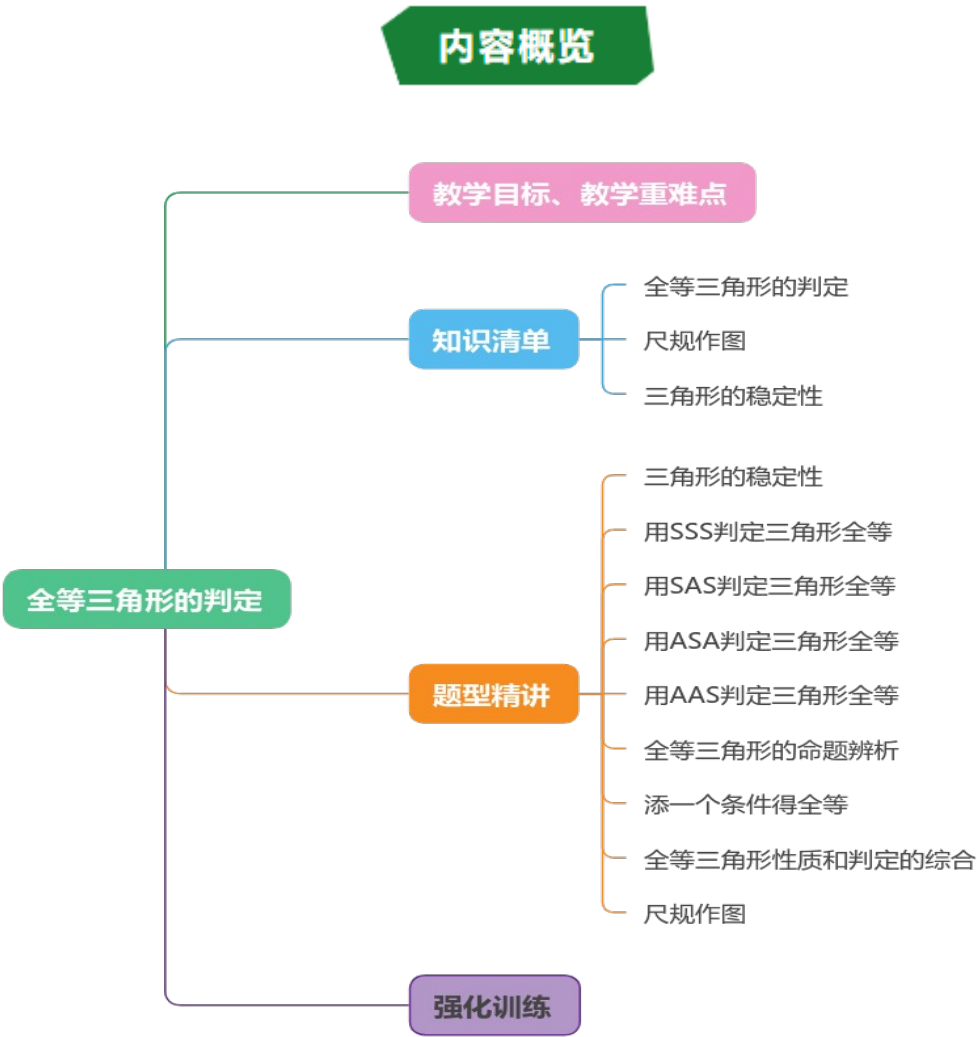


专题 17.4 全等三角形的判定



教学目标、教学重难点

教学目标	1.掌握全等三角形的 4 种判定方法：SSS、SAS、ASA、AAS，明确每种方法的条件与符号表达。理解 SSA 不能判定全等，避免判定误区； 2.能根据已知条件，选择合适的判定方法证明两个三角形全等； 3.会利用三角形全等，推导对应边、对应角相等，解决简单几何计算与证明问题.
教学重难点	1.重点 全等三角形的 4 种判定方法的理解及其应用；

	2.难点 准确区分 SAS 与 SSA，理解 SSA 不能判定全等的原因。在复杂图形中找全等条件、灵活选择判定方法，完成完整、规范的几何证明.
--	---

知识清单

知识点 01 全等三角形的稳定性

1. 三角形的稳定性：如果一个三角形的三条_____固定，那么这个三角形的_____和_____就完全确定了，三角形的这个性质叫作_____；

【即学即练】

例 1 下列图形中，不是运用三角形的稳定性的是（ ）

A .



屋顶支撑架

B .



自行车三脚架

C .



伸缩门

D .



旧木门木条

知识点 02 全等三角形的判定

判定 1 公理：三边对应相等的两个三角形全等(简记为“_____”或“_____”)

判定 2 公理：两边及其夹角对应相等的两个三角形全等(简记为“_____”或“_____”)；

判定 3 公理：两角及其夹边对应相等的两个三角形全等(简记为“_____”或“_____”)

判定 4 定理： 两角对应相等且其中一组等角的对边相等的两个三角形全等 (简记为“_____”或“_____”)

【即学即练】

例 2 考查下列命题

- (1) 全等三角形的对应边上的中线、高、角平分线对应相等；
- (2) 两边和其中一边上的中线 (或第三边上的中线) 对应相等的两个三角形全等；
- (3) 两角和其中一角的角平分线 (或第三角的角平分线) 对应相等的两个三角形全等；
- (4) 两边和其中一边上的高 (或第三边上的高) 对应相等的两个三角形全等 .

其中正确命题的个数有 ()

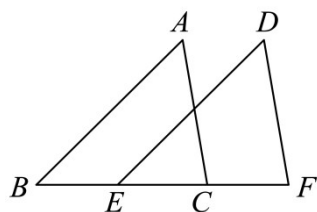
A . 4 个

B . 3 个

C . 2 个

D . 1 个

例3 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，点 B, E, C, F 在同一条直线上，有四个条件：① $AB = DE$ ；② $AC = DF$ ；③ $BE = CF$ ；④ $\angle ABC = \angle DEF$ 。请选择其中的三个条件，使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，并说明（写出一种情况即可）。



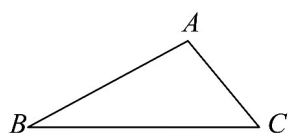
知识点 03 尺规作图

在数学中，把只使用**没有刻度的直尺**和**圆规**在有限步之内完成作图的方法，叫作**尺规作图**。无刻度的直尺只能用来作**经过两点的直线**，圆规只能以一个定点为圆心、以给定的线段长为半径作圆（**圆弧**）。

【即学即练】

例4 通过“三角形全等的判定”的学习，大家知道“两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等”是一个基本事实，可以判定两个三角形全等；而满足条件“两边和其中一边所对的角分别相等”的两个三角形全等吗？下面请你来探究。

任务：已知 $\triangle ABC$ ，求作 $\triangle DEF$ ，使 $EF=BC$ ， $\angle E=\angle B$ ， $DF=AC$ （即两边和其中一边所对的角分别相等）。



(1) **【实践与操作】** 请依据下面的步骤，用尺规完成作图过程（保留作图痕迹）；

①作线段 $EF = BC$ ；

②在线段 EF 的上方作 $\angle MEF = \angle B$ ；

③作 $FD = AC$ ，交射线 EM 于点 D ；

④连接 DF 得所求三角形。

(2) **【观察与小结】** 观察你作的图形，你会发现满足条件的三角形有_____个；其中_____（填三角形的名称）与 $\triangle ABC$ 不全等。

因此可得：“两边和其中一边所对的角分别相等的两个三角形全等”是：_____命题。（填“真”或“假”）

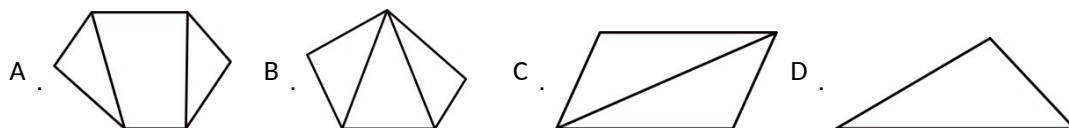
题型精讲

题型 01 三角形的稳定性

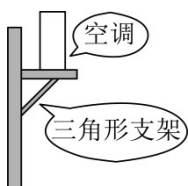
【典例 1】 港珠澳大桥全长约 55 公里，是迄今世界最长的跨海大桥，其中的斜拉桥是三角形结构．如图，斜拉桥中运用的数学原理是_____．



【变式 1】 下列图形中不具有稳定性的是 ()



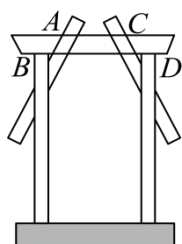
【变式 2】 空调安装在墙上时，一般都采用右图所示的方法固定．这种方法应用的几何原理是：三角形具有_____．



【变式 3】 下列图形具有稳定性的是 ()

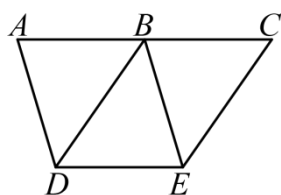
- A．正方形 B．长方形 C．平行四边形 D．三角形

【变式 4】 如图，木工师傅在做完门框后，为防止变形常常像如图所示那样钉上两条斜拉的木板条（即图中的 AB 和 CD ），这样做的依据是_____．

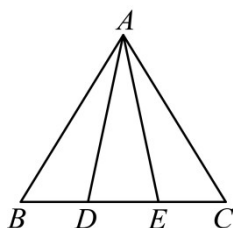


题型 02 用 SSS 判定三角形全等

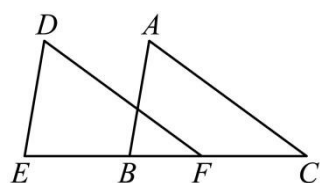
【典例 1】 如图，已知 $AD = BE$ ， $BD = CE$ ， B 是 AC 的中点，求证： $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ 。



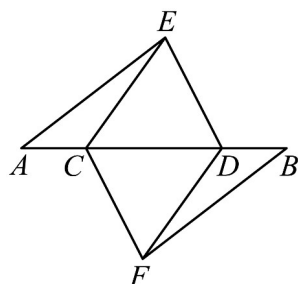
【变式 1】) 如图， $AD = AE$ ， $BE = CD$ ， $AB = AC$ 。求证： $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。



【变式 2】) 如图，点 E, B, F, C 在一条直线上，已知 $AC = DF$ ， $AB = DE$ ， $CF = EB$ 。求证： $\triangle DEF \cong \triangle ABC$ 。



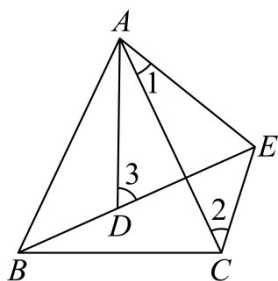
【变式 3】 如图，点 A, C, D, B 在同一条直线上，点 E, F 分别在直线 AB 的两侧， $AE = BF$ ， $CE = DF$ ， $AD = BC$ 。



(1) 求证： $\triangle ACE \cong \triangle BDF$.

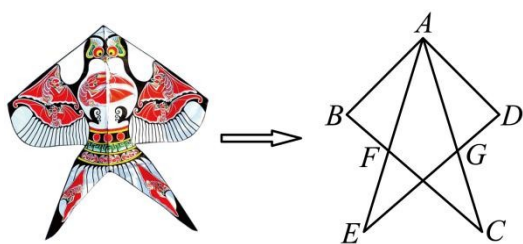
(2) 若 $\angle CDF = 50^\circ$, 求 $\angle ACE$ 的度数 .

【变式 4】 如下图，已知 $AB = AC$, $AD = AE$, $BD = CE$, B, D, E 三点共线 . 试说明：  2 .



题型 03 用 SAS 判定三角形全等

【典例 1】 据史书记载，最早的风筝是由古代匠人墨子用木头制成的木鸟，称为“木鸢” . 后来随着造纸术的发明，人们开始用纸张和竹条制作风筝，使其更加轻便、易于放飞 . 在如下图所示的“风筝”图案中， $AB = AD$ 、 $\angle B = \angle D$ 、 $BC = DE$. 则可以直接判定 ()



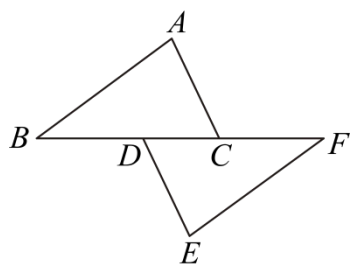
A . $\triangle AEG \cong \triangle ABC$

B . $\triangle AEG \cong \triangle ACF$

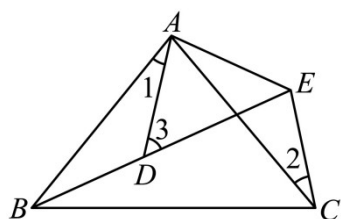
C . $\triangle ABF \cong \triangle ADC$

D . $\triangle ABC \cong \triangle ADE$

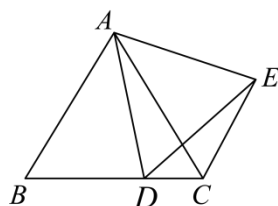
【变式 1】 如图，已知 $AC \parallel DE$, $AC = DE$, $BD = FC$, 证明 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$.



【变式2】如图所示， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ， $\angle 1 = 28^\circ$ ， $\angle 2 = 30^\circ$ ，则 $\angle 3 =$ _____。

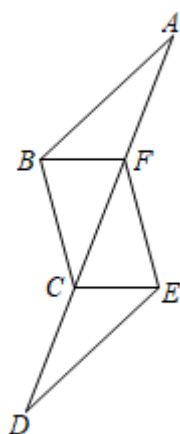


【变式3】定义：三条边都相等，三个角都相等的三角形叫作等边三角形。已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形， D 为边上一点，以 AD 为边作等边三角形 ADE ，连接 CE ，求证： $BD = CE$ ；



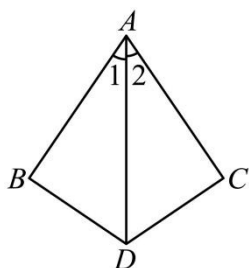
【变式4】已知：如图， A 、 F 、 C 、 D 在同一直线上， $AB \parallel DE$ ， $AB = DE$ ， $AF = CD$ ，求证：

(1) $BC = EF$ ； (2) $BC \parallel EF$ 。



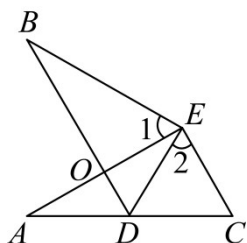
题型 04 用 ASA 判定三角形全等

【典例 1】如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ，若要用 ASA 公理来证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，则需要添加的条件是__



【变式 1】如图， $\angle A = \angle B$, $AE = BE$ ，点 D 在 AC 边上， $\angle 1 = \angle 2$, AE 和 BD 相交于点 O ，求证：

$\triangle AEC \cong \triangle BED$. 请补全证明过程，并在括号里写上理由 .



证明： $\because \angle 1 = \angle 2$

$\therefore \angle 1 + \underline{\hspace{2cm}} = \angle 2 + \underline{\hspace{2cm}}$

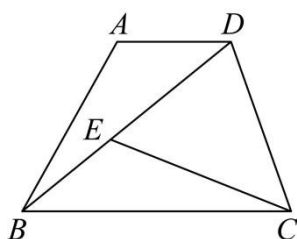
$\therefore \angle AEC = \underline{\hspace{2cm}}$

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BED$ 中

$$\therefore \begin{cases} \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \end{cases}$$

所以 $\triangle AEC \cong \triangle BED$ ($\underline{\hspace{2cm}}$) .

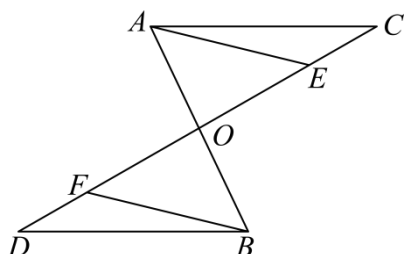
【变式 2】如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 为对角线 BD 上一点， $\angle A = \angle BEC$ ，且 $AD = BE$.



(1) 求证： $\triangle ABD \cong \triangle ECB$ ；

(2) 如果 $\angle BDC = 75^\circ$ ，求 $\angle ADB$ 的度数。

【变式3】 如图，已知：AB、CD相交于点O， $AC \parallel BD$ ， $AC = BD$ ，E、F是CD上的两点，且 $CF = DE$ 。求证： $OF = OE$ 。



证明： $\because AC \parallel BD$ ，

$\therefore \angle C = \angle D$ ， $\angle OAC = \angle$ _____ (_____)。

在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle BOD$ 中，

$$\because \begin{cases} \angle C = \angle D \\ \text{_____} \\ AC = BD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOD$ (_____)。

$\therefore OC = OD$ (_____)。

$\because CF = DE$ ，

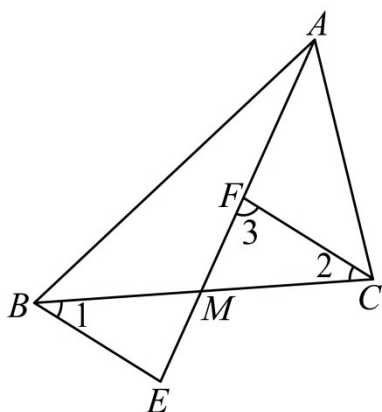
$\therefore CF - OC = DE - OD$ 。

$\therefore OF = OE$ 。

.

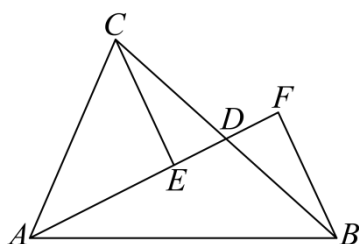
【变式4】 如图，已知AM是 $\triangle ABC$ 中边BC上的中线，E、F是直线AM上的点，且 $BE \parallel CF$ 说明

$\triangle BEM$ 和 $\triangle CFM$ 全等的理由 .

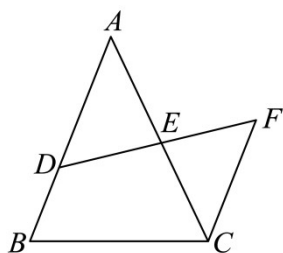


题型 05 用 AAS 判定三角形全等

【典例 1】 如图 . 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 边 BC 的中线 . $CE \parallel BF$, CE 、 BF 与直线 AD 的交点分别为点 E 、 F , 请说明 $\triangle CDE$ 与 $\triangle BDF$ 全等的理由 .



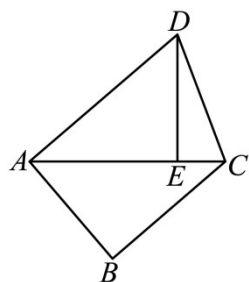
【变式 1】 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , 点 D 是边 AB 上一点 , 点 E 是边 AC 的中点 , 过 C 作 $CF \parallel AB$, 交 DE 的延长线于点 F .



(1) 求证 : $\triangle ADE \cong \triangle CFE$;

(2) 若 $AB = 5$, $CF = 3$, 求 BD 的长 .

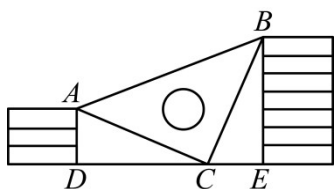
【变式 2】 如图 , 在四边形 $ABCD$ 中 , $\angle BAD = 90^\circ$, $AD \parallel BC$, $DE \perp AC$, 垂足为点 E , $DE = AB$.



(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEA$.

(2) 若 $\angle ACB = 40^\circ$, 求 $\angle CDE$ 的度数 .

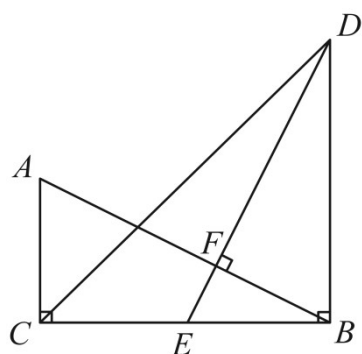
【变式3】 如图，明明同学用 10 块形状相同的长方体小木块垒了两堵与地面垂直的木墙，每个小木块的高度都是 3cm，木墙之间刚好可以放进一个等腰直角三角板，其中 $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 C 在 DE 上，点 A 和点 B 分别与木墙的顶端重合 .



(1) 求证： $\triangle ADC \cong \triangle CEB$;

(2) 求两堵木墙之间的距离 .

【变式4】 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 中， $\angle ACB = \angle DBC = 90^\circ$ ，点 E 是 BC 的中点， $DE \perp AB$ 于点 F ，且 $AB = DE$.



(1) 求证： $\triangle ACB \cong \triangle EBD$;

(2) 若 $DB = 12$, 求 AC 的长 .

题型 06 全等三角形相关命题的辨析

【典例 1】下列说法正确的是 ()

- A. 形状相同的两个三角形全等 B. 能够完全重合的两个三角形全等
C. 面积相等的两个三角形全等 D. 两个等边三角形全等

【变式 1】下列说法中正确的是 ()

- A. 全等三角形是指形状相同的两个三角形 B. 全等三角形的面积相等
C. 全等三角形是指面积相等的两个三角形 D. 若两个图形周长相等，则它们一定是全等图形

【变式 2】下面四个命题：

- ①两个三角形有两边及一角对应相等，则这两个三角形全等；
②两个三角形有两角及一边对应相等，则这两个三角形全等；
③两个三角形的三条边分别对应相等，则这两个三角形全等；
④两个三角形的三个角分别对应相等，则这两个三角形全等；

其中真命题是 ()

- A. ②③ B. ①③ C. ③④ D. ②④

【变式 3】对于命题：①周长相等的等腰三角形全等；②周长相等的等边三角形全等；③周长相等的直角三角形全等；④周长相等的等腰直角三角形全等．真命题的是 ()

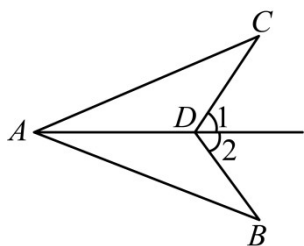
- A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ②④

【变式 4】下列四个命题：①两边及其中一边上的中线对应相等的两个三角形全等；②有两边及其中一边上的高对应相等的两个三角形全等；③三角形的一条中线把三角形分成面积相等的两部分；④三角形的一条角平分线把三角形分成面积相等的两部分．其中真命题的是 ()

- A. ①② B. ②④ C. ③④ D. ①③

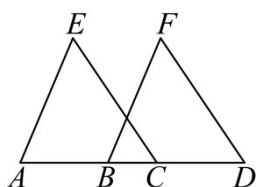
题型 07 添加一个条件得三角形全等

【典例1】 如图， $\angle 1 = \angle 2$ ，请你添加一个适当的条件，使得 $\triangle ADC \cong \triangle ADB$ ：_____（只需填写一个）。

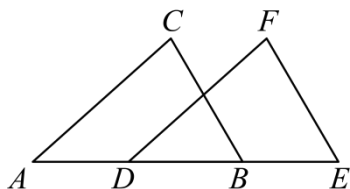


【变式1】 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，已知 $AB = DE$ ， $\angle B = \angle E$ ，请补充一组相等的边，使两个三角形全等，可以是_____。

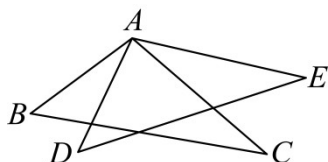
【变式2】 如图，已知点 A 、 B 、 C 、 D 在同一直线上， $AE = BF$ ， $CE = DF$ ，如果要运用“SSS”来证明 $\triangle AEC \cong \triangle BFD$ ，可以添加的条件是_____。（只需写出一种情况）



【变式3】 如图，已知 $AC \parallel DF$ ， $CB \parallel FE$ ，添加一个条件，使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，这个条件可以是_____（填写一个即可）。

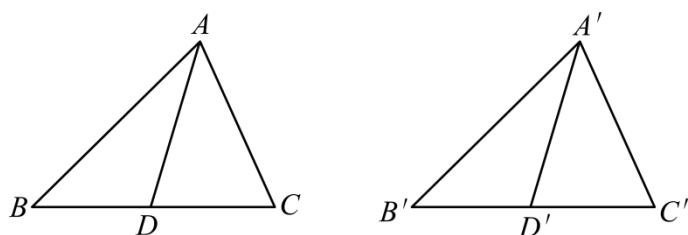


【变式4】 如图，已知 $AC = AE$ ， $\angle BAD = \angle CAE$ ，要使 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，还需添加一个条件，这个条件可以是_____。（写出一个即可）



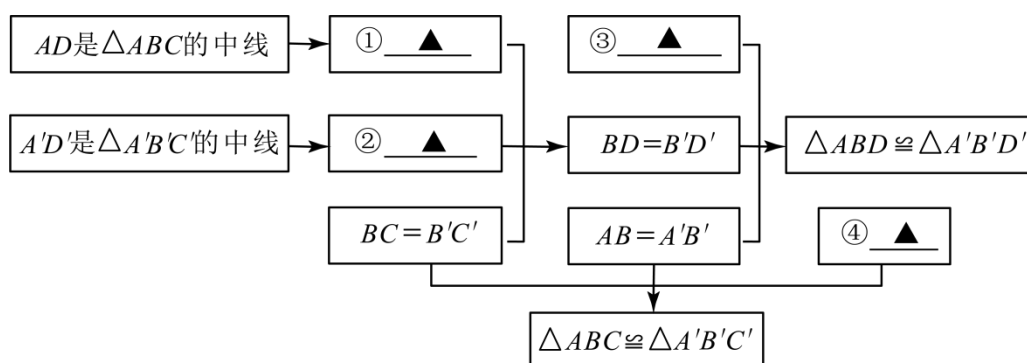
题型 08 全等三角形性质与判定的综合

【典例 1】 如图， AD ， $A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中 BC ， $B'C'$ 边上的中线。



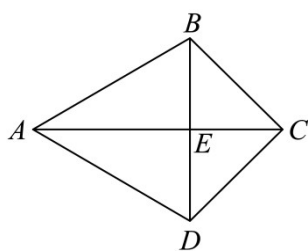
(1) 若 $AD = A'D'$ ， $AB = A'B'$ ， $BC = B'C'$ 。求证： $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 。

证明的途径可以用下面的框图表示，请填写其中的空格。

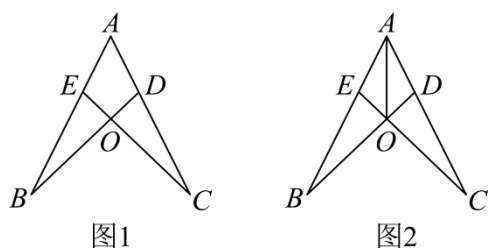


(2) 若将 (1) 中的条件改为“ $AD = A'D'$ ， $AB = A'B'$ ， $AC = A'C'$ ”，判断 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是否仍然全等，并说明理由。

【变式 1】 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ， $BC = CD$ 。求图中有几对全等三角形？并选其中一对加以证明。

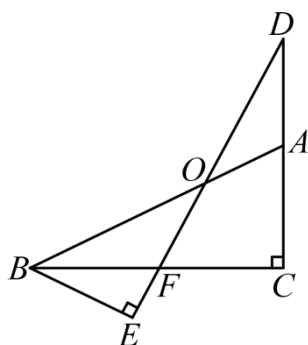


【变式 2】 已知： $AB = AC$ ， $BE = CD$ 。



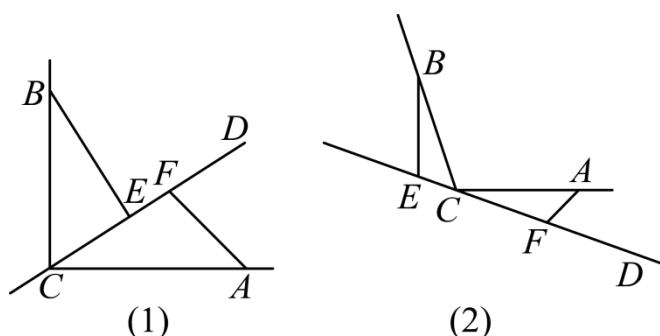
- (1) 如图 1，试说明： $\angle B = \angle C$ ；
- (2) 如图 2，连接 AO ，若 $\angle EAO = \angle DAO$ ，不添加任何辅助线，直接写出图中所有的全等三角形。

【变式 3】 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 在 CA 的延长线上， $BE \perp DF$ 于点 E ， $AB = DF$ ， BC 平分 $\angle ABE$



- (1) 求证： $AC = CF$ ；
- (2) 若 F 是 BC 的中点， $OA = OF$ ， $S_{\triangle BOF} = 5$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。

【变式 4】 CD 是经过 $\angle BCA$ 顶点 C 的一条直线， $CA = CB$ ， E 、 F 分别是直线 CD 上两点，且 $\angle BEC = \angle CFA = \angle \alpha$ 。

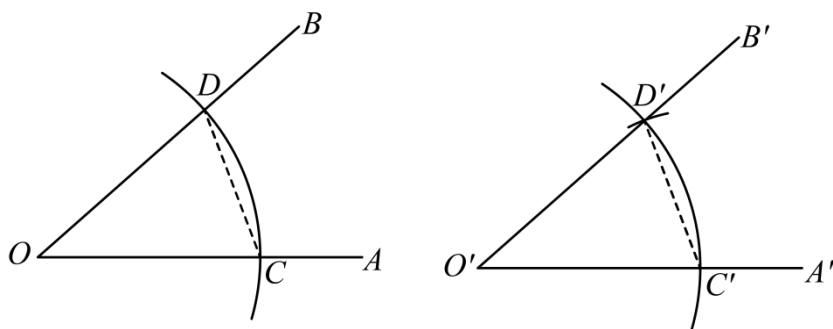


- (1) 如图 (1)，若直线 CD 经过 $\angle BCA$ 的内部，且 E 、 F 在射线 CD 上，当 $\angle BCA = \angle \alpha = 90^\circ$ 时，线段 BE 与 CF 有怎样的大小关系？并说明理由。
- (2) 如图 (2)，若直线 CD 经过 $\angle BCA$ 的外部，当 $\angle BCA = \angle \alpha > 90^\circ$ 时，则 EF 、 BE 、 AF 三条线段之间有何关系？

怎样的数量关系？并说明理由．

题型 09 尺规作图

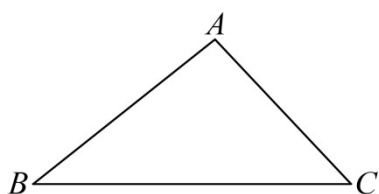
【典例 1】 如图，用直尺和圆规作一个角 $\angle A'O'B'$ 等于已知角 $\angle AOB$ ，请根据所学的三角形全等的有关知识，说明得出 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的依据是_____．



【变式 1】 尺规作图．

已知： $\triangle ABC$ （如图）．

求作： $\triangle A_1B_1C_1$ ，使 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 全等．

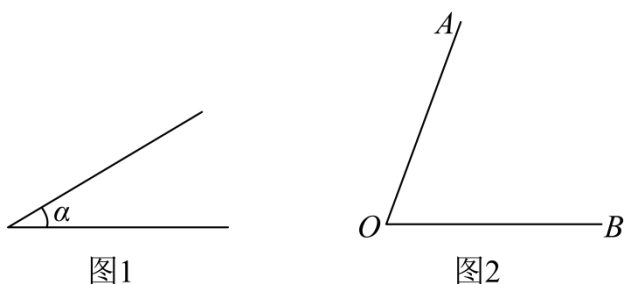


要求：

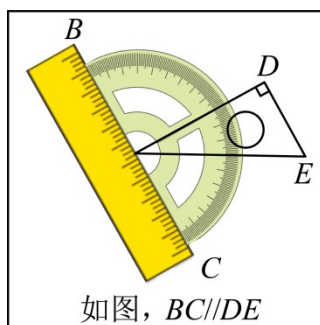
(1) 不写作法，保留作图痕迹；

(2) 写出作图时选取的相等的边或角．

【变式 2】 已知： $\angle \alpha$ ， $\angle AOB$ （图 1、图 2）．在图 2 中，以 OB 为一边，在 $\angle AOB$ 的内部作 $\angle BOC = \angle \alpha$ （要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）．

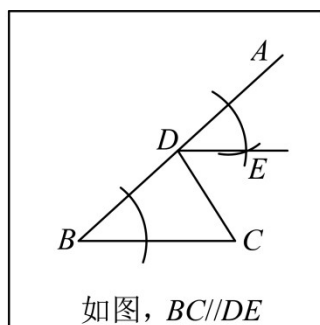


【变式3】 已知直线 BC ，小明和小亮想画出 BC 的平行线，他们的方法如下：



如图， $BC \parallel DE$

(小明)



如图， $BC \parallel DE$

(小亮)

下列说法正确的是()

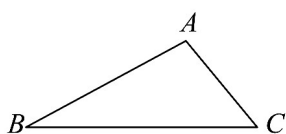
A. 小明的方法正确，小亮的方法不正确 B. 小明的方法不正确，小亮的方法正确

C. 小明、小亮的方法都正确

D. 小明、小亮的方法都不正确

【变式4】 通过“三角形全等的判定”的学习，大家知道“两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等”是一个基本事实，可以判定两个三角形全等；而满足条件“两边和其中一边所对的角分别相等”的两个三角形全等吗？下面请你来探究。

任务：已知 $\triangle ABC$ ，求作 $\triangle DEF$ ，使 $EF=BC$ ， $\angle E=\angle B$ ， $DF=AC$ （即两边和其中一边所对的角分别相等）。



(1) **【实践与操作】** 请依据下面的步骤，用尺规完成作图过程（保留作图痕迹）；

①作线段 $EF=BC$ ；

②在线段 EF 的上方作 $\angle MEF=\angle B$ ；

③作 $FD=AC$ ，交射线 EM 于点 D ；

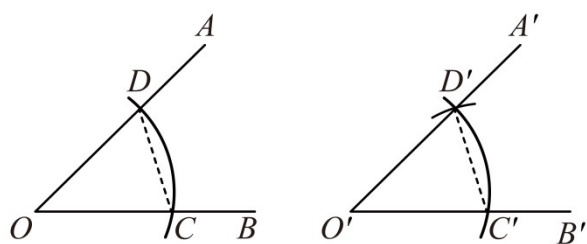
④连接 DF 得所求三角形。

(2) **【观察与小结】** 观察你作的图形，你会发现满足条件的三角形有_____个；其中_____（填三角形的名称）与 $\triangle ABC$ 不全等。

因此可得：“两边和其中一边所对的角分别相等的两个三角形全等”是：_____命题。（填“真”或“假”）

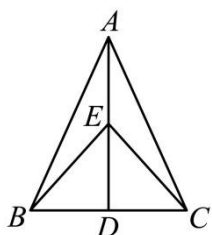
强化训练

1. 用直尺和圆规作一个角等于已知角，如图，能得出 $\angle AOB = \angle A'O'B'$ 的依据是 ()



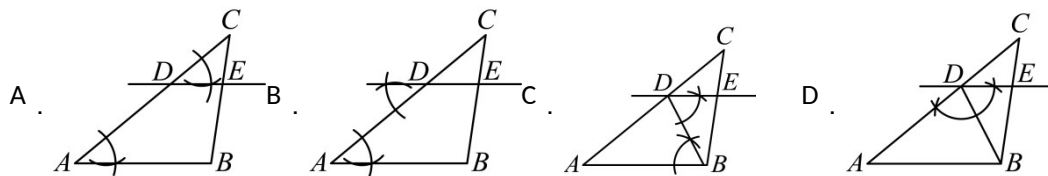
- A. SSS B. SAS C. ASA D. AAS

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BE = CE$ ，直接利用“SSS”可以判定 ()

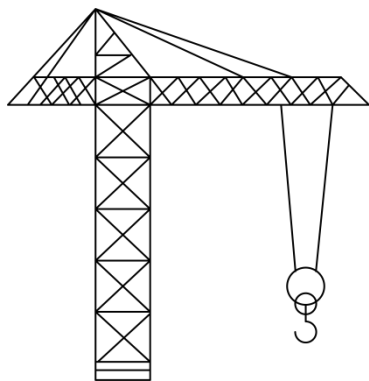


- A. $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ B. $\triangle ABE \cong \triangle DCE$
C. $\triangle ABE \cong \triangle ACE$ D. $\triangle BED \cong \triangle CED$

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 为 AC 边上一点，现要利用尺规作图过点 D 作 $DE \parallel AB$ ，下列作法不可行的是 () .



4. 如图，建筑工地上的塔吊机的框架由数个三角形拼接而成，其数学依据是 ()



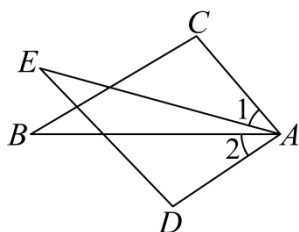
A. 两点之间线段最短

B. 三角形内角和为 180°

C. 三角形具有稳定性

D. 三角形两边的和大于第三边

5. 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$, $AC = AD$ ，添加下列条件之一：① $AB = AE$ ；② $BC = ED$ ；③ $\angle C = \angle D$ ；④ $\angle B = \angle E$ 。其中能使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ 成立的有 ()



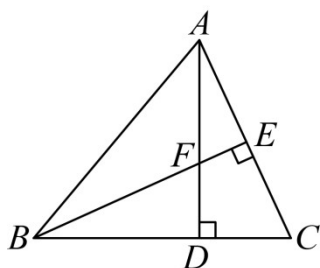
A. 1个

B. 2个

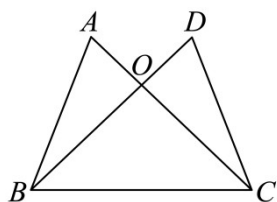
C. 3个

D. 4个

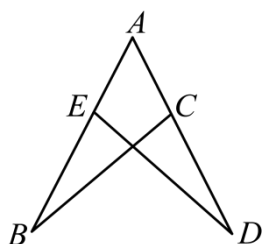
6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 和 BE 是两条高线，相交于点 F ，若 $AC = BF$ ， $BD = 5$ ， $CD = 2$ ，则 $AF =$ _____。



7. 如图，已知 $AB = CD$ ，如果要利用“SAS”证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 成立，那么还需增加一个条件_____。



8. 如图，已知：点 E 、 C 分别在线段 AB 、 AD 上， $AE = AC$ ，请加入一个条件_____，使得 $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ 。



9. 如图¹是一乐谱架，利用立杆可进行高度调节，图²是底座部分的平面图，其中支撑杆 $AB = AC$ ， E ， F 分别为 AB ， AC 的中点， ED ， FD 是连接立杆和支撑杆的支架，且 $ED = FD$ ．立杆在伸缩过程中（不加任何其余线段），利用两个三角形全等，总能得到 $\angle EAD = \angle FAD$ ，则判定两个三角形全等的依据是__（填字母）．



图1

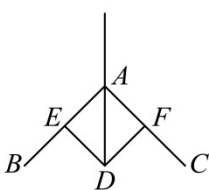
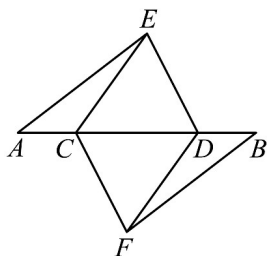
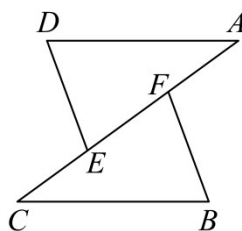


图2

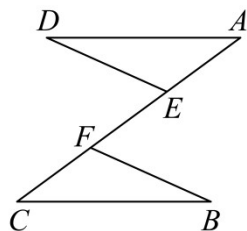
10. 如图，点 A 、 C 、 D 、 B 在同一条直线上，点 E 、 F 分别在直线 AB 的两侧， $AE = BF$ ， $CE = DF$ ， $AD = BC$ ．求证： $\triangle ACE \cong \triangle BDF$ ．



11. 如图， $AD = CB$ ， E ， F 是 AC 上的两个动点，且 $DE = BF$ ．



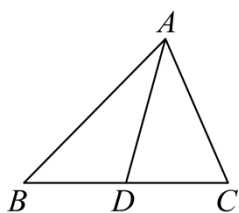
图①



图②

- (1) 若点 E ， F 运动至图①所示的位置，且 $AF = CE$ ．试说明： $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ ．
- (2) 若点 E ， F 运动至图②所示的位置，仍有 $AF = CE$ ，则 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ 还成立吗？请说明理由．
- (3) 若点 E ， F 不重合，且 $AF = CE$ ，则 AD 和 CB 平行吗？请说明理由．

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 的中点，连接 AD .



尺规作图：过点 C 作 $CE \parallel AB$ ，交 AD 的延长线于点 E （保留作图痕迹，不写作法）.

13. 已知线段 AB 、 BC ， $AB < BC$ ， $\angle ABC = \angle BCM$ ，且 AB 与 CM 不平行 .

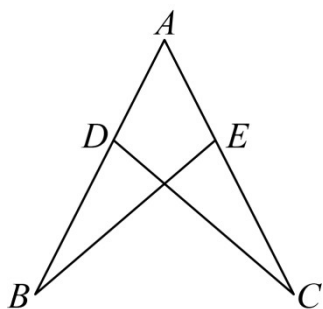


(1) 请你用直尺和圆规作出射线 CM ；（保留作图痕迹，不写作法）

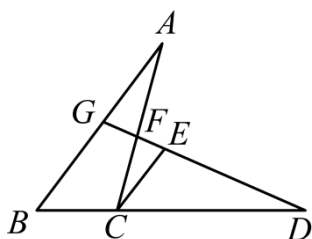
(2) 点 D 在线段 BC 上，点 E 在射线 CM 上. 请你用直尺和圆规在 (1) 所作的图中作出点 D 和点 E ，使得 $AD = DE$ ， $\angle ADE = \angle B$ ；（保留作图痕迹，不写作法）

(3) 根据 (2) 中的作图痕迹，说明点 D 和点 E 符合题意 .

14. 如图， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 全等吗？为什么？



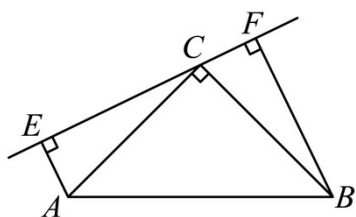
15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 延长线上一点，满足 $CD = BA$ ，过点 C 作 $CE \parallel AB$ ，且 $CE = BC$ ，连接 DE 并延长，分别交 AC ， AB 于点 F ， G .



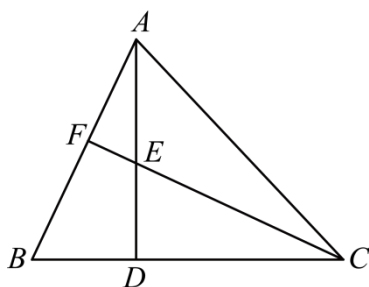
(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DCE$ ；

(2) 若 $BD = 12$ ， $AB = 2CE$ ，求 BC 的长度。

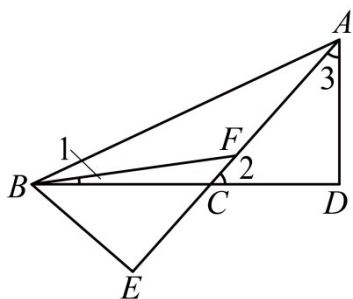
16. 已知 $\triangle ABC$ 中， $CA = CB$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，一直线过顶点 C ，过 A ， B 分别作其垂线，垂足分别为 E ， F ，求证： $\triangle AEC \cong \triangle CFB$ 。



17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， $CF \perp AB$ 于点 F ， AD 与 CF 相交于点 E ，且 $CE = AB$ ，请说明 $BC = BD + AD$ 的理由。



18. 如图，已知 AD, BE 为 $\triangle ABC$ 的两条高，点 F 在 AE 上，已知 $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2$ ， $BF = AC = 5$ ， $AD = 4$ 。



(1) 求证： $\triangle ACD \cong \triangle FBE$ 。

(2) 若 $AF = \frac{13}{4}$ ，求 CE 的长度。