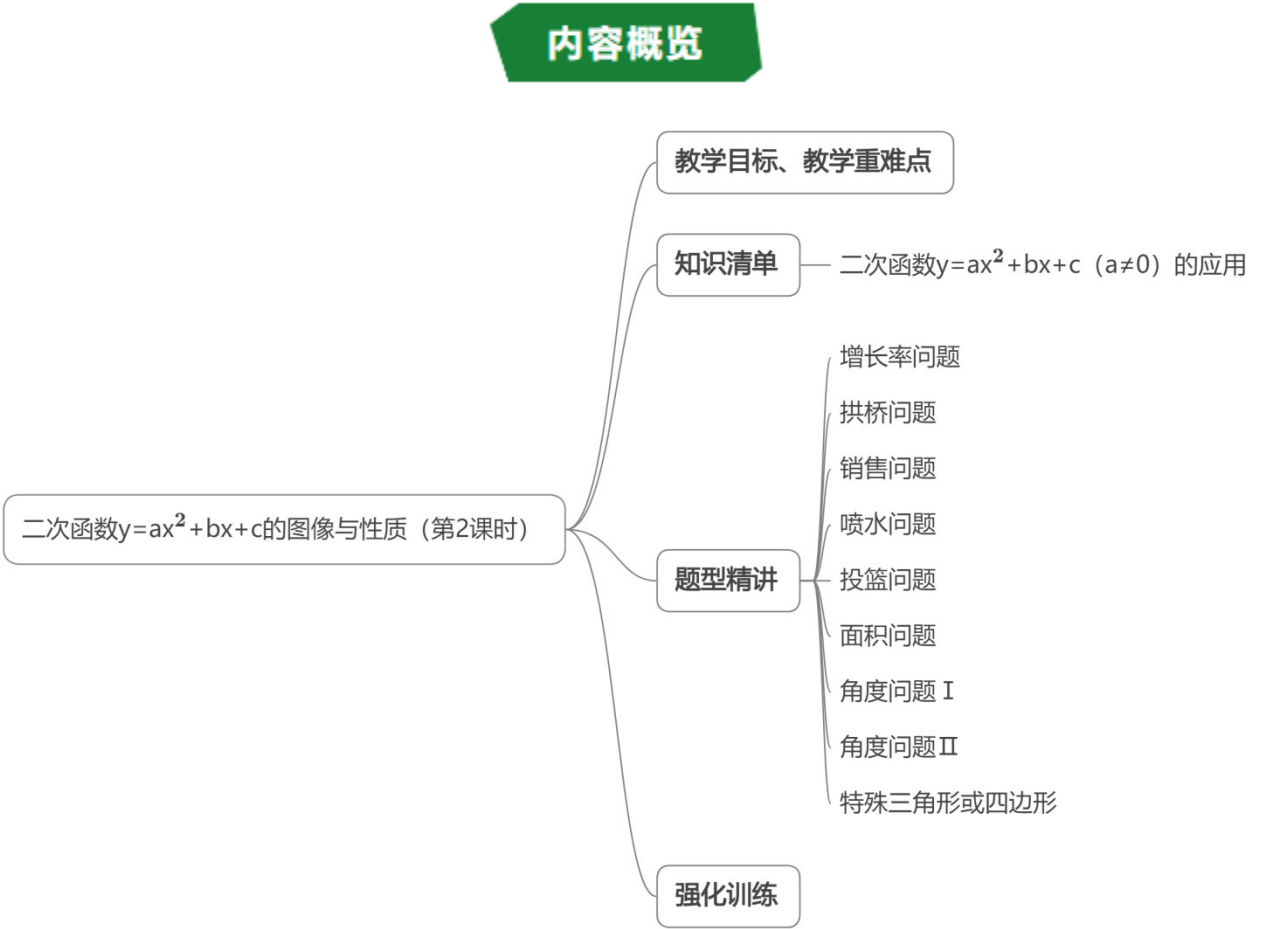


专题 26.5 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与性质（第 2 课时）



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 学会列二次函数解应用题； 2. 知道建立二次函数模型求解实际问题； 3. 初步掌握利用二次函数解决几何问题。
教学重难点	1.重点 (1) 解二次函数的实际问题的一般步骤； (2) 二次函数、平面直角坐标系、几何问题综合； (3) 掌握一些常见二次函数的几何应用题型，如角度问题等。 2.难点 (1) 坐标、二次函数、几何图形的性质相互转化；分类讨论思想； (2) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的综合应用。

知识清单

知识点 1 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的应用

一、列二次函数解应用题

列二次函数解应用题与列整式方程解应用题的思路和方法是一致的，不同的是，学习了二次函数后，表示量与量的关系的代数式是含有两个变量的等式。对于应用题要注意以下步骤：

- (1) 审清题意，弄清题中涉及哪些量，已知量有几个，已知量与变量之间的基本关系是什么，找出等量关系(即函数关系)。
- (2) 设出两个变量，注意分清自变量和因变量，同时还要注意所设变量的单位要准确。
- (3) 列函数表达式，抓住题中含有等量关系的语句，将此语句抽象为含变量的等式，这就是二次函数。
- (4) 按题目要求，结合二次函数的性质解答相应的问题。
- (5) 检验所得解是否符合实际：即是否为所提问题的答案。
- (6) 写出答案。

要点：

常见的问题：求最大(小)值(如求最大利润、最大面积、最小周长等)、涵洞、桥梁、抛物体、抛物线的模型问题等。解决这些实际问题关键是找等量关系，把实际问题转化为函数问题，列出相关的函数关系式。

二、建立二次函数模型求解实际问题

一般步骤：

- (1) 恰当地建立直角坐标系；
- (2) 将已知条件转化为点的坐标；
- (3) 合理地设出所求函数关系式；
- (4) 代入已知条件或点的坐标，求出关系式；
- (5) 利用关系式求解问题。

要点：

(1) 利用二次函数解决实际问题，要建立数学模型，即把实际问题转化为二次函数问题，利用题中存在的公式、内含的规律等相等关系，建立函数关系式，再利用函数的图象及性质去研究问题。在研究实际问题时要注意自变量的取值范围应具有实际意义。

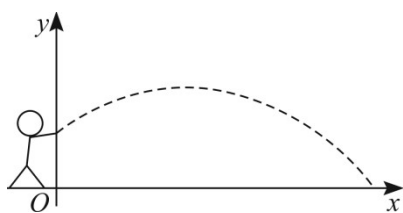
(2) 对于本节的学习，应由低到高处理好如下三个方面的问题：

- ① 首先必须了解二次函数的基本性质；
- ② 学会从实际问题中建立二次函数的模型；
- ③ 借助二次函数的性质来解决实际问题。

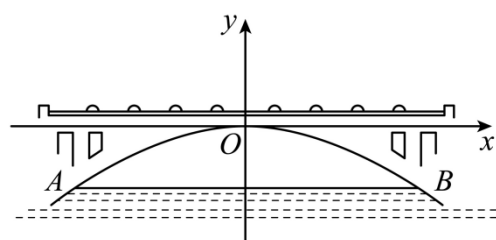
【即学即练】

1. 某快递公司十月份快递件数是 10 万件，如果该公司第四季度每个月快递件数的增长率都为 $x(x > 0)$ ，十二月份的快递件数为 y 万件，那么 y 关于 x 的函数解析式是_____。
2. 如图，已知小李推铅球时，铅球运动过程中离地面的高度 y (米) 关于水平距离 x (米) 的函数解析式

为 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ ，那么铅球运动过程中最高点离地面的距离为_____米。



3. 有一座抛物线型拱桥，在正常水位时，水面 AB 宽 20 米，拱桥的最高点 O 到水面 AB 的距离是 4 米，如图建立直角坐标平面 xOy ，如果水面上升了 1 米，那么此时水面的宽度是_____米。（结果保留根号）

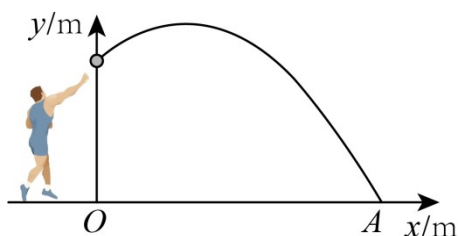


4. 一名男生参加抛实心球测试，已知球的高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的关系是 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ ，

则这名男生抛实心球的成绩是_____m。

5. 如图，一名学生推铅球，铅球行进高度 y (单位：m) 与水平距离 x (单位：m) 之间的关系是

$y = -\frac{1}{12}(x-10)(x+4)$ ，则铅球推出的距离 $OA =$ _____m。



题型精讲

题型 01 增长率问题

【典例 1】. 据统计，7 月份我国新能源汽车的销量为 98 万辆，8，9 月份销量逐月增加。若第三季度的累计销量为 y 万辆，平均月增长率为 x ，则 y 关于 x 的函数解析式为 ()

A. $y = (1+x)^2$

B. $y = 98x(1+x)$

C. $y = 98(1+x)^2$

D. $y = 98 + 98(1+x) + 98(1+x)^2$

【变式1】 . 某超市1月份的营业额为100万元，第一季度的营业额为 y 万元，如果每月平均增长率为 x ，那么 y 与 x 的函数关系式是()

A . $y = 100(1+x)^2$

B . $y = 100 + 100 \times 2x$

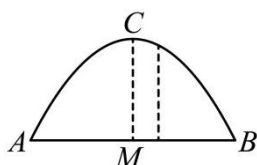
C . $y = 100 + 100 \times 3x$

D . $y = 100[1 + (1+x) + (1+x)^2]$

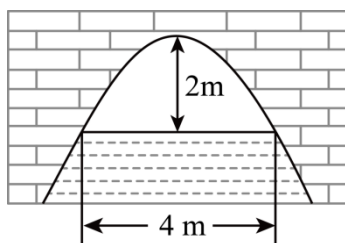
【变式2】 . 某印刷厂10月份印书20万册，如果第四季度从11月份起，每月的印书量的增长率都为 x ，如果设12月份比10月份多印了 y 万册，那么 y 关于 x 的函数解析式是_____ . (不写定义域)

题型02 拱桥问题

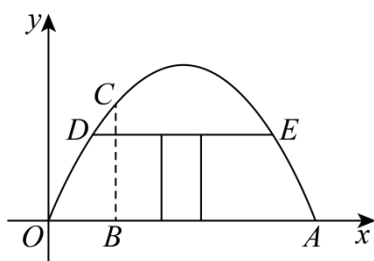
【典例1】 . 如图，一桥拱呈抛物线状，桥的最大高度 CM 是4米，跨度 AB 是8米，在线段 AB 上离中心 M 处1米的地方，桥的高度是_____米 .



【变式1】 . 如图，一抛物线形拱桥，当拱顶到水面的距离为2米时，水面宽度为4米；则当水面的宽度为 $2\sqrt{3}$ 米时，水位上升_____米 .



【变式2】 . 有一个抛物线型蔬菜大棚，将其截面放在如图所示的平面直角坐标系中，抛物线可以用函数 $y = ax^2 + bx$ 来表示，已知 $OA = 8$ 米，距离 O 点2米处的棚高 BC 为 $\frac{9}{4}$ 米，若借助横梁 DE ($DE \parallel OA$) 建一个门，要求门的高度为1.5米，则横梁 DE 的长度是_____米 .



题型03 销售问题

【典例 1】 . 某超市销售一种商品，发现一周利润 y (元) 与销售单价 x (元) 之间的关系满足

$y = -2(x - 20)^2 + 1558$ ，由于某种原因，销售单价只能为 $15 \leq x \leq 22$ ，那么一周可获得最大利润是 ()

A . 1 558 元

B . 1 550 元

C . 1 508 元

D . 20 元

【变式 1】 . 某超市销售一种商品，成本每千克 40 元，规定每千克售价不低于成本，且不低于 80 元 . 经

市场调查，每天的销售量 y (千克) 与每千克售价 x (元) 满足一次函数关系，部分数据如下表：

售价 x (元/千克)	50	60	70
销售量 y (千克)	100	80	60

设每天的总利润为 W (元)，则 W 与 x 之间的函数关系式为 ()

A . $W = -2x^2 + 260x - 8000$

B . $W = -2x^2 + 280x - 8000$

C . $W = -2x^2 - 140x + 8000$ D . $W = -2x^2 - 260x + 11200$

【变式 2】 . 某商场购进一批文创商品，进价为每件 20 元 . 当售价为每件 28 元时，每周可卖出 160 件；

售价每降低 1 元，每周销量增加 20 件，设每件售价为 x 元，每周利润为 y 元， y 与 x 的函数关系式为 ()

A . $y = (x - 20)[160 + 20(28 - x)]$

B . $y = (x - 20)[160 - 20(28 - x)]$

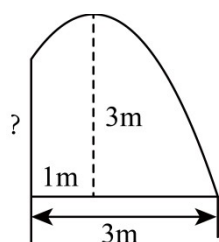
C . $y = (28 - x - 20)(160 + 20x)$

D . $y = (28 - x - 20)(160 - 20x)$

题型 04 喷水问题

【典例 1】 . 要修一个圆形喷水池，在池中心竖直安装一根水管，水管的顶端安一个喷水头，使喷出的抛

物线形水柱在与池中心的水平距离为 1m 处达到最高，高度为 3m，水柱落地处离池中心 3m，水管高度应为 _____ m .



【变式1】 . 如图1是某城市广场音乐喷泉，出水口A处的水流呈抛物线形，该水流喷出的高度 y （m）与水平距离 x （m）之间的关系如图2所示，点B为该水流的最高点，点C为该水流的落地点，且 $BD \perp OC$ ，垂足为点D， $OA = 2\text{m}$. 若 $BD = 6\text{m}$ ， $OD = 2\text{m}$ ，则OC的长为_____ .

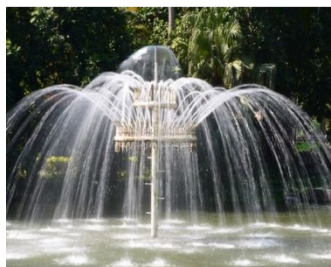


图1

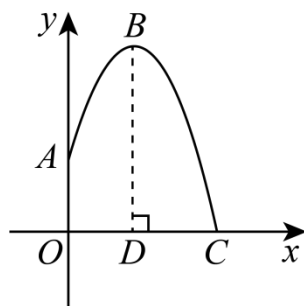
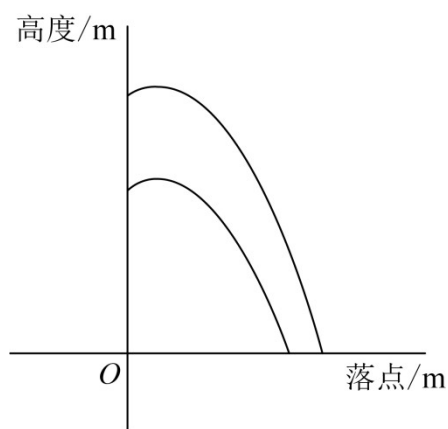


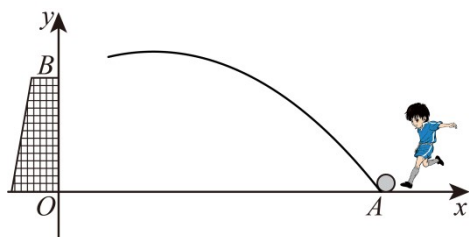
图2

【变式2】 . 如图，水池中心点O处竖直安装一水管，水管喷头喷出抛物线形水柱，喷头上下移动时，抛物线形水柱随之竖直上下平移，水柱落点与点O在同一水平面 . 安装师傅在调试时发现：喷头高 $\frac{4}{3}\text{m}$ 时，水柱落点距O点2m；喷头高4m时，水柱落点距O点3m . 那么喷头高_____m时，水柱落点距O点6m .



题型05 投篮问题

【典例1】 . 如图，足球训练中，小辉从球门正前方A处射门，球射向球门的路线呈抛物线，对应的函数解析式为 y （米） $= a(x-2)^2 + 3$ ，已知球门高OB为2.44米，忽略其他因素，能满足球能射进球门的可能的 a 值是（ ）

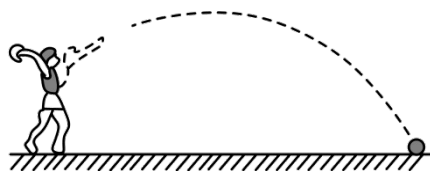


- A. $a = -0.01$ B. $a = -0.1$ C. $a = -0.12$ D. $a = -\frac{1}{2}$

【变式1】 . 在中考体育训练期间，小童对自己某次实心球训练的录像进行分析，发现实心球飞行高度 y

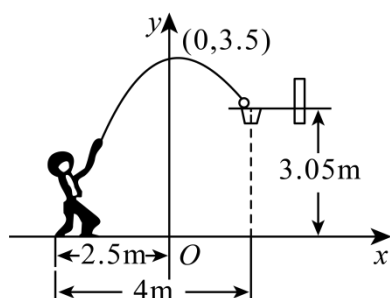
(米) 与水平距离 x (米) 之间的关系式为 $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{17}{6}x + \frac{3}{2}$ ，由此可知小童此次实心球训练的成绩为

()



- A. 6米 B. 7米 C. 8米 D. 9米

【变式2】 . 一位篮球运动员在距离篮圈中心水平距离4m处起跳投篮，球沿一条抛物线运动，当球运动的水平距离为2.5m时，达到最大高度3.5m，然后准确落入篮框内．已知篮圈中心距离地面高度为3.05m，在如图所示的平面直角坐标系中，下列说法正确的有 ()



①此抛物线的解析式是 $y = -\frac{1}{5}x^2 + 3.5$

②篮圈中心的坐标是 $(1.5, 3.05)$

③此抛物线的顶点坐标是 $(3.5, 0)$

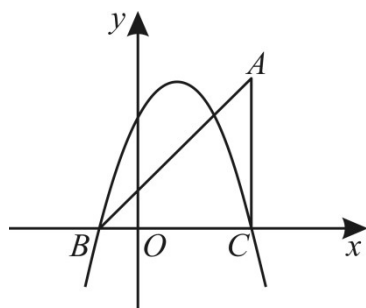
④篮球出手时离地面的高度是2m

- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

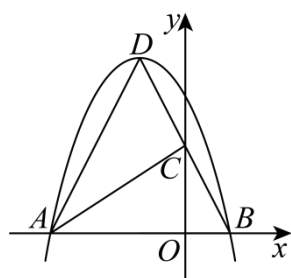
题型06 面积问题

【典例 1】 . 以抛物线 $y = -x^2 - x + 6$ 与坐标轴的三个交点为顶点所构成的三角形的面积为_____ .

【变式 1】 . 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， B, C 为抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴的交点，以 BC 为直角边在 x 轴上方作等腰直角三角形 ABC ，且 $\angle ACB = 90^\circ$ ，则 $S_{\triangle ABC}$ 的面积是_____ .

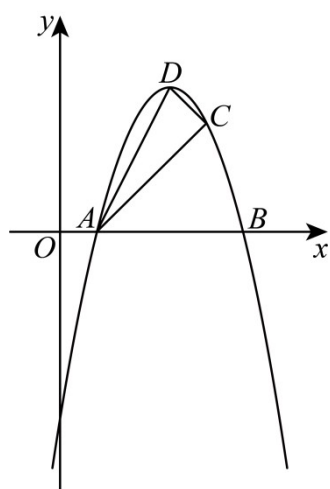


【变式 2】 . 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ ， $B(1, 0)$ 两点，顶点 D 纵坐标为 4，连接 BD 交 y 轴于点 C ，连接 AC ， AD ，点 E 是抛物线上一动点， $S_{\triangle ADE}$ 的面积与 $S_{\triangle ADC}$ 的面积相等，则点 E 的横坐标为_____ .



题型 07 角度问题

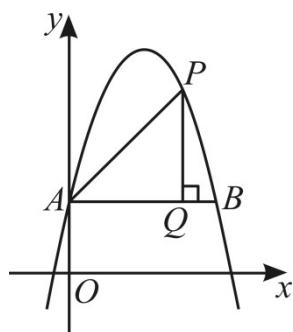
【典例 1】 . 已知：如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 内的 $\triangle ACD$ 的三个顶点都在抛物线上：其中点 D 为抛物线的顶点，点 B 的坐标为 $(5, 0)$ ，点 C 的坐标为 $(4, 3)$.



(1) $\angle DCA =$ _____ .

(2) 在 y 轴上有一点 P , $\angle ACP = \angle CAD$, 则点 P 的坐标为_____.

【变式1】 . 如图, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 抛物线 $y = -x^2 + 4x + 2$ 交 y 轴于点 A , 过 A 作 $AB \parallel x$ 轴, 交抛物线于点 B , 点 P 为 AB 上方抛物线上一点, 连接 PA , 作 $PQ \perp AB$ 于点 Q . 若 $\angle APQ = 45^\circ$, 则点 P 的坐标为_____.



【变式2】 . 已知点 P 为二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 图象上一点, 设这个二次函数的图象与 x 轴交于 A, B 两点 (A 在 B 的右侧), 与 y 轴交于 C 点, 若 $\angle CAP = 90^\circ$, 则点 P 的横坐标的值为_____.

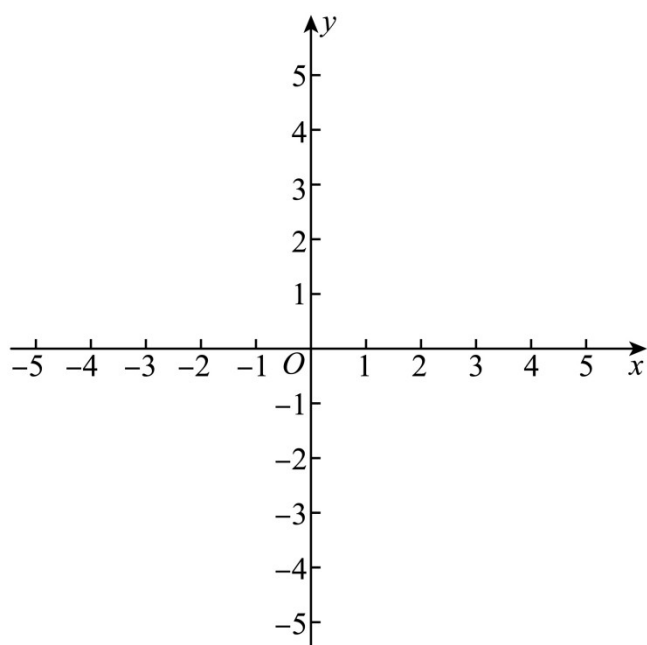
题型 08 角度问题II

【典例1】 . 已知开口向下的抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 2$ 与 y 轴的交点为 A , 顶点为 B , 对称轴与 x 轴的交点为 C , 点 A 与点 D 关于对称轴对称, 直线 BD 与 x 轴交于点 M , 直线 AB 与直线 OD 交于点 N .

(1) 求点 D 的坐标.

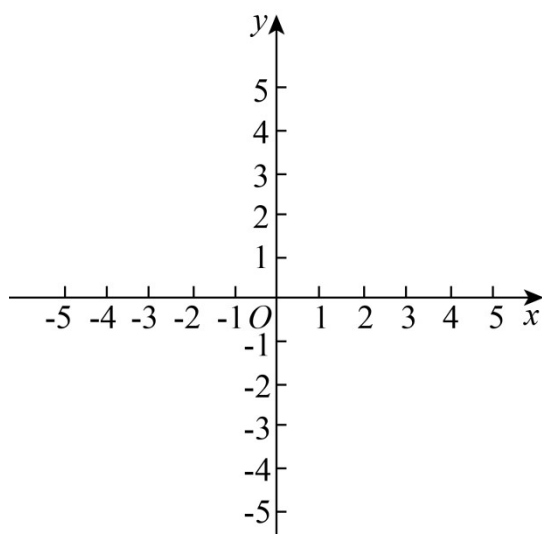
(2) 求点 M 的坐标(用含 a 的代数式表示).

(3) 当点 N 在第一象限, 且 $\angle OMB = \angle ONA$ 时, 求 a 的值.



【变式1】 . 如图，直线 $y = -\frac{1}{2}x - 2$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 C ，抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过

A 、 C 两点，且与 x 轴的另一个交点为 B ，抛物线的顶点为 P .

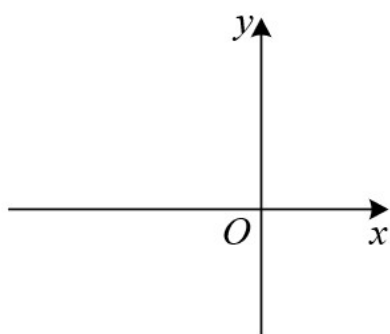


(1) 求抛物线的表达式；

(2) 如果抛物线的对称轴与直线 BC 交于点 D ，求 $\tan \angle ACD$ 的值；

(3) 平移这条抛物线，平移后的抛物线交 y 轴于点 E ，顶点 Q 在原抛物线上 . 当四边形 $BPQE$ 是平行四边形时，求平移后抛物线的表达式 .

【变式2】 . 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = -x^2 + 2kx - 4k$ ($k < 0$) 的顶点为 P ，抛物线与 y 轴交于点 A .



(1) 如果点 A 的坐标为 $(0, 4)$ ，点 $B(-3, m)$ 在抛物线上，连接 AB .

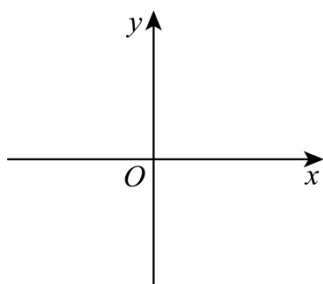
① 求顶点 P 和点 B 的坐标；

② 过抛物线上点 D 作 $DM \perp x$ 轴，垂足为 M ， DM 交线段 AB 于点 E ，如果 $DE = EM$ ，求点 D 的坐标；

(2) 连接 OP ，如果 OP 与 x 轴负半轴的夹角等于 $\angle APO$ 与 $\angle POA$ 的和，求 k 的值 .

题型 09 特殊三角形或四边形

【典例 1】 . 已知：抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$ 、 $B(0, -3)$ ，顶点为 P .



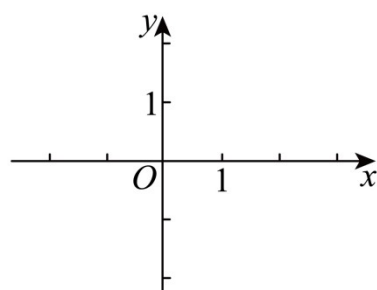
(1) 求抛物线的解析式及顶点 P 的坐标；

(2) 平移抛物线，使得平移后的抛物线顶点 Q 在直线 AB 上，且点 Q 在 y 轴右侧 .

① 若点 B 平移后得到的点 C 在 x 轴上，求此时抛物线的解析式；

② 若平移后的抛物线与 y 轴相交于点 D ，且 $\triangle BDQ$ 是直角三角形，求此时抛物线的解析式 .

【变式 1】 . 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $C(m, -1)$ 在直线 $y = -x + 2$ 上，已知抛物线 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 1$ (k 为常数)，抛物线与 x 轴的两个交点为点 E 、点 F (其中点 E 在点 F 左侧)，顶点为 D .

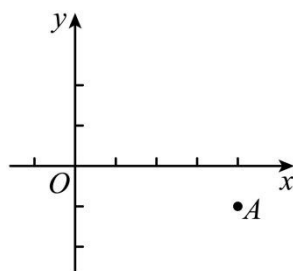


(1) 若抛物线经过点 C ，求抛物线的表达式；

(2) 求证： $\triangle DEF$ 的面积是一个定值，并求出这个值；

(3) 已知点 $N\left(\frac{3}{5}, 0\right)$ ，抛物线的顶点 D 恰好落在 $\angle CNO$ 的平分线上，点 G 在抛物线上，若四边形 $DEGF$ 为梯形，求点 G 的坐标 .

【变式 2】 . 如图，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(4, -1)$ ，与 y 轴交于点 B ，点 B 关于抛物线对称轴的对称点是点 C ，且点 C 的横坐标与纵坐标相等 .



(1)求该抛物线的表达式；

(2)直线 $x=m$ 与抛物线交于点 P ，与线段 AB 交于点 D （不与点 A 、 B 重合），那么 $\frac{AD \cdot BD}{PD}$ 的值是否随 m 的变化而变化？若不变，试求出这个不变的值；若变化，试说明如何变化；

(3)上下平移该抛物线，如果新抛物线上存在点 M ， y 轴上存在点 N ，使得四边形 $ACMN$ 是菱形，求新抛物线的表达式。

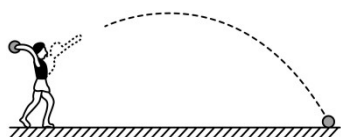
强化训练

一、单选题

1. 一台机器原价 100 万元，若每年的折旧率是 x ，两年后这台机器约为 y 万元，则 y 与 x 的函数关系式为 ()

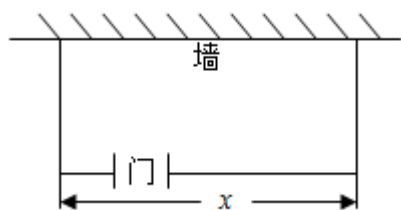
A. $y = 100(1-x)^2$ B. $y = 100(1-x)$ C. $y = 100 - x^2$ D. $y = 100(1+x)^2$

2. 在中考体育训练期间，小宇对自己某次实心球训练的录像进行分析，发现实心球飞行高度 y (米) 与水平距离 x (米) 之间的关系式为 $y = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{3}{5}x + \frac{8}{5}$ ，由此可知小宇此次实心球训练的成绩为 ()



A. $\frac{8}{5}$ 米 B. 8 米 C. 10 米 D. 2 米

3. 如图，某农场拟建一间矩形奶牛饲养室，打算一边利用房屋现有的墙（墙足够长），其余三边除大门外用栅栏围成，栅栏总长度为 50m，门宽为 2m。若饲养室长为 x m，占地面积为 y m²，则 y 关于 x 的函数表达式为 ()



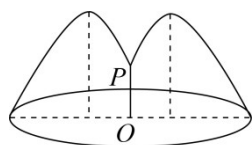
A . $y = -\frac{1}{2}x^2 + 26x$ ($2 \leq x < 52$)

B . $y = -\frac{1}{2}x^2 + 50x$ ($2 \leq x < 52$)

C . $y = -x^2 + 52x$ ($2 \leq x < 52$)

D . $y = -\frac{1}{2}x^2 + 27x - 52$ ($2 \leq x < 52$)

4. 如图，花坛水池中央有一喷泉，水管 $OP=3m$ ，水从喷头 P 喷出后呈抛物线状先向上至最高点后落下，若最高点距水面 $4m$ ， P 距抛物线对称轴 $1m$ ，则为使水不落到池外，水池半径最小为 ()



A . 1

B . 1.5

C . 2

D . 3

5. 某池塘的截面如图所示，池底呈抛物线形，在图中建立平面直角坐标系，并标出相关数据 (单位： m)。有下列结论：

① $AB = 24m$ ；

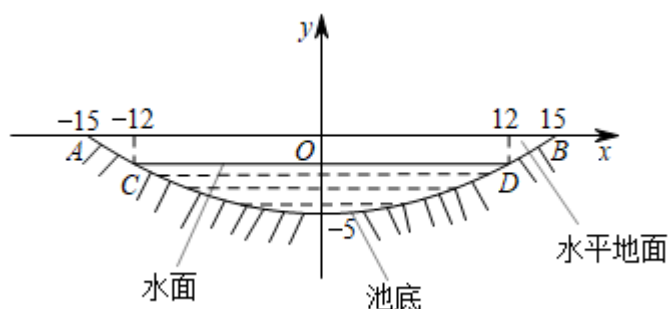
② 池底所在抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{45}x^2 - 5$ ；

③ 池塘最深处到水面 CD 的距离为 $1.8m$ ；

④ 若池塘中水面的宽度减少为原来的一半，

则最深处到水面的距离减少为原来的 $\frac{1}{4}$ 。

其中结论正确的是 ()



A . ①②

B . ②④

C . ③④

D . ①④

6. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 的图象与 x 轴交于 A , B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 连接 BC , 直线 $y = kx + 1 (k > 0)$ 与 y 轴交于点 D , 交 BC 上方的抛物线于点 E , 交 BC 于点 F , 下列结论中错误的是 ()

 A . 点 C 的坐标是 $(0, 2)$

 B . $OC = 2OD$

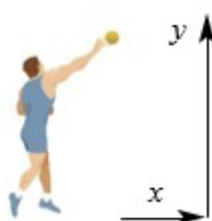
 C . 当 $\frac{EF}{DF}$ 的值取得最大时, $k = \frac{2}{3}$

 D . $\triangle ABC$ 是直角三角形

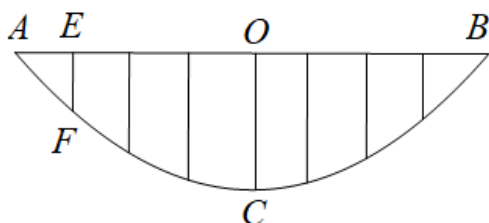
二、填空题

7. 加工爆米花时, 爆开且不糊的颗粒的百分比称为“可食用率”. 在特定条件下, 可食用率 y 与加工时间 x (单位: min) 满足函数表达式 $y = -0.2x^2 + 1.5x - 2$, 则最佳加工时间为_____min.

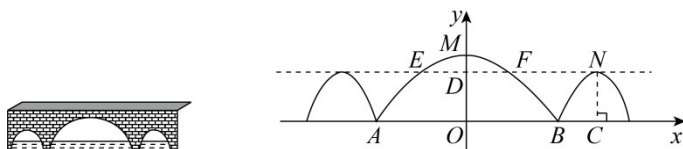
8. 如图, 以地面为 x 轴, 一名男生推铅球, 铅球行进高度 y (单位: 米) 与水平距离 x (单位: 米) 之间的关系是 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$. 则他将铅球推出的距离是_____米.



9. 如图, 某单位的围墙由一段段形状相同的抛物线形栅栏组成, 为了牢固, 每段栅栏间隔 0.2 米设置一根立柱 (即 AB 间间隔 0.2 米的 7 根立柱) 进行加固, 若立柱 EF 的长为 0.28 米, 则拱高 OC 为_____米



10. 如图所示, 三孔桥横截面的三个孔都呈抛物线形, 两小孔形状、大小都相同. 正常水位时, 大孔水面宽度 AB 为 20m, 顶点 M 距水面 6m (即 $MO = 6m$), 小孔顶点 N 距水面 4m (即 $NC = 4m$). 当水位上涨到刚好淹没小孔时, 借助图中的直角坐标系, 可以得出此时大孔的水面宽度 EF 是_____m.



11. 已知抛物线 $y = -x^2 + 2bx + n$ ($b > 0$) 的顶点为 A ，交 y 轴于点 B ；抛物线 $y = x^2 + 2bx + m$ 的顶点为 C ，交 y 轴于点 D 。若 $m - n = 6$ ，且以 A, B, C, D 四点为顶点的四边形为矩形，则 $b =$ _____。

三、解答题

12. 如图，若被击打的小球飞行高度 h (单位：m) 与飞行时间 t (单位：s) 之间具有的关系为

$h = 20t - 5t^2$ ，请根据要求解答下列问题：



(1) 在飞行过程中，小球从飞出到落地所用时间是多少？

(2) 在飞行过程中，小球飞行高度何时最大？最大高度是多少？

13. 某架飞机着陆后滑行的距离 y (单位：m) 与滑行时间 x (单位：s) 近似满足函数关系

$y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$)。由电子监测获得滑行时间 x 与滑行距离 y 的几组数据如下：

滑行时间 x/s	0	2	4	6	8	10
滑行距离 y/m	0	114	216	306	384	450

(1) 根据上述数据，求出满足的函数关系式 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$)；

(2) 飞机着陆后滑行多远才能停下来？此时滑行的时间是多少？

14. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 自变量 x 的值和它对应的函数值 y 如下表所示：

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	3	0	-1	0	m	...

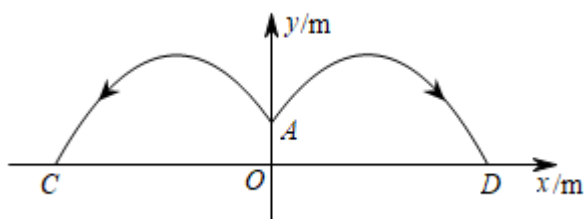
(1) 求该二次函数的解析式

(2) 设该二次函数图像与 x 轴的左交点为 B ，它的顶点为 A ，该图像上点 C 的横坐标为 4。求 $\triangle ABC$ 的面积。

15. 某游乐场的圆形喷水池中心 O 有一雕塑 OA ，从 A 点向四周喷水，喷出的水柱为抛物线，且形状相同。

如图，以水平方向为 x 轴，点 O 为原点建立直角坐标系，点 A 在 y 轴上， x 轴上的点 C, D 为水柱的落水点，

水柱所在抛物线(第一象限部分)的函数表达式为 $y = -\frac{1}{6}(x-5)^2 + 6$.



(1)求落水点 C 、 D 之间的距离；

(2)若需在 OD 上离 O 点 10 米的 E 处竖立雕塑 EF ， $EF \perp OD$ ，且雕塑的顶部刚好碰到水柱，求雕塑 EF 的高 .

16. 如图 1 所示的某种发石车是古代一种远程攻击的武器，发射出去的石块的运动轨迹是抛物线的一部分，且距离发射点 20 米时达到最大高度 10 米. 将发石车置于山坡底部 O 处，山坡上有一点 A ，点 A 与点 O 的水平距离为 30 米，与地面的竖直距离为 3 米， AB 是高度为 3 米的防御墙. 若以点 O 为原点，建立如图 2 所示的平面直角坐标系 .



图1

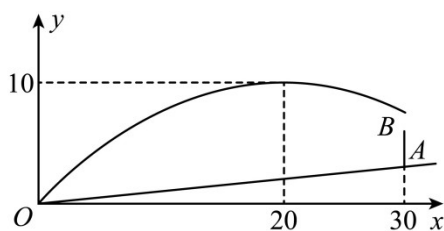


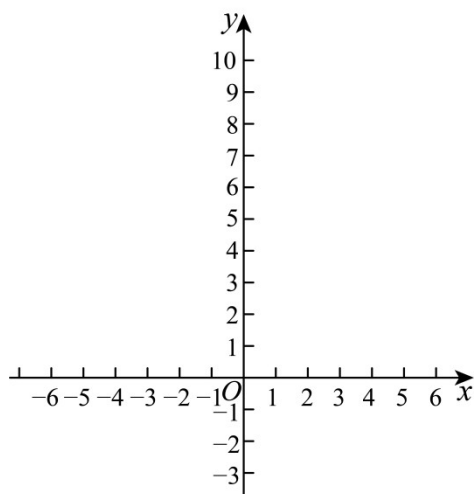
图2

(1)求石块运动轨迹所在抛物线的解析式；

(2)试通过计算说明石块能否飞越防御墙 AB ；

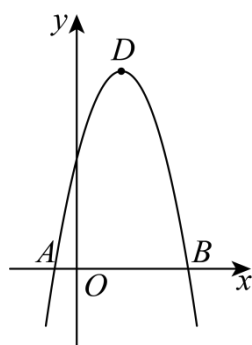
(3)在竖直方向上，试求石块飞行时与坡面 OA 的最大距离 .

17. 已知直线 $y = kx + 6$ 与 y 轴相交于点 A ，与抛物线 $y = ax^2$ 相交于 $B(2, 4)$ 、 C 两点 .



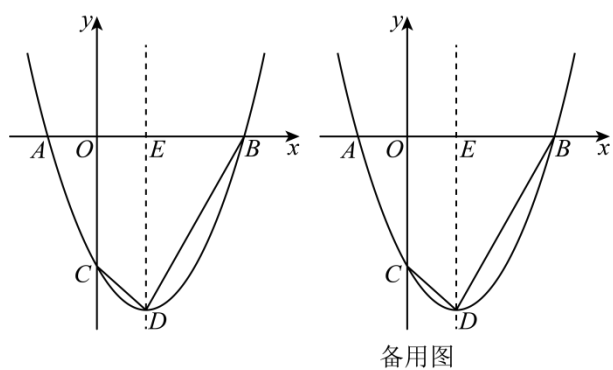
- (1) 求点 A、点 C 的坐标及抛物线的解析式；
- (2) 求 $\triangle BOC$ 的面积；
- (3) 若点 Q 是 y 轴上一点，且 $\angle BCQ = 15^\circ$ ，求 Q 点坐标。

18. 如图，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $(1, 8)$ ，与 x 轴交于点 A、 $B(5, 0)$ 。



- (1) 求抛物线的顶点 D 的坐标；
- (2) 点 C 在抛物线的对称轴上，且位于 x 轴的下方，将 $\triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折，如果点 B 的对应点 E 恰好落在抛物线的对称轴上，求点 C 的坐标；
- (3) 点 $M(2, m)$ ，点 N 在坐标平面内，且 $\triangle BMN$ 为等边三角形（点 B、M、N 顺时针排列）时，连结 AN，试求直线 AN 与抛物线交点 G 的坐标，若能，请求出，若不能请说明理由。

19. 抛物线 $y = (x-3)(x+1)$ 与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 左侧），与 y 轴交于点 C，点 D 为顶点。



(1) 求点 B 及点 D 的坐标 .

(2) 连接 BD , CD , 抛物线的对称轴与 x 轴交于点 E .

① 若线段 BD 上一点 P , 使 $\angle DCP = \angle BDE$, 求点 P 的坐标 .

② 若第一象限抛物线上一点 M , 作 $MN \perp CD$, 交直线 CD 于点 N , 使 $\angle CMN = \angle BDE$, 求点 M 的坐标 .