

专题 01 一模常考解答压轴题

考点归纳

考点 01 特殊三角形、相似三角形的分类讨论

考点 02 以 (特殊) 平行四边形为载体的综合考查

考点 03 以梯形为载体的综合考查

考点 04 截长补短的常用考法

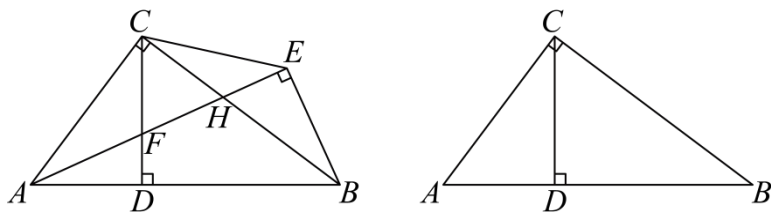
考点 05 新定义题

考点 06 圆综合 (与梯形结合、位置关系、平行关系的综合应用等)

考点专练

考点 01 特殊三角形、相似三角形的分类讨论

1. (2025·上海崇明·一模) 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 点 F 是线段 CD 上一点 (不与 C 、 D 重合), 过点 B 作 $BE \perp AF$ 交 AF 的延长线于点 E , AE 与 BC 交于点 H , 连接 CE .



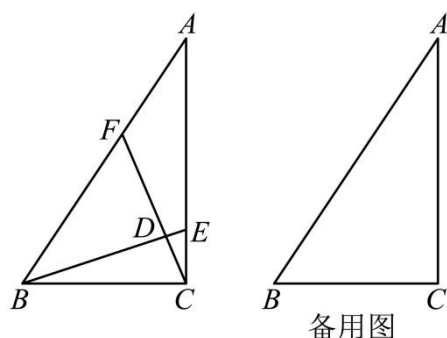
备用图

(1) 求证: $\frac{AH}{CH} = \frac{BH}{EH}$;

(2) 当 $CE \parallel AB$ 时, 求 CE 的长;

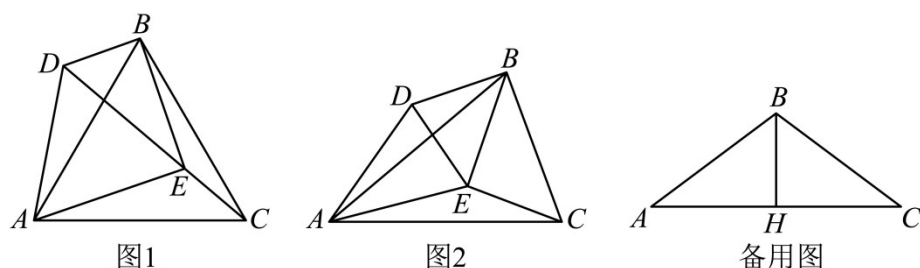
(3) 当 $\triangle CFH$ 是等腰三角形时, 求 CH 的长.

2. (2025·上海宝山·一模) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 2$, 点 E 、 F 分别在边 AC 、 AB 上 (不与端点重合), $BE \perp CF$, 垂足为点 D .



- (1) 当 $CE = 1$ 时，求 AF 的长；
- (2) 当 $BE = CF$ 时，求 $\tan \angle CBE$ 值；
- (3) 连接 EF ，如果 $\triangle AEF$ 是直角三角形，求这时四边形 $BCEF$ 的面积。

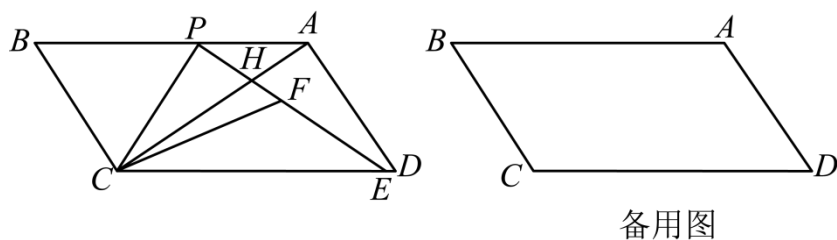
3. (2025·上海金山·一模) 已知 $\triangle ADE$ 的顶点 E 在 $\triangle ABC$ 的内部，点 D 、点 E 在直线 AC 同侧。



- (1) 如图 1，联结 BD 、 BE 、 CE ，若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等边三角形时，点 C 、点 E 、点 D 三点共线。
 $CE : DE = 1 : 2$ ，求 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC}$ 的比值；
- (2) 如图 2，联结 BD 、 BE 、 CE ， $\angle BAC = \angle DAE = n^\circ (0 < n < 90)$ ，若 $AB = AC, AD = AE$ 求 $\angle BEC - \angle DBE$ 的值 (用含 n 的代数式表示)；
- (3) 在等腰三角形 ABC 中， $AB = BC = 5$ ， $AC = 8$ ， $BH \perp AC$ ，点 E 在高 BH 上，点 D 在 HB 的延长线上，联结 AE 并延长交边 BC 于点 F ，联结 DF, DA ，若 $\angle DAE = \angle ABH$ ， $\triangle ABD$ 与 $\triangle BDF$ 相似时，求 EH 的长。

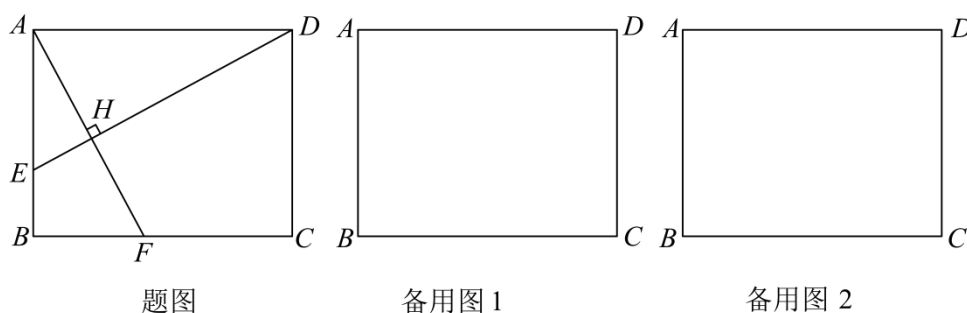
考点 02 以 (特殊) 平行四边形为载体的综合考查

4. (2025·上海黄浦·一模) 已知平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 9$ ， $BC = 5$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ， P 是边 AB 上一动点，过点 P 作 $PE \perp PC$ ，交射线 CD 于点 E ，交 AC 于点 H ， F 是 PE 上的点， $\frac{FP}{PC} = \frac{2}{3}$ ，连接 CF 。



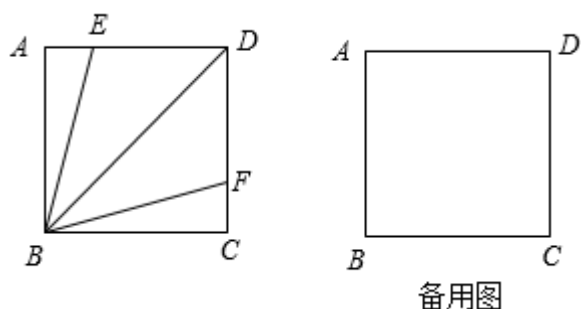
- (1) 求证： $\angle BAC = \angle PCF$ ；
- (2) 当 $\triangle APC \sim \triangle EFC$ 时，求线段 BP 的长；
- (3) 当 $\frac{S_{\triangle HFC}}{S_{\triangle PHC}} = \frac{1}{3}$ 时，求 $\frac{AH}{AC}$ 的值。

5. (2025·上海松江·一模) 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $AD = 10$ 。点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上， $AF \perp DE$ ，垂足为点 H 。



- (1) 求 $AF : DE$ 的值；
- (2) 当 $HF = 2EH$ 时，求 AE 的长；
- (3) 连接 CH ，如果 $\triangle CDH$ 是等腰三角形，求 $\angle EDC$ 的正切值。

6. (2023·上海杨浦·一模) 已知在正方形 $ABCD$ 中，对角线 $BD = 4$ ，点 E 、 F 分别在边 AD 、 CD 上， $DE = DF$ 。

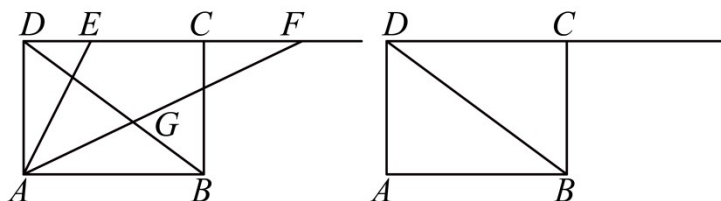


- (1) 如图，如果 $\angle EBF = 60^\circ$ ，求线段 DE 的长
- (2) 过点 E 作 $EG \perp BF$ ，垂足为点 G ，与 BD 交于点 H 。

①求证： $\frac{EH}{BE} = \frac{DH}{BD}$ ；

②设 BD 的中点为点 O ，如果 $OH = 1$ ，求 $\frac{BG}{GF}$ 的值。

7. (2024 九年级下·上海·专题练习) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $\tan \angle ABD = \frac{3}{4}$ ， E 是边 DC 上一动点， F 是线段 DE 延长线上一点，且 $\angle EAF = \angle ABD$ ， AF 与矩形对角线 BD 交于点 G 。



备用图

(1) 当点 F 与点 C 重合时，如果 $AD = 6$ ，求 DE 的长；

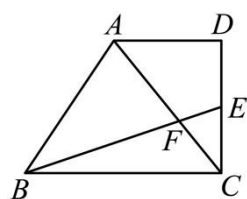
(2) 当点 F 在线段 DC 的延长线上，

①求 $\frac{AG}{AE}$ 的值；

②如果 $DE = 3CF$ ，求 $\angle AED$ 的余切值。

考点 03 以梯形为载体的综合考查

8. (2025·上海虹口·一模) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle BCD = 90^\circ$ ， $CD = 2$ ， E 是 CD 的中点， AC 、 BE 交于点 F ，且 $\angle ACD = 2\angle EBC$ 。



(1) 求证： $CE = CF$ ；

(2) 如果 $BC = 2AD$ ，求 $\tan \angle ABC$ 的值；

(3) 如果 $\angle ABE = \angle ACB$ ，求 $\frac{AD}{BC}$ 的值。

9. (2023·上海青浦·一模) 如图 1，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AD = 2$ ， $AB = 4$ ， $BC = 5$ ， M 在边 CD 上，连接 BM ， $BM \perp CD$ 。

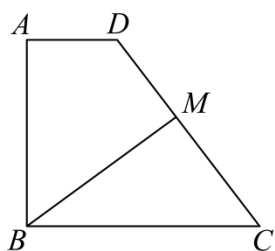


图1

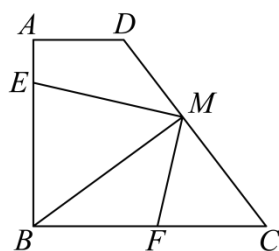
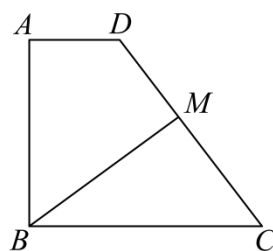


图2



备用图

(1)求 CD 的长；

(2)如图 2，作 $\angle EMF = 90^\circ$ ， ME 交 AB 于点 E ， MF 交 BC 于点 F ，若 $AE = x$ ， $BF = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

(3)在 (2) 的条件下，若 $\triangle MCF$ 是等腰三角形，求 AE 的值。

10. (2025·上海青浦·一模) 已知梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 4AD$ ，点 E 在边 AB 上， $AE = 1$ ， $BE = 2$ ，联结 DE 。

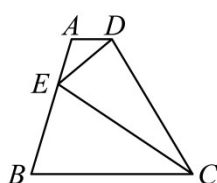


图1

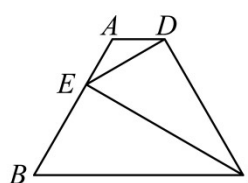


图2

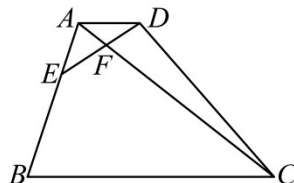


图3

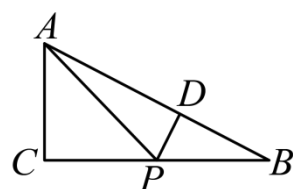
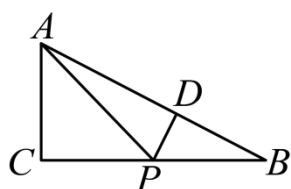
(1)如图 1，联结 EC ，求 $\triangle EAD$ 与 $\triangle EBC$ 的面积之比；

(2)如图 2，如果 $\angle EDC = 90^\circ$ ， $\angle DEC = \angle DCB$ ，求 $\angle B$ 的正切值；

(3)如图 3，联结 AC 交 DE 于点 F ，如果 $DA^2 = DF \cdot DE$ ，且 $\frac{DE}{AC} = \cos B$ ，求边 BC 的长。

考点 04 截长补短的常用考法

11. (2025·上海徐汇·二模) 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， P 是边 BC 上一点， $\angle APC = 45^\circ$ ， $PD \perp AB$ ，垂足为点 D ， $AB = 4\sqrt{5}$ ， $BP = 4$ 。



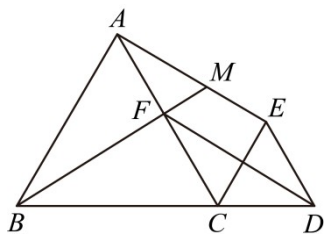
(备用图)

(1)求线段 PD 的长；

(2)如果 $\angle C$ 的平分线 CQ 交线段 PD 的延长线于点 Q ，求 $\angle CQP$ 的正切值；

(3) 过点 D 作 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边的平行线，交直线 AP 于点 E ，作射线 CE ，交直线 PD 于点 F ，求 $\frac{CE}{EF}$ 的值。

12. (2025·上海静安·二模) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在 BC 的延长线上， $CE \parallel AB$ ， $DE \parallel AC$ ，点 F 在边 AC 上， $FD \parallel AE$ ， BF 的延长线交线段 AE 于点 M 。



(1) 求证： $\triangle ABF \cong \triangle CAE$ ；

(2) 当点 M 是 AE 的中点时，求证： $BF^2 = 4BM \cdot FM$ ；

(3) 已知 $\cos \angle ABC = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $BC = 2$ ，设 $CD = x$ ， $\frac{EM}{AM} = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围。

考点 05 新定义题

13. (2025·上海奉贤·二模) 定义：如果一个三角形的三个顶点分别在另一个三角形的三边上，且这两个三角形相似，那么我们把这个三角形称为另一个三角形的镶嵌相似形；已知 $\triangle ABC$ 中，点 P 、 D 、 E 分别在 BC 、 AB 、 AC 上，连接 PD 、 DE 、 PE 。

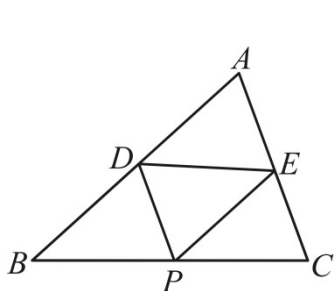


图1

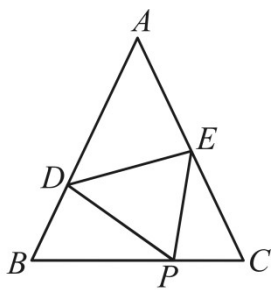


图2

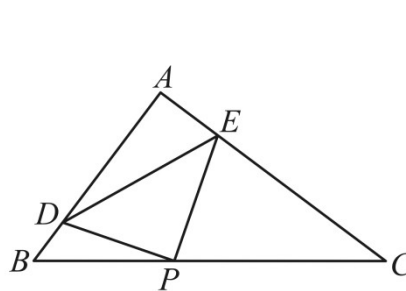


图3

(1) 如图1， P 是 BC 中点， $PD \parallel AC$ ， $PE \parallel AB$ 时，求证： $\triangle PDE$ 是 $\triangle ABC$ 的镶嵌相似形；

(2) 如图2，当 $AB = AC$ ， $BP = 2PC$ ， $\triangle PDE$ 是 $\triangle ABC$ 的镶嵌相似形， $\angle A = \angle PDE$ ，求 $\frac{AD}{AB}$ 的值；

(3) 如图3，如果 $\angle A = \angle DPE = 90^\circ$ ， $BP = 2$ ， $PC = 3$ ， $\triangle PDE$ 是 $\triangle ABC$ 的镶嵌相似形，且 PE 与 AB 不平行，求 AB 的长。

14. (2025·上海宝山·模拟预测) 新定义：平行四边形一组邻边的中点与不在这组邻边上的顶点顺次连接而成的三角形如果是直角三角形，则称这个三角形为平行四边形的“中直三角形”，并且把该平行四边形的

长边与短边之比成为该平行四边形的“度量值”

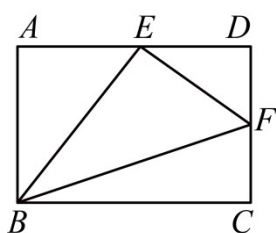


图1

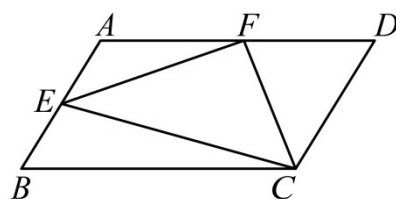


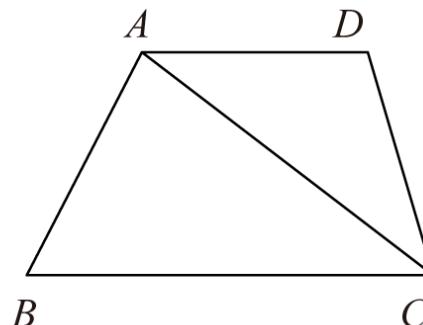
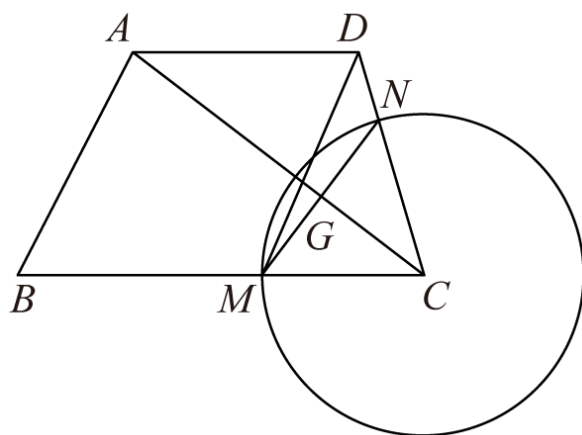
图2

- (1) 如图1，已知矩形 $ABCD$ ， $\triangle BEF$ 为其“中直三角形”，其中 $\angle BEF = 90^\circ$ ，求：矩形 $ABCD$ 的“度量值”；
- (2) 如图2， $\triangle CEF$ 为 $\square ABCD$ 的“中直三角形”，其中 $\angle CFE = 90^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，求： $\square ABCD$ 的“度量值”；
- (3) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\frac{AB}{AC} = \frac{4}{3}$ ，请直接写出以 $\triangle ABC$ 为中直三角形的平行四边形的“度量值”。

考点 06 圆综合（与梯形结合、位置关系、平行关系的综合应用等）

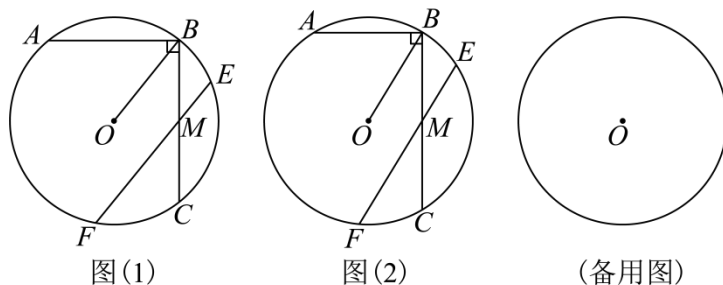
15. (2022·上海闵行·二模) 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = 26$ ， $BC = 42$ ， $\cos B = \frac{5}{13}$ ， $AD = DC$ 。

点 M 在射线 CB 上，以点 C 为圆心， CM 为半径的 $\odot C$ 交射线 CD 于点 N ，联结 MN ，交射线 CA 于点 G 。



(备用图)

- (1) 求线段 AD 的长；
- (2) 设线段 $CM = x$ ， $\frac{AG}{GC} = y$ ，当点 N 在线段 CD 上时，试求出 y 关于 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围；
- (3) 联结 DM ，当 $\angle NMC = 2\angle DMN$ 时，求线段 CM 的长。
16. (2024·上海闵行·二模) 如图， OB 是 $\odot O$ 的半径，弦 AB 垂直于弦 BC ，点 M 是弦 BC 的中点，过点 M 作 OB 的平行线，交 $\odot O$ 于点 E 和点 F 。



图(1)

图(2)

(备用图)

(1)如图1，当 $AB = BC$ 时．

①求 $\angle ABO$ 的度数；

②连接 OE ，求证： $\angle OEF = 30^\circ$ ；

(2)如图2，连接 OE ，当 $AB \leq BC$ 时， $\tan \angle OEF = x$ ， $\frac{AB}{BC} = y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式并直接写出定义域．

17. (2024·上海金山·二模) 如图，已知：等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ，以 A 为圆心， AB 为半径的圆与 BC 相交于点 E ，与 CD 相交于点 F ，联结 AE 、 AC 、 BF ，设 AE 、 AC 分别与 BF 相交于点 G 、 H ，其中 H 是 AC 的中点．

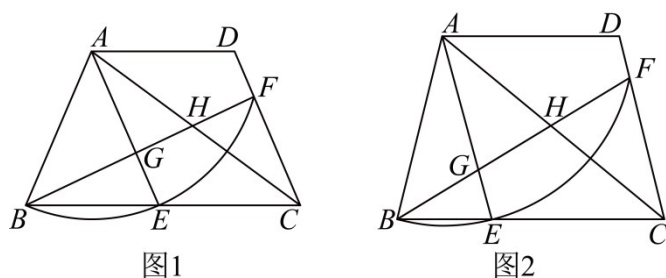


图1

图2

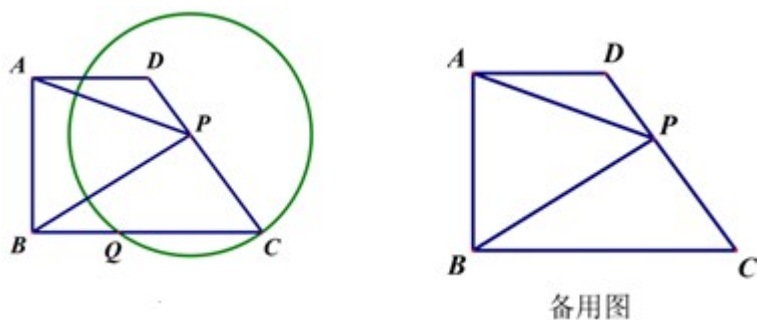
(1)求证：四边形 $AECD$ 为平行四边形；

(2)如图1，如果 $AE \perp BF$ ，求 $\frac{AB}{BC}$ 的值；

(3)如图2，如果 $BG = GH$ ，求 $\angle ABC$ 的余弦值．

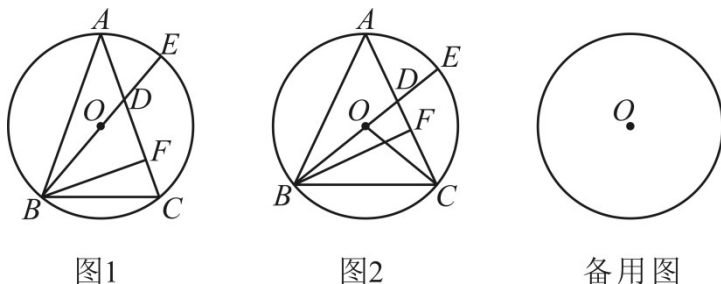
18. (21-22 九年级下·上海杨浦·阶段练习) 已知：如图．在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB \perp BC$ ，

$AB = 4$ ， $AD = 3$ ， $\sin \angle DCB = \frac{4}{5}$ ，点 P 是 CD 上一点（点 P 与点 C 、 D 不重合），以 PC 为半径的 $\odot P$ 与边 BC 相交于点 C 和点 Q ．



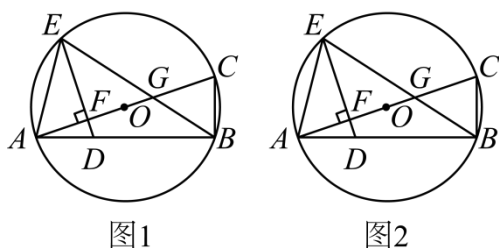
- (1) 如果 $BP \perp CD$ ，求 CP 的长；
- (2) 如果 $PA = PB$ ，试判断以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 $\odot P$ 的位置关系；
- (3) 联结 PQ ，如果 $\triangle ADP$ 和 $\triangle BQP$ 相似，求 CP 的长。

19. (2025·上海嘉定·二模) $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接等腰三角形， $AB = AC$ 。连接 BO 并延长，交 AC 于点 D ，交 $\odot O$ 于点 E ，过点 B 作 $BF \perp AC$ ，垂足为点 F (点 F 不与点 A 重合)。



- (1) 如图 1，如果 $\angle CBF = 20^\circ$ ，求 $\angle DBF$ 的大小；
- (2) 如图 2，连接 OC ，如果 $\sin \angle ACB = x$ ， $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle OBC}} = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式 (不用写自变量的取值范围)；
- (3) 如果点 D 是线段 OE 的黄金分割点，求 $\cos \angle BAC$ 的值。

20. (2023·上海崇明·三模) 新定义：有两边之比为 $1 : \sqrt{3}$ 的三角形叫做“勤业三角形”。



- (1) 下列各三角形中，一定是“勤业三角形”的是_____；(填序号)
- ①等边三角形；②等腰直角三角形；③含 30° 角的直角三角形；④含 120° 角的等腰三角形。
- (2) 如图 1， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形， AC 为直径， D 为 AB 上一点，且 $BD = 2AD$ ，作 $DE \perp OA$ ，交线

段 OA 于点 F ，交 $\odot O$ 于点 E ，连接 BE 交 AC 于点 G 。试判断 $\triangle AED$ 和 $\triangle ABE$ 是否是“勤业三角形”并证明

(3) 如图 2，在 (2) 的条件下，当 $AF:FG=2:3$ 时，求 $\angle BED$ 的余弦值