

专题 04 期末必刷压轴题

考点归纳

考点 01 选择压轴题

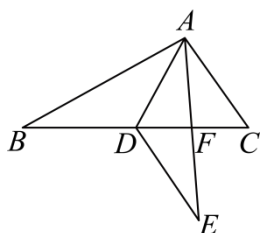
考点 02 填空压轴题

考点 03 解答压轴题

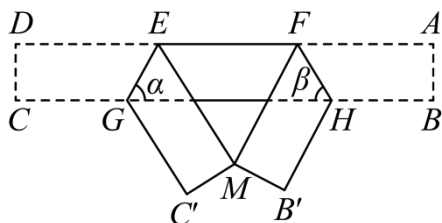
考点专练

考点 01 选择压轴题

1. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 的中点, 将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折, 点 B 落在点 E 处, AE 交 CD 于点 F , $\triangle ADF$ 的面积恰好是 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$. 小丽在研究这个图形时得到以下两个结论: ① $\angle B = \angle CAE$; ② $AC = CD$. 那么下列说法中, 正确的是 ()



- A. ①正确②错误
B. ①错误②正确
C. ①、②皆正确
D. ①、②皆错误
2. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图, 现有一张长方形纸片 $ABCD$, 点 E, F 在 AD 上, 点 G, H 在 BC 上, 分别沿 EG, FH 折叠, 使点 D 和点 A 都落在点 M 处, 点 C 的对应点为点 C' . 点 B 对应点为点 B' . 若 $\angle \alpha + \angle \beta = 132^\circ$, 则 $\angle C'MB'$ 的度数为 ()

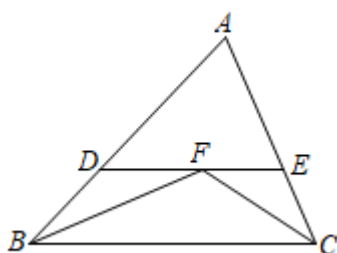


- A. 104° B. 106° C. 96° D. 132°

3. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 如图, $\triangle ABC$ 中, BF 、 CF 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$, 过点 F 作 $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , 那么下列结论:

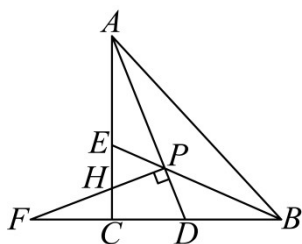
- ① $\angle DFB = \angle DBF$; ② $\triangle EFC$ 为等腰三角形; ③ $\triangle ADE$ 的周长等于 $\triangle BFC$ 的周长; ④ $\angle BFC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.

其中正确的是 ()



- A. ①② B. ①③ C. ①②④ D. ①②③④

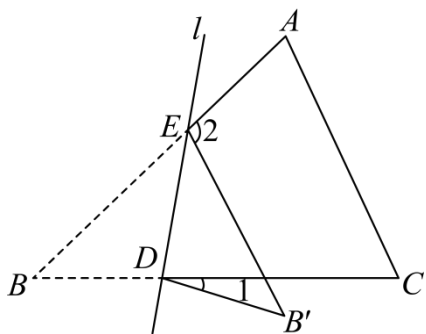
4. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 如图, 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\triangle ABC$ 的角平分线 AD 、 BE 相交于点 P , 过 P 作 $PF \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 F , 交 AC 于点 H .



则对于以下结论: ① $\angle APB = 135^\circ$; ② $\triangle ABP \cong \triangle FBP$; ③ $\angle AHP = \angle ABC$; ④ $AH + BD = AB$; 其中错误的是 ()

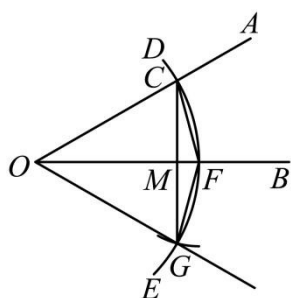
- A. ① B. ② C. ③ D. ④

5. (24-25 七年级下·上海崇明·期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 40^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折, 点 B 落在点 B' 的位置, 则 $\angle 2 - \angle 1$ 的度数是 ()



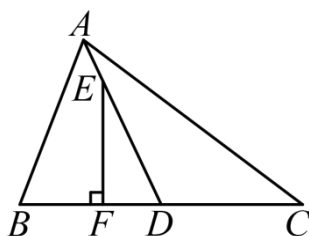
- A . 90° B . 80° C . 50° D . 40°

6. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 如图： $\angle AOB = 30^\circ$. 按下列步骤作图：①在射线 OA 上取一点 C ，以点 O 为圆心， OC 长为半径作圆弧 DE ，交射线 OB 于点 F . 连结 CF ；②以点 F 为圆心， CF 长为半径作圆弧，交弧 DE 于点 G ；③连结 FG 、 CG . 作射线 OG . 根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是 ()



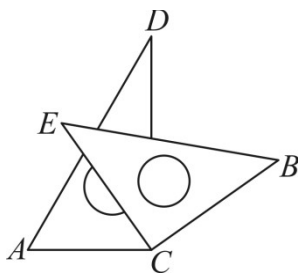
- A . $\angle AOG = 60^\circ$ B . OF 垂直平分 CG
C . $OG = CG$ D . $OC = 2FG$

7. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 的中点，连接 AD ，点 E 在 AD 上，且 $AE = \frac{1}{3}DE$ ， $EF \perp BD$ 于点 F . 若 $BC = 15$ ， $EF = 6$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



- A . 50 B . 55 C . 60 D . 65

8. (24-25 七年级下·上海静安·期末) 将一副三角板中的两块直角三角尺的直角顶点 C 按如图所示的方式叠放在一起，其中 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ， $\angle B = \angle E = 45^\circ$ ，当 $\angle ACE < 180^\circ$ 且点 E 在直线 AC 的上方时，如果三角板 BCE 的直角边与边 AD 平行，那么 $\angle ACE$ 的度数为 () $^\circ$.



A . 30 或 60

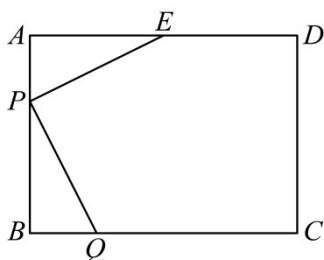
B . 60 或 120

C . 45 或 60

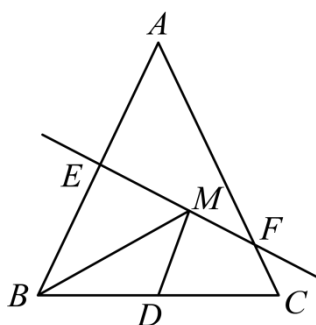
D . 30 或 120

考点 02 填空压轴题

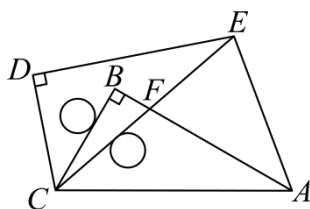
9. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB = 12$ 厘米， $AD = 16$ 厘米，点 E 为 AD 中点，已知点 P 在线段 AB 上以 2 厘米/秒的速度由点 A 向点 B 运动，同时点 Q 在线段 BC 上由点 C 向点 B 运动，如果 $\triangle AEP$ 与 $\triangle BPQ$ 恰好全等，那么点 Q 的运动速度是_____厘米/秒。



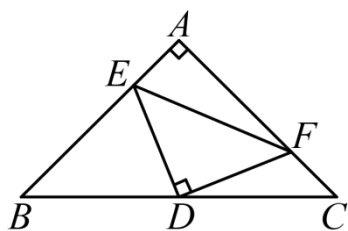
10. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图，等腰三角形 ABC 底边 BC 的长为 5cm，面积是 12cm^2 ，腰 AB 的垂直平分线 EF 交 AC 于点 F ，若 D 为 BC 边上的动点， M 为线段 EF 上一动点，则 $BM + DM$ 最小值为_____。



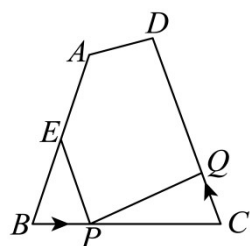
11. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 如图，将含有 60° 锐角的三角板 $\triangle ABC$ 绕 60° 的锐角顶点 C 逆时针旋转一个角度到 $\triangle ECD$ ，若 AB 、 CE 相交于点 F ， $AE = AF$ ，则旋转角是_____。



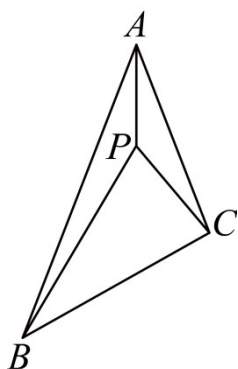
12. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 如图， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $AB = AC$ ， D 是斜边 BC 的中点， $\angle EDF = 90^\circ$ ， E 、 F 分别是边 AB 、 AC 上，若 $BE = 12$ ， $CF = 5$ ，则 $\triangle DEF$ 的面积为_____。



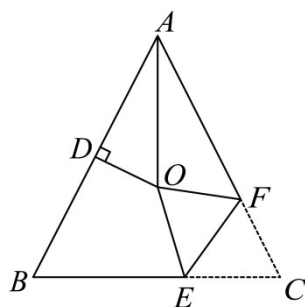
13. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 中, $AB = 10$ 厘米, $BC = 8$ 厘米, $CD = 12$ 厘米, $\angle B = \angle C$, 点 E 为 AB 的中点. 如果点 P 在线段 BC 上以 3 厘米/秒的速度由 B 点向 C 点运动, 同时, 点 Q 在线段 CD 上由 C 点向 D 点运动, 当点 Q 的运动速度为_____时, 能够使 $\triangle BPE$ 与 $\triangle CQP$ 全等.



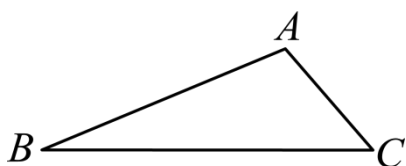
14. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 如图, 点 P 是三角形 ABC 内部一点, 且满足 $\angle PAB = \angle PAC = 21^\circ$. 如果 $\angle PBC = 30^\circ$, $\angle PBA = 9^\circ$, 则 $\angle APC$ 的度数是_____.



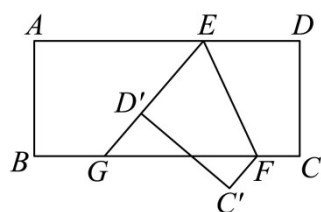
15. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 直线 l 经过点 A , 分别过点 B 、 C 作直线 l 的垂线, 垂足分别为 D 、 E . 如果 $BD = 5$, $CE = 3$, 那么 $DE =$ _____.
16. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 如图在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 50^\circ$, 点 D 为 AB 的中点, 且 $OD \perp AB$, $\angle BAC$ 的平分线与 AB 的垂直平分线交于点 O , 将 $\angle C$ 沿 EF (E 在 BC 上, F 在 AC 上) 折叠, 点 C 与点 O 恰好重合, 则 $\angle OEC$ 的度数是_____.



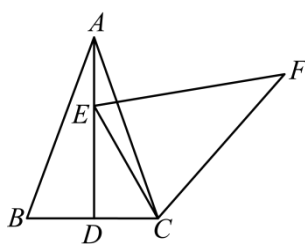
17. (24-25 七年级下·上海·期末) 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle B = 20^\circ$, $\angle A = 110^\circ$, 点 P 在 $\triangle ABC$ 的三边上运动, 当 $\triangle PAC$ 成为等腰三角形时, 顶角的度数是 ____.



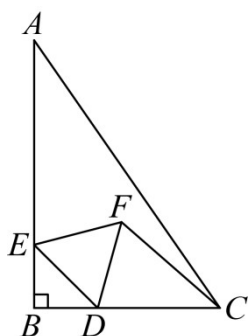
18. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图, 将长方形纸条折叠, $AD \parallel BC$. 按如图折叠, $\angle BGE = 130^\circ$, 则 $\angle EFC' = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$.



19. (24-25 七年级下·上海·期末) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$, 垂足为 D , 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转, 得到 $\triangle FEC$, 点 B 的对应点 E 落在 AD 上, 若 $\angle ACE = 40^\circ$, 则 $\angle AEF$ 的度数为 ____.

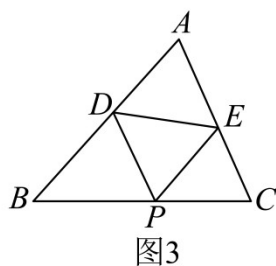
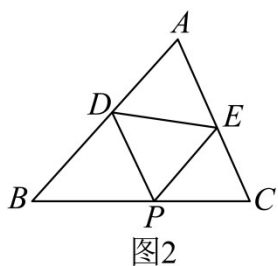
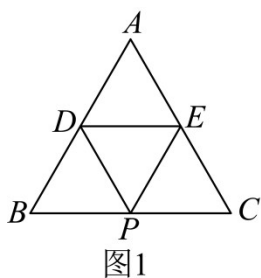


20. (24-25 七年级下·上海静安·期末) 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8$, $BC = 6$, 点 D 是 BC 边上的一点, $BD = 2$, 点 E 是 AB 边上一个动点, 连接 DE , 以 DE 为一边在右侧作等边 $\triangle EFD$, 连接 CF , 在点 E 运动过程中, 线段 CF 的最小值为 ____.



考点 03 解答压轴题

21. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 在锐角三角形 ABC 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 连接 DE , 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折后, 点 A 落在 BC 边上的点 P , 当 $\triangle BDP$ 和 $\triangle CEP$ 都为等腰三角形时, 我们把线段 DE 称为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点.

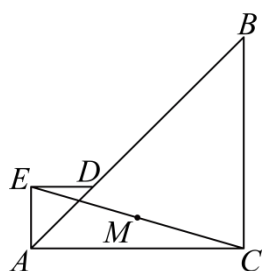


(1) 如图 1, 在等边三角形 ABC 中, 边 BC 的中点 P 是它的完美点, 已知其完美翻折线 DE 的长为 4, 那么等边三角形 ABC 的周长 = _.

(2) 如图 2, 已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点, 当 $\angle B$ 、 $\angle C$ 恰为等腰三角形的顶角时, 求此时 $\angle A$ 的度数.

(3) 如图 3, 已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点, 当 $\angle B$ 、 $\angle EPC$ 恰为等腰三角形的顶角时, 请判断点 P 到边 AB 、 AC 的距离是否相等? 并说明你的判断理由.

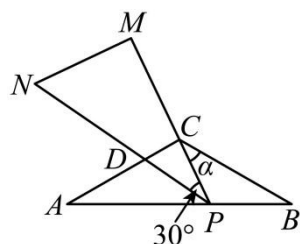
22. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$, 点 D 在 AB 上, 点 M 为 CE 的中点.



(1) 连接 DM ，延长 DM 与 AC 相交于点 F ，请根据要求画出图形，并说明 $AE = CF$ 。

(2) 再连接 BF ，已知 $BF = 12$ ，求 CM 的长。

23. (24-25 七年级下·上海·期末) 在综合实践课上，李老师以“含 30° 的三角板和等腰三角形纸片”为模具与同学们开展数学活动。已知，在等腰 $\triangle ABC$ 纸片中， $CA = CB = 5$ ， $\angle ACB = 120^\circ$ ，将一块含 30° 角的足够大的直角三角尺 PMN ($\angle M = 90^\circ$ ， $\angle MPN = 30^\circ$) 按如图所示放置，顶点 P 在线段 BA 上滑动 (点 P 不与 A ， B 重合)，三角尺的直角边 PM 始终经过点 C ，并与 CB 的夹角 $\angle PCB = \alpha$ ，斜边 PN 交 AC 于点 D 。



(1) 当 $\angle BPC = 100^\circ$ 时， $\alpha = \underline{\quad}^\circ$ ；

(2) 当 AP 等于何值时， $\triangle APD \cong \triangle BCP$ ？请说明理由；

(3) 在点 P 的滑动过程中，存在 $\triangle PCD$ 是等腰三角形吗？若存在，请求出夹角 α 的大小；若不存在，请说明理由。

24. (24-25 七年级下·上海·期末) 在学习了平行线的性质后，老师请同学们证明命题：两条平行线被第三条直线所截，一组同旁内角的平分线互相垂直。

小颖根据命题画出图形并写出如下的已知条件。

已知：如图 1， $AB \parallel CD$ ，直线 EF 分别交 AB ， CD 于点 E ， F 。 $\angle BEF$ 的角平分线 EG 与 $\angle DFE$ 的角平分线 FG 交于点 G 。

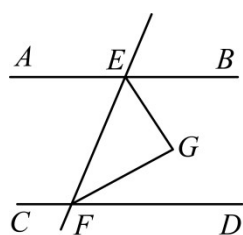


图1

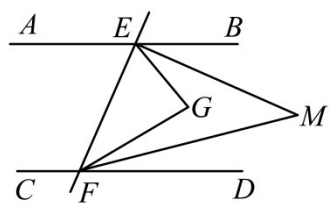


图2

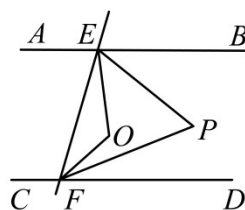


图3

(1) 直线 EG , FG 有何位置关系? 直接写出结论_.

(2) 在图 1 的基础上, 分别作 $\angle BEG$ 的角平分线 EM 与 $\angle DFG$ 的角平分线 FM 交于点 M , 得到图 2, 求 $\angle EMF$ 的度数.

(3) 如图 3, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB , CD 于点 E , F , 点 O 在直线 AB , CD 之间, 且在直线 EF 右侧, $\angle BEO$ 的角平分线 EP 与 $\angle DFO$ 的角平分线 FP 交于点 P , 请直接写出 $\angle EOF$ 与 $\angle EPF$ 满足的数量关系_.

25. (24-25 七年级下·上海浦东新·期末) 综合与实践

【问题情境】课外数学社团开展活动时, 指导老师提出了如下问题: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = 6$, $AC = 4$, D 为 BC 边上的中点, 试求中线 AD 长的取值范围.

【探究方法】小明同学在组内和同学们合作交流后, 得到了如下解决方法: 如图 2, 延长 AD 到点 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE . 请根据小明同学的方法思考:

(1) 由已知条件和作辅助线, 能得到 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$, 理由是_____.

A . SAS B . ASA C . AAS D . SSS

(2) 求中线 AD 长的取值范围.

【解决问题】

(3) 老师赞赏了他们的探索精神, 并鼓励他们运用这个知识来解决问题: 如图 3, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBE$ 都是等腰直角三角形, $\angle ABC = \angle DBE = 90^\circ$, BF 是 $\triangle BEC$ 的中线, 若 $BF = 5$, 求 AD 的长.

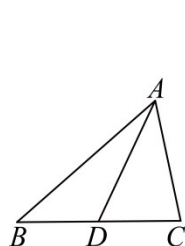


图1

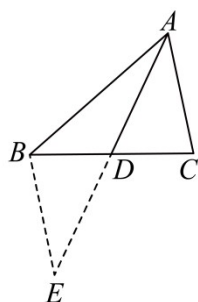


图2

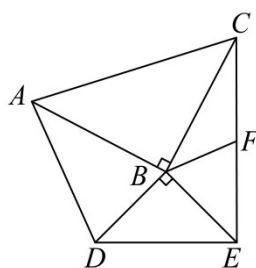


图3

26. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 通过对下面数学模型的研究学习，解决下列问题：

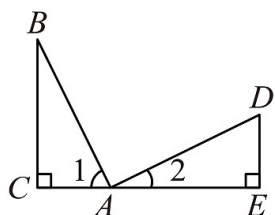


图1

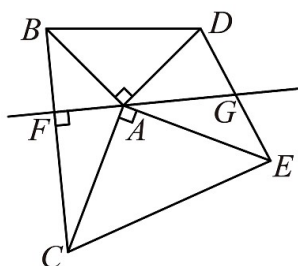


图2

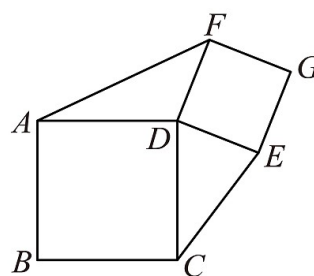


图3

- (1) 如图 1, $\angle BAD = 90^\circ$, $AB = AD$, 过点 B 作 $BC \perp AC$ 于点 C , 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E . 由 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle D = 90^\circ$, 得 $\angle 1 = \angle D$. 又 $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$, 可以推理得到 $\triangle ABC \cong$ _____, 推理依据是_____. 进而得到 $AC =$ _____, $BC =$ _____. 我们把这个数学模型称为“K 字”模型或“一线三等角”模型；
- (2) 如图 2, $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$, $AB = AD$, $AC = AE$, 连接 BC , DE , 且 $BC \perp AF$ 于点 F , DE 与直线 AF 交于点 G . 求证：点 G 是 DE 的中点；
- (3) 如图 3, 已知四边形 $ABCD$ 和 $DEGF$ 为正方形, $\triangle AFD$ 的面积为 S_1 , $\triangle DCE$ 的面积为 S_2 , 试猜想 S_1 和 S_2 的数量关系, 并说明理由.

27. (24-25 七年级下·上海崇明·期末) 综合与实践

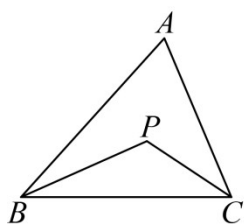


图 1

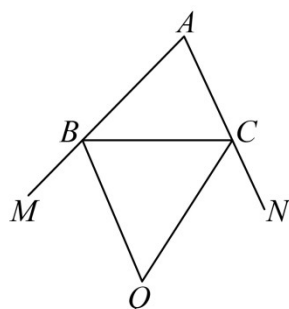


图 2

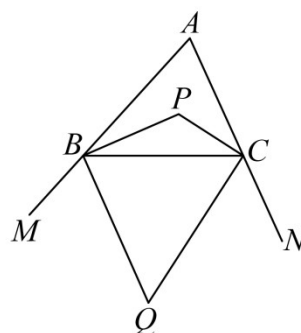


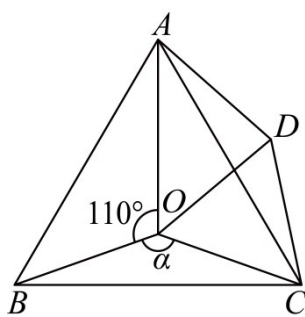
图 3

- (1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P , 如果 $\angle A = 70^\circ$, 那么 $\angle BPC =$ _____.

(2)如图2，作 $\triangle ABC$ 外角 $\angle MBC$ 、 $\angle NCB$ 的平分线交于点 Q ，试求出 $\angle Q$ 、 $\angle A$ 之间的数量关系_。

(3)如图3，延长 BP 、 QC 交于点 E ，在 $\triangle BQE$ 中，存在一个内角等于另一个内角的4倍，请简单写出过程，求 $\angle A$ 的度数。

28. (24-25 七年级下·上海崇明·期末)如图，点 O 是等边 $\triangle ABC$ 内一点， D 是 $\triangle ABC$ 外的一点， $\angle AOB = 110^\circ$ ， $\angle BOC = \alpha$ ， $\triangle BOC \cong \triangle ADC$ ，连接 OD 。

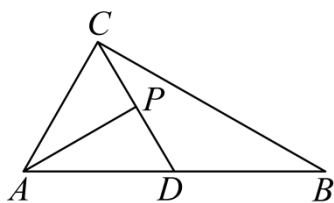


(1)求证： $\triangle OCD$ 是等边三角形；

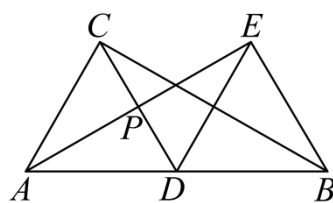
(2)当 $\alpha = 150^\circ$ 时，试判断 $\triangle AOD$ 的形状，并说明理由；

(3)探究：当 α 为多少度时， $\triangle AOD$ 是等腰三角形。

29. (24-25 七年级下·上海松江·期末)已知：在 $\triangle ACD$ 中， P 是 CD 的中点， B 是边 AD 延长线上的一点， $BD = AC$ ，连接 BC 、 AP 。



(1)



(2)

(1)如图(1)，如果 $AP \perp CD$ ，证明： $BD = AD$ ；

(2)如图(2)，过点 D 作 $DE \parallel AC$ ，交 AP 的延长线于点 E ，连接 BE ，如果 $\angle CAD = 60^\circ$ ，证明：

$BC = 2AP$ 。

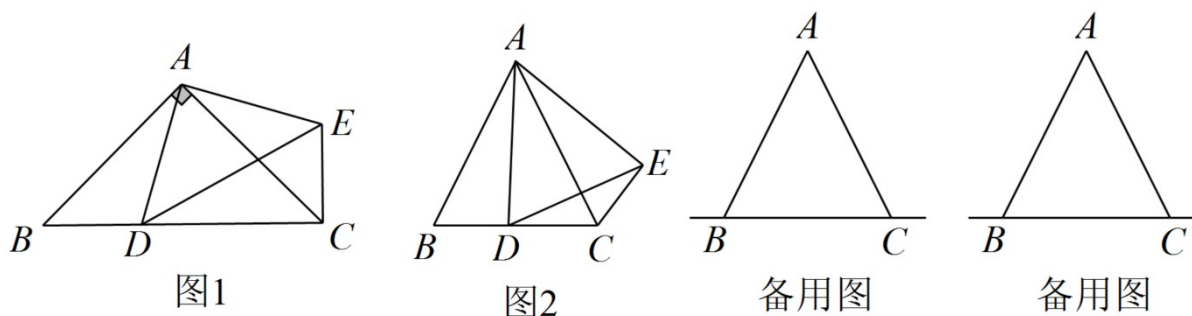
30. (24-25 七年级下·上海松江·期末) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 是直线 BC 上一点 (不与 B 、 C 重合), 以 AD 为一边在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$, 使 $AD=AE$, $\angle DAE = \angle BAC$, 连接 CE .

(1) 如图 1, 当点 D 在线段 BC 上, 如果 $\angle BAC=90^\circ$, 则 $\angle BCE=$ 度;

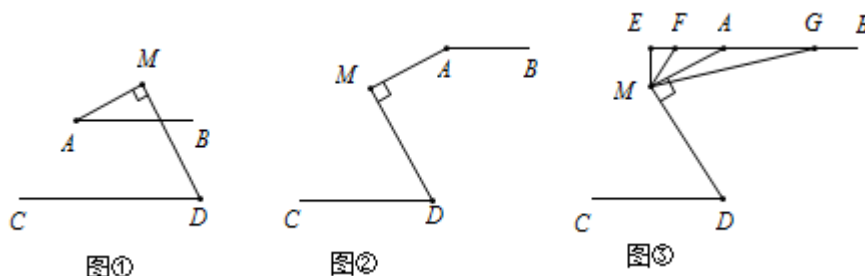
(2) 设 $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCE = \beta$.

①如图 2, 当点 D 在线段 BC 上移动, 则 α , β 之间有怎样的数量关系? 请说明理由;

②当点 D 在直线 BC 上移动, 则 α , β 之间有怎样的数量关系? 请直接写出你的结论.



31. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 已知 $AB \parallel CD$, 点 M 为平面内的一点, $\angle AMD = 90^\circ$.



(1) 当点 M 在如图①的位置时, 求 $\angle MAB$ 与 $\angle D$ 的数量关系.

解: _ . (根据如图填射线 MN 的画法)

因为 $AB \parallel CD$,

所以 _ $\parallel$ _ $\parallel$ _ (_) .

所以 $\angle D = \angle NMD$ (两直线平行, 内错角相等);

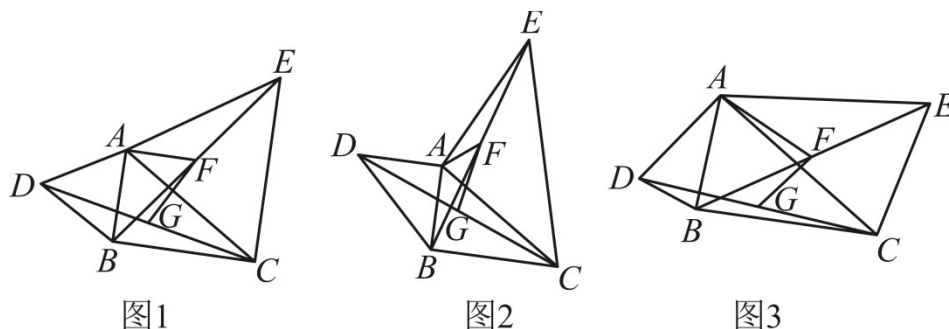
(请继续完成接下说的说理过程)

(2) 当点 M 在如图②的位置时, $\angle MAB$ 与 $\angle D$ 的数量关系是 _ (直接写出答案);

(3) 在 (2) 的条件下, 如图③, 过点 M 作 $ME \perp AB$, 垂足为点 E , $\angle EMA$ 与 $\angle EMD$ 的平分线分别交射线

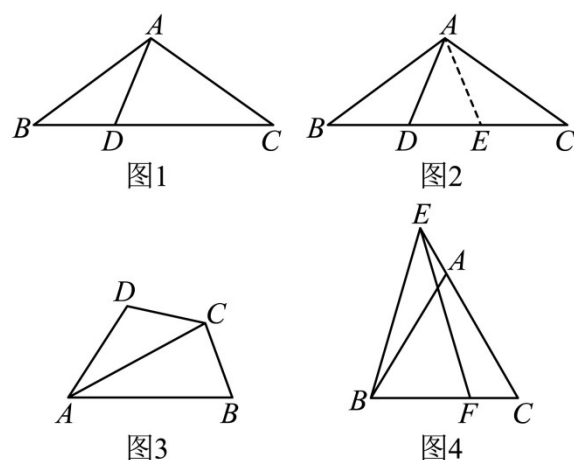
EB 于点 F 、 G ，回答下列问题（直接写出答案）：图中与 $\angle MAB$ 相等的角是 $\underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle FMG = \underline{\hspace{1cm}}$ 度。

32. (24-25 七年级下·上海宝山·期末) 已知 $\triangle ABC$ ，分别以 AB 、 AC 为边作 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ ，且 $AD = AB$ ， $AC = AE$ ， $\angle DAB = \angle CAE$ ，连接 DC 与 BE ， G 、 F 分别是 DC 与 BE 的中点。



- (1) 如图1，若 $\angle DAB = 60^\circ$ ，则 $\angle AFG = \underline{\hspace{1cm}}$ ；
- (2) 如图2，若 $\angle DAB = 90^\circ$ ，则 $\angle AFG = \underline{\hspace{1cm}}$ ；
- (3) 如图3，若 $\angle DAB = \alpha$ ，试探究 $\angle AFG$ 与 α 的数量关系，并给予证明。

33. (24-25 七年级下·上海·期末) 我们知道：如果两个三角形的两边及其中一边的对角对应相等简称“SSA”，那么这两个三角形不一定全等。



- (1) 如图1，在等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ ， D 为 BC 上一点，且 $CD > BD$ ，连接 AD ，那么在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$

中， $AD=AD$ ， $AB=AC$ ， $\angle B=\angle C$ ，请判断： $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ ——（填“全等”或“不全等”）。遇到这种情况，我

们可以添加一定的辅助线构造出全等的三角形：如图²，在（¹）的条件下，在 CD 上取一点 E ，使得

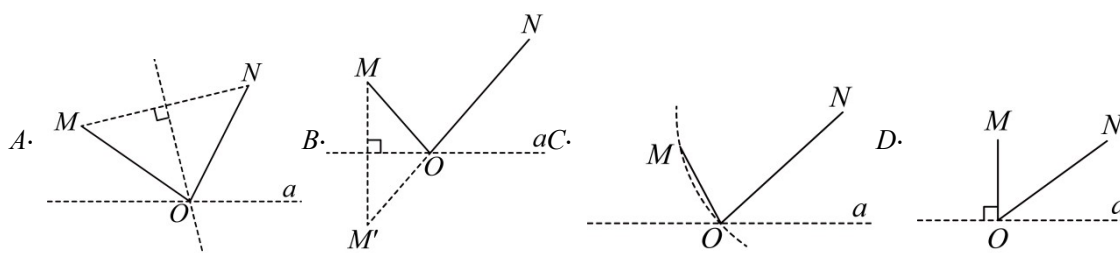
$AE=AD$ ，连接 AE ，请判断 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 是否全等？并说明理由。

(2)如图³，在四边形 $ABCD$ 中， CA 平分 $\angle BAD$ ， $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$ ，求证： $CD=CB$ 。

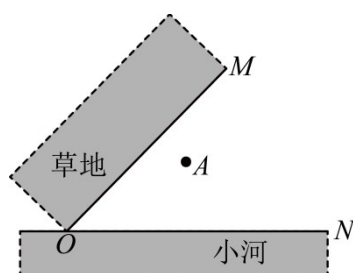
(3)如图⁴，已知 $\triangle ABC$ 是边长为 5cm 的等边三角形，点 E 在 CA 的延长线上且 $AE=1.5\text{cm}$ ，连接 EB ，在线段 BC 上取一点 F ，使得 $EB=EF$ ，连接 EF ，求 BF 的长。（直接写答案）

34.（²⁴⁻²⁵七年级下·上海·期末）“白日登山望烽火，黄昏饮马傍交河”，这是唐代诗人李颀《古从军行》里的一句诗，由此却引申出一系列非常有趣的数学问题，通常称为“将军饮马”问题。

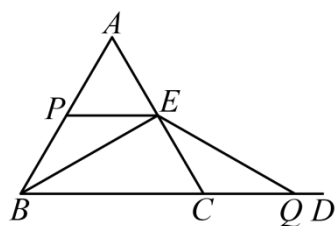
(1)如图，直线 a 是一条输气管道， M ， N 是管道同侧的两个村庄，现计划在直线 a 上修建一个供气站 O ，向 M ， N 两村庄供应天然气。在下面四种方案中，铺设管道最短的是（ ）



(2)如图，草地边缘 OM 与小河河岸 ON 在点 O 处形成夹角，牧马人从 A 地出发，先让马到草地吃草，然后再去河边饮水，最后回到 A 地。请在图中设计一条路线，使其所走的路径最短，并说明理由。



35.（²⁴⁻²⁵七年级下·上海静安·期末）如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形， $BC=2\text{cm}$ ，点 P 从点 A 出发，沿射线 AB 以 1cm/s 的速度运动，过点 P 作 $PE\parallel BC$ 交射线 AC 于点 E ，同时点 Q 从点 C 出发沿 BC 的延长线以 1cm/s 的速度运动，连接 BE 、 EQ ，设点 P 的运动时间为 $t(\text{s})$ 。



- (1) 当点 P 在边 AB 上，且不与点 A 、 B 重合时，求证： $\triangle BPE \cong \triangle ECQ$ ；
- (2) 直接写出 CE 的长（用含 t 的代数式表示）；
- (3) 在不添加字母和连接其它线段的条件下，当图中等腰三角形的个数大于 3 时，直接写出 t 的值和对应的等腰三角形的个数。（请写出所有的可能性）