

专题 01 锐角的三角比 压轴题

题型归纳

题型一：给出条件，求锐角的三角比

题型二：已知特殊三角形求解

题型三：特殊平行四边形中解直角三角形

题型四：梯形中解直角三角形

题型五：解直角三角形的坐标应用

题型专练

题型一：给出条件，求锐角的三角比

1. 在 $\triangle ABC$ 中， DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线， BF 是 $\angle ABC$ 的平分线， DE 与 BF 交于点 G ，连接 CG 。

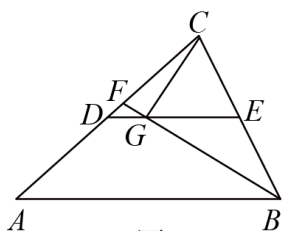


图1

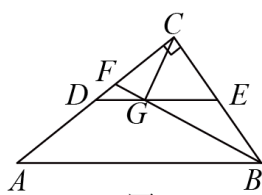


图2

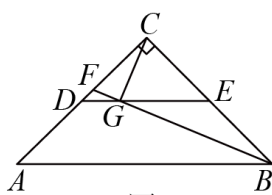


图3

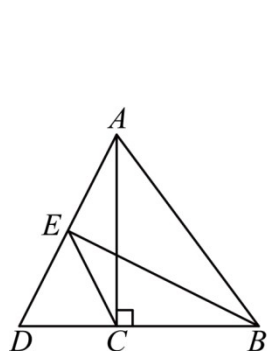
(1) 如图 1，求证： $\angle ABF + \angle BCG = 90^\circ$ ；

(2) 若 $\angle ACB = 90^\circ$ 。

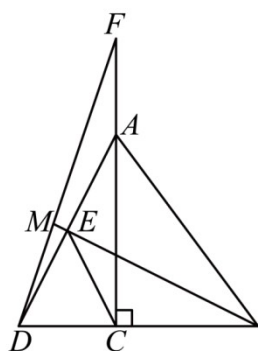
(i) 如图 2，求证： $DG^2 = DF \cdot DC$ ；

(ii) 如图 3，若 $AC = BC$ ，其他条件不变，求 $\tan \angle BCG$ 的值。

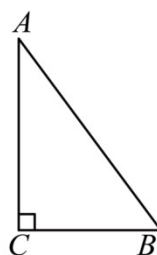
2. 如图①，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\tan \angle ABC = \frac{4}{3}$ ，点 D 在边 BC 的延长线上，连接 AD ，点 E 在线段 AD 上， $\angle EBD = \angle DAC$ 。



图①



图②



备用图

(1) 求证： $\triangle DBA \sim \triangle DEC$ ；

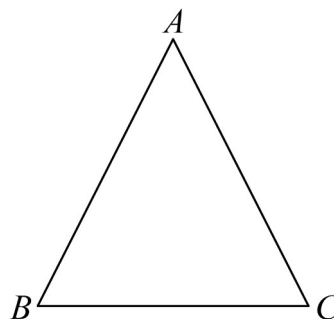
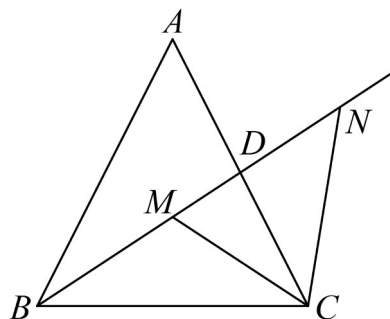
(2) 点 F 在边 CA 的延长线上， DF 与 BE 的延长线交于点 M (如图②)。

① 如果 $AC = 2AF$ ，且 $\triangle DEC$ 是以 DC 为腰的等腰三角形，求 $\tan \angle FDC$ 的值；

② 如果 $DE = \frac{\sqrt{5}}{2}CD$ ， $EM = 3$ ， $FM:DM = 5:3$ ，求 AF 的长。

题型二：已知特殊三角形求解

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = \sqrt{5}$ ， $BC = 2$ ，点 D 是边 AC 的中点，点 M ， N 是射线 BD 上的动点 (点 M 在左边)，以 CM 为一边作 $\angle MCN = \angle ABC$ 。



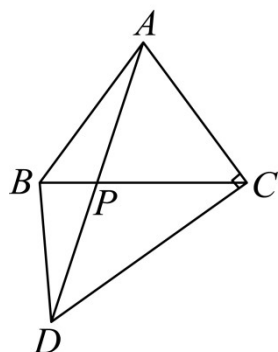
备用图

(1) 求 BD 的长；

(2) 当点 M 是 $\triangle ABC$ 的重心时，求 $CN:BN$ 的值；

(3) 如果 $\triangle MCN$ 是以 MN 为腰的等腰三角形，求 BM 的长。

4. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle CAD = \angle ABC$ ， $DC \perp AC$ ， AD 与边 BC 相交于点 P 。

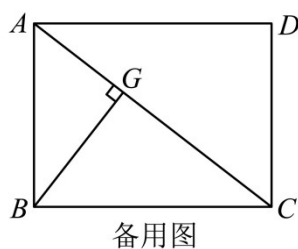
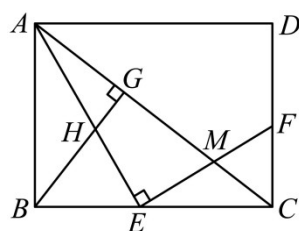


(1) 求证： $AB^2 = \frac{1}{2} AD \cdot BC$ ；

(2) 如果 $\sin \angle ABC = \frac{4}{5}$ ，求 $BP:PC$ 的值；

(3) 如果 $\triangle BCD$ 是直角三角形，求 $\angle ABC$ 的正切值。

5. 如图，已知矩形 $ABCD$ 中， $AB=9$ ， $BC=12$ ， E 是 BC 边上一点（不与 B 、 C 重合），过点 E 作 $EF \perp AE$ 交 AC 、 CD 于点 M 、 F ，过点 B 作 $BG \perp AC$ ，垂足为 G ， BG 交 AE 于点 H 。



(1) 求证： $\triangle ABH \sim \triangle ECM$ ；

(2) 设 $BE=x$ ， $\frac{EH}{EM}=y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

(3) 当 $\triangle BHE$ 为等腰三角形时，求 BE 的长。

6. 已知平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=3\sqrt{5}$ ， $\tan \angle ABC=2$ ， $BC=5$ ，点 P 是对角线 BD 上一动点，作 $\angle EPD = \angle ABC$ ，射线 PE 交射线 BA 于点 E ，联结 AP 。

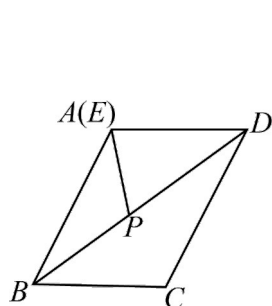


图1

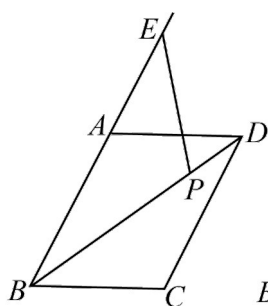
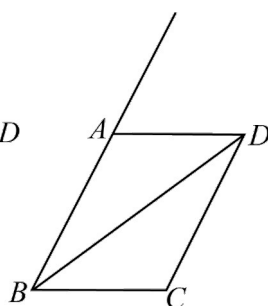


图2

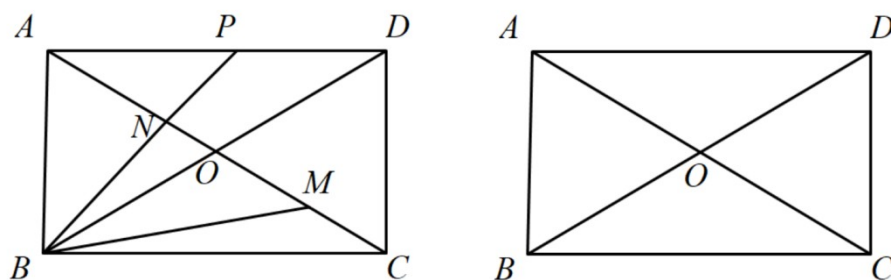


备用图

- (1)如图1,当点 E 与点 A 重合时,证明: $\triangle ABP \sim \triangle BCD$;
- (2)如图2,点 E 在 BA 的延长线上,当 $EP = AD$ 时,求 AE 的长;
- (3)当 $\triangle APE$ 是以 AP 为底的等腰三角形时,求 AE 的长.

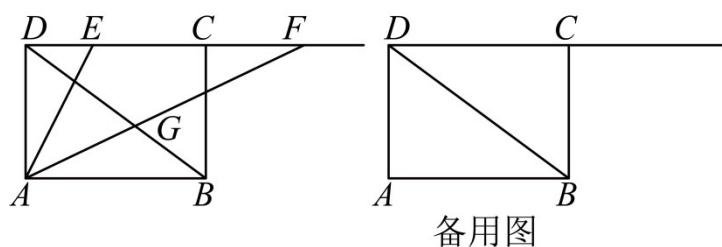
题型三：特殊平行四边形中解直角三角形

7. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$,对角线 AC 、 BD 交于点 O ,点 M 为线段 AC 上一点,联结 BM ,在 $\angle ABM$ 内部作射线 BP 分别与线段 AO 、线段 AD 交于点 N (不与点 A 、点 D 重合)、点 P 且 $\angle MBN = \angle DBC$.



- (1)当 $CM=1$ 时,求 $\angle APB$ 的正切值;
- (2)射线 BP 交射线 CD 与点 Q ,若 $\triangle BDQ \sim \triangle BMC$,求 CM 的长;
- (3)设线段 $CM=x$, $y = \frac{BN}{MN}$,写出 y 关于 x 的函数解析式,并写出定义域.

8. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $\tan \angle ABD = \frac{3}{4}$, E 是边 DC 上一动点, F 是线段 DE 延长线上一点,且 $\angle EAF = \angle ABD$, AF 与矩形对角线 BD 交于点 G .



- (1)当点 F 与点 C 重合时,如果 $AD=6$,求 DE 的长;
- (2)当点 F 在线段 DC 的延长线上,
- ①求 $\frac{AG}{AE}$ 的值;
- ②如果 $DE=3CF$,求 $\angle AED$ 的余切值.

9. 如图1,已知菱形 $ABCD$,点 E 在边 BC 上, $\angle BFE = \angle ABC$, AE 交对角线 BD 于点 F .

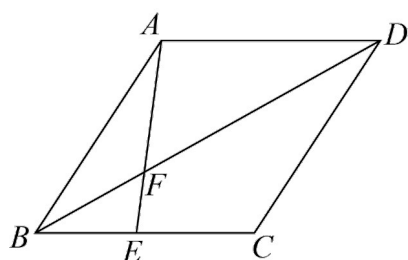


图1

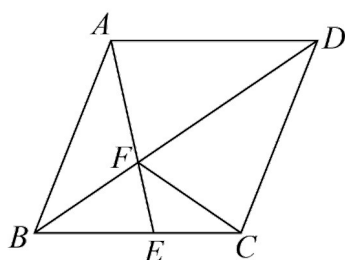


图2

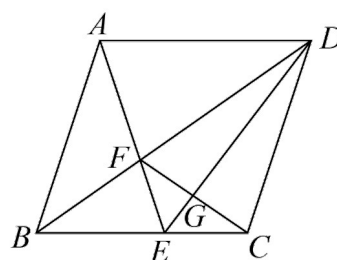


图3

(1) 求证 $\triangle ABF \sim \triangle DBA$;

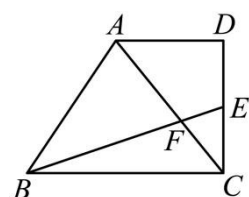
(2) 如图 2 , 联结 CF .

① 当 $\triangle CEF$ 为直角三角形时 , 求 $\angle ABC$ 的大小 ;

② 如图 3 , 联结 DE , 当 $DE \perp FC$ 时 , 求 $\cos \angle ABD$ 的值 .

题型四：梯形中解直角三角形

10 . 如图 , 在梯形 $ABCD$ 中 , $AD \parallel BC$, $\angle BCD = 90^\circ$, $CD = 2$, E 是 CD 的中点 , AC 、 BE 交于点 F , 且 $\angle ACD = 2\angle EBC$.



(1) 求证 : $CE = CF$;

(2) 如果 $BC = 2AD$, 求 $\tan \angle ABC$ 的值 ;

(3) 如果 $\angle ABE = \angle ACB$, 求 $\frac{AD}{BC}$ 的值 .

11 . 已知梯形 $ABCD$ 中 , $AD \parallel BC$, $BC = 4AD$, 点 E 在边 AB 上 , $AE = 1$, $BE = 2$, 联结 DE .

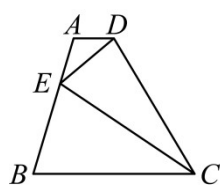


图1

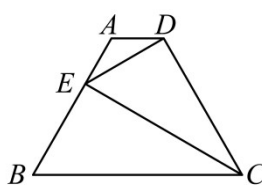


图2

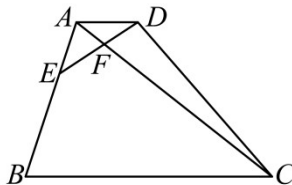


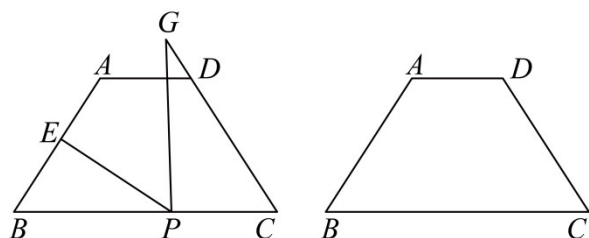
图3

(1) 如图 1 , 联结 EC , 求 $\triangle EAD$ 与 $\triangle EBC$ 的面积之比 ;

(2) 如图 2 , 如果 $\angle EDC = 90^\circ$, $\angle DEC = \angle DCB$, 求 $\angle B$ 的正切值 ;

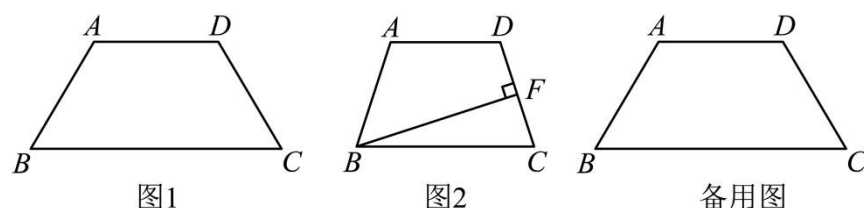
(3) 如图 3 , 联结 AC 交 DE 于点 F , 如果 $DA^2 = DF \cdot DE$, 且 $\frac{DE}{AC} = \cos B$, 求边 BC 的长 .

12. 已知：在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC = 10$ ， $AD = 7$ ， $BC = 19$ ，点 E 是 AB 边上一点， $BE = 6$ ，点 P 是 BC 边上的一动点，连接 EP ，作 $\angle EPF$ ，使得 $\angle EPF = \angle B$ ，射线 PF 与 AD 边交于点 F ，与 CD 的延长线交于点 G ，设 $BP = x$ ， $DF = y$ 。



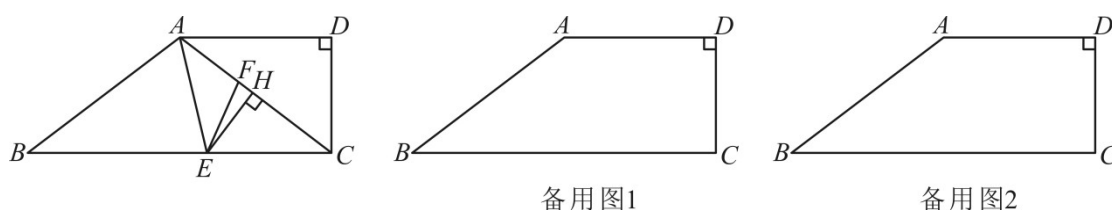
- (1) 求梯形的高；
- (2) 试求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域；
- (3) 连接 EF ，如果 $\triangle PEF$ 是等腰三角形，请求 BP 的长。

13. 如图 1，已知梯形 $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ， $AB = AD = CD$ ， $AB < BC$ 。



- (1) 当 $AB = 6$ ， $\cos C = \frac{1}{3}$ 时，求梯形 $ABCD$ 的面积；
- (2) 作 CD 的垂直平分线交射线 AB 于点 E ，交 CD 于点 F 。
 - ① 如图 2，当点 E 与点 B 重合时，求 $\angle C$ 的余弦值；
 - ② 当 EF 经过 BC 的中点时，求 $\frac{AB}{BC}$ 的值。

14. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle D = 90^\circ$ ， $AB = 10$ ， $BC = 16$ ， E 在边 BC 上， F 在边 AC 上， $EH \perp AC$ ， $\angle DAC = \angle AEF = \angle B$ 。



- (1) 如果 $\frac{EH}{AH} = \frac{3}{8}$ ，则 $BE =$ _____；
- (2) 当 $BE =$ _____ 时， $\triangle AEF$ 是等腰三角形；

(3) $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 能否相似？如果能相似，求出 AF 的长，如果不能相似，请说明理由。

15. 如图 1，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AD = 2$ ， $AB = 4$ ， $BC = 5$ ， M 在边 CD 上，连接 BM ， $BM \perp CD$ 。

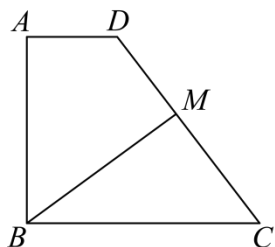


图1

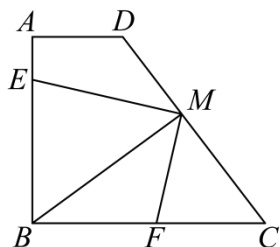
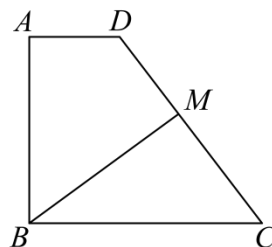


图2



备用图

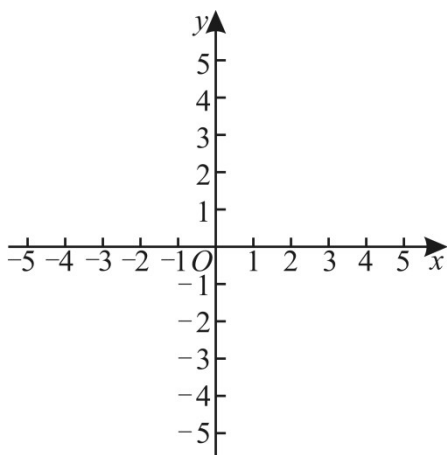
(1) 求 CD 的长；

(2) 如图 2，作 $\angle EMF = 90^\circ$ ， ME 交 AB 于点 E ， MF 交 BC 于点 F ，若 $AE = x$ ， $BF = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

(3) 在 (2) 的条件下，若 $\triangle MCF$ 是等腰三角形，求 AE 的值。

题型五：解直角三角形的坐标应用

16. 如图在平面直角坐标系 xOy 内，已知点 $A(1,0)$ ， $B(5,0)$ ， $C(3,-4)$ ， $D(0,3)$ ，点 P 在 x 轴的负半轴上，且 $AP = AB$ 。



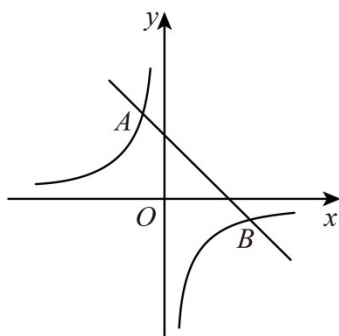
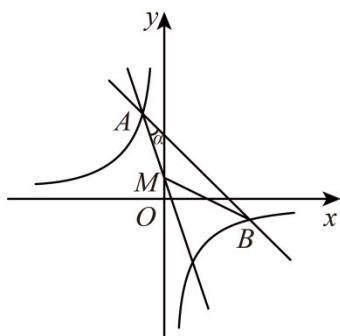
(1) 求直线 PD 的表达式；

(2) 点 M 是直线 PD 在第三象限上的点，连结 AM ，且 $MP^2 = PA \cdot PB$ ，求 $\tan \angle PMA$ 的值；

(3) 在 (2) 的条件下，连结 AC 、 BC ，在直线 CM 上是否存在点 E ，使得 $\angle AEC = \angle ACB$ 。若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由。

17. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象相交于点 $A(-1,4)$ ，

$B(n, -1)$. 将直线 AB 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 45^\circ$) 交 y 轴于点 M , 连接 BM .



备用图

- (1) 求反比例函数和一次函数的表达式 ;
- (2) 若 $S_{\triangle ABM} = 10$, 求点 M 的坐标 ;
- (3) 当 $\triangle ABM$ 是以 AM 为腰的等腰三角形时 , 求 $\tan \alpha$ 的值 .