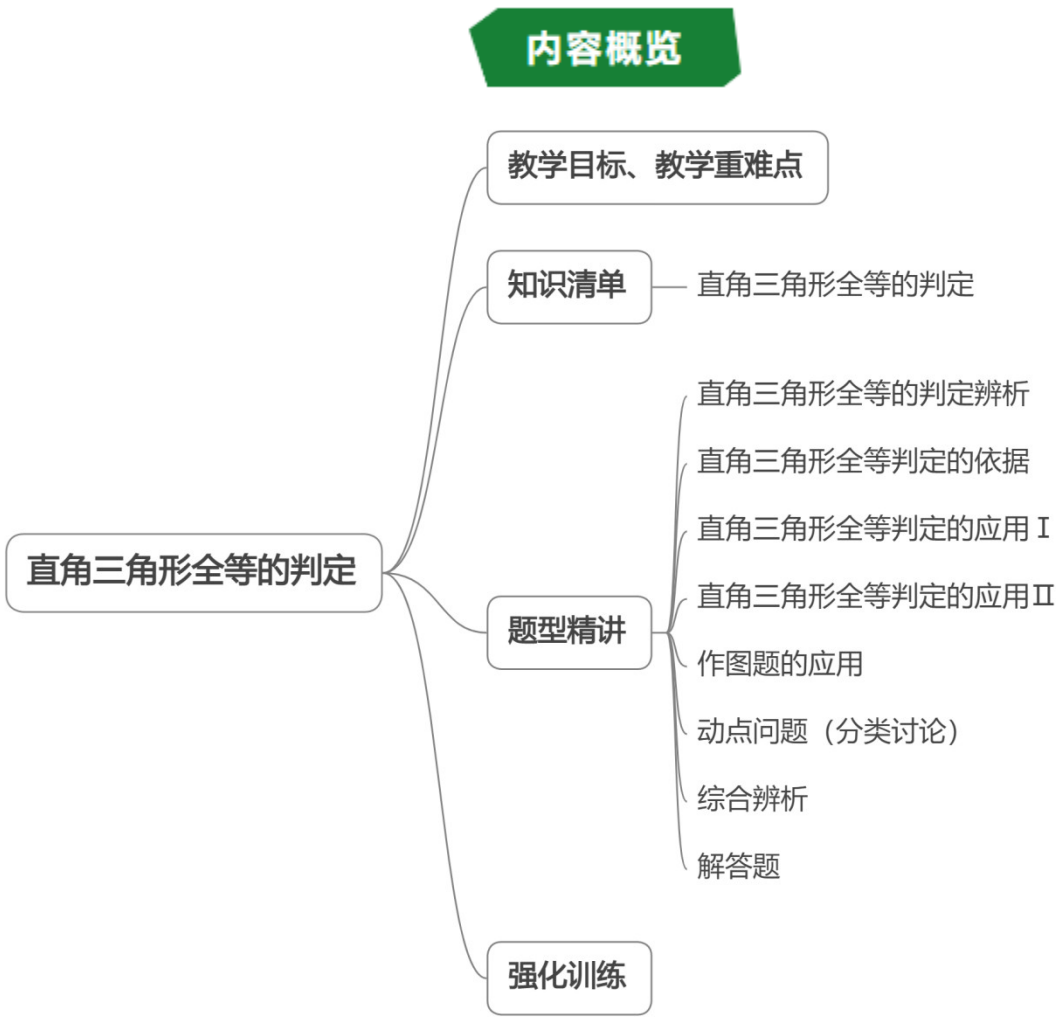


专题 22.2 直角三角形全等的判定



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 学会直角三角形的“HL”判定定理； 2. 利用直角三角形的判定定理求解； 3. 掌握直角三角形的判定定理证明。
教学重难点	1.重点 (1) 作图操作引出直角三角形全等的判定定理； (2) 证明直角三角形全等的判定定理； (3) 直角三角形全等判定的另一种方法； (4) 直角三角形全等的判定定理的应用。

2.难点

- (1) 直角三角形全等的判定的有关证明；
- (2) 直角三角形全等的判定的综合应用。

知识清单

知识点1 直角三角形全等的判定

复习引入：在“三角形”一章中，我们已经知道，在两个三角形中如果仅已知两边分别相等且一组等边的对角相等，一般不能判定这两个三角形全等.但如果这两个三角形对应相等的角是直角，它们全等吗？

操作：

如图 22-1-6,已知线段 b 、 c ($c > b$).

求作 $\text{Rt}\triangle ABC$,使 $\angle ACB=90^\circ$, $AB=c$, $AC=b$.

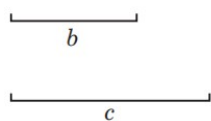


图 22-1-6

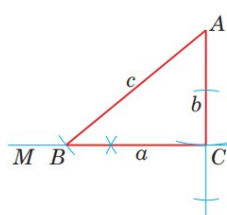


图 22-1-7

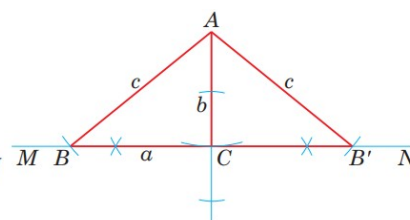


图 22-1-8

作法：

- (1) 作线段 $AC=b$;
- (2) 过点 C 作直线 $MN \perp AC$;
- (3) 以点 A 为圆心、以 c 的长为半径作弧，交直线 MN 于点 B ;
- (4) 连接 AB . $\triangle ABC$ 就是所求的直角三角形(图 22-1-7).

思考：

上面以点 A 为圆心、以 c 的长为半径作弧，还可交直线 MN 于另一点 B' ,从而作出了满足要求的另一个直角三角形 $\triangle AB'C$ (图 22-1-8),它与 $\triangle ABC$ 全等吗?为什么?

分析 如图 22-1-8, $\triangle ABB'$ 是等腰三角形，从而 $\angle B = \angle B'$. 又由 $\angle ACB = \angle ACB'$, $AB = AB'$, 即可证得

$$\triangle ABC \cong \triangle AB'C.$$

进一步可以证明直角三角形全等的判定定理：

定理 如果两个直角三角形的斜边和一条直角边对应相等，那么这两个直角三角形全等。

(有资料显示，该定理可以简写成“斜边、直角边”或“HL”)

如图 22-1-9,已知：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 中， $\angle C=\angle C'=90^\circ, AC=A'C', AB=A'B'$ 。

求证： $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle A'B'C'$ 。

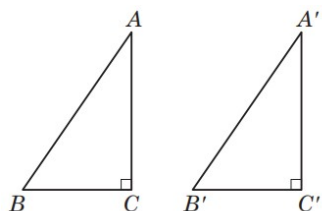


图 22-1-9

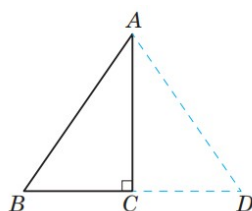


图 22-1-10

证明 如图 22-1-10,延长 BC 到点 D ,使得 $CD=C'B'$,连接 AD .又因为 $\angle ACD=\angle A'C'B'=90^\circ, AC=A'C'$,所以

$\triangle ACD \cong \triangle A'C'B'$.由此得 $AD=A'B'$.

又因为 $AB=A'B'$,所以 $AB=AD$.于是, $\triangle ABD$ 是等腰三角形,由“等腰三角形三线合一”,因为 AC 是 $\triangle ABD$ 的高,所以 $CB=CD$.又因为 $\angle ACB=\angle ACD=90^\circ, AC$ 是公共边,所以 $\triangle ACB \cong \triangle ACD$.

根据“三角形全等的传递性”,得 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

例 证明：有一条直角边和斜边上的高对应相等的两个直角三角形全等。

如图 22-1-12,已知：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 中， $\angle ACB=\angle A'C'B'=90^\circ, AC=A'C', CD \perp AB, C'D' \perp A'B'$,垂足分别为 $D, D', CD=C'D'$.求证： $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 。

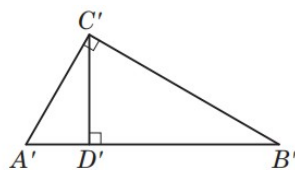
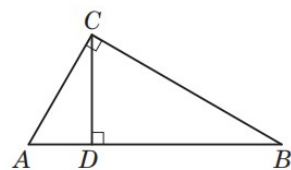


图 22-1-12

证明 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 与 $\text{Rt}\triangle A'C'D'$ 中，

$$\begin{cases} AC=A'C', \\ CD=C'D', \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ACD \cong \text{Rt}\triangle A'C'D'$ (直角三角形全等的判定定理).

$\therefore \angle A = \angle A'$.

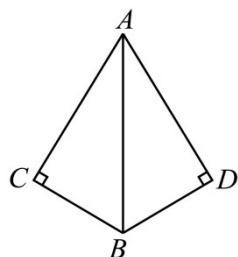
在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle A = \angle A', \\ AC = A'C', \\ \angle ACB = \angle A'C'B', \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'.$$

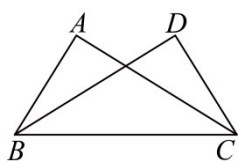
【即学即练】

1. 如图, $\angle C = \angle D = 90^\circ, BC = BD$. 可以判定 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ 的依据是 ()

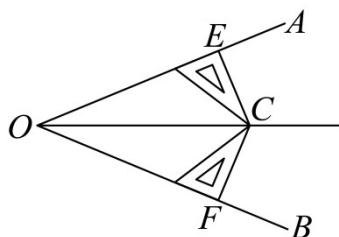


- A. HL B. ASA C. SAS D. AAS

2. 如图, 已知 $AB \perp AC, CD \perp BD$, 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 则应添加的条件是_____.

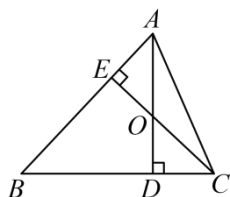


3. 如图, 将两个完全相同的直角三角板按如图所示方式放置, 使得顶点 C 重合, $\angle OEC = \angle OFC = 90^\circ$, 若 $\angle AOB = 50^\circ$, 则 $\angle OCE$ 的度数是 ()

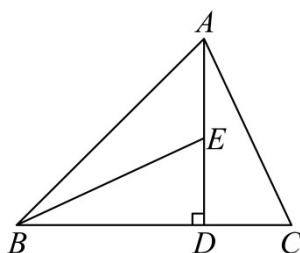


- A. 60° B. 65° C. 75° D. 80°

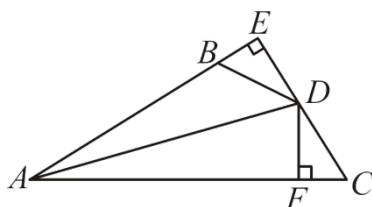
4. 如图, 已知 AD, CE 是 $\triangle ABC$ 的两条高线, $AD = CE$, $\angle CAD = 25^\circ$, 则 $\angle OCD =$ _____ 度.



5. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, $AD = BD$, $BE = AC$, $\angle BAC = 70^\circ$, 则 $\angle DBE$ 大小为_____.



6. 如图, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , 若 $BD = CD$, $BE = CF$, 且 $AC = 18$, $BE = 4$, 求 AB 的长.



题型精讲

题型 01 直角三角形全等的判定辨析

【典例 1】. 判断两个直角三角形全等的方法不正确的有 ()

- A. 两条直角边对应相等 B. 斜边和一锐角对应相等
C. 斜边和一条直角边对应相等 D. 两个锐角对应相等

【变式 1】. 下列命题中, 假命题是 ()

- A. 两个锐角对应相等的两个直角三角形全等
B. 斜边及一锐角对应相等的两个直角三角形全等
C. 两条直角边对应相等的两个直角三角形全等
D. 一条直角边和斜边对应相等的两个直角三角形全等

【变式 2】. 下列结论中错误有 ()

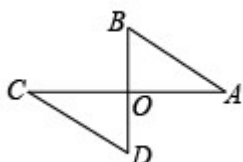
- ① 两条直角边分别相等的两个直角三角形全等
② 两边及第三边上的高对应相等的两个三角形全等
③ 两个锐角对应相等的两直角三角形全等
④ 有两边及一角对应相等的两个三角形全等
⑤ 一锐角和斜边对应相等的两直角三角形全等

⑥两边及其中一边上的高对应相等的两三角形全等

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 5个

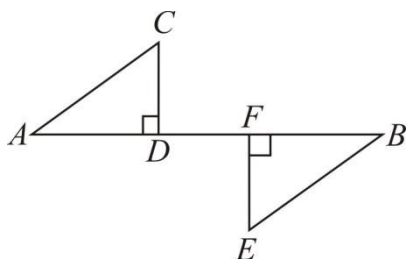
题型 02 直角三角形全等判定的依据

【典例 1】. 如图，已知 $AC \perp BD$ ，垂足为 O ， $AO = CO$ ， $AB = CD$ ，则可得到 $\triangle AOB \cong \triangle COD$ ，理由是 ()



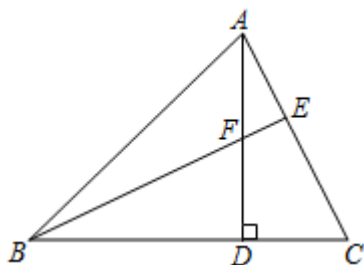
- A. HL B. SAS C. ASA D. SSS

【变式 1】. 如图， $CD \perp AB$ 于点 D ， $EF \perp AB$ 于点 F ， $CD = EF$ 。要根据“HL”证明 $Rt\triangle ACD \cong Rt\triangle BEF$ ，则还需要添加的条件是 ()



- A. $\angle A = \angle B$ B. $\angle C = \angle E$ C. $AC = BE$ D. $AD = BF$

【变式 2】. 如图， AD 为 $\triangle ABC$ 的高， E 为 AC 上一点， BE 交 AD 于点 F ，且有 $BF = AC$ ， $FD = CD$ ，则 $\triangle BFD \cong \triangle ACD$ 的理由根据是 ()

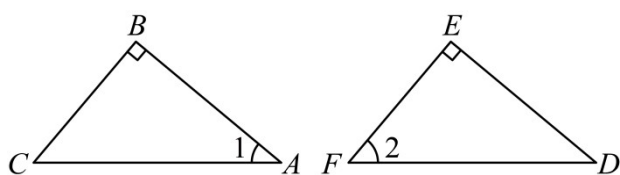


- A. SSS B. SAS C. ASA D. HL

题型 03 直角三角形全等判定的应用

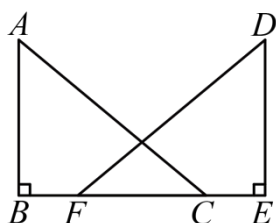
【典例 1】. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle DEF$ 中， $\angle B = \angle E = 90^\circ$ ， $AB = DE$ ， $AC = DF$ ， $\angle 1 = 40^\circ$ ，则

$$\angle 2 = (\quad)$$

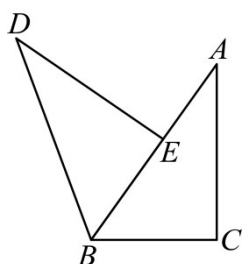


- A . 40° B . 50° C . 60° D . 75°

【变式1】 . 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中， $\angle B = \angle E = 90^\circ$ ， $AC = DF$ ， $AB = DE$ ，若 $\angle A = 50^\circ$ ，则 $\angle DFE = \underline{\hspace{2cm}}$.



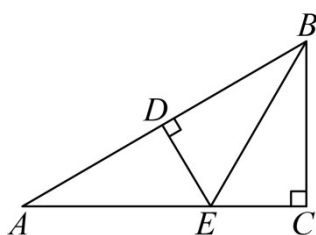
【变式2】 . 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBE$ 按如图所示的位置放置，已知 $\angle C = 90^\circ$ ， $DE \perp AB$ ，且 $AB = DB$ ， $AC = DE$. 若 $\angle A = 35^\circ$ ，则 $\angle CBD$ 的度数为 ()



- A . 130° B . 110° C . 100° D . 120°

题型 04 直角三角形全等判定的应用II

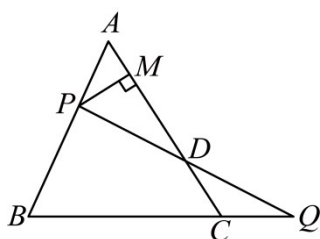
【典例1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $DE \perp AB$ 于点 D ， $BC = BD$. 如果 $AC = 4\text{cm}$ ，那么 $AE + DE = (\quad)$



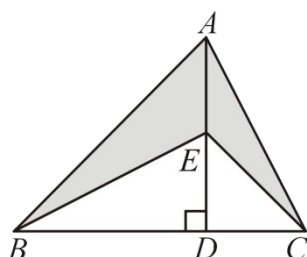
- A . 2cm B . 4cm C . 3cm D . 5cm

【变式1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， P 为边 AB 上一点， Q 为 BC 延长线上一点，且 $PA = CQ$ ，连接 PQ 交边

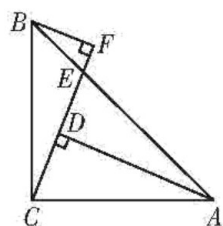
AC 于点 D ，且 $PD = QD$ ， $PM \perp AC$ 于点 M 。若 $AC = 8$ ，则 DM 的长为_____。



【变式 2】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BC 边上的高 $AD = BD$ ，点 E 为边 AD 上的点，且 $BE = AC$ ，若 $S_{\triangle ABD} - S_{\triangle ECD} = 18$ ，则图中阴影部分面积为_____。

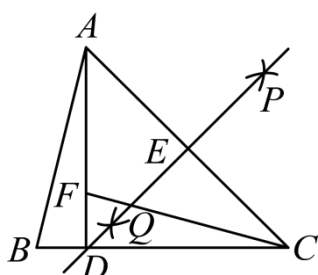


【变式 3】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ，点 E 在边 AB 上，连接 CE ，分别过点 A, B 作 $AD \perp CE$ 于点 D ， $BF \perp CE$ 交 CE 的延长线于点 F 。若 $DC = BF$ ，则 $\angle BCA$ 的度数是_____。



题型 05 作图题的应用

【典例 1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 75^\circ$ ，分别以点 A, C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧，两弧在 AC 两侧分别交于点 P, Q ，作直线 PQ ，交 BC 于点 D ，交 AC 于点 E ， F 是 AD 上一点，且 $AB = CF$ ，若 $\angle DAC = 45^\circ$ ，则 $\angle ACF$ 的度数为_____。



【变式 1】 综合实践课上，老师发给每人一张印有 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的卡片，如图 1，然后要求同学们画一个与

$\text{Rt}\triangle ABC$ 全等的三角形．嘉淇同学先画出了 $\angle MB'N = 90^\circ$ 后，后续的作图步骤如图 2 所示，则能判定

$\text{Rt}\triangle A'B'C' \cong \text{Rt}\triangle ABC$ 的依据是 ()

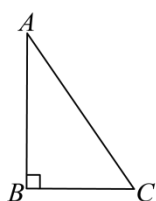


图1

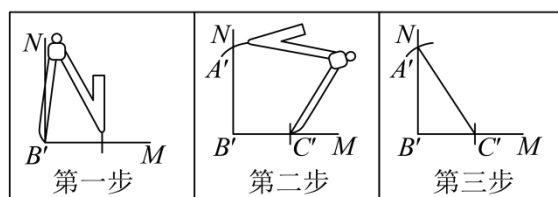


图2

A . SAS

B . SSS

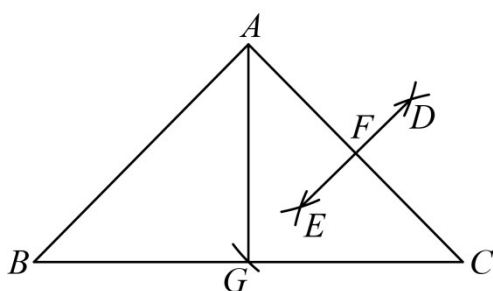
C . HL

D . AAS

【变式 2】 ．如图，分别以 $\triangle ABC$ 的顶点 A, C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径画弧，两弧相交于 D, E 两

点，连接 ED 交 AC 于 F ，再以 F 为圆心， FC 为半径画弧，交 BC 于点 G ，连接 AG ．若 $AB = AC$ ，则下

列说法不一定正确的是 ()



A . $AG \perp BC$

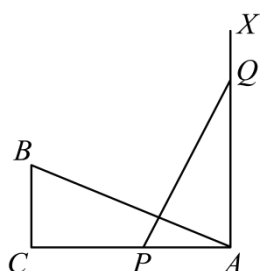
B . $\angle BAG = \angle CAG$

C . $AG = BG$

D . $BG = CG$

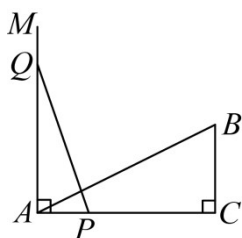
题型 06 动点问题 (分类讨论)

【典例 1】 ．如图， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 10$ ， $BC = 5$ ，线段 $PQ = AB$ ， P, Q 两点分别在 AC 和过点 A 且垂直于 AC 的射线 AX 上运动，问 P 点运动到_____位置时，才能使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle APQ$ 全等．

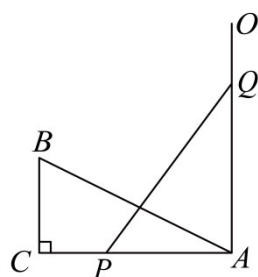


【变式 1】 ．如图， $\angle C = \angle CAM = 90^\circ$ ， $AC = 8\text{cm}$ ， $BC = 4\text{cm}$ ，点 P 在线段 AC 上，以每秒 2cm 的速度从

点 A 出发向 C 运动，到点 C 停止运动，点 Q 在射线 AM 上运动，且 $PQ = AB$ ，当点 P 的运动时间为_____秒时， $\triangle ABC$ 才能和 $\triangle PQA$ 全等。

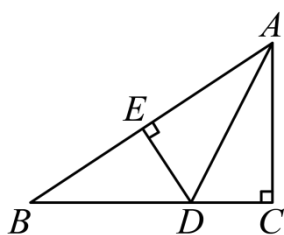


【变式2】 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 16\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，线段 $PQ = AB$ ， P ， Q 两点分别在 AC 和过点 A 且垂直于 AC 的射线 AO 上运动，点 P 从点 A 运动到点 C ，点 P 的运动速度为每秒钟 2cm ，当运动时间为_____秒时， $\triangle ABC$ 和 $\triangle PQA$ 全等。



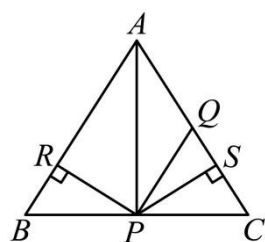
题型 07 综合辨析

【典例1】 如图所示，已知 $AC \perp BC$ ，点 E 在 AB 上， $AE = AC$ ， $DE \perp AB$ ，则下列结论不成立的是 ()



- A. AD 平分 $\angle BAC$ B. $\angle BAC = \angle BDE$ C. $DC = DE$ D. $\angle ADE = \angle BDE$

【变式1】 如图，在三角形 ABC 中， $AQ = PQ$ ， $PR = PS$ ， $PR \perp AB$ 于点 R ， $PS \perp AC$ 于点 S ，则下列结论：① $AS = AR$ ；② $QP \parallel AR$ ；③ $\triangle BPR \cong \triangle QSP$ 。其中结论正确的是 ()。



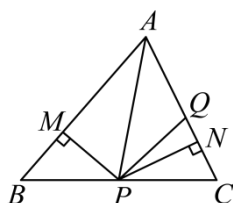
A . ①②③

B . ①②

C . ①

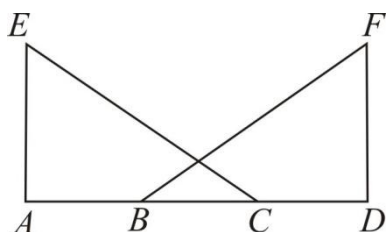
D . ①③

【变式2】 . 如图，在三边都不相等的 $\triangle ABC$ 中， $PM \perp AB$ ，垂足为 M ， $PN \perp AC$ ，垂足为 N ，且 $PM = PN$ ， Q 在 AC 上， $PQ = QA$ ，下列结论：① $AN = AM$ ；② $QP \parallel AM$ ；③ $AB:AC = BP:PC$ ；④ $\angle AQP + \angle B = 180^\circ$ ，其中正确的有_____个。

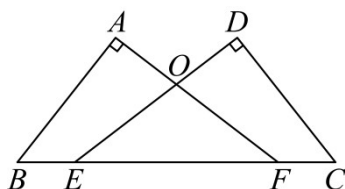


题型 08 解答题

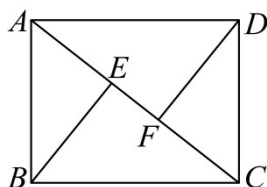
【典例1】 . 如图， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AE = DF$ ， $EC = FB$ ，求证： $AB = CD$ 。



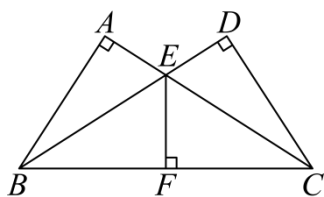
【变式1】 . 如图，已知 $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， E 、 F 在线段 BC 上， DE 与 AF 交于点 O ，且 $AF = DE$ ， $BE = CF$ 。求证： $OE = OF$ 。



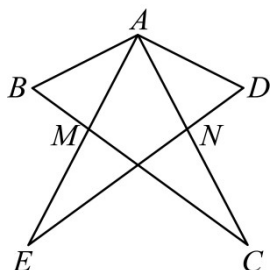
【变式2】 . 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $BE \perp AC$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分别为 E ， F ， $AF = CE$ ， $AB = CD$ 。求证： $BE = DF$ 。



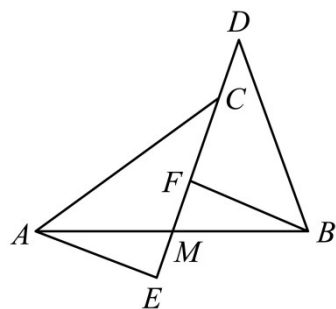
【变式3】 . 如图， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AC = DB$ ， AC 和 BD 相交于点 E ， $\angle BEC$ 的平分线交 BC 于点 F 。求证： $EF \perp BC$ 。



【变式4】 . 如图， $AB = AD$ ， $BC = DE$ ，且 $BA \perp AC$ ， $DA \perp AE$. 求证： $\angle C = \angle E$.



【变式5】 . 如图所示，点 M 是线段 AB 上一点， ED 是过点 M 的一条直线，连接 AE 、 BD ，过点 B 作 $BF \parallel AE$ 交 ED 于 F ，且 $EM = FM$.



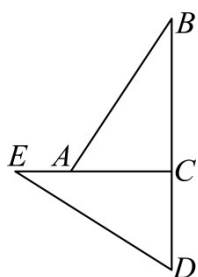
- (1) 若 $AE = 5$ ，求 BF 的长；
- (2) 若 $\angle AEC = 90^\circ$ ， $AC = DB$ ，求证： $\angle ACE = \angle D$.

强化训练

一、单选题

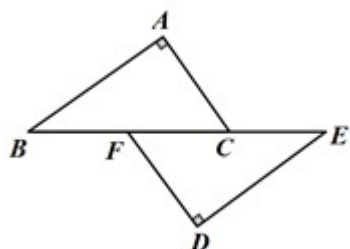
1. 下列可以判定两个直角三角形全等的条件是 ()
 - A. 斜边相等
 - B. 面积相等
 - C. 两对锐角对应相等
 - D. 两对直角边对应相等
2. 如图， $EC \perp BD$ ，垂足为 C ， A 是 EC 上一点，且 $AC = CD$ ，连接 AB 、 ED ， $AB = DE$. 若 $AC = 3.5$ ，

$BD=9$ ，则 CE 的长为 ()



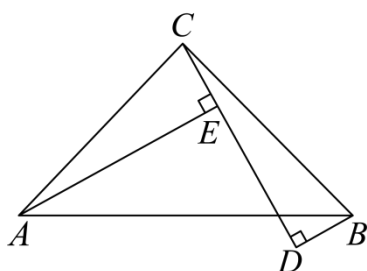
- A . 5.5 B . 2.5 C . 3 D . 2

3. 如图，点 B 、 F 、 C 、 E 在一条直线上， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ， $AB = DE$ ，添加下列选项中的条件，能用 HL 判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是 ()



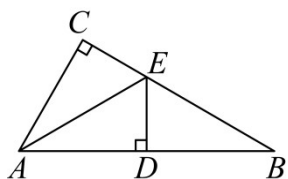
- A . $AC = DF$ B . $\angle B = \angle E$ C . $\angle ACB = \angle DFE$ D . $BC = EF$

4. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $AE = CD$ ， $AE \perp CE$ 于点 E ， $BD \perp CD$ 于点 D ， $AE = 7$ ， $BD = 2$ ，则 DE 的长是 ()



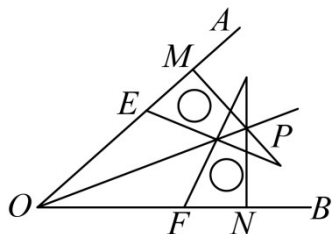
- A . 7 B . 5 C . 3 D . 2

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 在 AB 上， $AD = AC$ ，点 E 在 BC 上， $DE \perp AB$ ，若 $\angle B = 28^\circ$ ，则 $\angle AED =$ ()



- A . 28° B . 62° C . 59° D . 58°

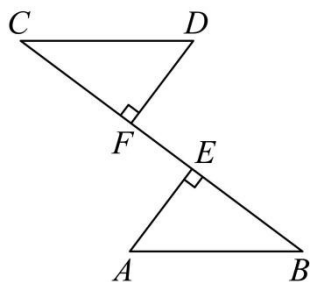
6. 如图，在 $\angle AOB$ 中摆放两个相同的直角三角板，两个三角板的一条直角边 EM, FN 分别与边 OA, OB 重合，两个三角板的长直角边交于点 P ，作射线 OP ，若 $S_{\triangle OMP} = 6$ ， $PM = PN$ ，则 $S_{\text{四边形} ONPM}$ 为 ()



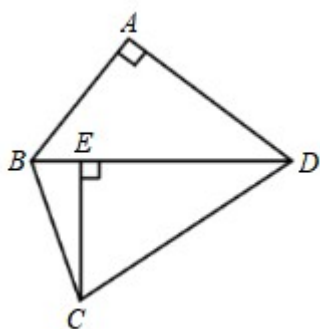
- A . 3 B . 6 C . 12 D . 16

二、填空题

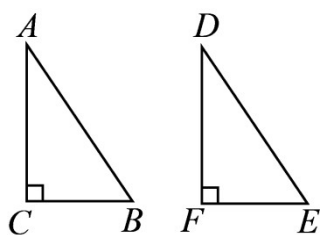
7. 如图， $AB = DC$ ， $AE \perp BC$ ， $DF \perp BC$ ，要根据“HL”证明 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle DCF$ ，则还需要添加一个条件是_____.



8. 如图，四边形 $ABCD$ ，连接 BD ， $AB \perp AD$ ， $CE \perp BD$ ， $AB = CE$ ， $BD = CD$ 。若 $AD = 5$ ， $CD = 7$ ，则 $BE =$ _____.



9. 结合如图，用符号语言表达定理“斜边和一条直角边分别相等的两个直角三角形全等”的推理形式：



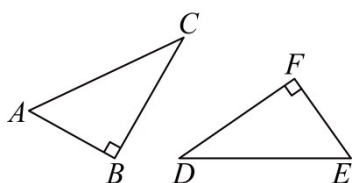
在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle DEF$ 中， $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ，

$$AC = DF，$$

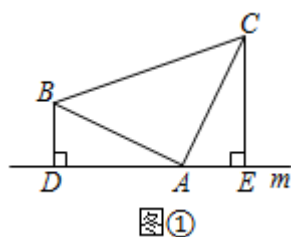
$\therefore Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle DEF$ 。

10. 下列说法中，①斜边和一直角边对应相等的两个直角三角形全等；②有两边和它们的夹角对应相等的两个直角全角形全等；③一锐角和斜边对应相等的两个直角三角形全等；④两个锐角对应相等的两个直角三角形全等，其中正确的是_____（填序号）

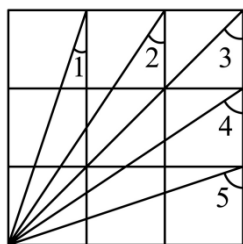
11. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle DEF$ 中， $\angle B = \angle F = 90^\circ$ ， $AB = EF$ ， $AC = DE$ 。若 $\angle C = 35^\circ$ ，则 $\angle E =$ _____
°。



12. 如图，点 D 、 A 、 E 在直线 m 上， $AB = AC$ ， $BD \perp m$ 于点 D ， $CE \perp m$ 于点 E ，且 $BD = AE$ 。若 $BD = 3$ ， $CE = 5$ ，则 $DE =$ _____

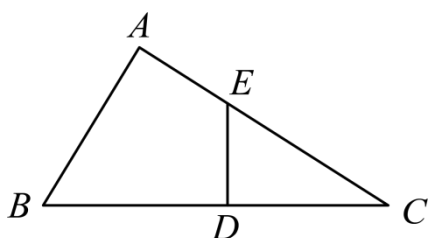


13. 如图是由九个边长为 1 的小正方形拼成的大正方形，图中 $\angle^1 + \angle^2 + \angle^3 + \angle^4 + \angle^5$ 的度数为_____。

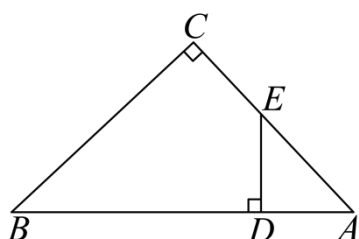


14. 如图， D 为 $Rt\triangle ABC$ 中斜边 BC 上的一点，且 $BD = AB$ ，过 D 作 BC 的垂线，交 AC 于 E 。若

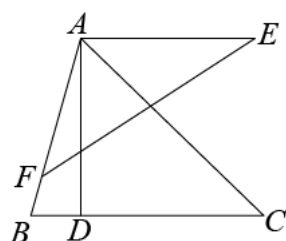
$AE = 6\text{cm}$ ，则 DE 的长为_____cm



15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 在 AB 上， $BC = BD$ ， $DE \perp AB$ 交 AC 于点 E ， $\triangle ABC$ 的周长为 12cm ， $\triangle ADE$ 的周长为 6cm ，则边 BC 的长为_____cm.

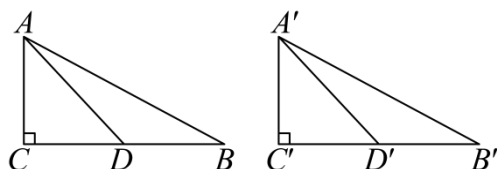


16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ，过 A 作 $AE \parallel BC$ ，且 $AE = AB$ ， AB 上有一点 F ，连接 EF 。若 $EF = AC$ ， $CD = 4BD$ ，则 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEF}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

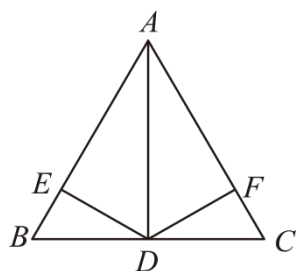


三、解答题

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中， $\angle C = \angle C' = 90^\circ$ ， $AB = A'B'$ ， AD 与 $A'D'$ 分别为 $BC, B'C'$ 边上的中线，且 $CD = C'D'$ ，求证： $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 。

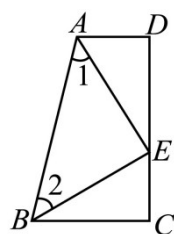


18. 如图： AD 是等腰 $\triangle ABC$ 的高， $AB = AC$ ， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，求证： $BE = CF$

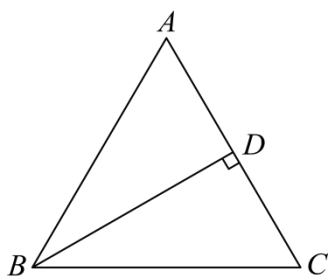


19. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle C = \angle D = 90^\circ$ ， E 是 CD 上的一点，且 $DE = BC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，求证：

$$CD = AD + BC.$$



20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BD \perp AC$ ，垂足为 D 。请按要求完成以下作图与填空：



(1) 尺规作图：过点 C 作 $CE \perp AB$ ，垂足为 E （不写作法，保留作图痕迹）；

(2) 在 (1) 的条件下，若 $BD = CE$ ，求证： $\triangle ABC$ 是等腰三角形。

证明： $\because BD \perp AC$ ， $CE \perp AB$ ，

$\therefore$ ① .

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 和 $\text{Rt}\triangle CEB$ 中，

$$\begin{cases} \text{②}, \\ BD = CE. \end{cases}$$

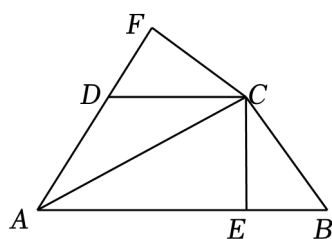
$\therefore \text{Rt}\triangle BDC \cong \text{Rt}\triangle CEB$ (③) .

$\therefore \angle DCB = \angle ECB$.

$\therefore$ ④ (等角对等边) .

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形 .

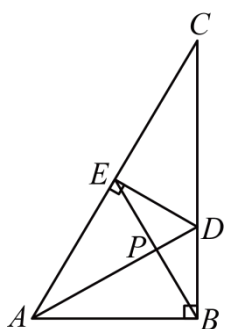
21. 如图，已知 AC 平分 $\angle BAD$ ， $CE \perp AB$ 于 E ， $CF \perp AD$ 于 F ，且 $BC = CD$ 。



(1) 求证： $\triangle BCE \cong \triangle DCF$ ；

(2) 若 $AD = 10$ ， $BE = 6$ ，求 AB 的长。

22. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， D 是 BC 上的一点，过点 D 作 AC 的垂线交 AC 于点 E ， $AE = AB$ ，连接 AD ， BE ，交于点 P 。



(1) 求证： AD 平分 BE ；

(2) 若 $\angle CDE = 60^\circ$ ，试判断 $\triangle ABE$ 的形状，并说明理由。

23. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = n^\circ$ ，作等腰 $\triangle ACD$ ，使 $AC = CD$ 。

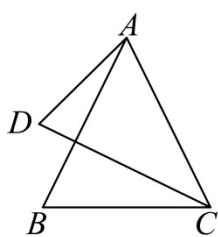


图1

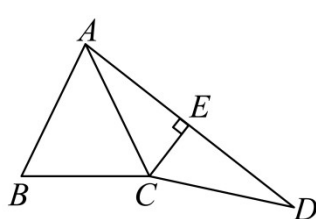


图2

(1) 如图1，若 $\angle BAC$ 与 $\angle ACD$ 互余，则 $\angle BCD =$ _____ (用含有 n 的式子表示)；

(2) 如图2，若 $\angle BAC$ 与 $\angle ACD$ 互补，过点 C 作 $CE \perp AD$ 于点 E ，求证： $BC = 2CE$ ；

(3) 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 的面积相等，则 $\angle ACD$ 的度数为多少？