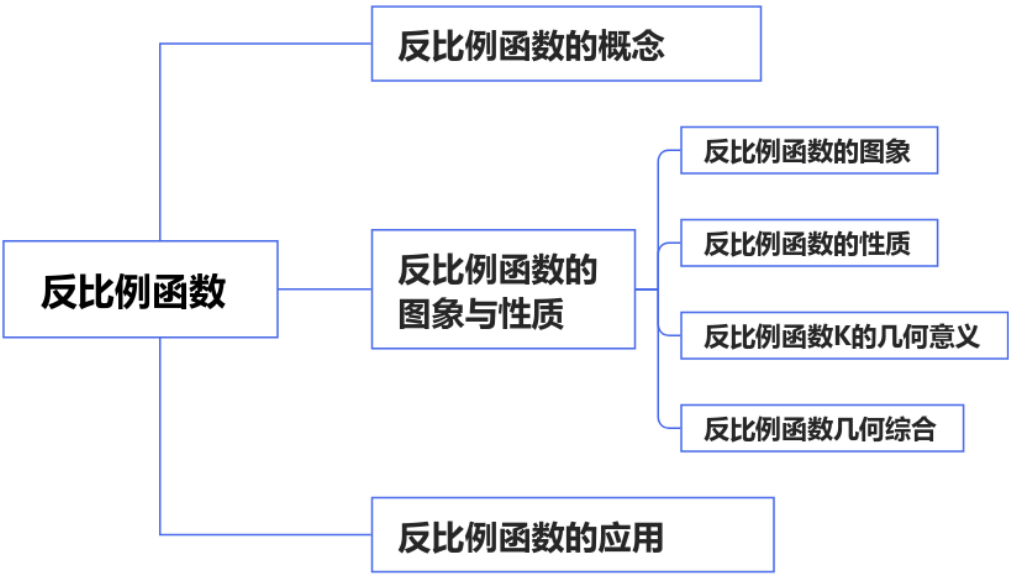


第二十六章 反比例函数单元复习

内容概览



知识清单

知识点 1

反比例函数的概念

形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的函数叫作**反比例函数**, 其中非零常数 k 称为**比例系数**, 自变量 x 的取值范围是**不等于 0 的一切实数**.

反比例函数的**本质**是指 **y 与 x 的乘积是个不为 0 的常数**.

【即学即练】

1. 下列表述中的变量 y 与变量 x 是否成反比例?

- (1) 在一块平地上, 划出一个占地面积为 100 m^2 的矩形区域, 这个矩形区域相邻两边的长分别为 $x \text{ m}$ 、 $y \text{ m}$;
- (2) 圆的面积随着半径的变化而变化, 圆的面积 y (单位: m^2) 与该圆的半径 x (单位: m);
- (3) 在路程一定的情况下, 汽车行驶的时间随着速度的变化而变化, 汽车的用时 y (h) 与汽车的速度 x (km/h);

(4)圆锥的体积 V 一定，它的底面积 y 和高 x .

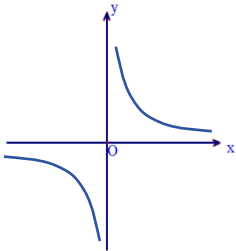
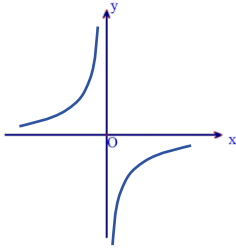
2.下列函数中，哪些是反比例函数？

- (1) $y=-\frac{1}{3}x$;
- (2) $y=-\frac{1}{5x}$;
- (3) $y=\frac{2a}{x}$ (a 为常数， $a\neq 0$);

知识点 2 反比例函数的图象与性质

1.正比例函数图象与性质

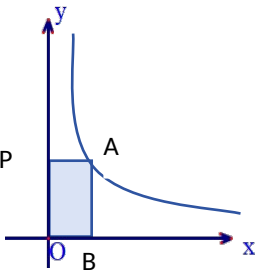
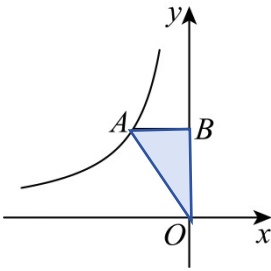
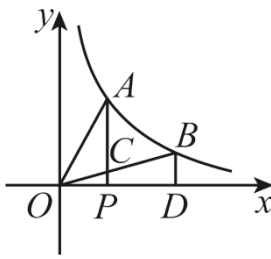
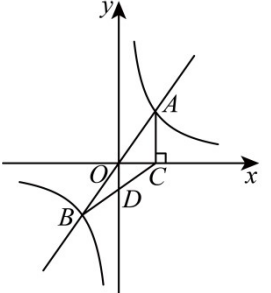
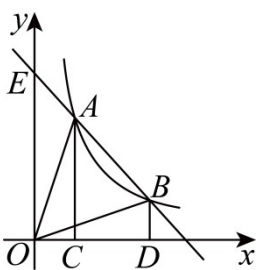
反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象是**双曲线**，由两支曲线组成，两支曲线**无限接近坐标轴但永不相交**.

$y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$)	图像	经过的象限	增减性
$K>0$		在第一、三象限	在每一象限内， y 随 x 增大而减小
$K<0$		在第二、四象限	在每一象限内， y 随 x 增大而增大

2.反比例函数 k 的几何意义

过双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上任意一点作 x 轴、 y 轴的垂线，所得矩形的面积为 $|k|$ ；若连接该点与原点，则与坐标轴围成的直角三角形面积为 $\frac{1}{2}|k|$.

图示	结论
----	----

	反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有点 P , 设 P (x , y) , 则 $k = xy$ $S_{\text{矩形AOPB}} = xy = k$
	反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有点 A , 设 A (x , y) , 则 $k = xy$ $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} xy = \frac{1}{2} k$
	反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有两点 A、B , $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} k$
	过原点的直线 AB 与反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有交于点 A、B 设 A (x , y) , 则 $k = xy$ $S_{\triangle ABC} = 2 S_{\triangle AOC} = xy = k$ 点睛：双曲线是中心对称图形，A、B 关于 O 对称.
	反比例 $y = \frac{k}{x}$ 图像上有两点 A、B , 用割补法求 $\triangle AOB$ 的面积 方法一：$S_{\triangle ABO} = S_{\triangle EBO} - S_{\triangle EAO}$ 方法二：$S_{\triangle ABO} = S_{\triangle OAC} + S_{\text{梯形ACBD}} - S_{\triangle OBD}$

3. 反比例函数与几何综合

常结合三角形、矩形、梯形等图形，利用点坐标表示线段长，建立方程求解。涉及面积时，通常利用 k 的

几何意义或割补法。

知识点 3 反比例函数的应用

反比例函数应用的解题步骤：

1. 审：审题，找出两个变量的关系，分析数量关系；
2. 设：设反比例函数表达式 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) ；
3. 求：利用待定系数法求出 k 的值，确定函数表达式；
4. 定：结合实际问题定自变量取值范围；
5. 解：根据图像和性质求函数值（或范围），解决具体问题；
6. 验：检验实际结果是否符合实际情境。

题型精讲

题型 01 反比例函数的概念

1. 下列函数中， y 是 x 的反比例函数的是 ()

A. $y = x^2$ B. $y = \frac{1}{x+2}$ C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = \frac{x}{2}$

2. 下列函数中， y 是关于 x 的反比例函数的是 ()

A. $y = 5x + 1$ B. $y = -6x$ C. $y = \frac{1}{x^2}$ D. $y = \frac{1}{2x}$

3. 下面各组变量的关系中，成反比例关系的是 ()

A. 人的身高和年龄

B. 三角形的面积为 6，它的一条边与这条边上的高

C. 购买荧光笔和中性笔的总费用一定，荧光笔的费用和中性笔的费用

D. 小明每小时可以制作 120 朵小红花，他制作的小红花朵数与制作时间

4. 下列问题中，两个变量成反比例的是 ()

A. 商一定时 (不为零)，被除数与除数；

B. 等腰三角形周长一定时，它的腰长与它底边的长；

C. 一个因数 (不为零) 不变时，另一个因数与它们的积；

D. 货物的总价 A 一定时，货物的单价 a 与货物的数量 x .

5. 已知 $y = (n-1)x^{|n|-2}$ 是关于 x 的反比例函数，则 $n =$ _____ .

6. 若 $f(x) = (n^2 + 2n)x^{n^2+n-1}$ 是反比例函数，则 n 的值为_____ .

7. 已知反比例函数 $y = \frac{k^2}{x} + k + \sqrt{2}$ ，求 k 的值，并求当 $x = \sqrt{2}$ 时的函数值 .

8. 已知： $y = y_1 + 2y_2$ ，并且 y_1 与 x 成正比例， y_2 与 $(x-2)$ 成反比例，且当 $x = -2$ 时， $y = -7$ ，当 $x = 3$ 时， $y = 13$ ，求 y 与 x 之间的函数解析式 .

9. 已知 $y = y_1 + y_2$ ， y_1 与 x^2 成正比例， y_2 与 $x-2$ 成正比例，当 $x = 1$ 时， $y = 5$ ；当 $x = -1$ 时， $y = 11$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式；

(2) 求当 $x = 2$ 时 y 的值 .

10. 设面积为 10cm^2 的三角形的一条边长为 $a(\text{cm})$ ，这条边上的高线长为 $h(\text{cm})$.

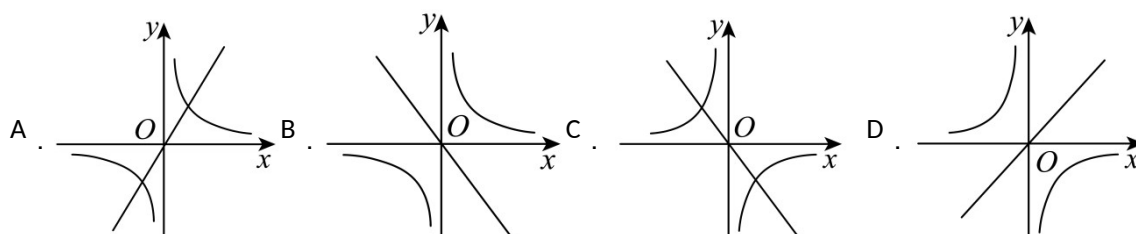
(1) 求 h 关于 a 的函数表达式和自变量 a 的取值范围 .

(2) h 关于 a 的函数是不是反比例函数？如果是，说出它的比例系数。

(3) 求当边长 $a = 2.5\text{cm}$ 时，这条边上的高线长。

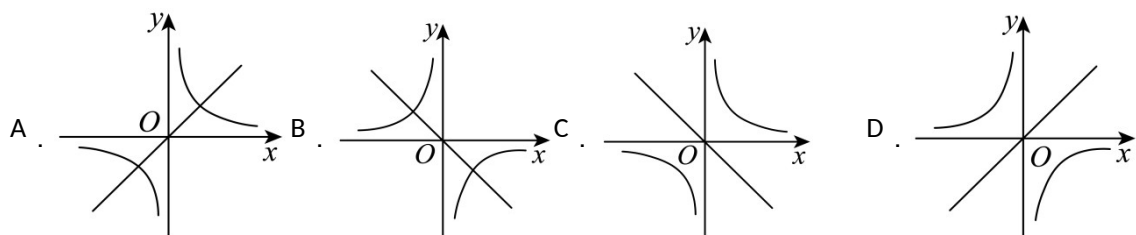
题型 02 反比例函数的图象

1. 如果 $k_1 < 0 < k_2$ ，那么函数 $y = k_1x$ 与 $y = \frac{k_2}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图像可能是 ()

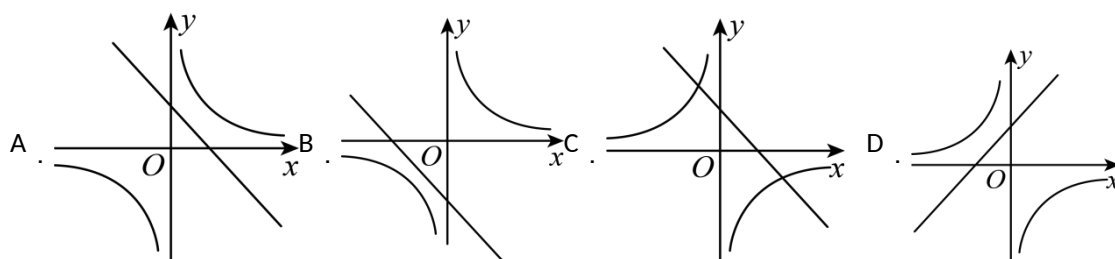


2. 正比例函数 $y = kx$ 中，如果 y 随 x 增大而增大，那么它和反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的

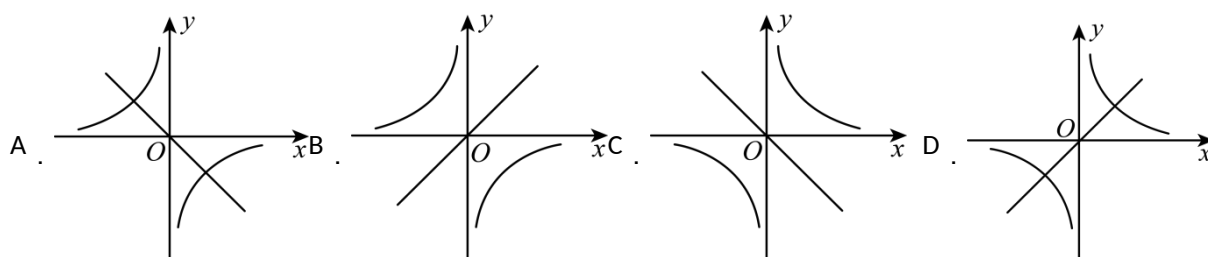
大致图像是 ()



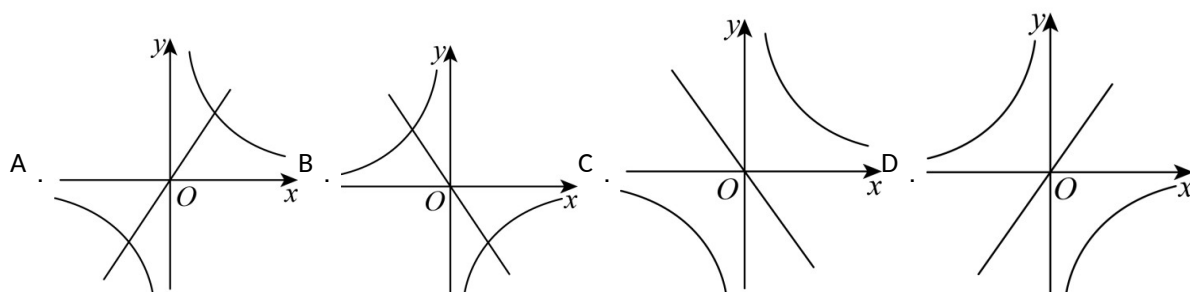
3. 函数 $y = k(x-1)$ 与 $y = -\frac{k}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的图像大致是 ()



4. 正比例函数 $y = \frac{4}{5}x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象在同一平面直角坐标系内的大致图象为 ()



5. 设 $k < 0$ ，那么函数 $y = -\frac{x}{k}$ 和 $y = \frac{k}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的大致图象是 ()



题型 03 反比例函数的性质

1. 关于函数 $y = \frac{1}{x^2}$ 的图像的表述中，不正确的是 ()

- A. 函数图像关于 y 轴对称
B. 函数图像经过第一、三象限
C. $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小
D. 函数图像与 x 轴没有公共点

2. 关于反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象性质，下列说法不正确的是 ()

- A. 图象经过点 $(-1, 3)$
B. 图象分别位于第二、四象限
C. 图象关于原点对称
D. 当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小

3. 下列关于反比例函数 $y = -\frac{1}{10x}$ 的说法中，正确的是 ()

A. 图象在第一、三象限

B. 比例系数为 -10

C. 当自变量 x 的值逐渐增大时， y 的值随着逐渐增大

D. 如果点 $A(-3, y_1)$ 和点 $B(-5, y_2)$ 在该函数的图象上，那么 $y_1 > y_2$

4. 对于函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ ，当 $x > 3$ 时， y 的取值范围为 ()

A. $y > 2$

B. $0 < y < 2$

C. $y > 3$

D. $0 < y < 3$

5. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ ，那么 y 值随 x 值的增大而_____ (从“增大”或“减小”中选择)。

6. 已知点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， $C(x_3, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上，且 $y_1 < y_2 < 0 < y_3$ ，则 x_1 ， x_2 ， x_3 的大小关系为_____。(用“<”连接)

7. 函数 $y = \frac{3k-1}{x}$ 的图像在每个象限内 y 的值随 x 的增大而增大，那么 k 的取值范围是_____。

8. 已知函数 $y = (3m-8)x^{m^2-10}$ 是反比例函数，且其图象所在的每一个象限内， y 随 x 的增大而减小，则此

函数的表达式为_____。

9. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图像经过 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) ，如果 $x_1 < x_2 < 0$ ， $0 < y_1 < y_2$ ，那么 k

_____ 0 . (填“>”或“<”)

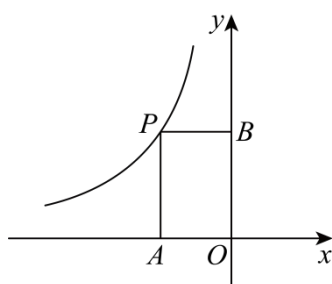
10 . 已知反比例函数 $y = \frac{k-6}{x}$ 的图像经过第一、三象限 .

(1) 求 k 的取值范围 ;

(2) 若 $a > 0$, 此函数的图像经过第一象限内的两点 $(a+5, y_1)$ 、 $(2a+1, y_2)$ 且 $y_1 < y_2$, 直接写出 a 的取值范围 .

题型 04 反比例函数的 k 的几何意义

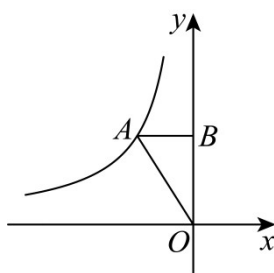
1 . 反比例函数 $y = -\frac{6}{x} (x < 0)$ 如图 , 则矩形 $OAPB$ 的面积是 ()



- A . 6 B . -6 C . 3 D . -3

2 . 如图 , 已知 A 是反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 图象上的一点 , 过点 A 作 $AB \perp y$ 轴 , 垂足为 B , 连接 OA , 则

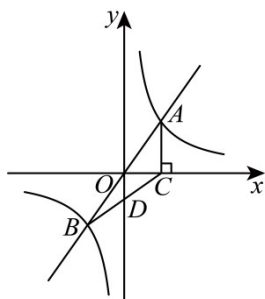
$\triangle OAB$ 的面积为 ()



- A . $\frac{1}{2}$ B . 1 C . $\frac{3}{2}$ D . 2

3. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=kx$ ($k>0$) 与双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 交于 A, B 两点， $AC \perp x$ 轴于点 C ，连

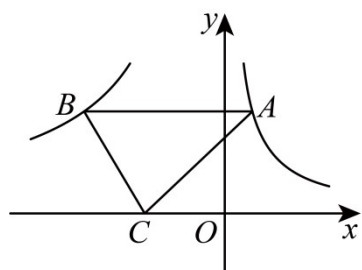
结 BC 交 y 轴于点 D ，则 $\triangle BOD$ 的面积是 ()



- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. 3 D. 6

4. 如图，点 A 在双曲线 $y=\frac{2}{x}$ ($x>0$) 上，点 B 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 上， $AB \parallel x$ 轴，点 C 是 x 轴上一点，连

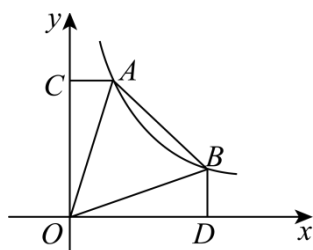
接 AC, BC ，若 $\triangle ABC$ 的面积是 6，则 k 的值 ()



- A. -6 B. 10 C. -10 D. -12

5. 如图，在平面直角坐标系中，点 A, B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上，过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于点

C ，过点 B 作 $BD \perp x$ 轴于点 D ， $AC=BD$ ，若 $OC=3$ ， $\triangle AOB$ 的面积为 4，则 k 的值为 ()



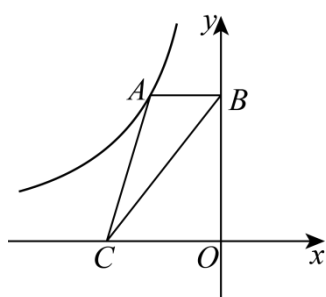
A. $\frac{5}{2}$

B. 3

C. $\frac{7}{2}$

D. 4

6. 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象如图所示， $AB \parallel x$ 轴，若 $\triangle ABC$ 的面积为 4，则 k 的值为 ()



A. 8

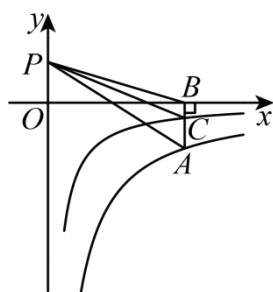
B. -8

C. -4

D. -2

7. 如图，点 A 是反比例函数 $y = -\frac{6}{x} (x > 0)$ 的图象上一点，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，交反比例函数

- $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象于点 C ，点 P 为 y 轴上一点，若 $\triangle ACP$ 的面积为 2，则 k 的值为 ()



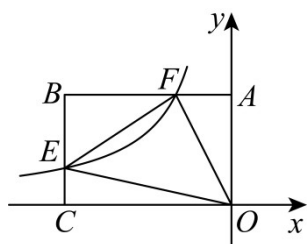
A. -2

B. -3

C. -4

D. -5

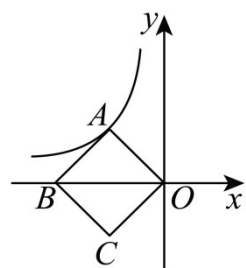
8. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $OABC$ 的两边 OC ， OA 分别在 x 轴的负半轴和 y 轴的正半轴上，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与 AB 相交于点 F ，与 BC 相交于点 E ，若点 B 的坐标为 $(-3, 2)$ ，四边形 $BEOF$ 的面积是 4，则 k 的值为 ()



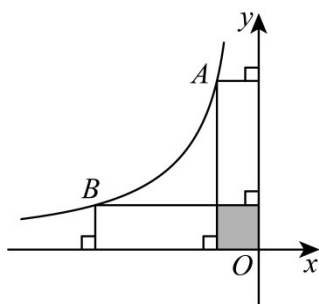
- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

9. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，菱形 $ABCO$ 的顶点 O 是坐标原点，顶点 A 在反比例函数

$y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x < 0)$ 的图象上，对角线 OB 在 x 轴上. 若菱形 $ABCO$ 的面积是 $8\sqrt{2}$ ，则 k 的值为_____.



10. 如图， A 、 B 是双曲线 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 上的两个点，分别过点 A ， B 作 x 轴和 y 轴的垂线段，若图中阴影部分面积为 1，两个空白矩形的面积之和为 6，则 k 的值为_____.



题型 05 反比例函数的几何综合

1. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 在直线 $y=3x$ 上，点 A 的横坐标为 1，点 P 是 x 轴正半轴上一点，点 B

在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，若四边形 $OAPB$ 是菱形，则 k 的值是 ()

A. -6

B. -5

C. -4

D. -3

2. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A ， B 分别为 x 轴， y 轴正半轴上的定点，四边形 $OACB$ 为矩形，

函数 $y=\frac{k}{x}(0<k<OA\cdot OB)$ 的图象与边 AC 交于点 D ，与边 BC 交于点 E ，直线 DE 与 x 轴交于点 F ，与

y 轴交于点 G ，连接 OD ， OE 。

给出下面四个结论：

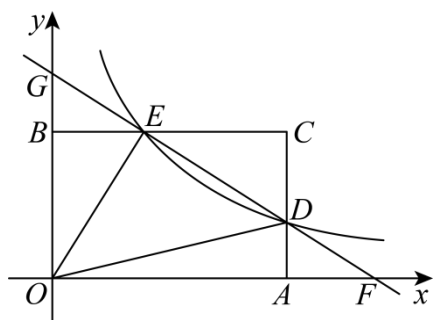
① $\triangle OED$ 一定为锐角三角形；

② $\triangle EBG \cong \triangle FAD$ ；

③ 当 $\triangle EGB$ 的面积为 2 时， k 的值可能是 4；

④ $\triangle OEB$ 与 $\triangle OED$ 的面积可能相等。

上述结论中，所有正确选项的序号是 ()



A . ①③

B . ①④

C . ②③

D . ②④

3 . 如图，一次函数 $y = -x + 5$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象在第一象限内交于点 A, B ，且该一次

函数的图象与 y 轴正半轴交于点 C ，过 A, B 分别作 y 轴的垂线，垂足分别为 D, E . 若点 M 为反比例函数

图象在 A, B 之间的动点，作射线 OM 交直线 AB 于点 N . 给出下面四个结论：

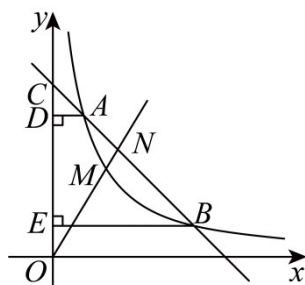
① $\frac{CD}{CE} = \frac{1}{4}$;

② 四边形 $ADEB$ 的面积为 $\frac{15}{4}$;

③ 当点 M 的坐标为 $(2, 2)$ 时，线段 MN 的长度最大；

④ 当点 N 的坐标为 $(3, 2)$ 时，线段 MN 的长度最大 .

上述结论中，所有正确结论的序号是 ()



A . ①③

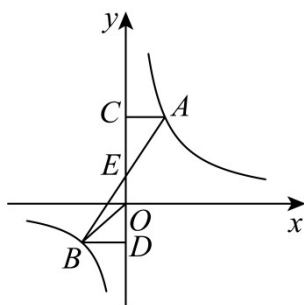
B . ①④

C . ②③

D . ②④

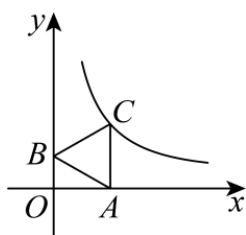
4. 如图，点 A 在反比例函数 $y = \frac{2k}{x}$ 第一象限的图象上，点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 第三象限的图象上，

$AC \perp y$ 轴于点 C ， $BD \perp y$ 轴于点 D ， $AC = BD = k$ ， AB, CD 交于点 E ，若 $BO = CE$ ，则 k 的值为_____.

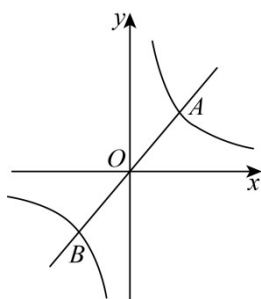


5. 如图，等边三角形 ABC 的顶点 A 在 x 轴上，顶点 B 在 y 轴上，顶点 C 在反比例函数 $y = \frac{2\sqrt{3}}{x} (x > 0)$ 的图

象上，且 $AC \perp x$ 轴，则 $S_{\triangle ABC} =$ _____.



6. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = \frac{4}{3}x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(3, m)$ 、 B 两点.



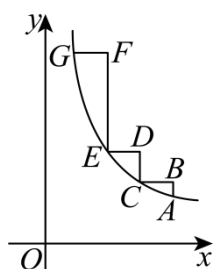
(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 若 x 轴上存在点 C ，使 $AC \perp BC$ ，求点 C 的坐标；

(3) 直接写出 $\frac{4}{3}x > \frac{k}{x}$ 时 x 的取值范围 .

7. 如图，在平面直角坐标系中，“双曲线阶梯” $ABCDEFGF$ 的所有线段均与 x 轴平行或垂直，且满足

$BC = DE = FG = 2$ ，点 A, C, E, G 均在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的一支上 . 其中，点 A 的坐标为 $(8, \frac{3}{2})$.

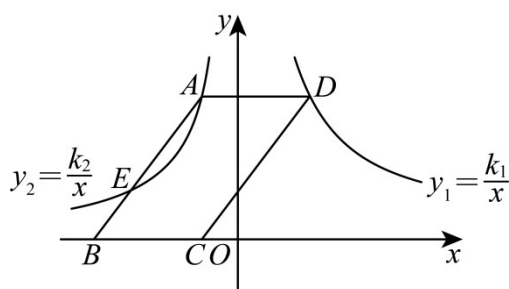


(1) 求反比例函数解析式；

(2) 求三级阶梯的高 EF 的长度 .

8. 如图，双曲线 $y_1 = \frac{k_1}{x} (x > 0)$ 与 $y_2 = \frac{k_2}{x} (x < 0)$ 分别经过 $\square ABCD$ 的顶点 D, A ，且 $\square ABCD$ 的面积为 12，

顶点 $B(-4, 0), C(-1, 0)$ ，点 D 的横坐标为 2 .



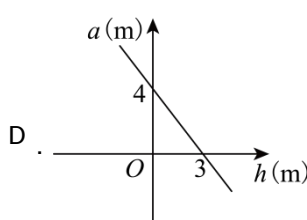
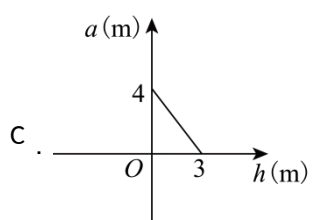
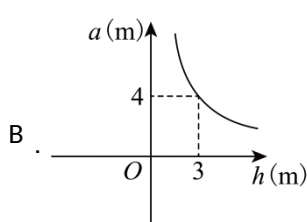
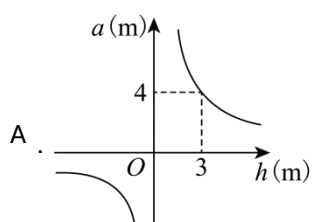
(1) 求出 k_1, k_2 的值；

(2) 设双曲线 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 与 AB 交于点 E ，求出点 E 的坐标及 DE 所在直线的解析式 .

题型 06 反比例函数的应用

1. 一个三角形花坛的面积是 6m^2 ，它的一边 a (单位：m) 是这边上的高 h (单位：m) 的函数，此函数的

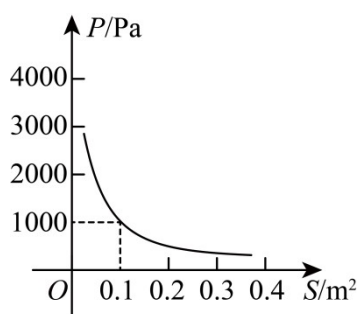
图象大致为 ()



2. 根据物理学知识，压强就是单位面积上受到的压力，压强的计算公式为 $P = \frac{F}{S}$ ，其中 P 是压强， F 是压

力， S 是受力面积，在压力不变的情况下，某物体承受的压强 $P(\text{Pa})$ 是它的受力面积 $S(\text{m}^2)$ 的反比例函数，

其函数图象如图所示．下列说法错误的是 ()

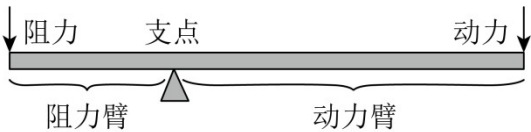


- A. P 关于 S 的函数关系式为 $P = \frac{100}{S}$ ，($S > 0$)；

- B. 当 $S = 0.2 \text{ m}^2$ 时，物体所受的压强是 500 Pa ；
- C. 当 $P = 2000$ 时，受力面积是 0.05 m^2 ；
- D. 压强随着面积的增大而增大 .

3. 古希腊科学家阿基米德曾说：“给我一个支点，我可以撬动地球。”人们把阿基米德的发现归纳为“杠杆原理”，要使杠杆平衡，作用在杠杆上的两个力矩（力与力臂的乘积）大小必须相等，即阻力×阻力臂=动力

× 动力臂 . 如图，保证杠杆左侧阻力与阻力臂都不变，要使杠杆平衡，右侧动力 F 与动力臂 L 满足的函数关系是（ ）

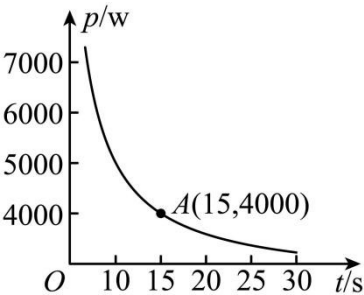


- A. 正比例函数关系
- B. 一次函数关系
- C. 反比例函数关系
- D. 二次函数

关系

4. 在物理学中，功率表示做功的快慢，功与做功时间的比叫做功率，即所做的功一定时，功率 P （ w ）与

做功所用的时间 t （ s ）成反比例函数关系，图象如图所示，下列说法不正确的是（ ）

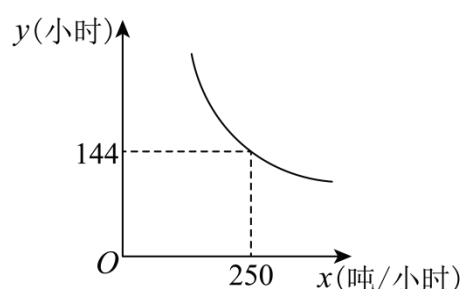
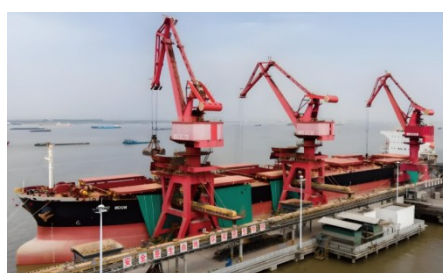


A. P 与 t 的函数关系式为 $P = \frac{60000}{t}$ B. 当 $t = 5s$ 时, $P = 12000w$

C. 当 $t > 5s$ 时, $P > 12000w$ D. p 随 t 的增大而减小

5. 镇江港是长江三角洲重要的江海河、铁公水联运综合性对外开放港口，目前共有⁸台吊机可同时作业，对停靠的万吨以上货轮均可实现⁴⁸小时内完成卸货。

现有一艘货轮来到镇江港需要卸货，卸完所有货所需时间 y （小时）和卸货速度 x （吨/小时）之间的函数关系如图。



(1) 写出 y 与 x 之间函数表达式为——。

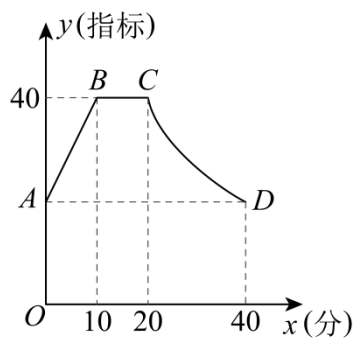
(2) 如果用¹²⁰小时卸完所有货物，求卸货速度；

(3) 若只用²台吊机同时作业，则卸货速度是³⁶⁰吨/小时，为了实现⁴⁸小时内完成卸货，至少需要——台吊机同时作业（假设每台吊机的卸货速度相同）？

6. 通过试验研究发现：一节⁴⁰分钟的课堂，初中生在数学课上听课注意力指标随上课时间的变化而变化，上课开始时，学生兴趣激增，中间一段时间，学生的兴趣保持平稳状态，随后开始分散。如图，学生注意

力指标 y 随时间 x (分钟) 变化的函数图象，当 $0 \leq x < 10$ 和 $10 \leq x < 20$ 时，图象是线段；当 $20 \leq x \leq 40$ 时，

图象是反比例函数的一部分。



(1) 求反比例函数解析式和点 A 、 D 的坐标；

(2) 陈老师在一节课上讲解一道数学综合题需要 16 分钟，他能否经过适当的安排，使学生在听这道综合题

的讲解时，注意力指标都不低于 32 ？请说明理由。