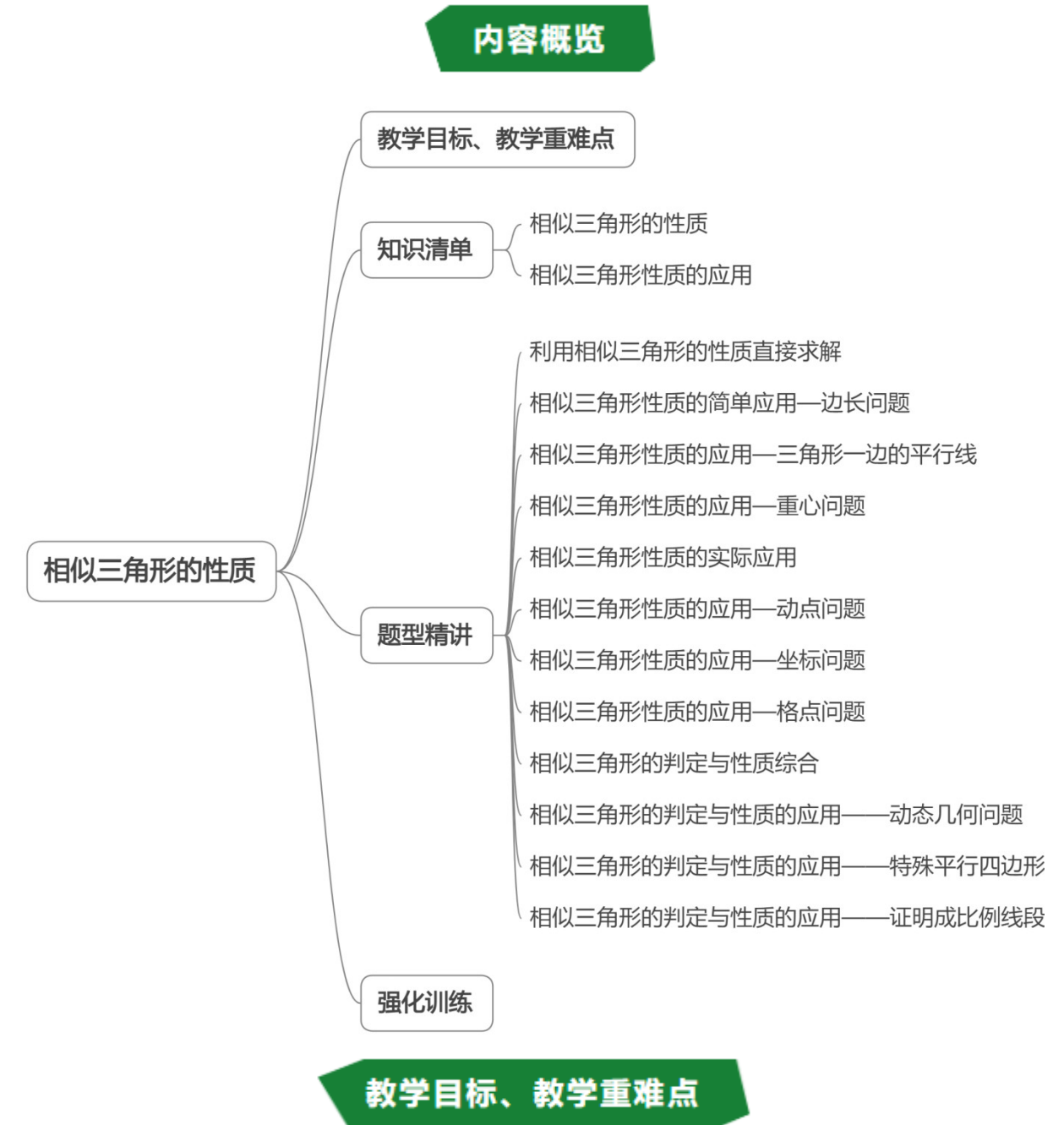


专题 24.8 相似三角形的性质



教学目标	1. 掌握相似三角形的性质； 2. 学会解决相似三角形性质的实际应用； 3. 利用相似三角形的性质与其他几何知识解决问题。
教学重难点	1.重点 (1) 利用相似三角形的性质直接求解；

	(2) 相似三角形性质的几何应用、实际应用等； (3) 相似三角形的判定与性质及其应用； 2. 难点 (1) 相似三角形性质的几何应用； (2) 相似三角形在平面坐标系的应用；分类讨论思想； (3) 相似三角形的判定与性质、比例线段的性质综合分析。
--	---

知识清单

知识点 1 相似三角形

一、相似三角形的性质

1. 根据相似三角形的定义，可以直接得到相似三角形的性质：

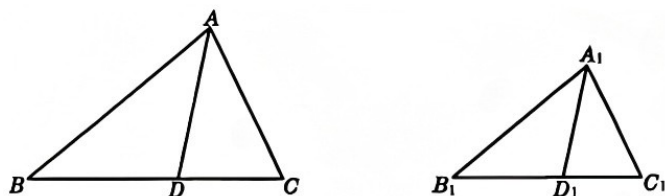
相似三角形的对应角相等，对应边的比相等。

2. 相似三角形性质定理 1 相似三角形对应高的比、对应中线的比和对应角平分线的比都等于相似比。

要点：要特别注意“对应”两个字，在应用时，要注意找准对应线段。

如图，已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ ，顶点 A、B、C 分别与 A_1 、 B_1 、 C_1 对应， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的相似比为

k ，AD、 A_1D_1 分别是 $\triangle ABC$ 、 $\triangle A_1B_1C_1$ 的角平分线。那么 $\frac{AD}{A_1D_1}$ 的值是否也等于 k ？为什么？



由已知条件可知 $\triangle ABD$ 、 $\triangle A_1B_1D_1$ ，有两个角对应相等，于是可推出结论是肯定的。

推导过程如下：

$\because \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ ，顶点 A、B、C 分别与 A_1 、 B_1 、 C_1 对应，

$\therefore \angle B = \angle B_1, \angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ (相似三角形的对应角相等)。

$\because$ AD、 A_1D_1 分别是 $\triangle ABC$ 、 $\triangle A_1B_1C_1$ 的角平分线，

即 $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC, \angle B_1A_1D_1 = \frac{1}{2} \angle B_1A_1C_1$

$\therefore \angle BAD = \angle B_1A_1D_1$ 。

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle A_1B_1D_1$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle B_1, \\ \angle BAD = \angle B_1A_1D_1, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle A_1B_1D_1$ (两角对应相等，两个三角形相似)。

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AD}{A_1D_1}$$

得 $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AD}{A_1D_1}$ (相似三角形的对应边成比例)。

$$\frac{AD}{A_1D_1} = k$$

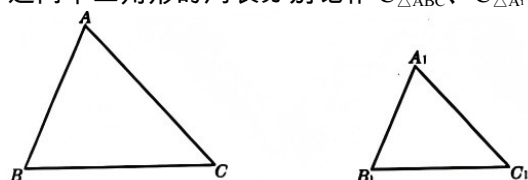
即 A_1D_1

用类似的方法可以得到，相似三角形的对应高的比、对应中线的比也等于相似比。

4. 相似三角形性质定理 2: 相似三角形周长的比等于相似比。

如图,已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$,顶点 A、B、C 分别与 A_1 、 B_1 、 C_1 对应, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的相似比为 k,把

这两个三角形的周长分别记作 $C_{\triangle ABC}$ 、 $C_{\triangle A_1B_1C_1}$,那么 $\frac{C_{\triangle ABC}}{C_{\triangle A_1B_1C_1}}$ 的值是否等于 k?为什么?



可以推出 $\frac{C_{\triangle ABC}}{C_{\triangle A_1B_1C_1}} = k$. 推导过程如下:

$\because \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, 顶点 A、B、C 分别与 A_1 、 B_1 、 C_1 对应, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的相似比为 k,

$$\text{则 } \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1} = k$$

得 $AB = kA_1B_1, BC = kB_1C_1, CA = kC_1A_1$.

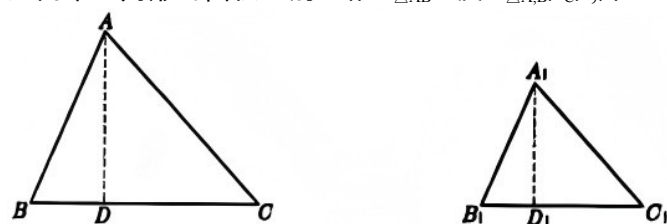
$$\text{由比例性质可得: } \frac{C_{\triangle ABC}}{C_{\triangle A_1B_1C_1}} = \frac{AB + BC + CA}{A_1B_1 + B_1C_1 + C_1A_1}$$

$$= \frac{kA_1B_1 + kB_1C_1 + kC_1A_1}{A_1B_1 + B_1C_1 + C_1A_1} = k$$

4. 相似三角形性质定理 3: 相似三角形面积的比等于相似比的平方。

如图,已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$,顶点 A、B、C 分别与 A_1 、 B_1 、 C_1 对应, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的相似比为 k,把

这两个三角形的面积分别记作 $S_{\triangle ABC}$ 及 $S_{\triangle A_1B_1C_1}$,那么 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}}$ 的值是否也等于 k?为什么?



作 $\triangle ABC$ 的高 AD,再作 $\triangle A_1B_1C_1$ 的高 A_1D_1 ,则

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD, S_{\triangle A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} B_1C_1 \cdot A_1D_1.$$

由相似三角形对应高的比等于相似比,可知

$$\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AD}{A_1D_1} = k$$

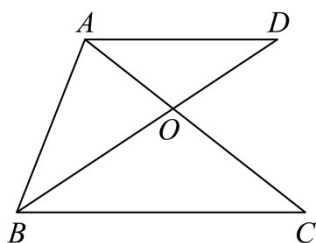
得 $BC = kB_1C_1, AD = kA_1D_1$.

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot AD}{\frac{1}{2}B_1C_1 \cdot A_1D_1} = \frac{\frac{1}{2}kB_1C_1 \cdot kA_1D_1}{\frac{1}{2}B_1C_1 \cdot A_1D_1} = k^2$$

要点：相似三角形的性质是通过比例线段的性质推证出来的.

【即学即练】

1. 两个相似三角形的对应面积比为 $1:2$ ，则其对应周长比为_____.
2. 两个相似三角形的相似比为 $3:5$ ，则对应的角平分线之比为_____.
3. 如果两个相似三角形对应高的比是 $2:3$ ，那么它们的面积比是_____.
4. 若两个相似三角形的面积之比为 $4:9$ ，则它们的对应中线之比为_____.
5. 如图， $AD \parallel BC$ ， AC 、 BD 相交于点 O ，如果 $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle BOA} = 2:3$ ，那么 $S_{\triangle AOD} : S_{\triangle BOC}$ 的值是_____.

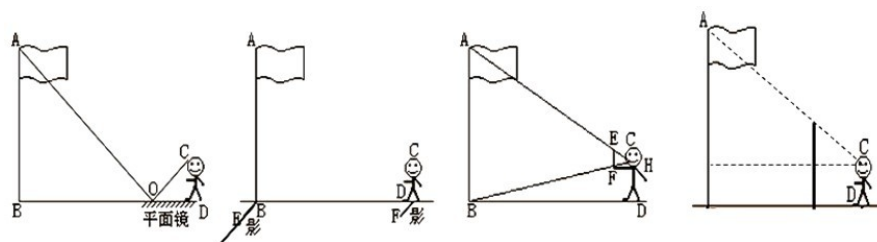


知识点 2 相似三角形性质的应用

1. 测量高度

测量不能到达顶部的物体的高度，通常使用“在同一时刻物高与影长的比例相等”的原理解决.

要点：测量旗杆的高度的几种方法：



平面镜测量法

影子测量法

手臂测量法

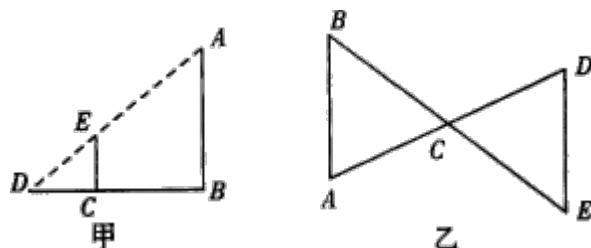
标杆测量法

2. 测量距离

测量不能直接到达的两点间的距离，常构造如下两种相似三角形求解。

1. 如甲图所示，通常可先测量图中的线段 DC 、 BD 、 CE 的距离（长度），根据相似三角形的性质，求出 AB 的长.

2. 如乙图所示，可先测 AC 、 DC 及 DE 的长，再根据相似三角形的性质计算 AB 的长.

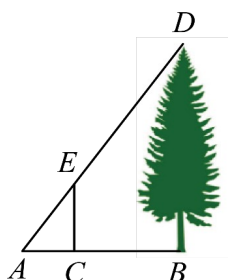


要点：

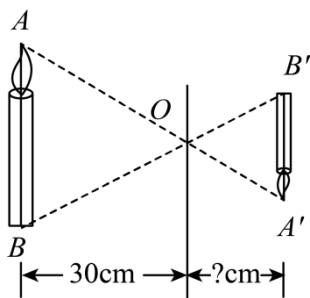
1. 比例尺：表示图上距离比实地距离缩小的程度，比例尺 = 图上距离 / 实际距离；
2. 太阳离我们非常遥远，因此可以把太阳光近似看成平行光线。在同一时刻，两物体影子之比等于其对应高的比；
3. 视点：观察事物的着眼点（一般指观察者眼睛的位置）；
4. 仰（俯）角：观察者向上（下）看时，视线与水平方向的夹角

【即学即练】

1. 在某一时刻，直立地面的一根竹竿的影长为 3 米，一根旗杆的影长为 25 米，已知这根竹竿的长度为 1.8 米，那么这根旗杆的高度为_____米。
2. 如图，小明利用标杆 EC ($EC \perp AB$) 测量一棵大树 BD 的高度，如果标杆 EC 的高为 2m，并测得 $AC = 1\text{m}$ ， $BC = 4\text{m}$ ，那么树 BD 的高度为_____m。



3. 物理课上学过小孔成像的原理，它是一种利用光的直线传播特性实现图像投影的方法。如图，燃烧的蜡烛（竖直放置） AB 经小孔 O 在屏幕（竖直放置）上成像 $A'B'$ 。设 $AB = 36\text{cm}$ ， $A'B' = 24\text{cm}$ 。小孔 O 到 AB 的距离为 30cm，则小孔 O 到 $A'B'$ 的距离为_____cm。



4. 图 1 是装了红酒的高脚杯示意图（数据如图），喝去一部分红酒后如图 2 所示，此时液面 AB 的长为_____。

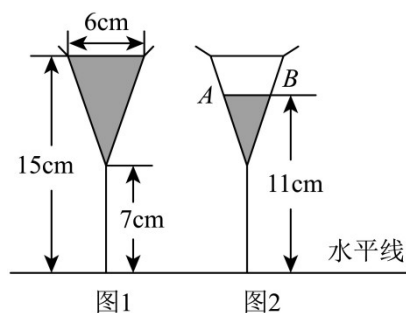
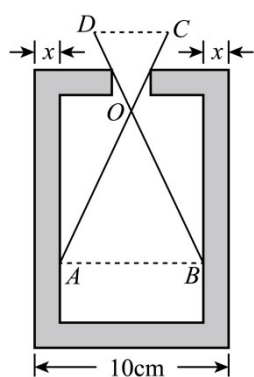


图1

图2

5. 如图是一个零件的剖面图，已知零件的外径为10cm，为求出它的厚度 x ，现用一个交叉卡钳（ AC 和 BD 的长相等）去测量零件的内孔直径 AB ．如果 $\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{1}{3}$ ，且量得 CD 的长是3cm，那么零件的厚度 x 是_____ cm．



题型精讲

题型 01 利用相似三角形的性质直接求解

【典例 1】．如果两个相似三角形对应边上的高之比是4:9，那么它们的周长之比等于_____．

【变式 1】．如果两个相似三角形的周长的比等于1:3，那么它们的面积的比等于_____．

【变式 2】．如果两个相似三角形的对应高的比为2:3，那么这两个三角形的面积比为_____．

【变式 3】．若两个相似三角形的面积比为1:3，则这两个三角形的周长比为_____．

【变式 4】．如果两个相似三角形的面积之比为1:9，那么这两个三角形一组对边上的中线之比为_____．

【变式 5】．已知： $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，若 $AB = 2$ ， $A'B' = 4$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为_____，它们的面积比为_____．

题型 02 相似三角形性质的简单应用——边长问题

【典例 1】．如果两个相似三角形的最大边上的中线长分别是5cm和2cm，它们周长的差是60cm，那么

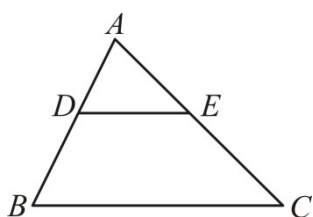
这两个三角形的周长分别为_____。

【变式1】 . 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为2、3、4， $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似，且 $\triangle DEF$ 周长为54，那么 $\triangle DEF$ 的最短边的长是_____。

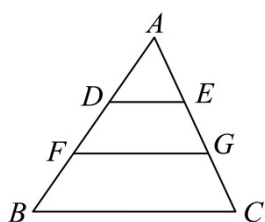
【变式2】 . 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = \sqrt{3}$ ， $BC = 2$ ，如果 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似，且 $\triangle DEF$ 两条边的长分别为4和 $2\sqrt{7}$ ，那么 $\triangle DEF$ 第三条边的长为_____。

题型03 相似三角形性质的应用——三角形一边的平行线

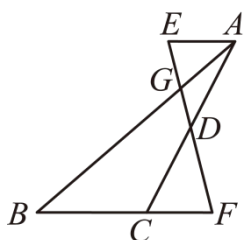
【典例1】 . 如图，点D、E分别是AB、AC的中点，则 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形}BCED} =$ _____。



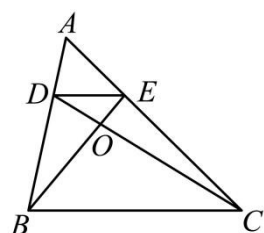
【变式1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中，若 $DE \parallel FG \parallel BC$ ，且 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形}DFGE} : S_{\text{四边形}FBCG} = 1:3:5$ ，则 $AE:CG$ 的值为_____。



【变式2】 . 如图，若AE平行于BF，D为EF中点， $DF = 3GD$ ，则 $AG:BG =$ _____。



【变式3】 . 如图， $\triangle ABC$ 中，点D、E分别在AB、AC上， $DE \parallel BC$ ， $AD:DB = 1:2$ ，则 $\triangle DOE$ 与 $\triangle BOC$ 的面积比为_____。

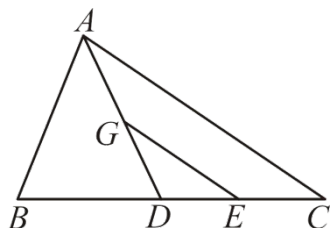


题型 04 相似三角形性质的应用——重心问题

【典例 1】 . 已知 P 是 $\triangle ABC$ 的重心，且 $PE \parallel BC$ 交 AB 于点 E ， $BC = 3\sqrt{3}$ ，则 PE 的长为 ()

- A . $\sqrt{3}$ B . $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C . $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D . $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【变式 1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， G 是重心， AG 的延长线交 BC 于 D ，过点 G 作 $GE \parallel AC$ 交 BC 于 E ，则 $S_{\triangle DGE} : S_{\triangle BAC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

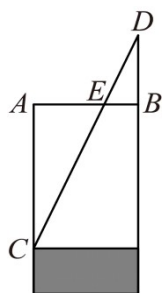


【变式 2】 . 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $AB = 10$ ，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $GE \perp AC$ ，垂足为点 E ，那么线段 GE 的长是 ()

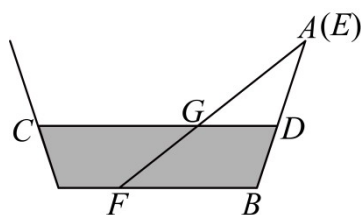
- A . 2 B . $\frac{5}{3}$ C . 2 D . $\frac{8}{3}$

题型 05 相似三角形性质的实际应用

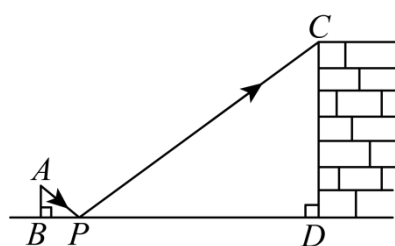
【典例 1】 . 《九章算术》中记载了一种测量井深的方法 . 如图所示，在井口 B 处立一根垂直于井口的木杆 BD ，从木杆的顶端 D 观察井水水岸 C ，视线 DC 与井口的直径 AB 交于点 E ，如果测得 $AB = 1.6$ 米， $BD = 1$ 米， $BE = 0.2$ 米，那么 AC 为 米 .



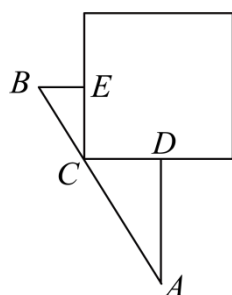
【变式 1】 . 如图，水平地面上放置盛有液体的容器， CD 是液面线，经测量， $AB = 8\text{cm}$ ， $AD = 5\text{cm}$ ，把长为 12cm 的木棍 EF 的一端 F 探到容器的底部，另一端与点 A 重合，则没入液体部分 GF 的长为 cm .



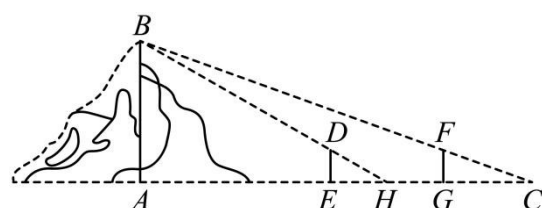
【变式2】 . 如图，用手电来测量古城墙高度的示意图，将水平的平面镜放置在点 P 处，光线从点 A 出发经平面镜反射后刚好射到古城墙 CD 的顶端 C 处，若 $AB \perp BD$ ， $CD \perp BD$ ，且 $AB = 1.5$ 米， $BP = 1.8$ 米， $PD = 10$ 米，则该古城墙的高度约是_____米 .



【变式3】 . 清朝《数理精蕴》里有一首小诗《古色古香方城池》：今有一座古方城，四面正中都开门，南门直行八里止，脚下有座塔耸立．又出西门二里停，切城角恰见塔形，请问诸君能算者，方城每边长是几？如图所示，诗的意思是：有正方形的城池一座，四面城墙的正中有门，从南门口（点 D ）直行8里有一塔（点 A ），自西门（点 E ）直行2里至点 B ，切城角（点 C ）也可以看见塔，问这座方城每面城墙的长是 _____里 .

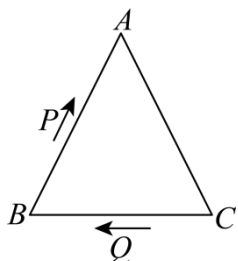


【变式4】 . 魏晋时刘徽撰写的《海岛算经》是有关测量的数学著作，其中一题是测海岛的高．如图，点 E, H, G 在水平线 AC 上， DE 和 FG 是两个垂直于水平面且等高的测量标杆，称为“表高”， EG 称为“表距”， GC 和 EH 都称为“表目距”，若 $DE = FG = 8$, $EG = 30$, $HG = 16$, $CG = 26$ ，则海岛的高为_____ .



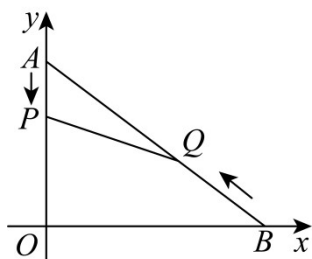
题型 06 相似三角形性质的应用——动点问题

【典例 1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 8$ ， $BC = 6$ ，点 P 从点 B 出发以 1 个单位/s 的速度向点 A 运动，同时点 Q 从点 C 出发以 2 个单位/s 的速度向点 B 运动。当以 B, P, Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似时，运动时间为 ()



- A. $\frac{24}{11}$ s B. $\frac{9}{5}$ s C. $\frac{24}{11}$ s 或 $\frac{9}{5}$ s D. 以上均不对

【变式 1】 如图，在平面直角坐标系内，已知点 $A(0,6)$ ，点 $B(8,0)$ 。动点 P 从点 A 开始，在线段 AO 上以每秒 1 个单位长度的速度向点 O 移动，同时动点 Q 从点 B 开始，在线段 BA 上以每秒 2 个单位长度的速度向点 A 移动，设点 P, Q 移动的时间为 t s。



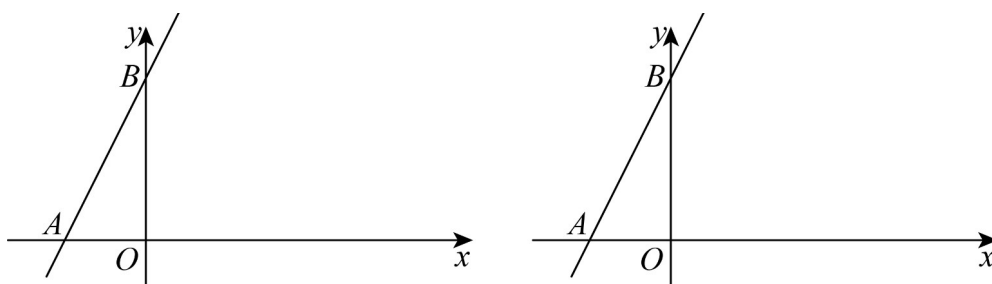
- (1) 求出 AB 的长度；
- (2) 用含有 t 的式子表示 AP 和 BQ ；
- (3) 当 t 为何值时， $\triangle APQ$ 与 $\triangle AOB$ 相似？

题型 07 相似三角形性质的应用——坐标问题

【典例 1】 在直角坐标系中有两点 $A(6,0), B(0,8)$ ，点 C 为 AB 的中点，点 D 在 x 轴上，当点 D 的坐标为 _____ 时，使得 $\triangle ACD \sim \triangle AOB$ 。

【变式 1】 已知点 $A(2, 0)$ ，点 $B(b, 0)(b > 2)$ ，点 P 是第一象限内的动点，且点 P 的纵坐标为 $\frac{b}{3}$ ，若 $\triangle POA$ 和 $\triangle PAB$ 相似，则符合条件的点 P 坐标为 _____。

【变式2】 . 如图所示，在平面直角坐标系中，直线 AB 经过点 $A(-3,0)$ 、 $B(0,m)(m>0)$ ，过 B 作 $BM \perp AB$ 交 x 轴于点 $M(12,0)$.

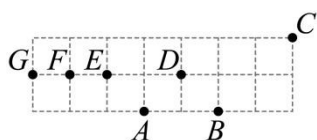


备用图

- (1)求直线 AB 的解析式；
- (2)反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象与直线 AB 交于第二象限内的点 C 、 $D(BD < BC)$ ，当 $AD = 2DB$ 时，求 k_1 的值；
- (3)设线段 AB 的中点为 E ，过点 E 作 x 轴的垂线，垂足为点 N ，交反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象于点 F ，分别连接 OE 、 OF ，当 $\triangle OEF$ 与 $\triangle OBE$ 相似时，求满足条件的所有 k_2 的值 .

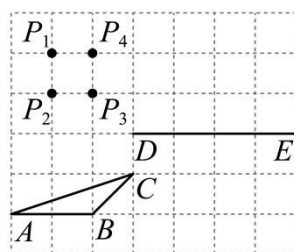
题型 08 相似三角形性质的应用——格点问题

【典例1】 . 如图， $\triangle ABC$ 是正方形网格中的格点三角形（顶点在格点上），点 D 、 E 、 F 、 G 都是格点，下列三角形中与 $\triangle ABC$ 相似的是（ ）



- A . 以点 A 、 B 、 D 为顶点的三角形
- B . 以点 A 、 B 、 E 为顶点的三角形
- C . 以点 A 、 B 、 F 为顶点的三角形
- D . 以点 A 、 B 、 G 为顶点的三角形

【变式1】 . 如图，在由小正方形组成的方格纸中， $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDP$ 的顶点均在格点上，要使 $\triangle ABC \sim \triangle EDP$ ，则点 P 所在的格点为（ ）



A. 点 P_1

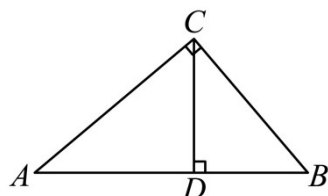
B. 点 P_2

C. 点 P_3

D. 点 P_4

题型 09 相似三角形的判定与性质综合

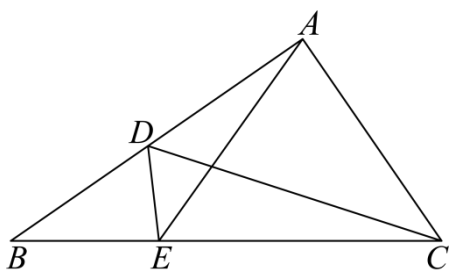
【典例 1】 . 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是边 AB 上的高 .



(1) 求证： $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ ；

(2) 若 $AB = 8, AD = 6$ ，求 CD 的长 .

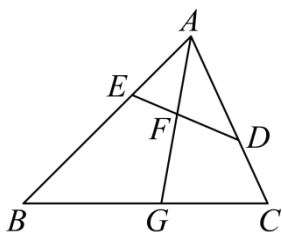
【变式 1】 . 如图，已知：在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上，且 $\angle BDE = \angle BCA$.



(1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle BDC$ ；

(2) 如果 $AE = AC$ ，求证： $AC^2 = AD \cdot AB$.

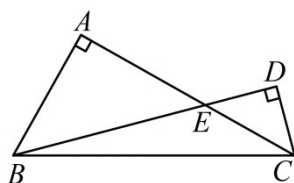
【变式 2】 . 如图， $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上， AG 平分 $\angle BAC$ ，交 DE 、 BC 于点 F 、 G ，且 $AD \cdot AG = AF \cdot AB$.



(1) 求证： $\triangle ADF \sim \triangle ABG$ ；

(2) 若 $\triangle ADF$ 与 $\triangle ABG$ 的周长之比是 $2:5$ ， $AE = 8$ ，求 AC 的长 .

【变式 3】 . 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 E ， $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$ ，

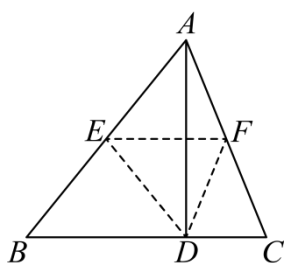


(1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ ；

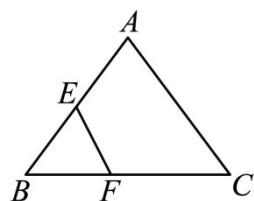
(2) 如果 $\frac{AD}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{4}$ ，求 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BCE}}$ 的值。

题型 10 相似三角形的判定与性质的应用——动态问题

【典例 1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 12$ ， $AC = 10$ ， $BC = 9$ ， AD 是 BC 边上的高。将 $\triangle ABC$ 沿 EF 折叠，使点 A 与点 D 重合，则 $\triangle DEF$ 的周长为_____。

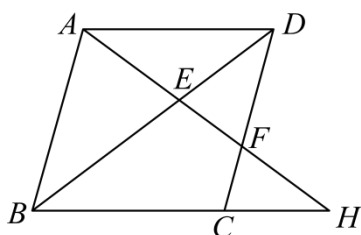


【变式 1】 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 6$ ，点 E 、 F 分别在 AB 、 BC 边上，将 $\triangle BEF$ 沿直线 EF 翻折后，点 B 落在对边 AC 的点为 B' ，若 $\triangle B'FC$ 与 $\triangle ABC$ 相似，那么 $BF =$ _____。



题型 11 相似三角形的判定与性质的应用——特殊平行四边形

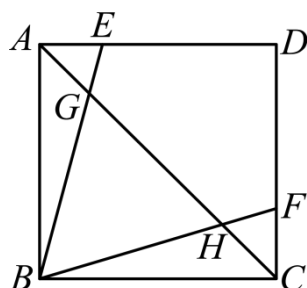
【典例 1】 已知：如图，点 E 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的一点，射线 AE 与 DC 交于点 F ，与 BC 的延长线交于点 H 。



(1) 求证： $AE^2 = EF \cdot EH$ ；

(2) 连接 DH ，若 $DH = AB$ ， $AD^2 = AE \cdot AH$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是菱形。

【变式1】 . 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是 3，点 E 、 F 分别在边 AD 、 CD 上， $\angle EBF = 45^\circ$ ， BE 、 BF 分别与对角线 AC 交于点 G 、 H .

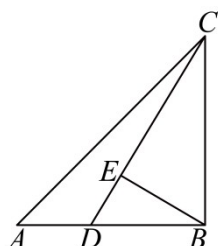


(1) 当 $\angle ABE = \underline{\quad}^\circ$ 时， $AG = CH$ ，先补全条件；

(2) 如果 $CH = \sqrt{2}$ ，求 BG 的长 .

题型 12 相似三角形的判定与性质的应用—证明成比例线段

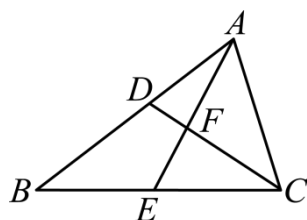
【典例1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 D 是边 AB 上的一点，连接 CD ，过点 B 作 $BE \perp CD$ ，垂足为点 E .



(1) 求证： $\triangle BDE \sim \triangle CBE$ ；

(2) 如果 $AB = BC$ ，连接 AE 并延长，与边 BC 相交于点 F . 当点 F 是 BC 的中点时，求证： $BD^2 = AD \cdot AB$.

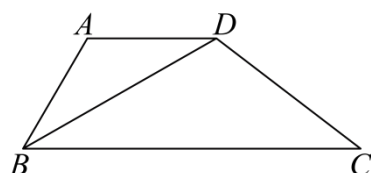
【变式1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上，连接 CD 、 AE 交于点 F ， $AF = FC$ ， $\angle ADC = \angle ACB$.



(1) 求证： $AC^2 = CD \cdot AE$ ；

(2) 如果点 E 是边 BC 的中点，求证： $BC^2 = 2AD \cdot AB$.

【变式2】 . 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， BD 是梯形 $ABCD$ 对角线， $BD^2 = AD \cdot BC$.



(1) 求证： $AD \cdot CD = AB \cdot BD$ ；

(2) 以 CD 为一边作 $\angle CDE = \angle ADB$, DE 交边 BC 于点 E ，求证： $\frac{CD^2}{BD^2} = \frac{CE}{AD}$ 。

强化训练

一、单选题

1. 如果两个相似三角形的面积之比为 $4:9$ ，则它们的周长之比为 ()

- A. $4:9$ B. $2:3$ C. $\sqrt{2}:\sqrt{3}$ D. $16:81$

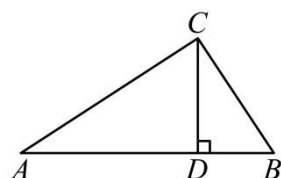
2. 如果两个相似三角形的周长分别是 5cm 、 16cm ，那么这两个三角形对应角平分线的比是 ()

- A. $25:256$ B. $5:16$ C. $\sqrt{5}:4$ D. 以上都不对

3. 已知： $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2 \sim \triangle A_3B_3C_3$ ，如果 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的相似比为 2 ， $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle A_3B_3C_3$ 相似比为 4 ，那么 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_3B_3C_3$ 的相似比为 ()

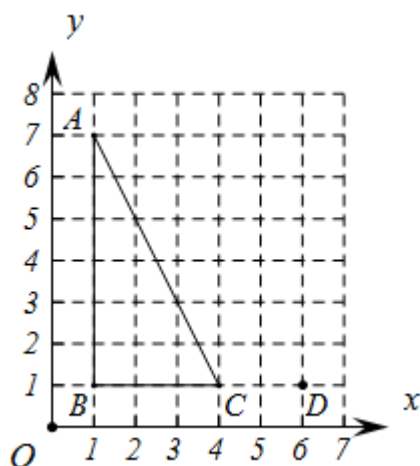
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

4. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ， D 为垂足，且 $BC:AC = 2:3$ ，则 $CD:AD =$ ()



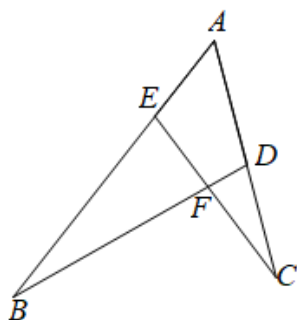
- A. $2:3$ B. $4:9$ C. $2:5$ D. $\sqrt{2}:\sqrt{3}$

5. 如图，点 $A(1, 7)$ ， $B(1, 1)$ ， $C(4, 1)$ ， $D(6, 1)$ ，若 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，那么在下列选项中，点 E 的坐标不可能是 ()。



- A . (6 , 2) B . (6 , 3) C . (6 , 5) D . (4 , 2) .

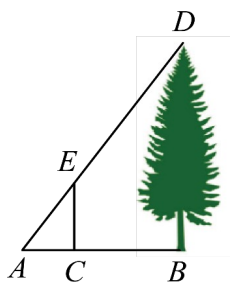
6 . 如图 , $\angle BEC = \angle CDB$, 下列结论正确的是 ()



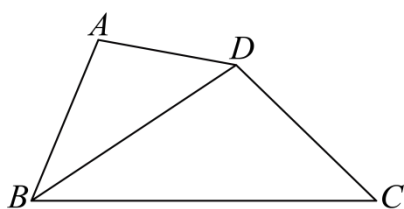
- A . $EF \cdot BF = DF \cdot CF$ B . $BE \cdot CD = BF \cdot CF$
C . $AE \cdot AB = AD \cdot AC$ D . $AE \cdot BE = AD \cdot DC$

二、填空题

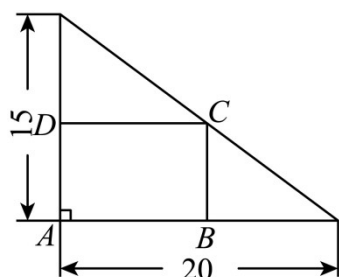
- 7 . 两个相似三角形 , 其中一个三角形的二个内角分别为 67° , 45° . 则另一个三角形的最大内角的度数是_ .
- 8 . 如果两个相似三角形面积的比为 $1:3$, 那么它们周长的比为_____ .
- 9 . 已知直角三角形 ABC , AH 为斜边 BC 边上的高 , $CH:BH = 4:5$, 则 $\triangle ABH$ 和 $\triangle CAH$ 的相似比的值为_ .
- 10 . 如图 , 小明利用标杆 EC ($EC \perp AB$) 测量一棵大树 BD 的高度 , 如果标杆 EC 的高为 2m , 并测得 $AC = 1m$, $BC = 4m$, 那么树 BD 的高度为_____ m .



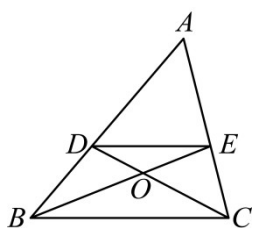
11. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 BD 平分 $\angle ABC$, $\angle A = \angle BDC$ ，已知 $AB = 3$, $BC = 8$ ，那么 BD 的长是



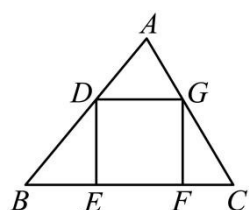
12. 在两条直角边长分别是 20 和 15 的直角三角形的内部作矩形 $ABCD$ ，如果 AB 、 AD 分别在两条直角边上（如图所示）， $AD:AB = 1:2$ ，那么矩形 $ABCD$ 的面积是_____。



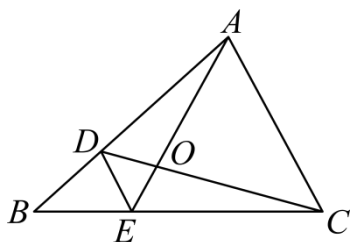
13. 如图，已知 $DE \parallel BC$ ， CD 和 BE 相交于 O ，若 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COB} = 9:25$ ，则 $AD:DB =$ _____。



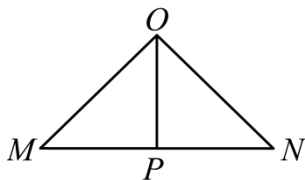
14. 如图， $\triangle ABC$ 是一块余料， $BC = 120\text{mm}$ ，现要把它加工成正方形零件 $DEFG$ ，使得正方形的四个顶点 D ， E ， F ， G 都在三角形的三边上，其中点 E ， F 在 BC 边上，加工后正方形的边长为 48mm ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____。



15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上， CD 与 AE 相交于点 O ， $DE \parallel AC$ ，如果 $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle CDE} = 1:3$ ，那么 $OD:OC$ 的值等于_____。

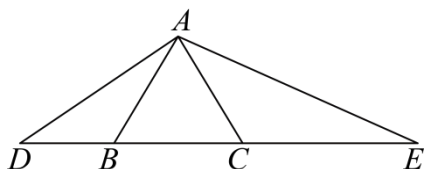


16. 从三角形一个顶点引出一条射线与对边相交，顶点与交点之间的线段把这个三角形分割成两个小三角形，如果分得的两个小三角形中一个为等腰三角形，另一个与原三角形相似，我们把这条线段叫做这个三角形的优美线。如图，等腰 $\text{Rt}\triangle MON$ 斜边上的高 OP 就是它的优美线。在 $\triangle ABC$ 中， $AB=4$ ， $AC=2$ ，若 AD 是 $\triangle ABC$ 的优美线，且 $\triangle ABD$ 是等腰三角形，那么优美线 $AD=_____$ 。

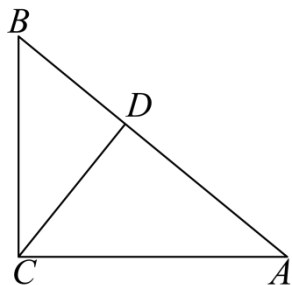


三、解答题

17. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $\angle DAE = 120^\circ$ ，求证 $AD \cdot AE = AB \cdot DE$ 。

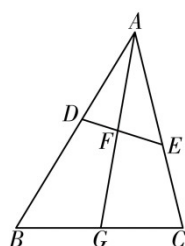


18. 如图， D 是 $\triangle ABC$ 边 AB 上点，已知 $\angle BCD = \angle A$ ， $AD=5$ ， $BD=4$ 。



- (1) 求边 BC 的长；
 (2) 如果 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ (点 A 、 C 、 D 对应点 C 、 B 、 D)，求 $\angle ACB$ 的度数。
19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $\angle AED = \angle B$ ， AG 分别交线段 DE ， BC 于点 F ，

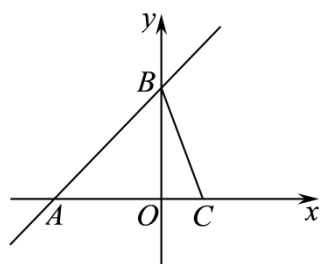
G ，且 $\frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CG}$ 。



(1) 求证：AG 平分 $\angle BAC$ ；

(2) 求证： $\frac{EF}{BG} = \frac{DF}{CG}$ 。

20. 已知，如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = x + 3$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，点 C 的坐标是 $(1, 0)$ ，连接 BC 。

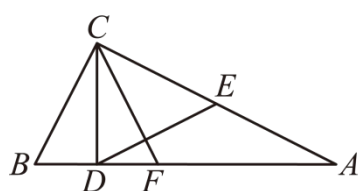


(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积；

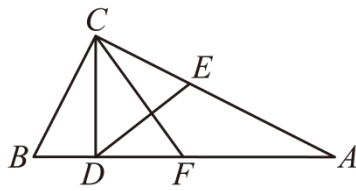
(2) 如果动点 D 在直线 BC 上，使得 $\angle CBO = \angle CAD$ ，求点 D 的坐标；

(3) 如果动点 P 在直线 $y = x + 3$ 上，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle POB$ 相似，求点 P 的坐标。

21. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 垂足为 D 。且 $AD > BD$ 点 E 是边 AC 上一动点（点 E 不与点 A 、点 C 重合），连接 DE ，过点 C 作 $CF \perp DE$ 交线段 AD 于点 F 。



图①



图②

(1) 如图①，求证： $CD \cdot BC = BF \cdot CE$ 。

(2) 如图②，若 $FC = FB$ ， $BD = 2$ ， $CD = 3$ ，求 $\triangle DCE$ 的面积。

(3) 若 $BD = 1$ ， $CD = 2$ ， CF 交线段 ED 于点 G ，连接 EF ，且 $\triangle EFG$ 与 $\triangle CDG$ 相似，请直接写出 CE 的长。

