ABCD$ 为边长为 2 厘米的正方形, 则图中阴影部分的周长为

_____ 厘米 .



9. (24-25 六年级下·上海闵行·期末) 第 19 届杭州亚运会会徽如图 ¹ 所示，名为“潮涌”，展现了浙江杭州

山水城市的自然特质，也寓意着勇立潮头的精神风貌。其主体部分可以看成如图 ² 的几何图形，小明测量

得 $OB = 2\text{cm}$ ， $OA = 4\text{cm}$ ， $\angle BOC = 120^\circ$ 。求图 ² 中的阴影部分的周长为多少厘米？(结果保留 π)



图1

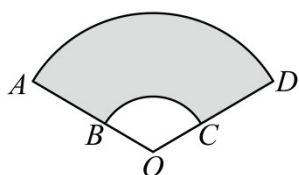
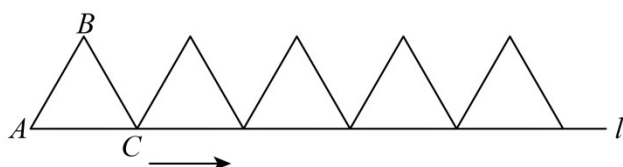


图2

10. (24-25 六年级下·上海嘉定·期末) 如图，一个边长是 2 厘米的等边三角形 ABC ，将它沿直线 l 作顺时针

方向的滚动。当等边三角形 ABC 滚动到图示中最右边三角形的位置时，点 C 所经过的路程为_____厘米

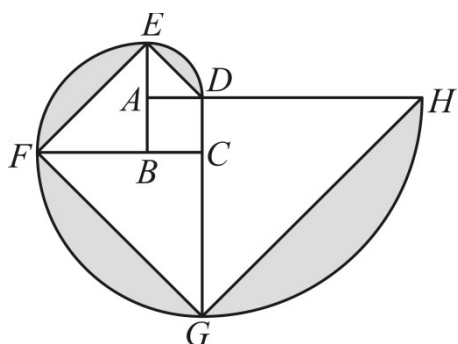
(结果保留 π)。



题型 03 圆的面积

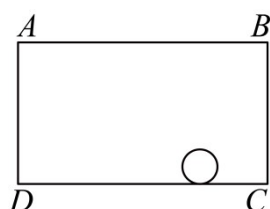
1. (24-25 六年级下·上海青浦·期中) 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是 1 厘米，分别以正方形的四个顶点为圆

心画扇形 (如图所示)，则阴影部分面积之和是_____平方厘米 (结果保留 π)

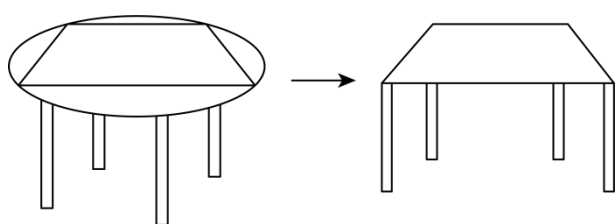


2. (24-25 六年级下·上海闵行·期末) 在一张足够大的纸上画长方形 $ABCD$, 其中 $AB = 16\text{cm}$, 宽 $BC = 12\text{cm}$. 为了在这个长方形边上贴上装饰 , 用半径为 1 厘米的圆形固体胶棒在长方形一侧紧贴边移动 ,

如图 , 胶棒沿着长方形的四边内侧移动一圈涂过的面积是 cm^2 . (结果保留 π)



3. (25-26 六年级上·上海·期末) 如图所示 , 一张桌面直径 2m 的圆形折叠桌 , 桌面折叠后成了正方形 , 折叠部分的面积是 m^2 .



4. (24-25 六年级上·黑龙江哈尔滨·期末) (¹) 如图 ¹ , 求阴影周长 (结果保留 π)

(²) 如图 ² , 求阴影面积 (结果保留 π)

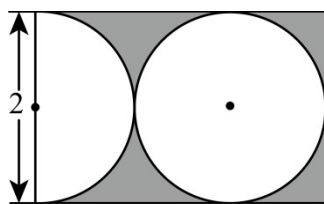


图1

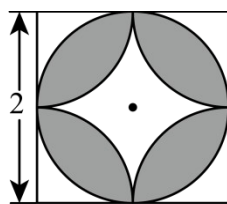
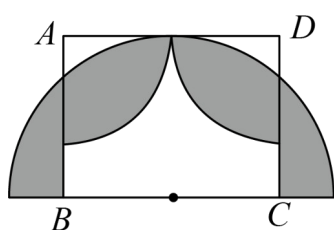


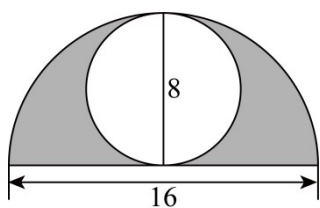
图2

5. (24-25 六年级下·上海松江·期末) 如图。长方形 $ABCD$ 的长 $AD = 4$ cm , 宽 $AB = 3$ cm . 求阴影部分的周

长和面积 (结果保留 π) 。



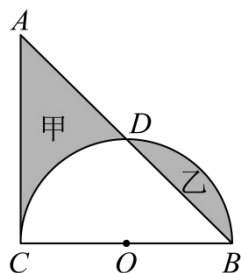
6. (24-25 六年级下·上海黄浦·期末) 如图，求图中阴影部分的周长。(结果保留 π)



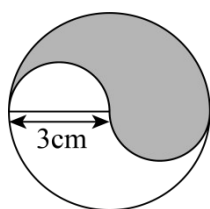
7. (24-25 六年级下·上海闵行·期末) 如图，在直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 20$ 厘米，以

直角边 BC 为直径作半圆，与 A 交于点 D ，那么阴影甲的面积比阴影乙的面积大多少平方厘米？(π 取

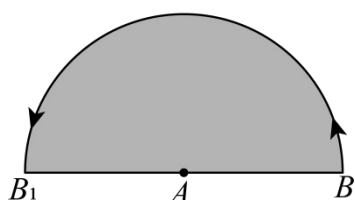
3.14)



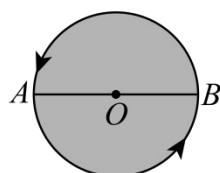
8. (25-26 六年级上·全国·课后作业) 求阴影部分的面积。



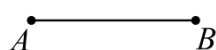
9. (24-25 六年级下·上海金山·期中) 数学兴趣小组探究一个问题：已知一条线段 $AB = 6$ ， O 为线段 AB 上的一点，把线段 AB 绕点 O 旋转 180° 。



(图1)



(图2)



(图3)

(1) 如图 1 若 O 点与 A 点重合，计算旋转过程中线段 AB 扫过的面积；

(2) 在图 2 中， O 为线段 AB 的中点，计算旋转过程中线段 AB 扫过的面积；

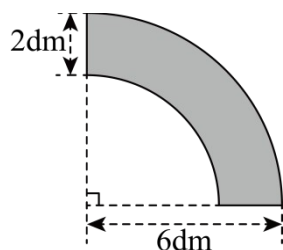
(3) 在图 3 中， O 为线段 AB 的一个三等分点，且 $AO:BO = 1:2$ 画出旋转过程的图形，并计算旋转过程中

线段 AB 扫过的面积是多少？

知识点 04 扇形的面积

1. (25-26 六年级上·黑龙江哈尔滨·期末) 如图所示，像图中这样从圆环上截取的部分叫扇环（实线围成

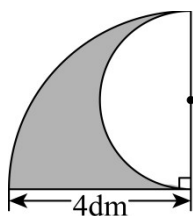
部分），则该扇环的面积为_____ dm^2 . (π 取 3.14)



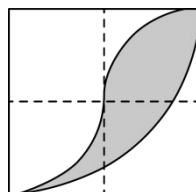
2. (24-25 六年级下·上海崇明·期中) 一个扇形面积是它所在圆面积的 $\frac{5}{12}$, 则这个扇形的圆心角是

_____ .

3. (25-26 六年级上·黑龙江哈尔滨·期末) 计算下面图形中涂色部分的面积 .



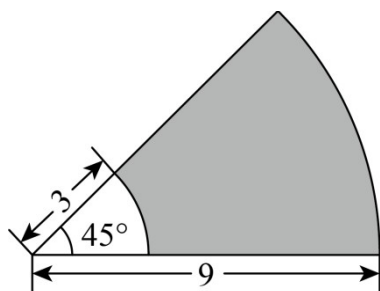
4. (2025 六年级下·上海·专题练习) 乐乐很喜欢用圆规来绘制一些图案，这天她用圆规在方格纸上画了一片“花瓣儿”．已知小方格纸的边长是 10 厘米，请你算算看：



- (1) 这片“花瓣儿”的周长是多少厘米？

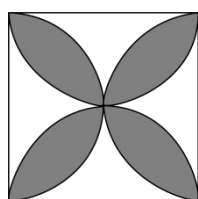
- (2) 求这片“花瓣儿”的面积．

5. (24-25 六年级下·上海·期中) 求图中阴影部分的周长 (结果保留 π , 单位：厘米) .



6. (25-26 七年级上·山东淄博·期末) 如图，正方形的边长为 1，以各边为直径在正方形内画半圆，则图中

阴影部分的面积为_____。(结果保留 π)

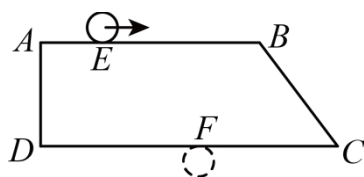


7. (24-25 六年级下·上海徐汇·期末) 如图，梯形 $ABCD$ 中，

$\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $AB = 20\text{cm}$, $CD = 24\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, E 、 F 分别为 AB 、 CD 上的点，且

$AE = \frac{1}{5}AB$, $CF : DF = 5 : 7$ ，一个半径为 1cm 的圆在梯形的外侧，沿着梯形的边连续地从点 E 经过点 B 、 C

无滑动地滚动到点 F ，求圆滚过区域的面积 (结果保留 π) 。



8. (24-25 六年级下·上海长宁·期末) 在一空旷场地上设计一个落地为长方形 $ABCD$ 的小屋，边长 $AB +$ 边

长 $BC = 8\text{m}$ ，拴住小狗的绳子长 8m ，其中一端固定在点 B 处。小狗在不能进入小屋内的条件下活动，设

小狗活动的区域面积为 $S(\text{m}^2)$ (结果保留 π)

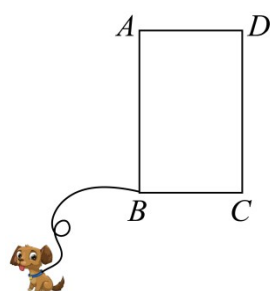


图1

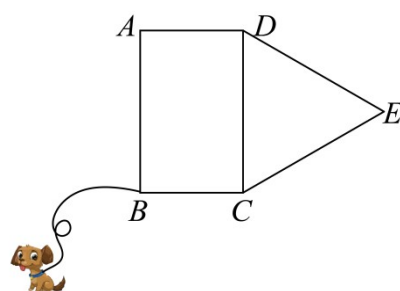


图2

(1) 如图 1，若 $BC = 3\text{m}$ ，求此时 S 的值；

(2) 如图 2，现考虑在图 1 中的矩形 $ABCD$ 小屋的右侧以 CD 为边拓展一个正三角形区域，使之变成一个落地为五边形的小屋，其他条件不变，在 (1) 的条件下，求此时 S 的值。

9. (24-25 六年级下·上海虹口·期末) 阅读材料：

(I) 在学习扇形的面积公式时，已知扇形圆心角 n 和所在圆的半径 R ，可以推得扇形面积公式： $S_{\text{扇形}} =$ _____ ①，并通过比较扇形面积公式与弧长公式 $l =$ _____ ②，得出扇形面积的另一种计算方法 $S_{\text{扇形}} =$ _____ ③。有位同学发现扇形面积公式③类似于三角形面积公式，扇形有人也叫它“曲边三角形”。

(II) 两个数的平方的差可以表示为这两个数的和与这两个数的差的积。即： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，例如
 $75^2 - 25^2 = (75 + 25)(75 - 25) = 100 \times 50 = 5000$

(III) 用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥，如图，底面与截面之间的部分叫做圆台，圆台可以看成是以直角梯形垂直于底边的腰所在的直线为轴旋转一周而成的立体图形。直角梯形上、下底旋转而成的圆面称为圆台的上、下底面，另一腰旋转所成的曲面称为圆台的侧面，侧面上各个位置的直角梯形的腰叫作圆台的母线。解决问题：

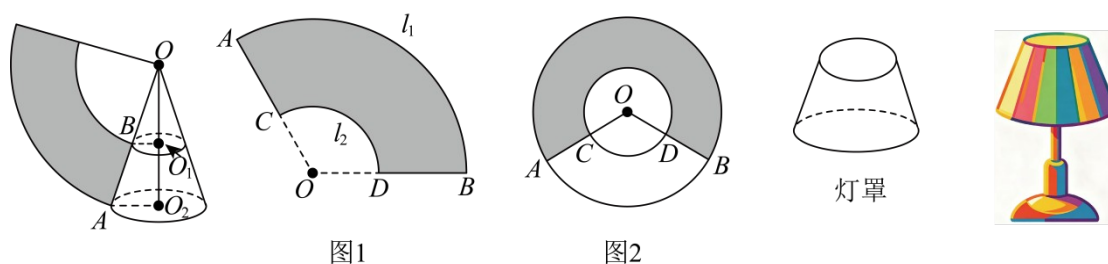


图1

图2

(1) 补全 (1) 的空白部分的公式 .

(2) 甲同学受“曲边三角形”面积公式的启发，猜测折扇扇面部分的面积应该类似梯形面积公式，如图 1，已

知弧 AB 和弧 CD 所在圆的圆心都是点 O ，弧 AB 的长为 l_1 ，弧 CD 的长为 l_2 ， $AC = BD = d$ ，他猜想折扇扇

面部分的面积 (如图 1 中的阴影部分) $S = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d$. 他的猜想正确吗？如果正确，写出推导过程；如果

不正确，请说明理由 .

(3) 乙同学发现家中的台灯灯罩是一个有上底面无下底面的圆台，如图 2 的阴影部分为灯罩的侧面展开图，

经测量， $OA = 24\text{cm}$ ， $OC = 12\text{cm}$ ， $\angle AOB = 135^\circ$ ，若欲在灯罩的上下边缘镶上花边 (花边的宽度忽略不

计)，至少需要多长的花边？若欲为台灯更换一种环保材料的灯罩，则新灯罩所需环保材料的面积为多少

平方厘米？ (结果保留 π)