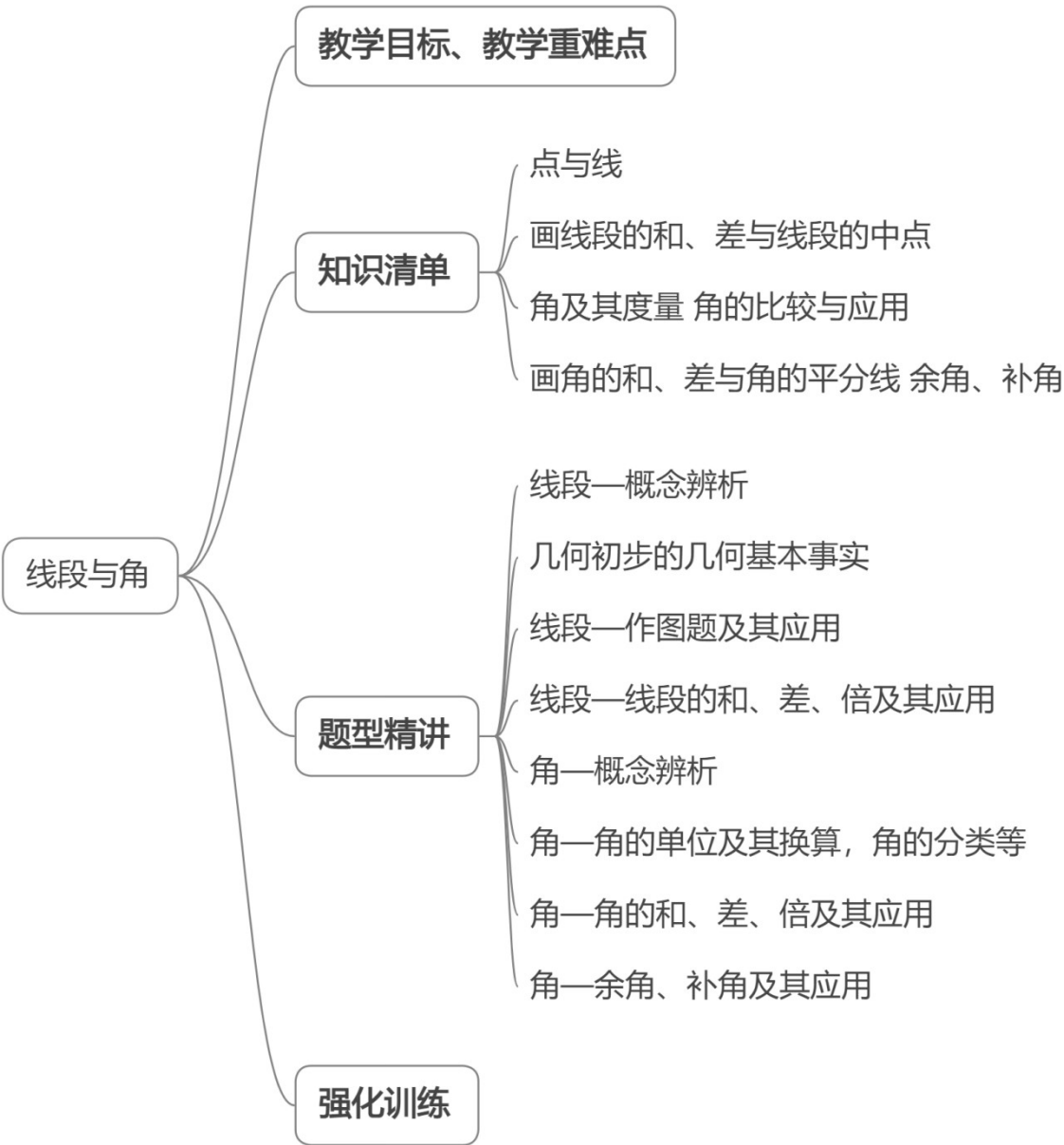


第 4 章 线段与角

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 知道直线、射线、线段的区别与联系； 2. 学习线段的和、差、倍，角平分线及其应用； 3. 了解角的表示及大小比较； 4. 角的比较与应用；画角的和、差与角平分线； 5. 余角、补角及其应用。
------	--

教学重难点	1.重点
	(1) 几何初步的一些基本事实； (2) 直线、射线、射线的概念与表示；线段的和差倍的应用； (3) 角的有关概念与表示；角的和差倍的应用。
	2.难点
	(1) 新定义题；分类讨论思想； (2) 线段与角的综合应用。

知识清单

知识点 1 点与线

一、点

点是图形的基本元素之一.当我们用削尖的铅笔轻轻在纸上点下去时，纸上就会出现一个小小的黑点(图 4-1-1),这使我们能够形象地理解点的概念.我们通常用一个大写字母来表示点，就像图 4-1-1 中的点可以记为“点 A”.



图 4-1-1

二、直线、射线、线段

1、直线

- ①经过两点有且只有一条直线.
- ②在直线上任意取两个点，可以用表示这两点的两个大写字母表示这条直线，如图 4-1-4(1)的直线可以记作“直线 AB”或“直线 BA”.有时为了简便也可以用一个小写字母表示，如图 4-1-4(1)的直线也可以记作“直线 l”.



图 4-1-4

要点：

- 直线的特征：
- (1) 直线没有长短，向两方无限延伸 .
 - (2) 直线没有粗细 .
 - (3) 两点确定一条直线 .

(4) 两条直线相交有唯一一个交点。

③. 点与直线的位置关系：

(1) 点在直线上，如图 3 所示，点 A 在直线 m 上，也可以说：直线 m 经过点 A。

(2) 点在直线外，如图 4，点 B 在直线 n 外，也可以说：直线 n 不经过点 B。



图 3

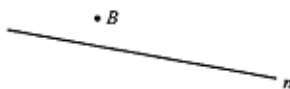


图 4

II、射线

①直线上任意一点及其一侧的部分叫作射线.射线可以用表示它的端点和射线上任意一点(端点除外)的两个字母表示，表示端点的字母要写在前面，如图 4-1-4(2)中的射线记作“射线 AB”。

②.特征：是直的，有一个端点，不可以度量，不可以比较长短，无限长。

③.表示方法：(1) 可以用两个大写英文字母表示，其中一个是射线的端点，另一个是射线上除端点外的任意一点，端点写在前面，如图 8 所示，可记为射线 OA。

(2) 也可以用一个小写英文字母表示，如图所示，射线 OA 可记为射线 l。



要点：

(1)端点相同，而延伸方向不同，表示不同的射线。如图 1 中射线 OA，射线 OB 是不同的射线。

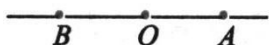


图 1

(2)端点相同且延伸方向也相同的射线，表示同一条射线。如图 2 中射线 OA、射线 OB、射线 OC 都表示同一条射线。



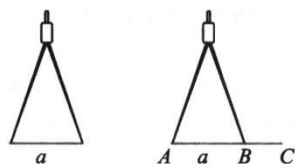
图 2

III、线段

①直线上任意两点间的部分(包括端点)叫作线段.线段可以用表示它的端点的两个大写字母表示，如图 4-1-4(3)中的线段可以记作“线段 AB”或“线段 BA”，也可以用一个小写字母表示，记作“线段 a”。

②.“作一条线段等于已知线段”的两种方法：

法一：用圆规作一条线段等于已知线段。例如：下图所示，用圆规在射线 AC 上截取 $AB = a$ 。



法二：用刻度尺作一条线段等于已知线段。例如：可以先量出线段 a 的长度，再画一条等于这个长度的线段。

要点：

(1) 线段是直的，它有两个端点，它的长度是有限的，可以度量，可以比较长短。

(2) 连接两点间的线段的长度，叫做这两点的距离。

(3) 线段的比较：

①度量法：用刻度尺量出两条线段的长度，再比较长短。

②叠合法：利用直尺和圆规把线段放在同一条直线上，使其中一个端点重合，另一个端点位于重合端点同侧，根据另一端点与重合端点的远近来比较长短。

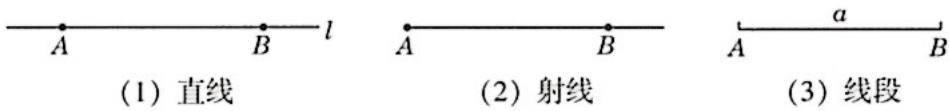


图 4-1-4

三、两点间的距离

在小学阶段，我们也知道关于线段的基本事实：两点之间，线段最短。

如果一条线段的两个端点的位置确定了，那么这条线段的位置就确定了。这可以简单地表达为两点确定一条以这两点为端点的线段。因此，我们把连接两点的线段的长度叫作这两点间的距离。

四、直线、射线、线段的区别与联系

1. 直线、射线、线段之间的联系

(1) 射线和线段都是直线上的一部分，即整体与部分的关系。在直线上任取一点，则可将直线分成两条射线；在直线上取两点，则可将直线分为一条线段和四条射线。

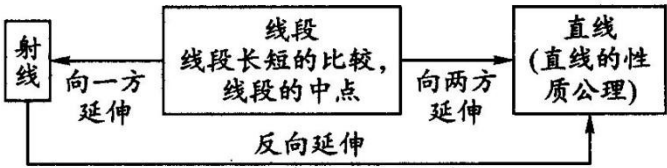
(2) 将射线反向延伸就可得到直线；将线段一方延伸就得到射线；将线段向两方延伸就得到直线。

2. 三者的区别如下表

名称 类别	直线	射线	线段
图形			
表示方法	①两个大写字母； ②一个小写字母	①两个大写字母(表示端点的字母在前)； ②一个小写字母	①表示两端点的两个大写字母；②一个小写字母
端点个数	无	1 个	2 个
延伸性	向两方无限延伸	向一方无限延伸	不可延伸
性质	两点确定一条直线		两点之间, 线段最短
度量	不可以	不可以	可以
作图叙述	过 A、B 作直线 AB	以 A 为端点作射线 AB	连接 AB

要点：

(1) 联系与区别可表示如下：

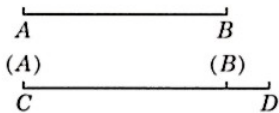
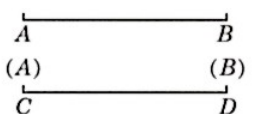
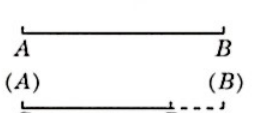


(2) 在表示直线、射线与线段时，勿忘在字母的前面写上“直线”“射线”“线段”字样。

五、点在射线上的三种情况

任意画两条线段 AB、CD,将线段 AB 移到线段 CD 的位置，使端点 A 与端点 C 重合，且端点 B 在射线 CD 上.端点 B 有以下三种可能的位置情况，如表 4-1 所示.

表 4-1

	图形	点 B 的位置	结论
情况一		点 B 在线段 CD 上 (C、D 之间)	线段 AB 比线段 CD 短
情况二		点 B 与点 D 重合	线段 AB 与线段 CD 一样长
情况三		点 B 在线段 CD 的延长线 (以点 D 为端点，沿从点 C 到点 D 的方向延长线段 CD 所得射线) 上	线段 AB 比线段 CD 长

六、线段的度量与大小比较

线段的度量需要先取单位长度.有了单位长度，线段的长度就可以用一个数来描述长短.一旦单位长度确定，我们就可以用相应的刻度尺对线段进行度量.进一步，线段的长短也可以通过长度来加以比较.在不产生混淆的前提下，AB(或 a)也可以用以表示线段 AB(或线段 a)的长度.例如，在表 4-1 的结论中，情况一可记为 $AB < CD$,情况二可记为 $AB = CD$,情况三可记为 $AB > CD$.

如果没有刻度尺，我们还可以借助圆规比较两条线段的长短.如图 4-1-7 所示.

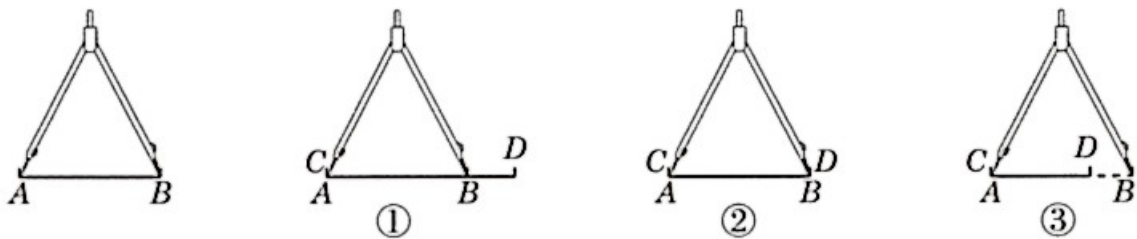


图 4-1-7

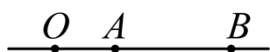
【即学即练】

1. 下列语句准确规范的是 ()

A. 直线 a , b 相交于一点 m

- B. 延长直线 AB
- C. 延长射线 AO
- D. 延长线段 AB 到点 C ，使 $BC = AB$

2. 如图，下列说法正确的是 ()



- A. 点 O 在射线 AB 上
- B. 点 B 是直线 AB 的一个端点
- C. 点 A 在线段 OB 上
- D. 射线 OB 和射线 AB 是同一条射线

3. 在如图所示的现象中，体现了直线的基本事实“两点确定一条直线”的有 ()



- A. 0 个
- B. 1 个
- C. 2 个
- D. 3 个

知识点 2 画线段的和、差与线段的中点

一、线段的和、差

思考 1：如图 4-1-10，点 A 、 B 、 C 在一条直线上，线段 AB 、 BC 、 AC 有怎样的数量关系？线段 AB 、 BC 、 AC 有如下的数量关系： $AB+BC=AC$ ， $AC-BC=AB$ ， $AC-AB=BC$ 。



图 4-1-10

思考 2：如图 4-1-11，点 B 、 C 在线段 AD 上。如果线段 AB 与线段 CD 一样长，那么线段 AC 、 BD 有怎样的关系？为什么？



图 4-1-11

因为 $AB=CD$ ，所以 $AB+BC=CD+BC$ 。所以 $AC=BD$ 。

二、画线段的和、差

我们在小学学过用刻度尺画一条线段等于已知线段.画一条线段等于两条线段的和或差，可以先用刻度尺量出两条线段的长度，再计算线段的和或差，最后利用刻度尺画.

在没有刻度尺的条件下，我们也可以用直尺和圆规画线段的和与差.

例题 1：如图 4-1-12,已知线段 a 、 b .

(1)用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $a+b$;

(2)用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $a-b$.

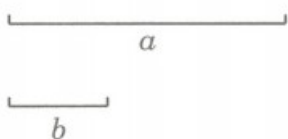


图 4-1-12

解 (1)如图 4-1-13,

① 画射线 OP ;

②在射线 OP 上从点 O 起，顺次截取 $OA=a, AB=b$. 线段 OB 就是所要画的线段.



图 4-1-13

(2)如图 4-1-14,

①画射线 OP ;

②在射线 OP 上截取 $OC=a$ ，在线段 OC 上截取 $CD=b$.线段 OD 就是所要画的线段.



图 4-1-14

从图 4-1-13 可知，线段 OB 的长度就是线段 OA 的长度加上线段 AB 的长度，即有 $OB=OA+AB$. 因为 $OA=a, AB=b$ ，所以 $OB=a+b$.

从图 4-1-14 可知， $OC=a, CD=b$ ，线段 OD 的长度就是线段 OC 的长度减去线段 CD 的长度，即有 $OD=OC-$

CD. 因为 $OC=a, CD=b$, 所以 $OD=a-b$.

三、线段的倍、线段的中点

如果一条线段 b 是 n 条线段 a 的和, 就说线段 b 是线段 a 的 n 倍, 或线段 a 是线段 b 的 n 分之一, 记作 $b=na$ 或特别地, 将一条线段分成两条相等线段的点叫作这条线段的中点.

如图 4-1-17, M 是线段 AB 的中点, 那么, $AB=2AM=2BM$.

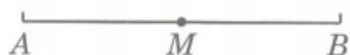


图 4-1-17

例题 2: 如图 4-1-18, 已知一条线段 AB , 用刻度尺画出它的中点 C .



图 4-1-18

解: 如图 4-1-19, 以 1 mm 为单位长度.

①用刻度尺量出 $AB=40$, 计算得

②用刻度尺在线段 AB 上取点 C , 使得 $AC=20$. 点 C 就是所要画的线段 AB 的中点.

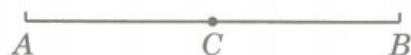
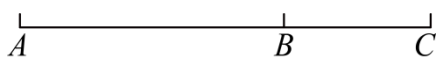


图 4-1-19

【即学即练】

1. 如图, 线段 $AB=8$, 延长 AB 到 C , 若 $AB=2BC$, 则 A 、 C 两点之间的距离为 ()



A . 4

B . 6

C . 8

D . 12

2. 下列说法不正确的是 ()

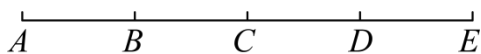
A . 若点 C 在线段 AB 上, 则 $AB=AC+BC$

B . 若 $AC+BC>AB$, 则点 C 一定在线段 AB 外

C . 若 A, B, C 三点不在一直线上, 则 $AB<AC+BC$

D. 若点 C 在线段 BA 的延长线上，则 $BA = AC - BC$

3. 如图，线段 $AB = DE$, C 为线段 AE 的中点，下列式子不正确的是 ()



- A. $BC = CD$ B. $CD = \frac{1}{2}AE - DE$ C. $CD = AD - CE$ D. $CD = DE$

知识点 3 角及其度量 角的比较与应用

1. 角的定义：

(1) 定义一：有公共端点的两条射线组成的图形叫做角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边。如图 1 所示，角的顶点是点 O ，边是射线 OA 、 OB 。

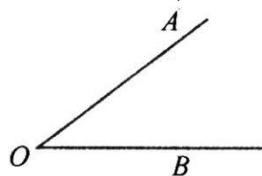


图 1

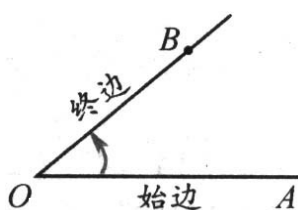


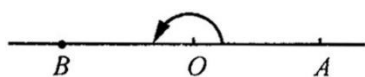
图 2

(2) 定义二：一条射线绕着它的端点旋转而形成的图形，射线旋转时经过的平面部分是角的内部。如图 2 所示，射线 OA 绕它的端点 O 旋转到 OB 的位置时，形成的图形叫做角，起始位置 OA 是角的始边，终止位置 OB 是角的终边。

要点：

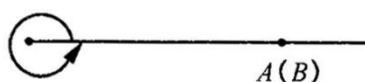
(1) 两条射线有公共端点，即角的顶点；角的边是射线；角的大小与角的两边的长短无关。

(2) 平角与周角：如图 1 所示射线 OA 绕点 O 旋转，当终止位置 OB 和起始位置 OA 成一条直线时，所形成的角叫做平角，如图 2 所示继续旋转， OB 和 OA 重合时，所形成的角叫做周角。



平角

图 1



周角

图 2

2. 角的表示法：角的几何符号用“ $\angle$ ”表示，角的表示法通常有以下四种：

表示方法	图示	记法	适用范围
(1) 用三个大写字母表示		$\angle AOB$ 或 $\angle BOA$	任何情况都适用, 表示顶点的字母写在中间
(2) 用一个大写字母表示		$\angle O$	以某一点为顶点的角只有一个时, 可以用顶点表示角
(3) 用阿拉伯数字表示		$\angle 1$	任何情况都适用
(4) 用希腊字母表示		$\angle \alpha$	任何情况都适用

要点：

用数字或小写希腊字母表示角时，要在靠近角的顶点处加上弧线，且注上阿拉伯数字或小写希腊字母。

3. 角度制及其换算

角的度量单位是度、分、秒，把一个周角平均分成 360 等份，每一份就是 1° 的角， 1° 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 分，记作“1'”，1' 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 秒，记作“1''”。这种以度、分、秒为单位的角的度量制，叫做角度制。

$1 \text{ 周角} = 360^\circ, 1 \text{ 平角} = 180^\circ, 1^\circ = 60', 1' = 60''.$

要点：

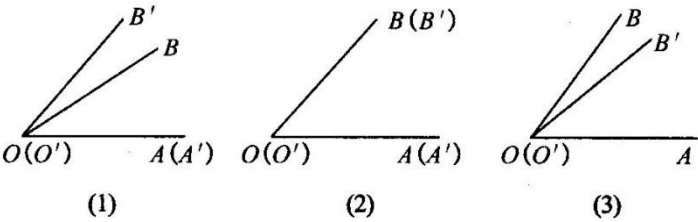
在进行有关度分秒的计算时，要按级进行，即分别按度、分、秒计算，不够减，不够除的要借位，从高一位借的单位要化为低位的单位后再进行运算，在相乘或相加时，当低位得数大于等于 60 时要向高一位进位。

4. 角的比较：角的大小比较与线段的大小比较相类似，方法有两种。

方法 1：度量比较法。先用量角器量出角的度数，然后比较它们的大小。

方法 2：叠合比较法。把其中的一个角移到另一个角上作比较。

如比较 $\angle AOB$ 和 $\angle A'O'B'$ 的大小：如下图，由图 (1) 可得 $\angle AOB < \angle A'O'B'$ ；由图 (2) 可得 $\angle AOB = \angle A'O'B'$ ；由图 (3) 可得 $\angle AOB > \angle A'O'B'$ 。



【即学即练】

1. 下列说法正确的是 ()

A. 角是由一条线段绕着它的一个端点旋转而形成的图形

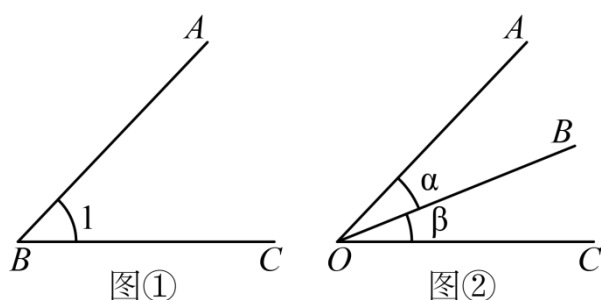
B. 角的大小和角的开口大小无关

C. 由两条具有公共端点的射线组成的图形叫作角

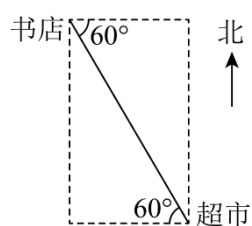
D. 角的两边越长，角就越大

2. (1) 如图①，我们可以将角表示为_____或_____或_____.

(2) 如图②，共有_____个角，它们分别是_____.



3. 如图，书店在超市的()方向上.



- A. 西偏北 60° B. 北偏西 60° C. 东偏南 60° D. 南偏东 60°

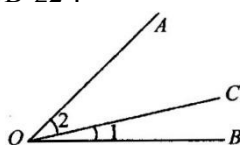
4. 下列各角中，是钝角的是()

- A. $\frac{1}{4}$ 周角 B. $\frac{2}{3}$ 平角 C. $\frac{1}{2}$ 平角 D. $\frac{1}{4}$ 平角

知识点3 画角的和、差与角的平分线 余角、补角

1. 角的和、差

如图所示， $\angle AOB$ 是 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的和，记作： $\angle AOB = \angle 1 + \angle 2$ ； $\angle 1$ 是 $\angle AOB$ 与 $\angle 2$ 的差，记作： $\angle 1 = \angle AOB - \angle 2$.



要点：

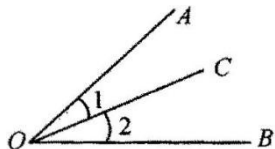
(1) 用量角器量角和画角的一般步骤：①对中(角的顶点与量角器的中心对齐)；②重合(一边与刻度尺上的零度线重合)；③读数(读出另一边所在线的度数)。

(2) 利用三角板除了可以做出 30° 、 45° 、 60° 、 90° 外，根据角的和、差关系，还可以画出 15° ， 75° ， 105° ， 120° ， 135° ， 150° ， 165° 的角。

2. 角平分线

从一个角的顶点出发，把这个角分成相等的两个角的射线，叫做这个角的平分线。如图所示，OC 是 $\angle AOB$ 的角平分线， $\angle AOB = 2\angle AOC = 2\angle BOC$ ，

$$\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB.$$



要点：由角平分线的概念产生的合情推理其思维框架与线段中点的思维框架一样。

3. 角平分线的画法：①用量角器作角平分线

例 如图 4-2-19，已知 $\angle ABC$ ，画出它的平分线。

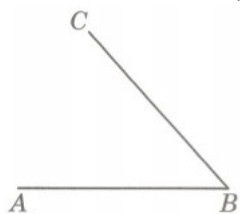


图 4-2-19

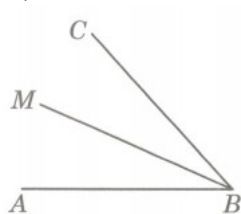


图 4-2-20

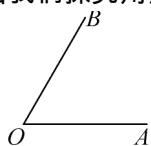
解如图 4-2-20，

①用量角器量得 $\angle ABC = 48^\circ$ ，所以 $\frac{1}{2} \angle ABC = 24^\circ$ ，

②以 B 为顶点，射线 BA 为一边，在 $\angle ABC$ 的内部用量角器画 $\angle ABM = 24^\circ$ 。BM 就是所要画的 $\angle ABC$ 的平分线。

②尺规作角的平分线

下面我们探究用尺规作角的平分线。



已知： $\angle AOB$ 。

求作：射线 OC，使 $\angle AOC = \angle BOC$ 。

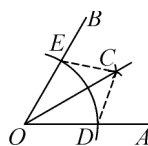
作法：

(1) 在 OA 和 OB 上分别截取 OD，OE，使 $OD = OE$ ；

(2) 分别以 D，E 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle AOB$ 内交于点 C；

(3) 作射线 OC。

OC 就是 $\angle AOB$ 的平分线(如图)。



4. 定义：一般地，如果两个角的和等于 90° (直角)，就说这两个角互为余角，即其中一个角是另一个角的余

角．

类似地，如果两个角的和等于 180° (平角)，就说这两个角互为补角，即其中一个角是另一个角的补角．

5. 性质： (1) 同角 (等角) 的余角相等． (2) 同角 (等角) 的补角相等．

要点：

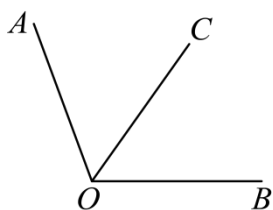
(1) 互余互补指的是两个角的数量关系，互余、互补的两个角只与它们的和有关，而与它们的位置无关．

(2) 一般地，锐角 α 的余角可以表示为 $(90^\circ - \alpha)$ ，一个角 α 的补角可以表示为 $(180^\circ - \alpha)$ ．显然一个锐角的补角比它的余角大 90° ．

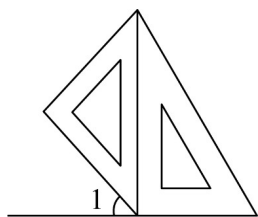
【即学即练】

1. 计算： $80^\circ 37' - 37^\circ 46' 28'' =$ _____．

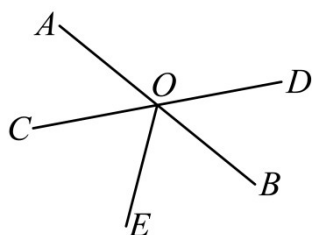
2. 如图，已知 $\angle AOB = 110^\circ$ ， OC 平分 $\angle AOB$ ，若 $\angle AOB$ 内部存在一条射线 OE ，满足 $\angle EOC = 10^\circ$ ，则 $\angle AOE =$ _____．



3. 如图是用一副三角板拼成的图形，则图中 $\angle 1 =$ _____°．

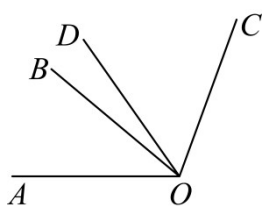


4. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， OE 平分 $\angle BOC$ ， $\angle AOC = 50^\circ$ ，则 $\angle BOE$ 的度数是 ()



- A. 40° B. 75° C. 50° D. 65°

5. 如图，已知 OD 平分 $\angle AOC$ ，若 $\angle AOB = 40^\circ$ ， $\angle BOC = 70^\circ$ ，则 $\angle BOD =$ _____°．



6. 一个角的余角比这个角的补角的一半小 40° ，则这个角为_____度。

题型精讲

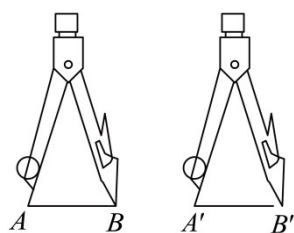
题型 01 线段—概念辨析

【典例 1】. 下列说法正确的有 ()

① 线段是直线的一半；② 线段 AB 为直线 AB 的一部分；③ 延长射线 OA 到点 B ；④ 在直线、射线、线段中，线段最短

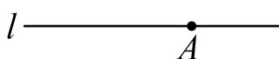
- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

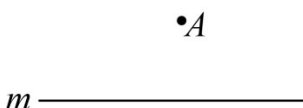
【变式 1】. 如图，用圆规比较两条线段 AB 和 $A'B'$ 的长短，图中的两个圆规大小相同且夹角相等，其中正确的是 ()

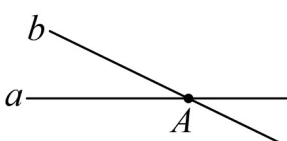


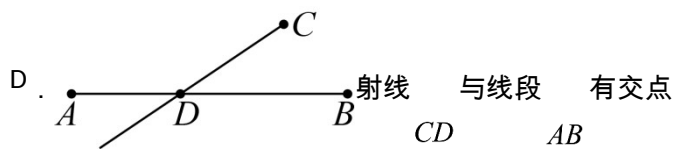
- A. $A'B' > AB$ B. $A'B' = AB$
C. $A'B' < AB$ D. 没有刻度尺，无法确定

【变式 2】. 下列说法错误的是 ()

A.  直线 l 经过点 A

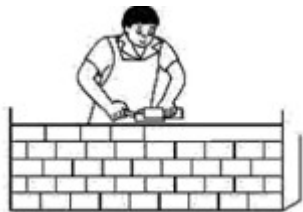
B.  点 A 在直线 m 上

C.  直线 a 、 b 相交于点 A



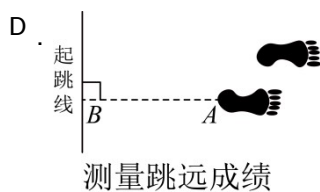
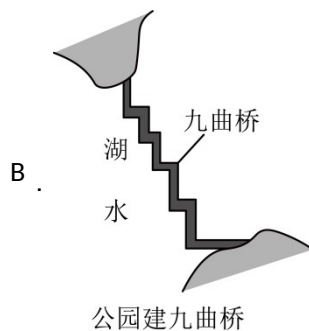
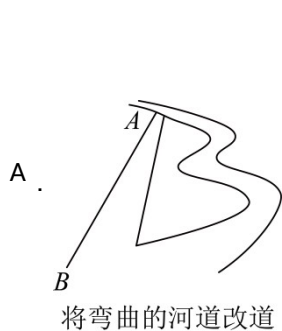
题型 02 几何初步的几个基本事实

【典例 1】 . 如图，建筑工人在砌墙时，经常用细绳在墙的两端之间拉一条直的参照线，这样做应用的数学原理是 ()



- A . 直线比曲线短
- B . 线段是直线的一部分
- C . 经过一点有无数条直线
- D . 两点确定一条直线

【变式 1】 . 下列实际操作依据的数学道理是“两点确定一条直线”的是 ()



【变式 2】 . 秦岭终南山公路隧道是我国自主设计最长的双洞单向高速公路隧道，隧道线形为直线，被誉为“天下第一隧”，建成后通行里程大大缩短，其路程缩短的原因是 ()

- A . 两点确定一条直线
- B . 两点之间，线段最短

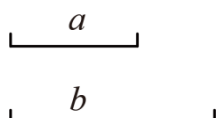
C. 过一点有无数条直线

D. 两点之间线段的长度叫做这两点间的距离

题型 03 线段—作图题及其应用

【典例 1】. 如图，已知线段 a, b . 按如下步骤完成尺规作图：①作射线 AM ；③在线段 AB 上截取

$AD = BD = a$ ， $BC = b$. 则 AC 的长是 ()



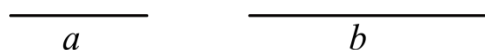
A. $2a + b$

B. $a + b$

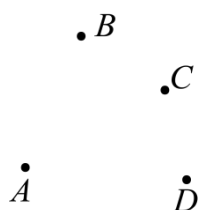
C. $2a - b$

D. $b - a$

【变式 1】. 已知线段 a, b ，用尺规作一条线段 c ，使得 $c = a + b$ ；



【变式 2】. 如图， A, B, C, D 四点在同一平面上，根据下列语句作图（只保留作图痕迹不写作法）.



(1)画射线 AB ；

(2)作直线 AD, BC 相交于点 E ；

(3)连接 AC, BD 交于点 F ；

(4)连接 EF 并延长 EF 至 M ，使 $FM = EF$.

题型 04 线段—线段的和、差、倍及其应用

【典例 1】. C 是线段 MN 的中点， D 是线段 NC 上一点，则选项错误的是 ()

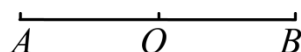
A. $CD = MC - ND$

B. $CD = \frac{1}{2}MN - ND$

C. $CD = \frac{1}{2}NC$

D. $CD = MD - NC$

【变式 1】. 如图，点 O 在线段 AB 上，下列不能表示点 O 是线段 AB 的中点的是 ()



A. $AB = 2OA$

B. $OA = OB$

C. $OB = \frac{1}{2}AB$

D. $AB = OA + OB$

【变式2】. 已知线段 $AB = 6\text{cm}$ ，点 C 是 AB 的中点，点 D 在线段 AB 上且 $CD = \frac{1}{3}CB$ ，则线段 AD 的长为

()

A. 2cm

B. 4cm

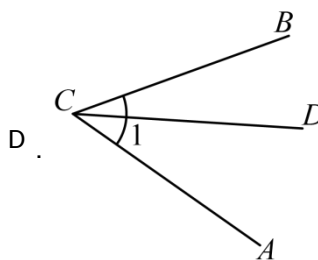
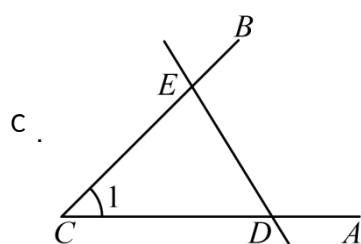
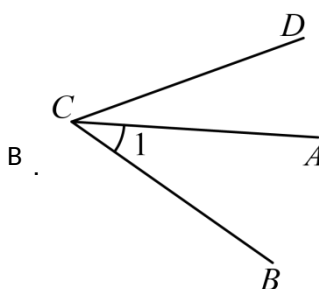
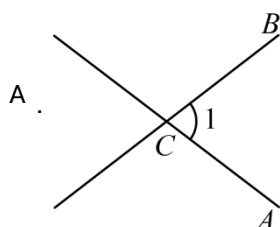
C. 2cm 或 3cm

D. 2cm 或 4cm

【变式3】. 已知，点 C 是线段 AB 的一个三等分点，点 D 为线段 BC 的中点，若 $CD = 3$ ，则 $AB = \underline{\hspace{1cm}}$

题型 05 角—概念辨析

【典例1】. 图中能用 $\angle 1$ ， $\angle ACB$ ， $\angle C$ 三种方法表示同一个角的是 ()



【变式1】. 在下列说法中，正确的是 ()

- ①两条射线组成的图形叫作角； ②角的大小与边的长短有关；
③角的两边可以一样长，也可以一长一短； ④角的两边是两条射线.

A. ①

B. ②

C. ③

D. ④

【变式2】. 下列说法正确的是 ()

A. 射线就是直线

B. 连接两点间的线段，叫做这两点的距离

C. 两条射线组成的图形叫做角

D. 经过两点有一条直线，并且只有一条直线

题型 06 角—角的单位及其换算，角的分类等

【典例1】. 下列各式中，正确的角度互化是 ()

A. $18^{\circ}18'18'' = 3.33^{\circ}$

B. $46^{\circ}48' = 46.48^{\circ}$

C. $22.25^{\circ} = 22^{\circ}15'$

D. $28.5^{\circ} = 28^{\circ}50'$

【变式1】 . 下列角度中，比 20.35° 小的是 ()

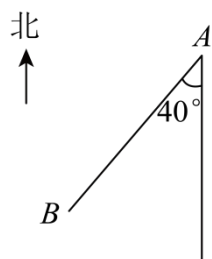
A. 20.45°

B. 21.35°

C. $20^{\circ}30'$

D. $20^{\circ}20'$

【变式2】 . 如图，在一次活动中，位于 A 处的七年级一班准备前往相距 5km 的 B 处与七年级二班会合，若用方向和距离描述七年级二班相对于七年级一班的位置，可以描述为 ()



A. 北偏东 40° ，与二班相距 5km 处

B. 北偏东 50° ，与二班相距 5km 处

C. 南偏西 40° ，与一班相距 5km 处

D. 南偏东 40° ，与一班相距 5km 处

【变式3】 . 下列各角是锐角的是 ()

A. $\frac{1}{4}$ 周角

B. $\frac{5}{6}$ 平角

C. $\frac{1}{2}$ 平角

D. $\frac{2}{3}$ 直角

【变式4】 . 如图所示，钟表上时针与分针之间所夹的锐角是 ()



A. 75°

B. 70°

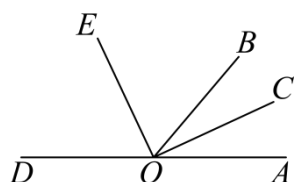
C. 65°

D. 60°

题型 07 角—角的和、差、倍及其应用；三角板问题

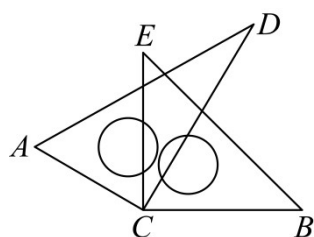
【典例1】 . 已知 OC 为 $\angle AOB$ 的三等分线，若 $\angle AOB = 150^{\circ}$ ，则 $\angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ}$.

【变式1】 . 如图，点 O 是直线 AD 上一点，射线 OC 、 OE 分别是 $\angle AOB$ 、 $\angle BOD$ 的平分线，若 $\angle AOC = 25^{\circ}$ ，则 $\angle BOE = \underline{\hspace{2cm}}$.

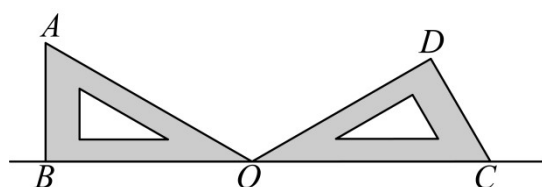


【变式2】. 将一副三角板中的两块直角三角尺的直角顶点 C 按如图方式叠放在一起，则

$\angle ACB + \angle ECD =$ _____ .



【变式3】. 如图，将两个含 30° 角的三角板按如图方式摆放在水平桌面上，下列表述正确的是 ()



A . $\angle A = 30^\circ$

B . $\angle AOD = 120^\circ$

C . $\angle AOB + \angle COD = 90^\circ$

D . $\angle CDO = 60^\circ$

题型 08 角—余角、补角及其应用

【典例1】. 若 $\angle BOC$ 为 $44^\circ 28'$ ，那么它的补角是 ()

A . $135^\circ 32'$

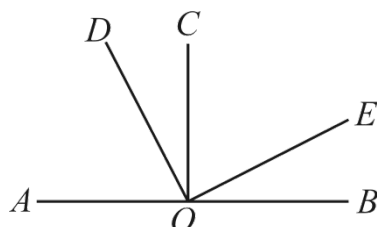
B . $135^\circ 28'$

C . $46^\circ 28'$

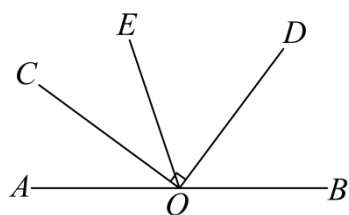
D . $45^\circ 28'$

【变式1】. 一个角的补角是它的余角的3倍，则这个角是_____ .

【变式2】. 如图，， $\angle AOC = \angle BOC = \angle DOE = 90^\circ$ ，则图中互余的角有_____对 .



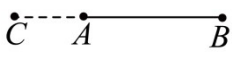
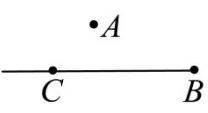
【变式3】. 如图，点 O 在直线 AB 上， $\angle COD = 90^\circ$ (OC 和 OD 在直线 AB 上方) .



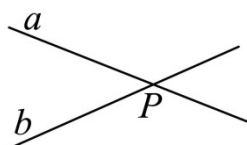
- (1) 写出 $\angle AOC$ 的补角和 $\angle DOE$ 的余角；
- (2) 若 OC 平分 $\angle AOE$, $\angle DOE = 55^\circ$, 求 $\angle AOD$ 的度数.

强化训练

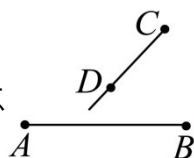
一、单选题

1. 下列关于角的说法正确的个数是 ()
- ①角是由两条射线组成的图形；②角的边越长，角越大；③在角一边延长线上取一点 D ；④角可以看作由一条射线绕着它的端点旋转而形成的图形.
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
2. 下列各式中，正确的角度互化是 ()
- A. $18^\circ 18' 18'' = 3.33^\circ$ B. $46^\circ 48' = 46.48^\circ$
- C. $22.25^\circ = 22^\circ 15'$ D. $28.5^\circ = 28^\circ 50'$
3. 关于两点之间的线段，下列说法中不正确的是 ()
- A. 连接两点的线段可以有无数条
- B. 如果线段 $AB = AC$, 那么点 A 与点 B 的距离等于点 A 与点 C 的距离
- C. 连接两点的线段的长度是两点间的距离
- D. 连接两点的线段是连接两点的所有的线中，长度最小的
4. 下列几何图形与相应语言描述相符的是 ()
- A. 延长线段 AB 到 C 
- B. 射线 BC 经过点 A 

C. 直线 a 与直线 b 相交于点 P



D. 射线 CD 与线段 AB 没有交点



5. 下列说法中，错误的有 ()

①射线是直线的一部分

②画一条射线，使它的长度为 3cm

③线段 AB 和线段 BA 是同一条线段

④射线 AB 和射线 BA 是同一条射线

⑤直线 AB 和直线 BA 是同一条直线

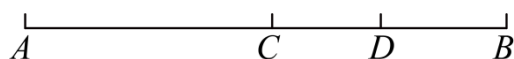
A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

6. 如图所示，下列各式错误的是 ()



A. $AB = AD + DB$ B. $CB = AB - AC$ C. $CD = CB - DB$ D. $AC = CB - DB$

7. 已知 $\angle\alpha = 25^\circ 15'$, $\angle\beta = 25.15^\circ$, 则 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 的大小关系是 ()

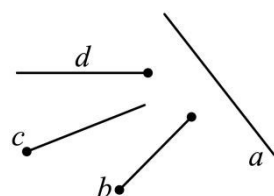
A. $\angle\alpha > \angle\beta$

B. $\angle\alpha < \angle\beta$

C. $\angle\alpha = \angle\beta$

D. 无法确定

8. 如图，下列给出的直线，射线，线段中能相交的是 ()



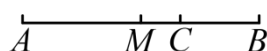
A. a 与 b

B. c 与 d

C. b 与 d

D. a 与 c

9. 如图，线段 AB 的长为 18cm , M 是 AB 的中点， C 将线段 MB 分为 MC 和 CB 两部分，且 $MC:CB = 1:2$, 则线段 AC 的长为 ()



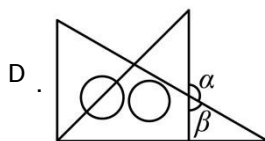
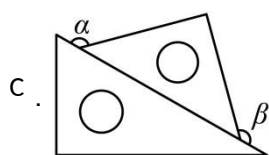
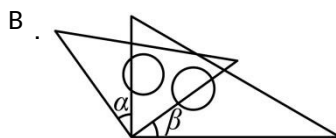
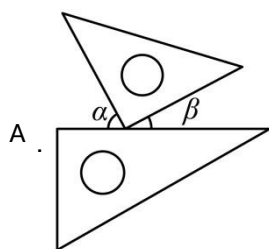
A . 6cm

B . 9cm

C . 10cm

D . 12cm

10. 如图，将一副三角板按不同位置摆放，其中 α 和 β 互为余角的是 ()

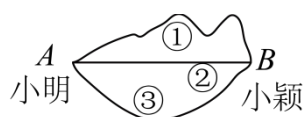


二、填空题

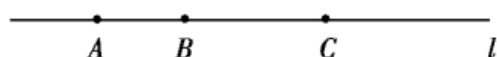
11. $98^{\circ}30'18'' = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ}$

$37.145^{\circ} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ} \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$

12. 如图所示，小明到小颖家有三条路，小明想尽快到小颖家，请你帮他选线路_____，用数学知识解释为_____.

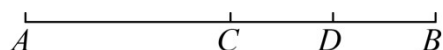


13. 如图，点 A ， B ， C 在直线 l 上，则图中有_____条线段，_____条射线，有_____条直线.



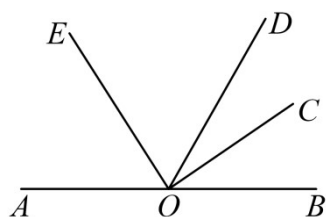
14. 某人下午六时多外出买东西，出门时看手表，发现表的时针和分针的夹角为 110° ，七时前回家时又看手表，发现时针和分针的夹角仍是 110° . 那么此人外出_____分钟.

15. 如图，点 C 、 D 分别是线段 AB 、 BC 的中点，若 $CD = 3$ ，则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

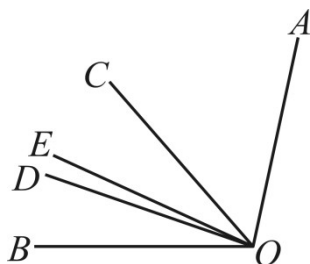


16. $\angle \alpha$ 与它的余角相等， $\angle \beta$ 与它的补角相等，则 $\angle \alpha + \angle \beta = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ}$.

17. 如图，点 O 在直线 AB 上， OC ， OD ， OE 是射线，则图中大于 0° 小于 180° 的角有_____个.



18. 如图，已知 $\angle AOB = 102^\circ$ ， $\angle COD = 30^\circ$ ， $\angle COD$ 在 $\angle AOB$ 的内部绕点 O 任意旋转，若 OE 平分 $\angle BOC$ ，则 $2\angle AOE + \angle BOD$ 的值为_____。



三、解答题

19. 如图，已知四点 A, B, C, D 。读下列语句按要求用尺规依次画图。

$A \bullet$ $C \bullet$

$D \bullet$

$B \bullet$

- (1) 画线段 AB, AD ，画射线 AC ，画直线 BD ；
- (2) 在 (1) 的条件下，比较线段的大小： $AB + BD$ _____ AD (填“>”“<”“=”)，理由是_____。
20. 已知 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ ，用尺规画出 $\angle AOB = \angle \alpha + 2\angle \beta$ 。(不写作法，标明字母)



21. 将下列各角用度、分、秒表示出来：

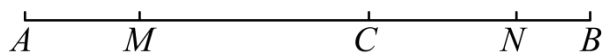
(1) $\left(\frac{1}{12}\right)^\circ$.

(2) 75.5° .

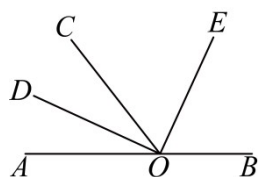
(3) 32.32° .

22. 已知线段 $AB = 90\text{cm}$, 点 C 是线段 AB 上任意一点 (不与点 A, B 重合) , 点 M, N 在线段 AB 上 ,

$AM = \frac{1}{3}AC$, $BN = \frac{1}{3}BC$, 求 MN 的长 .



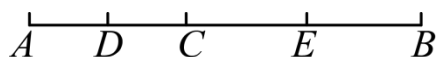
23. 如图, O 为直线 AB 上一点, OD 平分 $\angle AOC$, $\angle DOE = 90^\circ$.



(1) 直接写出 $\angle AOD$ 的余角是_;

(2) OE 是 $\angle BOC$ 的平分线吗? 请说明理由 .

24. 如图, 已知线段 $AB = 16\text{cm}$, 点 C 为线段 AB 上的一个动点, 点 D, E 分别是 AC 和 BC 的中点 .

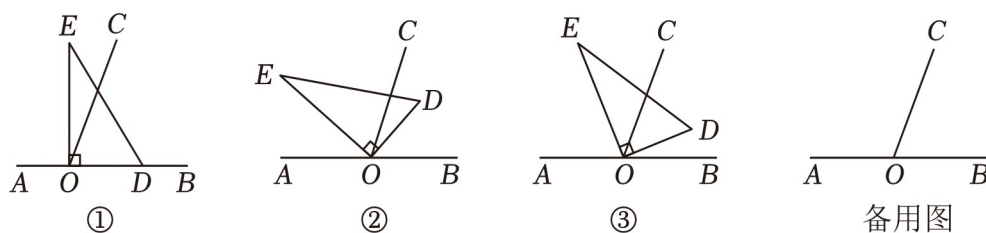


(1) 若点 C 恰为 AB 的中点, 求 DE 的长;

(2) 若 $AC = 6\text{cm}$, 求 DE 的长;

(3) 试说明不论 AC 取何值 (不超过 16cm) , DE 的长不变 .

25. 如图, 以直线 AB 上一点 O 为端点作射线 OC , 使 $\angle BOC = 70^\circ$, 将一个直角三角形的直角顶点放在点 O 处 . ($\angle DOE = 90^\circ$)



(1) 如图①, 若直角三角板 DOE 的一边 OD 放在射线 OB 上, 则 $\angle COE = _\circ$;

(2) 如图②, 将直角三角板 DOE 绕点 O 逆时针方向转动到某个位置, 若 OC 恰好平分 $\angle BOE$, 求 $\angle COD$ 的度数;

(3) 如图③, 将直角三角板 DOE 绕点 O 转动, 如果 OD 始终在 $\angle BOC$ 的内部, 试猜想 $\angle BOD$ 和 $\angle COE$ 有怎样的数量关系? 并说明理由;

(4)将直角三角板 DOE 绕点 O 转动一周，如果 OD 在 $\angle BOC$ 的外部，且 $\angle BOD = 80^\circ$ ，请直接写出 $\angle COE$ 的度数．