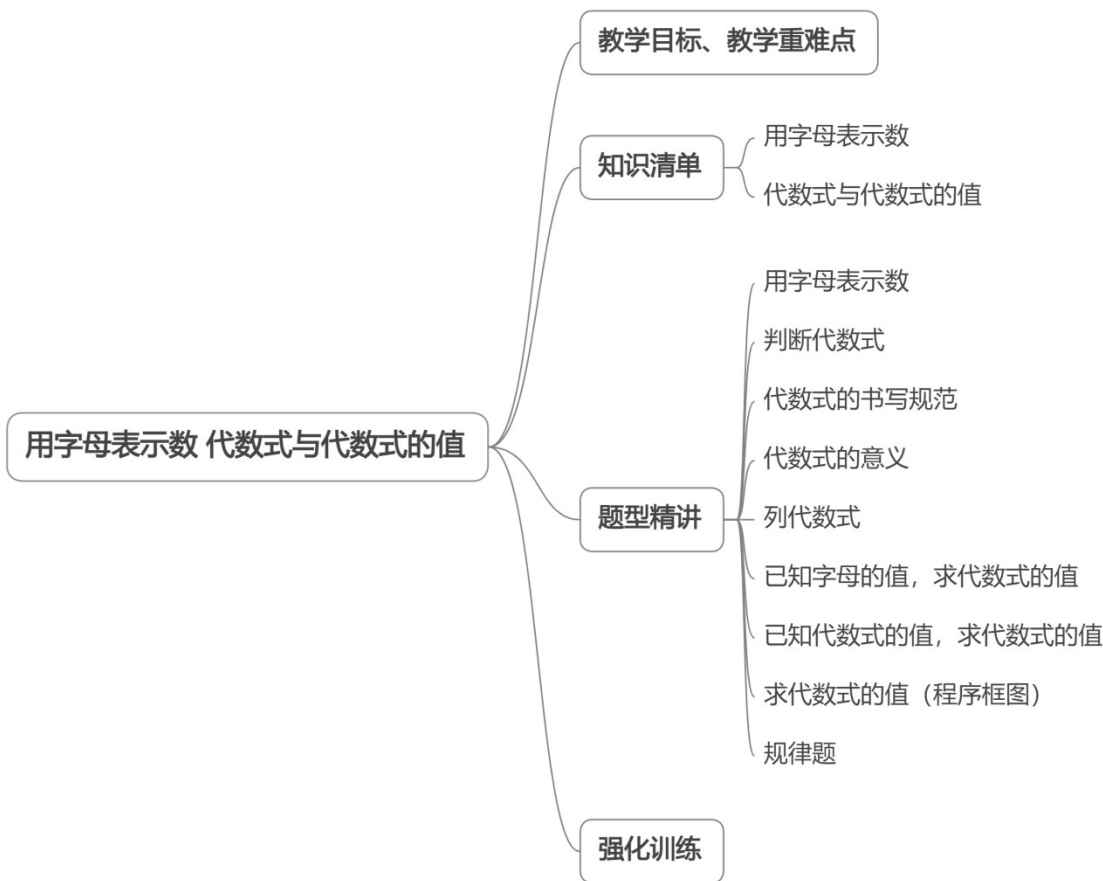


专题 2.1 用字母表示数 代数式与代数式的值

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 知道字母能表示什么；能用字母写出简单问题中的数量关系；掌握字母表示数的书写要求； 2. 能按要求列出代数式，知道代数式表示的实际意义； 3. 学会代数式的书写规范，会求代数式的值。
教学重难点	1.重点 (1) 理解用字母表示数的意义；知道代数式的概念 (2) 掌握代数式的书写规范； (3) 会求代数式的值。

2.难点

- (1) 复杂的列代数式有关的实际问题；
- (2) 求代数式的值有关的化简、变形，整体思想等。

知识清单

知识点1 用字母表示数

一、知识引入

在上一章，我们把有理数的加法交换律表示为 $a+b=b+a$ ，把加法结合律表示为 $(a+b)+c=a+(b+c)$ ，其中 a 、 b 、 c 表示三个有理数。用字母表示有理数有助于简明地呈现有理数的运算规律。

例 如果 a 表示一个有理数，那么它的和反数如何表示？有理数 a 的相反数一定是负数吗？

解 有理数 a 的相反数可以用 $-a$ 表示。

如果 a 是正数，那么 $-a$ 表示的数是负数；如果 a 是负数，那么 $-a$ 所表示的数是正数；如果 a 是零，那么 $-a$ 所表示的数也是零、所以， $-a$ 不一定是负数

二、字母表示数

用字母表示数之后，有些数量之间的关系用含有字母的式子表示，看上去更加简明，更具有普遍意义了。举例：如果用 a 、 b 表示任意两个有理数，那么加法交换律可以用字母表示为： $a+b=b+a$ 。乘法交换律可以用字母表示为： $ab=ba$ 。

三、字母表示数的书写要求：

1. 数与字母或字母与字母相乘时，乘号可以用“ $\cdot$ ”表示或者省略不写，如 $5 \times m$ 可以写成 $5 \cdot m$ 或 $5m$ ， $a \times b$ 可以写成 $a \cdot b$ 或 ab 。

2. 在省略乘号时，要把数字写在字母的前面、如 $x \times 4$ 写成 $4x$ ，一般不写成 $x4$ 。当数字是1时，如 $1 \times a$ 写成 a ；

当数字是-1时，如 $(-1) \times a$ 写成 $-a$ 。当数字是带分数时，常写成假分数，如 $1\frac{1}{2}a$ 一般写成 $\frac{3}{2}a$ 。

3. 运算结果一般不出现除号，一般用分数表示。

【即学即练】

1. 下列代数式，表示正确的是 ()

- A. a^2 B. $2\frac{1}{2}a$ C. $5a$ D. $a+2$ 元

2. “ a 的2倍与3的和”，用代数式可以表示成 ()

- A. $2(a+3)$ B. $2(a-3)$ C. $2a-3$ D. $2a+3$

3. 一个足球 m 元，一个篮球 n 元，则买6个足球和3个篮球共需_____元。

4. 若正方形的边长为 a ，则正方形的面积是_____，周长是_____；

5. 下列代数式的意义叙述错误的是 ()

- A. $2a+3$ 的意义是 a 的 2 倍与 3 的和 B. $5ab$ 的意义是 a 与 b 的积的 5 倍
C. $a+b^2$ 的意义是 a 与 b 的和的平方 D. a^2-1 的意义是 a 的平方与 1 的差

知识点 2 代数式与代数式的值

一、代数式

1. 代数式的定义：诸如： $16n$ ， $2a+3b$ ， 34 ， $\frac{n}{2}$ ， $(a+b)^2$ 等式子，它们都是用运算符号把数和字母连接而成的，像这样的式子叫做代数式，单独的一个数或一个字母也是代数式。

【规律方法】

带等号或不等号的式子不是代数式，如 $3x=3$ ， $3x>3$ ， $3x\neq 3$ 等都不是代数式。

2. 列代数式：

在解决实际问题时，常常先把问题中与数量有关的词语用代数式表示出来，即列出代数式，使问题变得简洁，更具一般性。

二、代数式的值：一般地，用具体数值代替代数式中的字母，按照代数式中的运算关系计算得出的结果，叫做代数式的值。

【即学即练】

1. 下列不是代数式的是 ()

- A. $5t$ B. $v+2.5$ C. $s=a^2$ D. 0

2. 在 π ， x^2+5 ， $1-3x=0$ ， ab ， $a>2$ ， 0 ， $\frac{1}{a}$ 中，代数式有 ()

- A. 6 个 B. 5 个 C. 4 个 D. 3 个

3. 若 $m=-3$ ，则代数式 $4-m^2$ 的值为 ()

- A. 2 B. -2 C. 5 D. -5

4. 当 $x=2$ ， $y=-\frac{3}{2}$ 时，求代数式 $3x^2-xy-2y^2$ 的值。

5. 若 $a+b=5$ ，则 $2a+2b-3$ 的值为 ()

- A. 7 B. 10 C. 13 D. 17

题型精讲

题型 01 用字母表示数

【典例 1】 b 的 $\frac{1}{3}$ 倍的相反数与 2 的和用代数式表示为_____。

【变式1】 . 现有5元面值人民币 m 张，10元面值人民币 n 张，共有人民币_____元（用含 m 、 n 的代数式表示）.

【变式2】 . 一个两位数，十位上的数字是5，个位上的数字是 a ，则这个两位数是

【变式3】 . 原产量 n 千克增产20%之后的产量应为（ ）

- A . $(1 - 20\%)n$ 千克 B . $(1 + 20\%)n$ 千克 C . $n + 20\%$ 千克 D . $n \times 20\%$ 千克

题型 02 判断代数式

【典例1】 . 下列各式中，不是代数式的是（ ）

- A . $x - 3 = 6$ B . $3mn$ C . $\frac{x-y}{2}$ D . $-5 + a$

【变式1】 . 有下列式子：① a ；② $2a$ ；③ $3x - 1$ ；④ $\frac{3s+9}{t}$ ；⑤ $S = \frac{ab}{2}$ ；⑥ $x + y > 4$ ；⑦ x^2 . 其中代数式有（ ）

- A . 7个 B . 6个 C . 5个 D . 4个

题型 03 代数式的书写规范

【典例1】 . 下列各式符合代数式书写规范的是（ ）

- A . $18\frac{1}{2}b$ B . $-\frac{b}{a^2}$ C . $1\frac{1}{4}x$ D . $m \div 2n$

【变式1】 . 下列代数式书写格式正确的是（ ）

- A . $a \div b$ B . $y \times 3$ C . $\frac{2n}{m}$ D . $1\frac{1}{2}a$

【变式2】 . 下列各式符合代数式书写规范的是（ ）

- A . $m \times 6$ B . $\frac{n}{3}$ C . $x - 7$ 元 D . $2\frac{3}{4}xy^2$

【变式3】 . 下列式子中，符合代数式书写的是（ ）

- A . $xy + 3$ B . $1\frac{1}{3}x^2$ C . $\frac{2x-y}{3}$ D . $x + 3$ 元

题型 04 代数式的意义

【典例1】 . 下列代数式用语言叙述错误的是（ ）

A. $a^2 - 2ab + b^2$ 表示 a, b 两数的平方和减去它们乘积的 2 倍

B. $m + 2n$ 表示 m 与 n 的 2 倍的和

C. $a^2 + b^2$ 表示 a 与 b 和的平方

D. $(a+b)(a-b)$ 表示 a, b 两数的和与差的乘积

【变式 1】 . 下列代数式的意义错误的是 ()

A. $2x+3$ 的意义是 x 的 2 倍与 3 的和

B. $2(x-3)$ 的意义是 x 与 3 的差的两倍

C. $\frac{xy}{2}$ 的意义是 x 与 y 的和除以 2 的商

D. $a^3 + 3a + 2$ 的意义是 a 的三次方, a 的三倍, 与 2 的和

【变式 2】 . 惠安科山上的小天台宛如一颗明珠镶嵌其间, 成为众多游客的打卡圣地. 国庆假期第一天游客 m 人, 第二天游客人数是第一天游客人数的 2 倍还少 300 人, 则代数式“ $m-300$ ”表示的意义是 ()

A. 第一天比第二天多的游客人数

B. 第二天比第一天多的游客人数

C. 这两天所有游客人数 D. 第二天游客人数

【变式 3】 . 用字母表示的代数式是具有一定意义的, 下列赋予 $4a$ 实际意义的例子中错误的是 ()

A. 若 a 表示一个正方形的边长, 则 $4a$ 表示这个正方形的周长

B. 若工程队平均每天铺设管道长度 a 千米, 则 $4a$ 表示这工程队 4 天完成的工作量

C. 若一个两位数的十位数字是 4, 个位数字 a , 则 $4a$ 表示这个两位数

D. 若汽车行驶速度是 a 千米/小时, 则 $4a$ 表示这辆汽车行驶 4 小时的路程

题型 05 列代数式

【典例 1】 . 用字母表示下列各数:

(1) a 的 3 倍与 y 的一半的差;

(2) m 与 n 的和平方的平方与 m, n 的积的和;

(3) 比 x 与 y 的差的 2 倍小 1 的数;

(4) x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的 $\frac{1}{3}$ 的和.

【变式 1】 . 王华跟同学在某面馆吃饭，表中为此面馆的套餐情况 . 已知他们总共点了 10 份意大利面， x 杯饮料，2 份沙拉，则他们点了_____份 A 餐 .

A 餐：一份意大利面

B 餐：一份意大利面加一杯饮料

C 餐：一份意大利面加一杯饮料加一份沙拉

【变式 2】 . 用代数式表示：

(1) 购买 a 斤苹果和 b 斤香蕉，苹果每斤 8 元，香蕉每斤 5 元，则共花费_____元；

(2) 把 a 元存入银行，存期两年，年利率为 2.05%，到期时的利息为_____元；

(3) 甲、乙两地相距 s km . 李明原计划骑车从甲地到乙地，需用时 t h；后因天气原因，改乘公交车前往，结果提前 1h 到达乙地 . 则公交车的速度为_____ km/h .

题型 06 已知字母的值，求代数式的值

【典例 1】 . 当 $x = -2$ 时，代数式 $3 + 2x$ 的值是 ()

- A . -7 B . 7 C . 1 D . -1

【变式 1】 . 当 $m = -2$ ， $n = 5$ 时，代数式 $-3(m+n)$ 的值是 ()

- A . 6 B . -6 C . 9 D . -9

【变式 2】 . 若 x 的相反数是 2， $|y| = 5$ ，且 $x+y > 0$ ，则 $x-y$ 的值是 ()

- A . 3 B . 3 或 -7 C . -3 或 -7 D . -7

【变式 3】 . 若 $|x-1| + (y+2)^2 = 0$ ，则 $x^2 + y^2$ 的值是 ()

- A . 0 B . -3 C . -1 D . 5

题型 07 已知代数式的值，求代数式的值

【典例 1】 . 若 $x^2 + x - 2 = 0$ ，则 $x^2 + x + 2022$ 等于 ()

- A . 2022 B . 2021 C . 2023 D . 2024

【变式 1】 . 已知 $a-b = -2$ ，则代数式 $4(a-b)^2 + a-b$ 的值为 ()

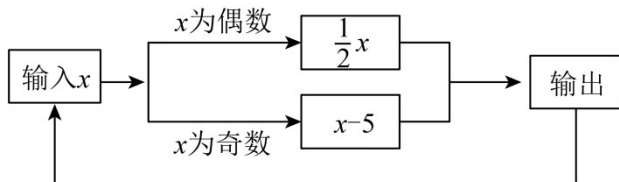
- A . 16 B . 14 C . 12 D . 10

【变式2】. 如果 $x(x+1)=1$ ，那么代数式 x^3+2x^2-7 的值为 ()

- A. -6 B. -8 C. 6 D. 8

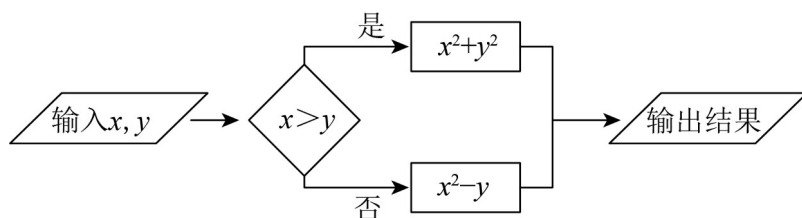
题型 08 求代数式的值 (程序框图)

【典例1】. 如图所示的运算程序中，若开始输入 x 的值为 3，则第 2025 次输出的结果是 ()



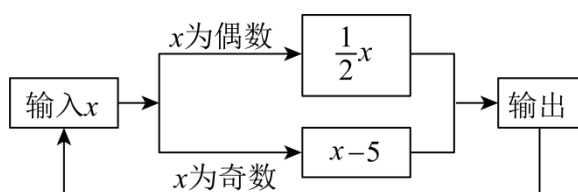
- A. -4 B. -2 C. -3 D. -6

【变式1】. 按如图所示的运算程序，能使运算输出的结果为 1 的是 ()



- A. $x=3, y=4$ B. $x=-1, y=-1$
 C. $x=2, y=-1$ D. $x=-2, y=3$

【变式2】. 如图所示，在这个数据运算程序中，若开始输入的 x 的值为 2，结果输出的是 1，返回进行第二次运算，则输出的是 -4，...，则第 2024 次输出的结果是 ()



- A. -6 B. -4 C. -1 D. -2

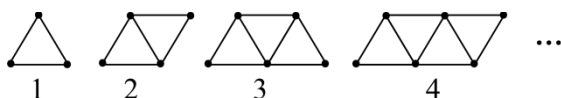
题型 09 规律题

【典例1】. 按一定规律排列的代数式： $-x+2y, x^3+4y, -x^5+6y, x^7+8y, -x^9+10y, x^{12}+12y, \dots$ ，第 n 个代数式是 ()

- A. $(-1)^n x^{2n+1} + 2ny$ B. $(-1)^n x^{2n-1} + 2ny$
 C. $(-1)^{n+1} x^{2n+1} + ny$ D. $(-1)^{n+1} x^{2n-1} + ny$

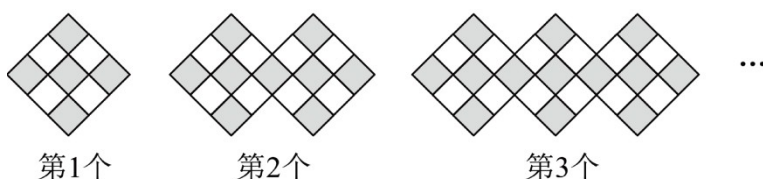
【变式1】 . 如图，用火柴棒摆出的系列图案，第1个图形用了3根火柴棒，第2个图形用了5根火柴棒

.....，按此规律，那么第 n 个图形用的火柴棒的根数是（ ）



- A . $n+2$ B . $2n+1$ C . $2n-1$ D . $3n$

【变式2】 . 如图，是一组有规律的图案，它们是由边长相同的小正方形组成的，其中部分小正方形涂有阴影，按照这样的规律，第2025个图案中涂有阴影的小正方形个数是（ ）



- A . 8101 B . 8103 C . 4051 D . 4053

强化训练

一、单选题

1 . 以下各式不是代数式的是（ ）

- A . $\pi a+b$ B . $\frac{1}{x}$ C . $5=3+a$ D . a

2 . 甲数比乙数的3倍大2，若甲数为 x ，则乙数为（ ）

- A . $3x-2$ B . $3x+2$ C . $\frac{x+2}{3}$ D . $\frac{x-2}{3}$

3 . 下面用数学语言叙述代数式 $\frac{1}{a} \cdot b$ ，其中表达正确的是（ ）

- A . a 与 b 差的倒数 B . b 与 a 的倒数的差
C . a 的倒数与 b 的差 D . 1除以 a 与 b 的差

4 . 七年级有6个班，每个班平均有 n 个学生，并且七年级一共有30位老师，则七年级共有师生（ ）

- A . $(6n+30)$ 人 B . $(6n-30)$ 人 C . $(30-6n)$ 人 D . $6n$ 人

5 . 一个两位数，个位数字是十位数字的2倍，十位数字为 x ，那么这个两位数为（ ） .

- A . $3x$ B . $12x$ C . $21x$ D . $21x+2$

6 . 随着通讯市场竞争的日益激烈，某通讯公司的手机市话收费按原标准降低了 a 元后，再次下调了25%，

现在的收费标准是每分钟 b 元，则原收费标准每分钟为 ()

- A. $(\frac{4}{3}b - a)$ 元 B. $(\frac{4}{3}b + a)$ 元 C. $(\frac{5}{4}b - a)$ 元 D. $(\frac{5}{4}b + a)$ 元

7. 某工厂原计划每天生产 a 个零件，现实际每天多生产 b 个零件，则生产 m 个零件提前完成的天数为 ()

- A. $\frac{m}{a+b} - \frac{m}{a}$ B. $\frac{m}{a} - \frac{m}{a+b}$ C. $\frac{m}{a+b}$ D. $\frac{m}{a+b} - \frac{m}{b}$

8. 当 $x = 1$ 时，代数式 $px^3 + qx + 1$ 的值为 2026，则当 $x = -1$ 时， $px^3 + qx + 1$ 的值为 ()

- A. 2024 B. -2024 C. 2025 D. -2025

二、填空题

9. 一种商品每件盈利为 a 元，售出 60 件，共盈利_____元 (用含 a 的式子表示)

10. 某地出租车的收费标准是：3 千米以内(包括 3 千米)为起步价收 5 元，3 千米以后每千米价为 1.5 元。

(1) 若某人乘坐了 1.5 千米，则应收费_____元；

(2) 若某人乘坐了 6 千米，则应收费_____元；

(3) 若某人乘坐了 x 千米($x > 3$)的路程，则应收费_____元。(只列式，不计算)

11. 一条河的水流速度是 6km/h，船在静水中的速度是 v km/h，则该船在这条河流中逆水行驶的速度为_____ km/h。

12. 用代数式表示：

(1) f 的 11 倍再加上 2 可以表示为_____；

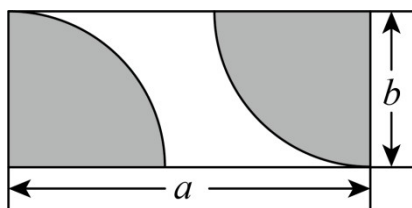
(2) 一个数 a 的 $\frac{1}{8}$ 与这个数的和可以表示为_____；

(3) 一个教室有 2 扇门和 4 扇窗户， n 个这样的教室有_____扇门和_____扇窗户；

(4) 产量由 m kg 增长 15% 后，达到_____ kg。

13. 若 $x^2 + x - 1 = 0$ ，则 $x^3 + 2x^2 + 2025$ 的值是_____。

14. 如图，在一个长为 a ，宽为 b 的长方形内剪去两个半径为 b 的扇形，则空白部分的面积为_____ (用含 a, b 的整式表示)。



三、解答题

15. 用代数式表示

- ① a 的平方的 3 倍与 5 的差
- ② 比 a 的倒数与 b 的倒数的和大 1 的数
- ③ a , b 两数的平方和减去它们乘积的 2 倍
- ④ a , b 两数的平方差除以 a , b 两数的和的平方 .

16. 下列式子是一些书写规范吗？若不规范，请将它们的规范写法填在横线处；

(1) $a \times 20$;

(2) $1\frac{1}{3}x$;

(3) $-1mn$;

(4) $s \div t$;

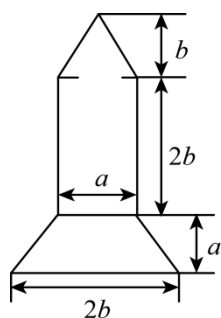
17. 下列用字母表示数的写法中哪些不规范，请改正过来 .

(1) $3x + 1$; (2) $m \times n - 3$; (3) $2 \times y$; (4) $a \cdot m + b \times n$ 元 ; (5) $a \div (b + c)$; (6) $a - 1 \div b$.

18. (1) 当 $x = 4, y = -3$ 时，求 $(x + y)(x - y)$ 的值；

(2) 当 $x = -\frac{4}{3}, y = \frac{3}{2}$ 时，求 $(3x + y)(x - 2y)$ 的值 .

19. 2024 年 11 月 4 日，神舟十八号载人飞船返回舱在东风着陆场成功着陆，神舟十八号载人飞行任务取得圆满成功。同学们倍受鼓舞，开展了火箭模型制作比赛，如图为火箭模型的截面图，下面是梯形，中间是长方形，上面是三角形。



(1) 用 a 、 b 的代数式表示该截面的面积 S ；

(2) 当 $a = 3\text{cm}$ ， $b = 3.4\text{cm}$ 时，求这个截面的面积。

20. 综合与探究

问题情境：如图 1 是牛顿摆的示意图，它由 7 根等距离的细线分别连接一颗相同的小铁球组成。在牛顿摆静止状态下，可将每个小铁球的最低处抽象成点。同学们利用牛顿摆和数轴进行探究。

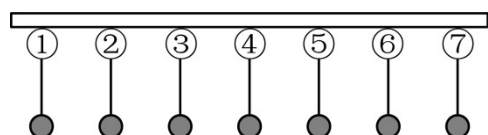


图1

初步分析：(1) 如图 2，将牛顿摆放在数轴的上方，此时铁球④的最低点在数轴上对应的数为 0，铁球⑥的最低点在数轴上对应的数为 5，则铁球①的最低点在数轴图 2 上对应的数为_____；

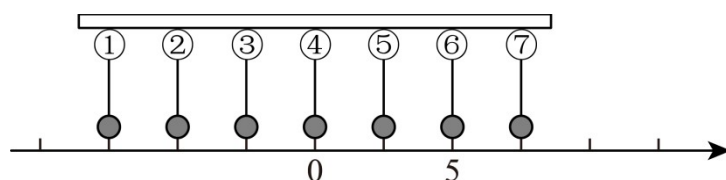


图2

深入探究：(2) 如图 3，将牛顿摆放在数轴的上方，铁球①与铁球⑤的最低点在数轴上对应的数分别为 m ， n 。勤学小组提出如下问题，请你解答。

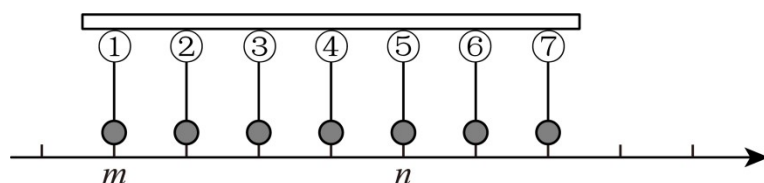


图3

问题 1：当 $m = -15$ ， $n = -6$ 时，铁球⑦的最低点在数轴上对应的数为_____；

问题 2：铁球⑦的最低点在数轴上对应的数为_____（用含 m ， n 的代数式表示）；

问题 3：点 P 是数轴上的一点，若点 P 到铁球⑦最低点的距离是铁球①与⑤最低点距离的 2 倍，则点 P 在数

轴上对应的数为_____（用含 m ， n 的代数式表示）。