

专题 01 全等的基本模型

题型归纳

题型一：平移型

题型二：翻折型

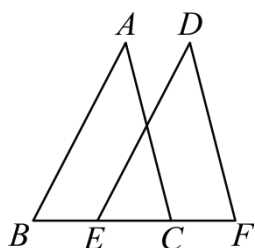
题型三：旋转型

平移型			
翻折型	沿一条边翻折 	沿一条边的中垂线翻折 	沿着一条角平分线翻折
旋转型			

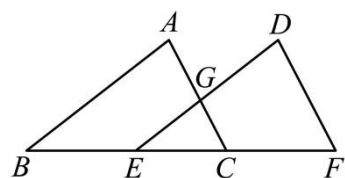
题型专练

题型 01 平移型

【典例 1】 如图，点 B 、 E 、 C 、 F 在同一条直线上， $AB \parallel DE$ ， $AB = DE$ ， $\angle A = \angle D$ ， $BF = 10$ ， $BC = 6$ ，则 EC = _____。



【变式 1】 如图，已知 B 、 E 、 C 、 F 在同一条直线上， $AB = DE$ ， $AB \parallel DE$ ， $BE = CF$ ， AC 与 DE 交于点 G 。

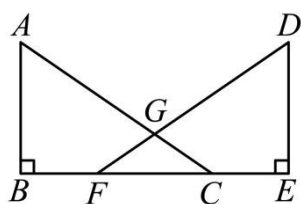


(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

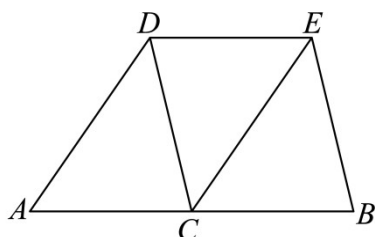
(2) 若 $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle F = 70^\circ$ ，求 $\angle EGC$ 的度数。

【变式 2】 已知：如图，点 B 、 F 、 C 、 E 在同一直线上， AC 、 DF 相交于点 G ， $AB \perp BE$ ，垂足为 B ， $DE \perp BE$ ，垂足为 E ，且 $AB = DE$ ， $BF = CE$ 。

求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



【变式3】 如图， C 是线段 AB 的中点， $\angle A = \angle ECB$, $CD \parallel BE$.

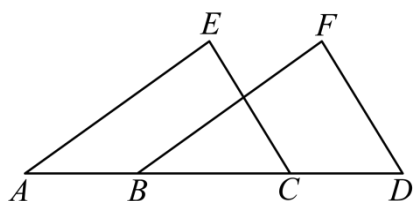


(1) 求证： $\triangle DAC \cong \triangle ECB$ ；

(2) 连接 DE ，若 $AB = 16$ ，求 DE 的长．

【变式4】 已知：如图，点 A 、 B 、 C 、 D 在同一条直线上， $AE \parallel BF$ ， $AE = BF$.

若_____，则 $AB = CD$.

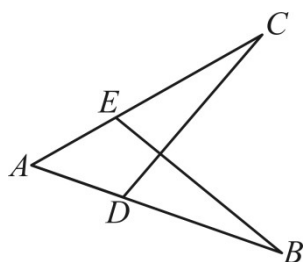


请从① $CE \parallel DF$ ；② $CE = DF$ ；③ $\angle E = \angle F$ 这 3 个选项中选择一个作为条件（写序号），使结论成立，

并说明理由．

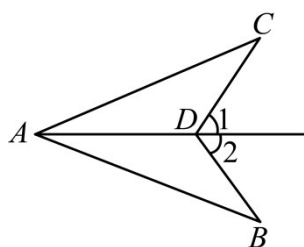
题型 02 翻折型

【典例 1】 如图， $AB = AC$ ，添加下列条件，不能使 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 的是 ()

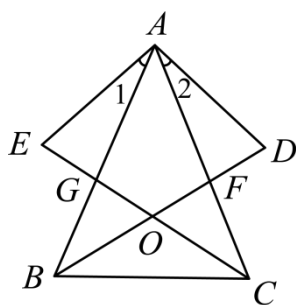


- A. $\angle B = \angle C$ B. $\angle AEB = \angle ADC$ C. $AE = AD$ D. $BE = DC$

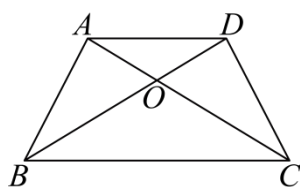
【变式 1】 如图， $\angle 1 = \angle 2$ ，请你添加一个适当的条件，使得 $\triangle ADC \cong \triangle ADB$ ：_____ (只需填写一个)。



【变式 2】 如图，已知 $\triangle AEC \cong \triangle ADB$ ，如果 $\angle 2 = 25^\circ$ ， $\angle AGE = 80^\circ$ ，那么 $\angle D =$ _____ $^\circ$ 。



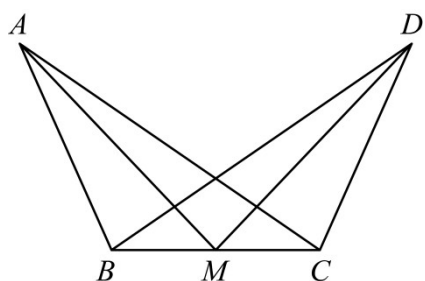
【变式 3】 已知：如图 $\angle ABC = \angle DCB$ ， BD 、 AC 分别平分 $\angle ABC$ ， $\angle DCB$ 。



(1) 求证： $\triangle ABO \cong \triangle DCO$ ；

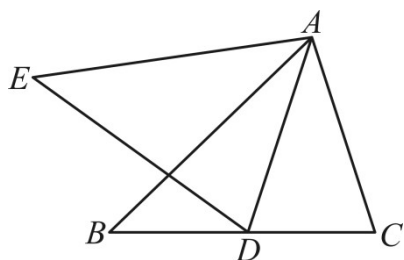
(2) 求证： $AD \parallel BC$ 。

【变式 4】 如图，已知： $AB = DC$ ， $BM = CM$ ， $AC = DB$ 。求证： $AM = DM$ 。



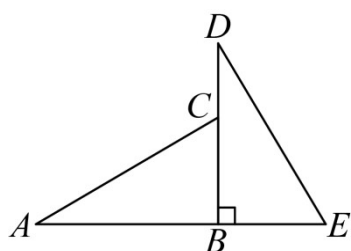
题型 03 旋转型

【典例 1】 如图，如果 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ ，且点 D 在 BC 上，那么下列说法错误的是（ ）



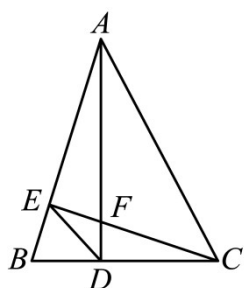
- A. $\angle E = \angle B$ B. $\angle BDE = \angle EAB$ C. $\angle ADC = \angle C$ D. $\angle BAD = \angle DAC$

【变式 1】 如图，若 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DBE$ ，则与 $\angle E$ 相等的角是（ ）

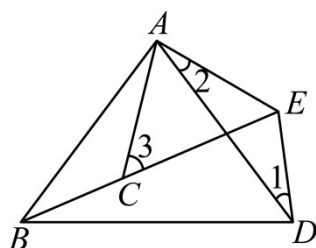


- A. $\angle ACB$ B. $\angle ABC$ C. $\angle DBE$ D. $\angle CAB$

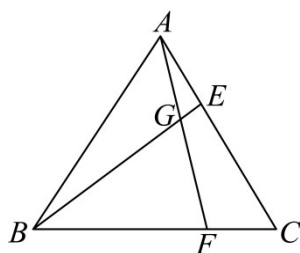
【变式2】 在 $\triangle ABC$ 中， AD 、 CE 是高， AD 、 CE 相交于 F ， $AF = BC$ ，连接 DE ， $AE = 3BE$ ， $\triangle ABC$ 的面积为7. 则 $\triangle AFC$ 的面积等于_____.



【变式3】 如图，点 B 、 C 、 E 三点在同一直线上，且 $AB = AD$ ， $AC = AE$ ， $BC = DE$ ，若 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 94^\circ$ ，则 $\angle 3 =$ _____°.



【变式4】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = BC$ ， $\angle BAC = \angle ABC = \angle C = 60^\circ$ ，点 E 、 F 分别在边 AC 、 BC 上，且 $AE = CF$ ，连接 AF 和 BE 相交于点 G .



(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CAF$ ；

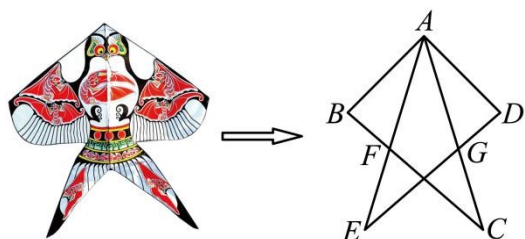
(2) 求 $\angle BGF$ 的度数。

题型强练

1. 据史书记载，最早的风筝是由古代匠人墨子用木头制成的木鸟，称为“木鸢”。后来随着造纸术的发明，

人们开始用纸张和竹条制作风筝，使其更加轻便、易于放飞。在如下图所示的“风筝”图案中， $AB = AD$ 、

$\angle B = \angle D$ 、 $BC = DE$ ，则可以直接判定（ ）



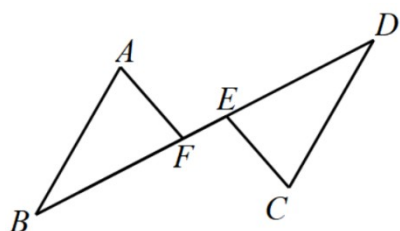
A. $\triangle AEG \cong \triangle ABC$

B. $\triangle AEG \cong \triangle ACF$

C. $\triangle ABF \cong \triangle ADG$

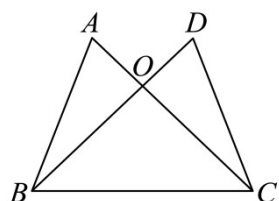
D. $\triangle ABC \cong \triangle ADE$

2. 如图, $BE = DF$, $AB \parallel DC$, 要使 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$, 应添加的条件是 ()

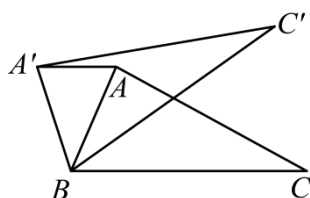


- A. $BF = DE$ B. $AF = CE$ C. $AB = DC$ D. $\angle ABD = \angle CDB$

3. 如图, 已知 $AB = CD$, 如果要利用“SAS”证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 成立, 那么还需增加一个条件_____.

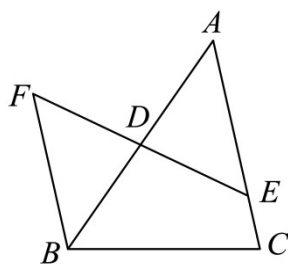


4. 如图, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle A'BC'$, $AA' \parallel BC$, $\angle ABC = 65^\circ$, 那么 $\angle CBC' =$ _____.

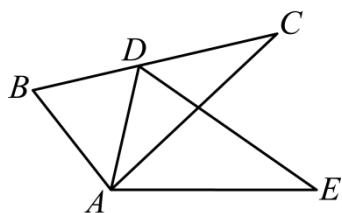


5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 AB 的中点, E 是边 AC 上一点, 过点 B 作 $BF \parallel AC$, 交 ED 的延长线于点

F , 如果 $AC = 12$, $BF = 9$, 那么 CE 的长为_____.

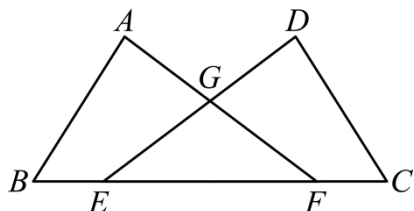


6. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， D 在 BC 边上， $\angle E = 35^\circ$ ， $\angle DAC = 30^\circ$ ，则 $\angle BDA$ 的度数为_____。



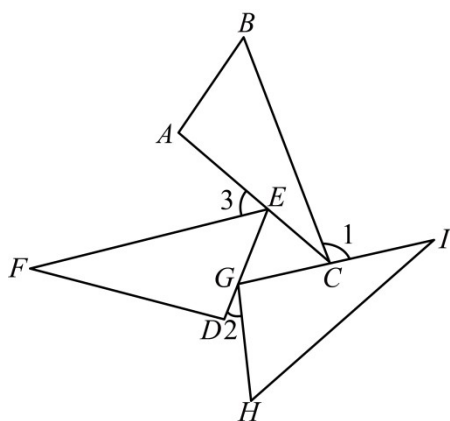
7. 如图，点 E 、 F 在 BC 上， $AB = CD$ ， $\angle AFB = \angle DEC$ ， AF 、 DE 相交于点 G ，要使得 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，

则还需添加的条件为_____。



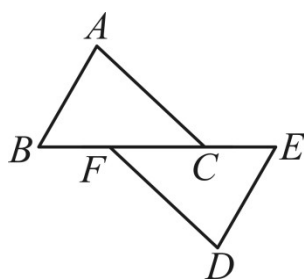
8. 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF \cong \triangle GHI$ ，并将它们摆成如图所示的形式，那么 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 的度数等于

_____。

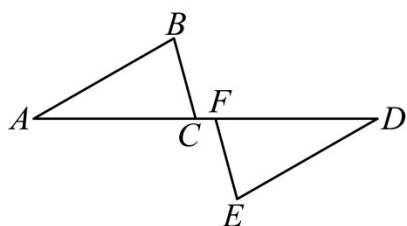


9. 已知：如图，已知点 B 、 F 、 C 、 E 在同一直线上， $AB \parallel DE$ ， $\angle ACE = \angle DFB$ ， $BF = EC$ 。求证：

$$AB = DE$$



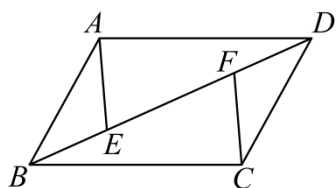
10. 如图， $AB = DE$ ， $BC = EF$ ， $AF = CD$ 。



(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

(2) 若 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle E = 75^\circ$ ，求 $\angle BCF$ 的度数。

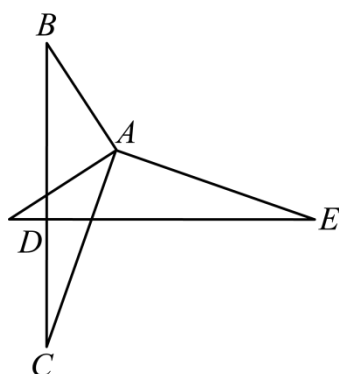
11. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB = CD$ ， $AE = CF$ ， $BF = DE$ ，



(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；

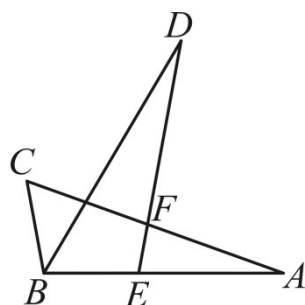
(2) 求证： $\angle DAE = \angle BCF$ ；

12. 如图，已知 $AB = AD$ ， $AC = AE$ ， $AB \perp AD$ ， $AC \perp AE$ ，求证： $\triangle ABC \cong \triangle ADE$



13. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ ，顶点 A 、 C 分别与顶点 D 、 B 对应，点 E 在边 AB 上，边 DE 与边 AC 相交于点

F 。



(1) 若 $DE = 10$ ， $BC = 4$ ，求线段 AE 的长；

(2) 若 $\angle D = 20^\circ, \angle C = 60^\circ$, 求 $\angle DBC$ 的度数

14 . 如图 , 已知 : AD 是 $\triangle ABC$ 的中线 , BE 和 CF 都垂直于直线 AD , 垂足分别为点 E 、 F . 求证 :

$$BE = CF$$

证明 : $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线 ,

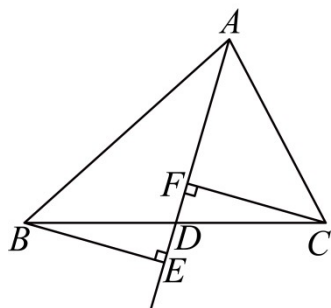
$\therefore$ _____ .

$\because BE \perp AD$, $CF \perp AD$,

$\therefore \angle$ _____ $= 90^\circ$, $\angle$ _____ $= 90^\circ$.

$\therefore \angle$ _____ $= \angle$ _____ .

(请完成后面的证明过程)



15. 如图，已知： $\angle 1 = \angle 2$ ， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，且 B 、 C 、 D 三点在同一直线上。求证：

$\angle B = \angle ACE$ 。把以下证明过程补充完整。

证明： $\because \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle 2 + \angle \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ 。

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AB = AC \\ \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ ($\underline{\hspace{2cm}}$) 。

$\therefore \angle B = \angle ACE$ ($\underline{\hspace{2cm}}$) 。

