

专题 01 线段与角 压轴题

题型归纳

题型一：线段—线段的和、差、倍

题型二：线段—存在性问题；新定义题

题型三：线段—定值问题

题型四：角—角的和、差、倍；角平分线的综合应用

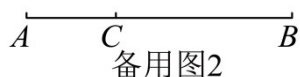
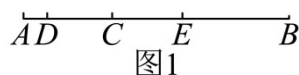
题型五：角—新定义题

题型六：角—三角板的综合应用

题型专练

题型一：线段—线段的和、差、倍

1. 已知 $AB = 24$ ， $DE = 10$ ，点 C 为线段 AB 的三等分点 ($BC > AC$)，点 A 在点 B 左侧，点 D 在点 E 左侧。



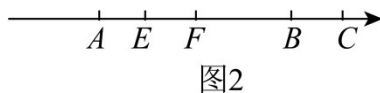
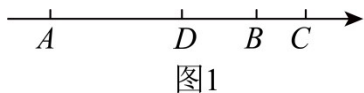
(1) 若线段 DE 在线段 AB 上运动。

① 如图 1，当点 C 为线段 DE 的中点时， $BE =$ _____；(直接写出结果)

② M 为线段 AB 上一点，且 $BM = 2BE$ ， $CE + DM = \frac{1}{2}AE$ ，求线段 CE 的长；

(2) 若线段 DE 在射线 BA 上运动，且 $2AD + CE = BD$ ，求线段 CD 的长。

2. 数轴上有 A 、 B 、 C 三点，如图 1，点 A 、 B 表示的数分别为 m 、 n ($m < n$)，点 C 在点 B 的右侧，点 D 是 AC 的中点， $AC - AB = 2$ 。(注：把一条线段分成相等的两条线段的点，叫作这条线段的中点)



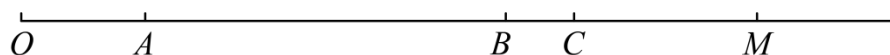
(1) 若 $m = -8, n = 2$,

① 点 D 表示的数为_;

② 如图 2, 线段 $EF = a$ (E 在 F 的左侧, $a > 0$), 线段 EF 从 A 点出发, 以 1 个单位每秒的速度向 B 点运动 (F 不与 B 点重合), 点 M 是 EC 的中点, N 是 BF 的中点, 在 EF 运动过程中, MN 的长度始终为 1, 求 a 的值;

(2) 若 $n - m > 2$, 若 $AD + 3BD = 4$, 试求线段 AB 的长.

3. 如图, 在射线 OM 上有 A, B, C 三点, 满足 $OA = 4\text{cm}, AB = 12\text{cm}, BC = 2\text{cm}$. 点 P 从点 O 出发, 沿 OM 方向以 1cm/s 的速度运动; 点 Q 从点 C 出发在线段 CO 上向点 O 匀速运动 (点 Q 运动到点 O 时停止运动), 两点同时出发.



(1) 当 $PA = 2PB$ (P 在线段 AB 上) 时, 点 Q 运动到的位置恰好是线段 AB 的中点, 则点 Q 的运动速度为 _____ cm/s . (直接写出答案即可)

(2) 若点 Q 的运动速度为 3cm/s , 经过多长时间 P, Q 两点相距 10cm ?

(3) 当点 P 运动到线段 AB 上时, 分别取 OP 和 AB 的中点 E, F , 则 $\frac{OB - AP}{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$. (直接写出答案即可)

4. 如图, 在数轴上, 数 a, b 所对应的点分别为 A, B , 点 O 表示原点, 且 a, b 满足

$(2a + 16)^2 + |b - 18| = 0$, 点 P 从点 A 出发, 以每秒 2 个单位的速度沿数轴向右运动, 点 Q 从 B 点出发, 沿数轴向左运动, 点 P 的速度是点 Q 速度的 $\frac{2}{3}$, P, Q 两点同时出发, 相遇后即停止运动.



图1

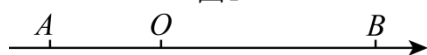


图2



图3

(1) 点 A 表示的数是_____, 点 B 表示的数是_____;

(2) 点 C 是线段 OB 的一个三等分点, 点 M 是 PQ 的中点, 设 P, Q 两点运动的时间为 t ($t > 0$) 秒, 用含 t

的式子表示线段 CM 的长，不用写出 t 的取值范围；

(3) 在 (2) 的条件下，在 P 、 Q 开始运动时，另一点 N 从点 O 出发，以每秒 5 个单位长度的速度向右运动，当 $QN + 2OM = PQ$ 时，求 t 的值，并直接写出此时线段 PN 的长度。

题型二：线段—存在性问题；新定义题

5. 【新理解】如图①，点 C 在线段 AB 上，图中共有三条线段 AB 、 AC 和 BC ，若其中有一条线段的长度是另外一条线段长度的 2 倍，则称点 C 是线段 AB 的“巧点”。

(1) 线段的中点——这条线段的“巧点”（填“是”或“不是”）；

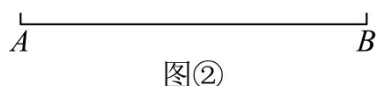
(2) 若 $AB = 12\text{cm}$ ，点 C 是线段 AB 的巧点，则 AC 最长为—— cm ；

【解决问题】

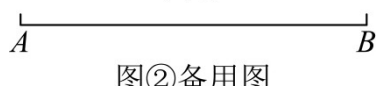
(3) 如图②，已知 $AB = 12\text{cm}$ ，动点 P 从点 A 出发，以 2cm/s 的速度沿 AB 向点 B 匀速移动；点 Q 从点 B 出发，以 1cm/s 的速度沿 BA 向点 A 匀速移动，点 P 、 Q 同时出发，当其中一点到达终点时，运动停止，设移动的时间为 $t(\text{s})$ 。当 t 为何值时， P 为 A 、 Q 的巧点？说明理由。



图①



图②



图②备用图



图②备用图

6. 【感悟体验】如图1， A 、 B 、 C 三点在同一直线上，点 D 在线段 AC 的延长线上，且 $AB = CD$ ，请仅用一把圆规在图中确定 D 点的位置。

【认识概念】在同一直线上依次有 A 、 B 、 C 、 D 四点，且 $AB = CD$ ，那么称 AB 与 CD 互为“对称线段”，其中 AB 为 CD 的“对称线段”， CD 亦为 AB 的“对称线段”。

如图2，下列情形中 AB 与 CD 互为“对称线段”的是（直接填序号）。

① $AB = 2$ ， $CD = 3$ ；② $AB = 1$ ， $BC = 2$ ， $BD = 4$ ；③ $AC = 2$ ， $BD = 2$ 。

【运用概念】如图3， AB 与 CD 互为“对称线段”，点 M 为 AC 的中点，点 N 为 BD 的中点，且 $AB = 2$ 。

(1) 若 $AD = 12$ ，求 AM 的长；

(2) 若 $AC=12$ ，求 MN 的长；

【拓展提升】如图4，在同一直线上依次有 A 、 B 、 C 、 D 四点， $2AB=CD$ 且 $AB=a$ (a 为常数)，点 M 为 AC 的中点，点 N 在 BD 上且 $ND=mBD$ 。是否存在 m 的值使得 MN 的长为定值？若存在，请求出 m 的值以及这个定值（用含 a 的代数式表示）；若不存在，请说明理由。

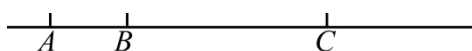


图1

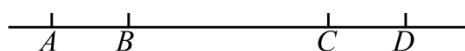


图2

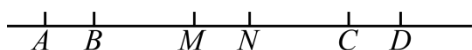


图3

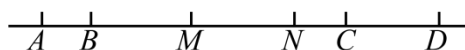


图4

7. 如图1，点 C 在线段 AB 上，图中有三条线段，分别为线段 AB 、 AC 和 BC ，若其中一条线段的长度是另外一条线段长度的2倍，则称点 C 是线段 AB 的“智慧点”。

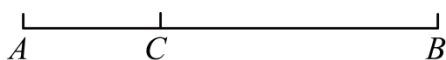


图1

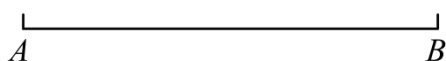


图2

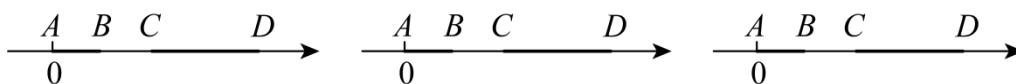
(1) 线段的中点——这条线段的“智慧点”（填“是”或“不是”）；

(2) 若线段 $AB=18\text{cm}$ ，点 C 为线段 AB 的“智慧点”，则 $AC=$ _____；

(3) 如图2，已知， $AB=18\text{cm}$ ，动点 P 从点 A 出发，以 2cm/s 的速度沿 AB 向点 B 运动，点 Q 从点 B 出发，以 1cm/s 的速度沿 BA 向点 A 运动，点 P 、 Q 同时出发，当其中一点到达终点时，运动停止，设运动的时间为 t 秒，若 A 、 P 、 Q 三点中，一点恰好是以另外两点为线段的“智慧点”，求出所有可能的 t 值。

题型三：线段一定值问题

8. 线段 AB 和 CD 在数轴上运动，点 A 开始时与原点重合，且 $CD=2AB+5$ 。



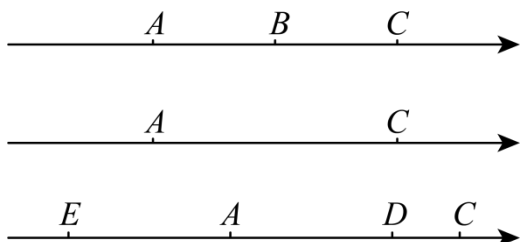
(1) 若 $AB=10$ ，且点 B 为线段 AC 的中点，求线段 AD 的长。

(2) 在 (1) 的条件下，线段 AB 和 CD 同时开始向右运动，线段 AB 的速度为 4 个单位/秒，线段 CD 的速度为 2 个单位/秒，经过 t 秒恰好有 $BD=6$ ，求 t 的值。

(3) 在 (1) 的条件下，线段 AB 和 CD 同时开始向左运动，线段 AB 的速度为 m 个单位/秒，线段 CD 的速度

为 n 个单位/秒，设 M 为线段 AC 中点， N 为线段 BD 中点，此时线段 MN 的长为定值吗？若是，请直接写出线段 MN 的长；若不是，请说明理由。

9. 已知如图数轴上有三点 A 、 B 、 C ， $AB = \frac{1}{2}AC$ ，点 C 对应的数是 20。

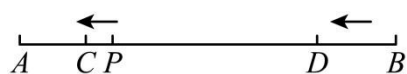


①若 $BC = 30$ ，求点 A 对应的数；

②在①的条件下，动点 P 、 Q 分别从 A 、 C 两点同时出发向左运动，同时动点 R 从 A 点出发向右运动，点 P 、 Q 、 R 的速度分别为 10 单位长度每秒、5 单位长度每秒、2 单位长度每秒，点 M 为线段 PR 的中点，点 N 为线段 RQ 的中点，求它们运动多少秒时恰好满足 $MR = 2RN$ ；

③在①的条件下，若点 E 、 D 对应的数分别为 -80、0，动点 P 、 Q 分别从 E 、 D 两点同时出发向左运动，点 P 、 Q 的速度分别为 10 单位长度每秒、5 单位长度每秒，点 M 为线段 PQ 的中点，点 Q 在从点 D 运动到点 A 的过程中， $\frac{3}{2}QC - AM$ 的值是否发生变化？若不变，求其值；若变化，请说明理由。

10. 如图，点 P 是定长线段 AB 上一定点，点 C 、 D 分别从点 P 、 B 同时出发以 a cm/s、 b cm/s 的速度沿直线 AB 向左运动（点 C 在线段 AP 上，点 D 在线段 BP 上），其中 a 、 b 满足条件： $|a-1| + |b-3| = 0$ 。运动的时间为 t s，且点 C 、 D 运动到任一时刻，总有 $PD = 3AC$ 。



(1)直接写出： $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$ ；

(2)若 $AB = 24$ cm，请求出 AP 的长；

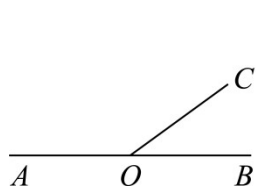
(3)若点 Q 是直线 AB 上一点，且 $AQ - BQ = PQ$ ，求 $\frac{PQ}{AB}$ 的值；

(4)若 C 、 D 运动 5 秒后，恰好有 $AB = 2CD$ ，此时 C 点停止运动， D 点继续运动（ D 点在线段 PB 上），

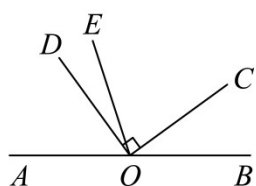
M 、 N 分别是 CD 、 PD 的中点，问 $\frac{MN}{AB}$ 的值是否发生变化？若变化，请说明理由，若不变，请求出 $\frac{MN}{AB}$ 的值。

题型四：角—角的和、差、倍；角平分线的综合应用

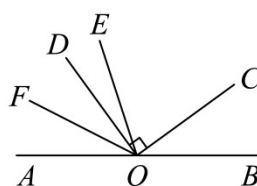
11. 如图所示：点 O 在直线 AB 上.



图(1)



图(2)



图(3)

(1) 如图 (1), 过点 O 作射线 OC , 若 $\angle AOC = 4\angle COB$. 求 $\angle BOC$ 的度数;

(2) 如图 (2), 在 $\angle AOC$ 内部过点 O 作 $\angle DOC = 90^\circ$, OE 平分 $\angle AOC$, 若 $\angle BOC = \alpha^\circ$, 直接写出 $\angle DOE$ 的度数 (用 α 表示);

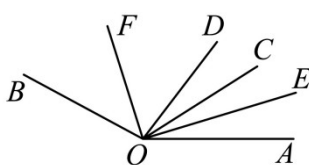
(3) 如图 (3), 在 (2) 问的条件下, 过点 O 作 $\angle AOD$ 的平分线 OF , 若 $\angle DOE = \frac{1}{3}\angle FOE$, 求 α 的值.

12. 【探究发现】

如图①, 点 C, D 在线段 AB 上, 点 E, F 分别是 AC, BD 的中点.



图①



图②

(1) 若 $AB = 18$, $CD = 2$, $AC = 6$, 求 EF 的长;

(2) 若 $EF = 12$, $CD = 4$, 则 $AB = \underline{\hspace{1cm}}$;

(3) 若 $AB = a$, $CD = b$, 则 $EF = \underline{\hspace{1cm}}$; (用含 a, b 的代数式表示)

【类比应用】

如图②, 射线 OC, OD 在 $\angle AOB$ 内部, OE, OF 分别平分 $\angle AOC, \angle BOD$.

(4) 若 $\angle AOB = 150^\circ$, $\angle COD = 20^\circ$, 则 $\angle EOF = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$;

(5) 若 $\angle AOB = \alpha$, $\angle COD = \beta$, 则 $\angle EOF = \underline{\hspace{1cm}}$. (用含 α, β 的代数式表示)

13. 已知: 如图 1, OB, OC 分别为锐角 $\angle AOD$ 内部的两条动射线, 当 OB, OC 运动到如图的位置时, $\angle AOC + \angle BOD = 100^\circ$, $\angle AOB + \angle COD = 40^\circ$.

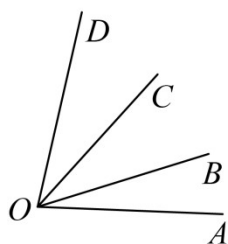


图 1

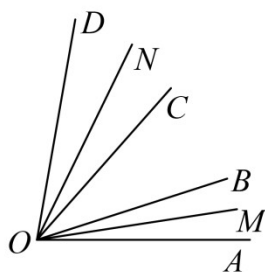


图 2

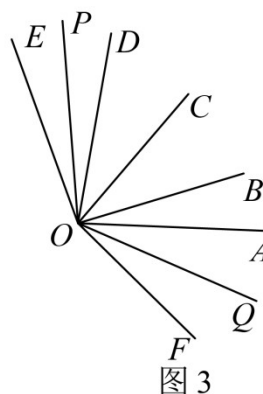


图 3

(1) 求 $\angle BOC$ 的度数；

(2) 如图 2，射线 OM 、 ON 分别为 $\angle AOB$ 、 $\angle COD$ 的平分线，求 $\angle MON$ 的度数。

(3) 如图 3，若 OE 、 OF 是 $\angle AOD$ 外部的两条射线，且 $\angle EOB = \angle COF = 90^\circ$ ， OP 平分 $\angle EOD$ ， OQ 平分 $\angle AOF$ ，当 $\angle BOC$ 绕着点 O 旋转时， $\angle POQ$ 的大小是否会发生变化，若不变，求出其度数，若变化，说明理由。

14. 如图 1，已知 OC 、 OD 是 $\angle AOB$ 内的两条射线。

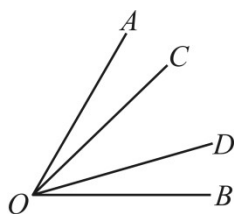


图1

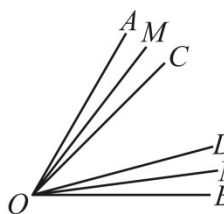


图2

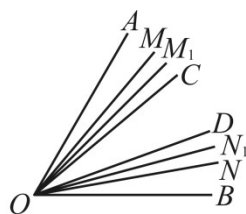


图3

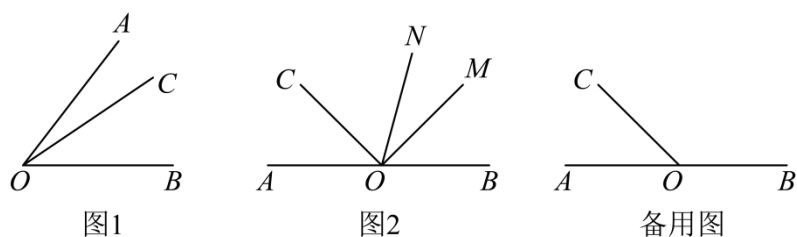
(1) 已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ， $\angle COD = 28^\circ$ ， $\angle AOC = \angle BOD$ ，那么 $\angle AOC =$ _____。

(2) 如图 2，设 $\angle AOB$ 的度数是 x ， $\angle COD$ 的度数是 y ，作射线 OM 平分 $\angle AOC$ ，射线 ON 平分 $\angle BOD$ 。

① 如果 $x = 60^\circ$ ， $y = 30^\circ$ ，求 $\angle MON$ 的度数。

② 如图 3，作 OM_1 平分 $\angle MOC$ ， ON_1 平分 $\angle NOD$ ；作 OM_2 平分 $\angle M_1OC$ ， ON_2 平分 $\angle N_1OD$ ，按此规律以此类推……作 OM_n 平分 $\angle M_{n-1}OC$ ， ON_n 平分 $\angle N_{n-1}OD$ ，用含 x 、 y 、 n 的代数式表示 $\angle M_1ON_1$ 和 $\angle M_nON_n$ 的度数。（直接写出答案）

15. 如图 1， OC 是 $\angle AOB$ 内的一条射线，若 $\angle AOC = n\angle BOC$ 或 $\angle BOC = n\angle AOC$ ，则称 OC 为 $\angle AOB$ 的 n 比分线。



【概念初识】

- (1) ① 若 OC 是 $\angle AOB$ 的角平分线，则 $n = \underline{\quad}$ ；
 ② 已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ， OC 是 $\angle AOB$ 的 2 比分线，则 $\angle AOC = \underline{\quad}^\circ$ ；

【概念理解】

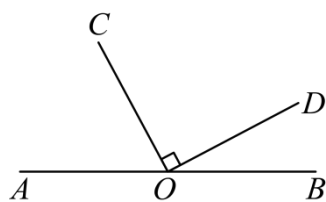
- (2) 已知 $\angle AOB = 120^\circ$ ， OC ， OD 是 $\angle AOB$ 的两条 n 比分线，求 $\angle COD$ 的度数（用含 n 的代数式表示）。

【概念应用】

- (3) 如图 2，已知 $\angle AOB$ 是一个平角， OC 是 $\angle AOB$ 的 $\frac{1}{3}$ 比分线，且 $\angle AOC$ 是一个锐角，射线 OM ， ON 同时从 OB 出发，分别以每秒 3° 和每秒 5° 的速度绕点 O 逆时针旋转，且当射线 ON 首次与 OA 重合时同时停止运动，设运动时间为 t 秒，当射线 OC ， OM ， ON 中恰好有一条射线是另外两条射线所成角的 2 比分线时，请直接写出 t 的值。

题型五：角—新定义题

16. 定义：从 $\angle \alpha (90^\circ < \alpha < 180^\circ)$ 的顶点出发，在角的内部作一条射线，若该射线将 $\angle \alpha$ 分得的两个角中有一个角与 $\angle \alpha$ 互为补角，则称该射线为 $\angle \alpha$ 的“好线”。如图，点 O 在直线 AB 上， OC 、 OD 在直线 AB 上方，且 $OC \perp OD$ ，射线 OE 是 $\angle AOD$ 的“好线”。

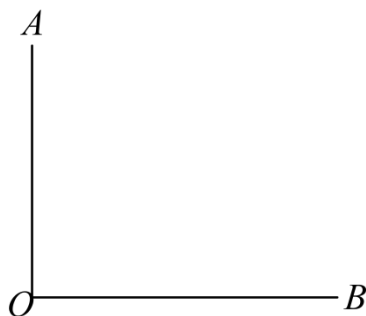
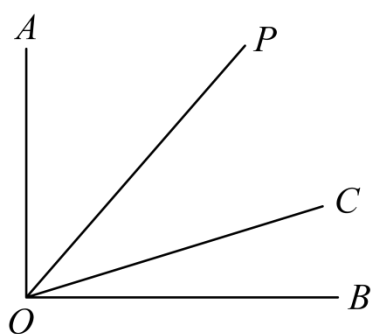


- (1) 若 $\angle BOD = 26^\circ$ ，且 OE 在 $\angle COD$ 内部，则 $\angle COE = \underline{\quad}^\circ$ ；
 (2) 若 OE 恰好平分 $\angle AOC$ ，请求出 $\angle BOD$ 的度数；
 (3) 若 OF 是 $\angle AOE$ 的平分线， OG 是 $\angle BOC$ 的平分线，请画出图形，探究 $\angle EOF$ 与 $\angle DOG$ 的数量关系，并说明理由。

17. 定义：如果两个角的度数的和是 45° ，那么这两个角叫做互为半余角，其中一个角称为另一个角的半余角，例如： $\angle\alpha = 20^\circ$ ， $\angle\beta = 25^\circ$ ，因为 $\angle\alpha + \angle\beta = 45^\circ$ ，所以 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为半余角。

(1) 如果 $\angle\alpha = 26^\circ 32'$ ， $\angle\beta$ 是 $\angle\alpha$ 的半余角，那么 $\angle\beta$ 的度数是——；

(2) 如图，已知 $\angle AOB = 90^\circ$ ，射线 OC 在 $\angle AOB$ 的内部，满足 $0^\circ < \angle BOC < 45^\circ$ ， OP 是 $\angle AOC$ 的平分线。



备用图

① 在 $\angle BOP$ 的内部画射线 OQ ，使 $\angle POQ = 45^\circ$ 。并写出图中 $\angle POC$ 的半余角：——；

② $\angle COM$ 是 $\angle BOC$ 的半余角，当 $\angle COM$ 是 $\angle POM$ 的 $\frac{1}{3}$ 时，求 $\angle BOC$ 的度数。

18. 若 $\angle A + 2\angle B = 90^\circ$ ，我们则称 $\angle B$ 是 $\angle A$ 的“绝配角”。例如：若 $\angle 1 = 10^\circ$ ， $\angle 2 = 40^\circ$ ，则 $\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的“绝配角”，请注意：此时 $\angle 1$ 不是 $\angle 2$ 的“绝配角”。

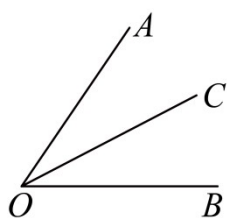


图1

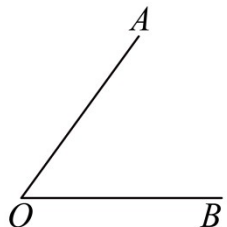


图2

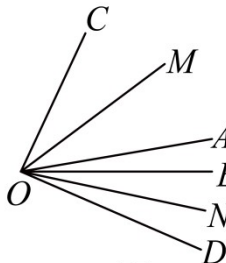


图3



备用图

(1) 如图 1，已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ，在 $\angle AOB$ 内存在一条射线 OC ，使得 $\angle AOC$ 是 $\angle BOC$ 的“绝配角”，此时 $\angle AOC =$ ——：（直接填写答案）

(2) 如图 2，已知 $\angle AOB = 60^\circ$ ，若平面内存在射线 OC 、 OD （ OD 在直线 OB 的上方），使得 $\angle AOC$ 是 $\angle BOC$ 的“绝配角”， $\angle BOC$ 与 $\angle BOD$ 互补，求 $\angle AOD$ 大小：

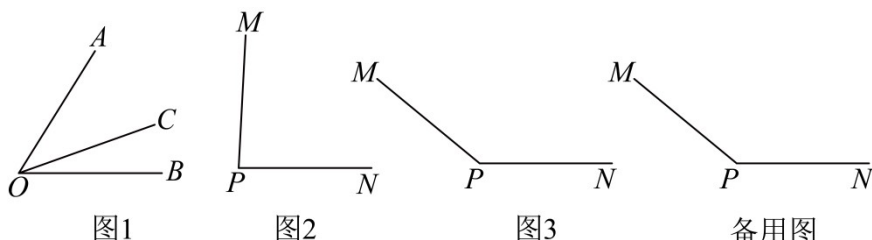
(3) 如图 3，若 $\angle AOB = 10^\circ$ ，射线 OC 从 OA 出发绕点 O 以每秒 20° 的速度逆时针旋转，射线 OD 绕点 O 从 OB 出发以每秒 10° 的速度顺时针旋转， OM 平分 $\angle AOC$ ， ON 平分 $\angle BOD$ ，运动时间为 t 秒（ $0 < t \leq 20$ ）。

① 当 $0 < t < 17$ 时， $\angle AOB$ 是 $\angle MON$ 的“绝配角”，求出此时 t 的值：

②当 $17 < t \leq 20$ 时， $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， $\angle AOB$ 是 $\angle MON$ 的“绝配角”（直接填写答案）。

19. 如图 1，在 $\angle AOB$ 的内部引一条射线 OC ，则图中共有 3 个角，分别是 $\angle AOB$ 、 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 。

若其中有一个角的度数是另一个角的度数的两倍，则称射线 OC 是 $\angle AOB$ 的“定分线”。

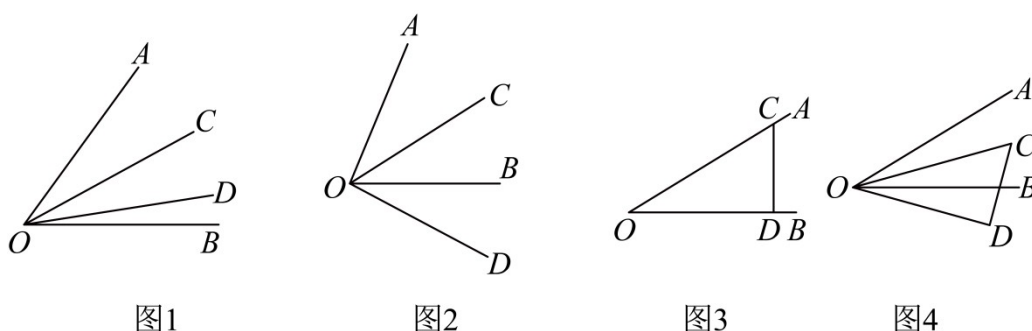


(1) 一个角的角平分线_这个角的“定分线”（填“是”或“不是”）；

(2) 如图 2，若 $\angle MPN = 87^\circ$ ，其中射线 PQ 是 $\angle MPN$ 的“定分线”，请求出 $\angle MPQ$ 的度数：

(3) 如图 3，若 $\angle MPN = 140^\circ$ ，射线 PQ 绕点 P 从 PN 位置开始，以每秒 15° 的速度逆时针旋转，当 PQ 与 PN 成 105° 时停止旋转，旋转的时间为 t 秒。同时射线 PM 绕点 P 以每秒 10° 的速度顺时针旋转，并与 PQ 同时停止旋转。请直接写出射线 PQ 是 $\angle MPN$ “定分线”时 t 的值。

20. 定义：从一个角的顶点出发，在角的内部引两条射线，如果这两条射线所成的角等于这个角的 $\frac{1}{3}$ ，那么这两条射线所成的角叫做这个角的伴随角。如图 1，若 $\angle COD = \frac{1}{3}\angle AOB$ ，则 $\angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的伴随角。



(1) 如图 1，已知 $\angle AOB = 54^\circ$ ， $\angle AOC = 25^\circ$ ， $\angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的伴随角，则 $\angle BOD = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 如图 2，已知 $\angle AOB = 68^\circ$ ，将 $\angle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转一个角度 α ($0 < \alpha < 68^\circ$) 至 $\angle COD$ ，当旋转的角度 α 为何值时， $\angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的伴随角。

(3) 已知 $\angle AOB = 30^\circ$ ，把一块含有 30° 角的三角板如图 3 叠放，将三角板绕顶点 O 以 $4^\circ/\text{秒}$ 的速度按顺时针方向旋转（如图 4），问：在旋转一周的过程中，射线 OA ， OB ， OC ， OD 能否构成伴随角？若能，请求出旋转的时间；若不能，请说明理由。

题型六：角—三角板的综合应用

21. 综合探究

如图 1，把一副直角三角板的直角边放在直线 l 上，两个直角三角板分别在直线 l 的两侧，且

$$\angle ABC = \angle DCE = 90^\circ, \angle ACB = 45^\circ, \angle CED = 30^\circ.$$

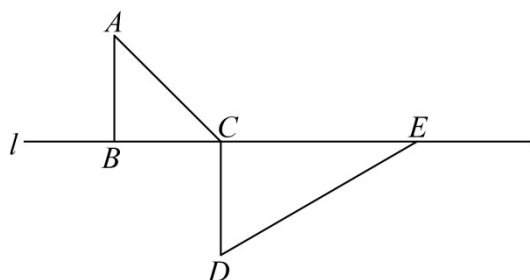


图 1

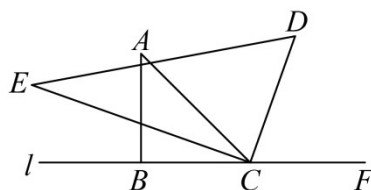


图 2

(1) 如图 1， $\angle ACD = \underline{\quad}^\circ$ ；

(2) 如图 2，把三角板 CDE 绕点 C 旋转，使 CE 刚好落在 $\angle ACB$ 的平分线上。此时， CD 是否平分 $\angle ACF$ ？

请说明理由；

(3) 如图 2，把三角板 CDE 绕点 C 旋转，使得 CE 落在 $\angle ACB$ 内部，

当 $\angle ACE = 10^\circ$ 时，则 $\angle BCD = \underline{\quad}^\circ$ ；

当 $\angle BCD = 110^\circ$ 时，则 $\angle ACE = \underline{\quad}^\circ$ ；

设 $\angle ACE = \alpha$ ， $\angle BCD = \beta$ ，试猜想 α 与 β 的数量关系，并说明理由。

22. 已知一副三角板按如图 1 的方式拼接在一起，边 OA, OC 与直线 EF 重合，其中

$$\angle AOB = 45^\circ, \angle COD = 60^\circ.$$

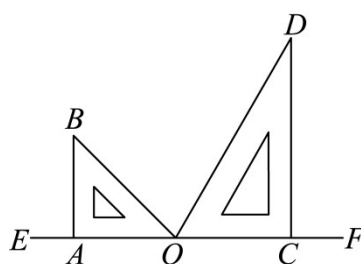


图 1

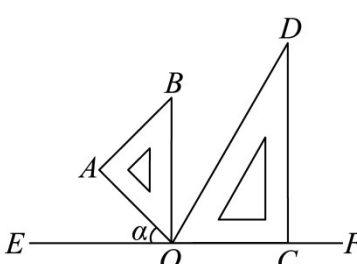
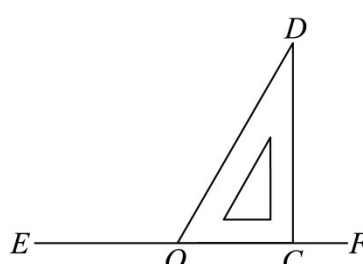


图 2



备用图

(1) 求图 1 中的 $\angle BOD$ 的度数；

(2) 如图 2，三角板 COD 固定不动，将三角板 AOB 绕着点 O 按顺时针方向旋转一个角度 α ，其中

$$0^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

- ①当三角板 AOB 的一边平分 $\angle EOD$ 时，求旋转角 α 的度数；
- ②是否存在 $\angle BOC = 2\angle AOD$ ？若存在，求此时 α 的度数；若不存在，请说明理由。

23. 如图 1，将两块直角三角板（一块含有 30° 、 60° 角，另一块含 45° 角）摆放在直线 MN 上，三角板 ODC 绕点 O 以每秒 15° 的速度逆时针旋转。当 OD 第一次与射线 OM 重合时三角板 ODC 停止转动，设旋转时间为 t 秒。

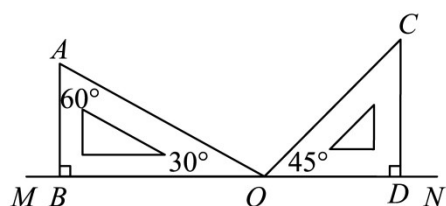


图1

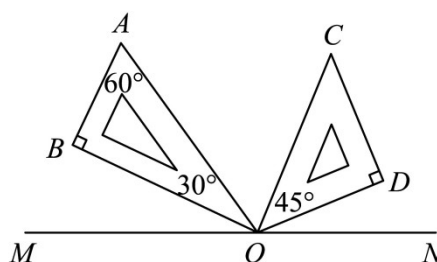


图2

- (1) 当 $t = 2s$ 时，求 $\angle BOC$ 和 $\angle AOD$ 的度数；
- (2) 如图 2，若两块三角板同时旋转，三角板 OAB 以每秒 20° 的速度绕点 O 顺时针旋转，当 OA 第一次与射线 ON 重合时三角板 OAB 立即停止转动。
- ①用含 t 的代数式表示射线 OA 和射线 OD 重合前 $\angle BOC$ 和 $\angle AOD$ 的度数；
- ②整个旋转过程中，当满足 $|\angle AOD - \angle BOC| = 5^\circ$ 时，求出相应的 t 的值。

24. 已知，如图 1，将一块直角三角板的直角顶点 O 放置于直线 MN 上，直角边 OA 与直线 MN 重合，其中 $\angle AOB = 90^\circ$ ，然后将三角板 AOB 绕点 O 顺时针旋转，设 $\angle AOM = \alpha$ ，从点 O 引射线 OC 和 OD ， OC 平分 $\angle BON$ ， $\angle BOD = \frac{1}{3}\angle MOB$ 。

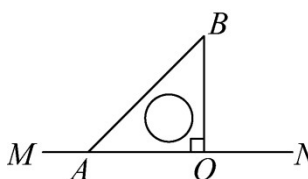


图1

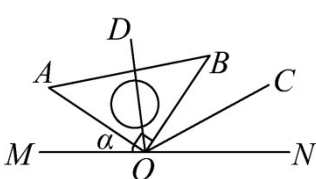


图2

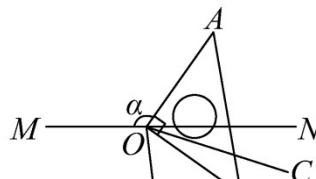
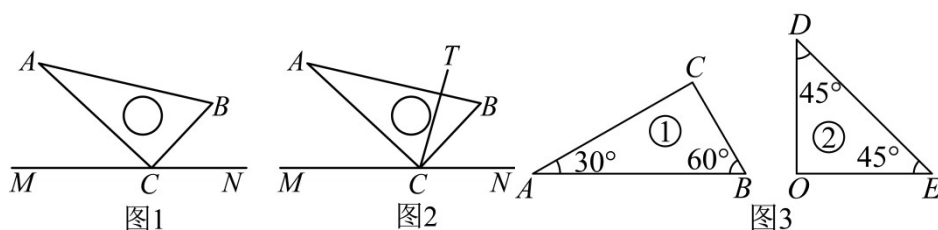


图3

- (1) 如图 2，填空：当 $\alpha = 30^\circ$ 时， $\angle CON = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。
- (2) 如图 2，当 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时，求 $\angle COD$ 的度数（用含 α 的代数式表示）；
- (3) 如图 3，当 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时，请判断 $\angle COD - \frac{1}{6}\angle BON$ 的值是否为定值，若为定值，求出该定值，若不是定值，请说明理由。

25. 探究三角尺中的学问：

已知点 C 为直线 MN 上一点， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ 。

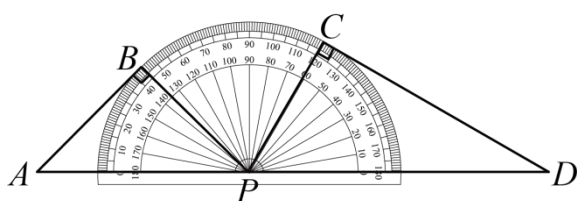


(1) 如图 1，若 $\angle BCN = 30^\circ$ ，图中与 $\angle BCN$ 互余的角有_____。

(2) 如图 2，已知射线 CT 是 $\angle ACN$ 的平分线，且 $\angle BCN : \angle TCN = 2 : 3$ 。求 $\angle ACM$ 的度数。

(3) 如图 3，三角尺①固定不动，将三角尺②的直角顶点 O 与三角尺①的顶点 A 重合，使三角尺②的一条直角边与 AC 边的夹角为 α 摆放。当 $\alpha = 42^\circ$ ，直接写出此时三角尺②的另一条直角边与 AB 边的夹角的度数。

26. 一副三角尺（分别含 $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 和 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ）按如图所示摆放在量角器上，边 PD 与量角器 0° 刻度线重合，边 AP 与量角器 180° 刻度线重合，将三角尺 ABP 绕量角器中心点 P 以每秒 10° 的速度顺时针旋转，当边 PB 与 0° 刻度线重合时停止运动，设三角尺 ABP 的运动时间为 t s。



(1) 当 $t = 5$ 时，边 PB 经过的量角器刻度线对应的度数是_____度；

(2) 若在三角尺 ABP 开始旋转的同时，三角尺 PCD 也绕点 P 以每秒 2° 的速度逆时针旋转，当三角尺 ABP 停止旋转时，三角尺 PCD 也停止旋转。

① 当 t 为何值时，边 PB 平分 $\angle CPD$ ；

② 在旋转过程中，是否存在某时刻使 $\angle BPD = 2\angle APC$ ，若存在，请直接写出 t 的值；若不存在，请说明理由。