

专题 05 因式分解 阶段复习

考点归纳

考点 01 辨析因式分解

考点 02 因式；公因式

考点 03 因式分解

考点 04 根据因式分解求参数

考点 05 分类讨论

考点 06 求值问题

考点 07 几何应用；新定义题

考点 08 解答题

考点专练

考点 01 辨析因式分解

1. 下列分解因式正确的是 ()

A. $x(x-y) - y(x-y) = (x-y)(x+y)$

B. $x^2 + 4xy + 4y^2 = (x+2y)^2$

C. $x^2 - 9y^2 = (x-3y)^2$

D. $x^2 - xy + x = x(x-y)$

2. 下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是 ()

A. $3abc^3 = 3c \cdot abc^2$

B. $x^2 - 1 = x(x - \frac{1}{x})$

C. $4t^2 - 9 = (2t+3)(2t-3)$

D. $x^2 - 16 + 6x = (x+4)(x-4) + 6x$

3. 下列各式中，能用平方差公式分解因式的是 ()

A. $-x^2 - y^2$

B. $x^2 - 5y^2$

C. $x^2 + 4y^2$

D. $-x^2 + y^2$

4. 下列整式能用完全平方公式因式分解的是 ()

A. $a^2 + 2a - 1$

B. $x^2 - xy + y^2$

C. $a^2 - 2a + \frac{1}{4}$

D. $a^2 - ab + \frac{1}{4}b^2$

5. 下列整式：① $-4x^2 - y^2$ ；② $4x^2 - (-y)^2$ ；③ $a^2 + 2ab - b^2$ ；④ $x + 1 + \frac{x^2}{4}$ ；⑤ $m^2n^2 + 4 - 4mn$ ，其中能用公式法分解因式的是 ()

A. ①③④⑤

B. ②④⑤

C. ②③④

D. ②③④⑤

考点 02 因式；公因式

6. 整式 $4x^3y^2 - 6xy^3$ 的公因式是_____.

7. 整式 $x^2 - 9$ 与整式 $x^2 + 6x + 9$ 的公因式是 ()

A. $x + 3$

B. $(x + 3)^2$

C. $x - 3$

D. $(x - 3)(x + 3)^2$

8. 把 $-9x^3 + 6x^2 - 3x$ 因式分解时，提出公因式后，另一个因式是 ()

A. $3x^2 - 2x$

B. $3x^2 - 2x - 1$

C. $-9x^2 + 6x$

D. $3x^2 - 2x + 1$

9. 把 $a(m - n) + 4(n - m)$ 提公因式后一个因式是 $m - n$ ，则另一个因式是_____.

10. 用因式分解法解方程 $x^2 - mx - 6 = 0$ ，若将左边因式分解后有一个因式是 $(x - 3)$ ，则 m 的值是 ()

A. 0

B. 1

C. -1

D. 2

11. 小明把整式 $2x^2 - 13x + n$ 分解因式，有一个因式是 $(x - 5)$ ，则 n 的值为 ()

A. -15

B. 40

C. -40

D. 15

考点 03 因式分解

12. 因式分解： $3a^3b - ba^2 =$ _____.

13. 若 $x^2 - 9 = (x + a)(x + 3)$ ，则 $a =$ _____.

14. 分解因式： $25x^2 - 1 =$ _____.

15. 因式分解： $-\frac{25}{36} + x^2y^4 =$ _____.

16. 分解因式： $x^3 - 4x^2 + 4x =$ _____.

17. 因式分解： $x^2 + 2xy + y^2 - 4 =$ _____.

18. 因式分解： $6mn^2 - 9m^2n^3 - 3mn =$ _____.

19. 因式分解： $(x-y)^4 - 1 =$ _____.

20. 因式分解： $x^2 - x + \frac{1}{4} =$ _____.

21. 因式分解： $81x^4 - y^4 =$ _____.

22. 因式分解： $2x^2 - x - 1 =$ _____.

23. 因式分解： $x^{n+1} - 3x^n - 10x^{n-1} =$ _____.

考点 04 根据因式分解求参数

24. 把整式 $x^2 + ax - 2$ 分解因式，结果是 $(x+1)(x+b)$ ，则 a, b 的值为 ()

A. $a = 3, b = 2$

B. $a = -3, b = 2$

C. $a = 1, b = -2$

D. $a = -1, b = -2$

25. 已知整式 $2x^2 + bx + c$ 分解因式为 $2(x-3)(x+1)$ ，则 b, c 的值为 ()

A. $b = 3, c = -1$ B. $b = -6, c = 2$ C. $b = -6, c = -4$ D. $b = -4, c = -6$

26. 在对整式 $x^2 + ax + b$ 进行因式分解时， M 同学看错了 b ，分解为 $(x+2)(x+4)$ ； N 同学看错了 a ，分解为 $(x-1)(x-9)$ 。(两人后面因式分解没有错误)，则 $a =$ _____, $b =$ _____.

27. 因式分解 $x^2 + ax + b$ ，甲看错了 a 的值，分解的结果是 $(x+6)(x-2)$ ，乙看错了 b 的值，分解的结果为 $(x-8)(x+4)$ ，那么 $x^2 + ax + b$ 分解因式正确的结果为 ()

A. $(x+3)(x-4)$

B. $(x+4)(x-3)$

C. $(x+6)(x-2)$

D. $(x+2)(x-6)$

28. 有一个因式分解的等式 $x^4 - \mathbf{W} = (x^2 + 4)(x+2)(x+\Delta)$ ，则式子中的 $\mathbf{W}$ ， Δ 对应的一组数字可以是 ()

A. 16, 2

B. 16, -2

C. -16, -2

D. -16, 2

考点 05 分类讨论

29. 整式 $x^2 + ax - 6$ 分解因式为 $(x+m)(x+n)$ ，其中 a, m, n 为整数，则 a 的取值有 ()

- A. 2 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 无数个

30. 若 $x^2 + ax + 18$ 能分解成两个因式的积，则整数 a 的取值可能有 ()

- A. 4 个 B. 6 个 C. 8 个 D. 无数个

考点 06 求值问题

31. 已知： $x + y = -5, xy = 2$ ，则 $x^4 y^2 + x^2 y^4 =$ _____；

32. 已知 $ab = 3, a + b = 2$ ，则代数式 $ab^2 + a^2 b - 3ab$ 的值为 ()

- A. -3 B. 0 C. 3 D. 2

33. 已知 $a + b = 3, ab = 1$ ，则整式 $a^2 b + ab^2 - a - b$ 的值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 3 D. 6

34. 已知 $x - 2y - 4 = 0$ ，则 $2x^2 - 8xy + 8y^2$ 的值为 ()

- A. 8 B. 16 C. 50 D. 32

35. 无论 a, b 为任何实数，代数式 $a^2 + b^2 - 4a + 6b + 13$ 的值总是 ()

- A. 非正数 B. 非负数 C. 0 D. 正数

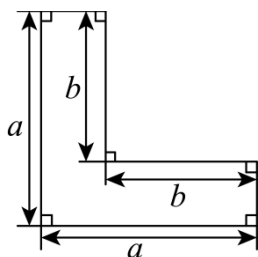
考点 07 几何应用；新定义题

36. 如图，一个大正方形被分割成四部分的面积分别为 $15mn$ 、 $9n^2$ 、 $25m^2$ 、 $15mn$ ($m > 0, n > 0$)，则大正方形的边长为 ()

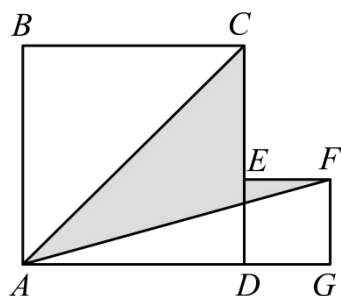
$15mn$	$9n^2$
$25m^2$	$15mn$

- A. $5m + 9n$ B. $5m - 3n$ C. $25m + 9n$ D. $5m + 3n$

37. 如图，“L 形图形的面积为 7，如果 $a - b = 1$ ，那么 $a + b =$ _____。



38. 边长为 a 的正方形 $ABCD$ 与边长为 b 的正方形 $DEFG$ 按如图所示的方式摆放，点 A, D, G 在同一直线上。已知 $a+b=12$ ， $ab=22$ 。则图中阴影部分的面积为 ()



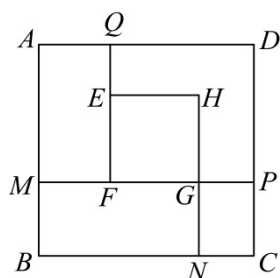
A. 28

B. 39

C. 61

D. 68

39. 如图，正方形 $ABCD$ 分割成四个长方形 $AMFQ$ 、 $QFPD$ 、 $MBNG$ 、 $GNCP$ ，它们的面积分别为 $3a^2+4ab$ 、 $6a^2+8ab$ 、 $3b^2$ 、 b^2 (其中 $a>0$ ， $b>0$)，请用含有 a 、 b 的代数式表示正方形 $ABCD$ 的边长。



40. 定义：如果一个正整数能表示为两个正整数 m, n 的平方差，且 $m-n=2$ ，则称这个正整数为“智慧优数”。例如，当 $m=3$ ， $n=1$ 时， $8=3^2-1^2$ ，8 是一个智慧优数，若将智慧优数从小到大排列，第 2024 个智慧优数是_____。

考点 08 解答题

41. 把下列各式分解因式：

(1) $12xyz - 9x^2y^2$

(2) $(x-y)^2 + y(y-x)$

(3) $2x^2 - 8$

(4) $-a^4 + 16$

(5) $ax^2 + 2axy + ay^2$

42. 把下列各式因式分解：

(1) $(x^2+1)^2 - 4x(x^2+1) + 4x^2$ ；

(2) $x^2 - 6xy - 16y^2$;

(3) $(x - y)^2 - 2(y - x) - 80$;

(4) $4x^2 - 4xy + y^2 - z^2$.

43 . 用十字相乘法分解下列因式 .

(1) $x^2 - 7x + 6$

(2) $y^2 - 2y - 15$

(3) $3x^2 - 11x + 10$

(4) $a^2 - ab - 6b^2$

(5) $12x^2 - 11xy - 15y^2$

(6) $(x + y)^2 - 3(x + y) - 10$

44 . 因式分解 : $m^4 - 18m^2 + 81$.

45 . 因式分解 : $4(x - y)^2 - 2(x + y)(x - y)$

46 . 因式分解

(1) $-3x^3y + 6x^2y^2 - 3xy^3$;

(2) $(a - 2b)^2 - 4a^2$;

(3) $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$;

(4) $a^2 + 4ab + 4b^2 - ac - 2bc$.

47 . 如图 , 从边长为 a 的正方形纸片中剪掉一个边长为 b 的正方形纸片 , 然后将剩余部分拼成一个长方形

(如图 2) .

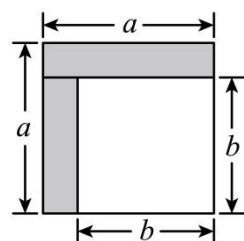


图1

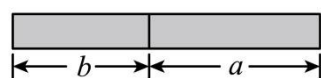


图2

(1) 上述操作能验证的等式是_ .

(2) 利用你从 (1) 中得出的等式 , 计算 :

①已知 $x^2 - 4y^2 = 12$, $x + 2y = 4$ 求 $x - 2y$ 的值 .

②计算： $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{100^2}\right)$.

48. 【阅读材料】19 世纪的法国数学家苏菲·热门给出了一种分解因式 $x^4 + 4$ 的方法：他抓住了该式只有两项，而且属于平方和 $(x^2)^2 + 2^2$ 的形式，要使用公式法就必须添一项 $4x^2$ ，随即将此项 $4x^2$ 减去，即可得 $x^4 + 4 = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - 4x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$ ，人们为了纪念苏菲·热门给出的这一解法，就把它叫做“热门定理”。

【知识应用】(1) 利用“热门定理”把 $m^4 + 64$ 分解因式。

【知识迁移】热门定理的本质是构造完全平方，用的是“添项”的方法，对于超过两项的整式，也可以采取“添项”的方法，先添项再减去这项，构造完全平方进行分解。例如对于二次三项式 $x^2 + 2xa - 3a^2$ ，可以先加上一项 a^2 ，使它与 $x^2 + 2xa$ 的和成为一个完全平方式，再减去 a^2 ，整个式子的值不变，于是有 $x^2 + 2xa - 3a^2 = (x^2 + 2xa + a^2) - a^2 - 3a^2 = (x + a)^2 - 4a^2 = (x + a)^2 - (2a)^2 = (x + 3a)(x - a)$ ，像这样的方法统称为“配方法”。

(2) 请利用“配方法”分解因式：

① $m^2 - 10m + 16$;

② $a^4 + a^2 + 1$.

49. 小王同学在学校开设的数学课后辅导时，听老师在讲完乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 的多种运用后，要求同学们运用所学知识解答：求代数式 $x^2 + 4x + 5$ 的最值？同学们经过交流、讨论，最后总结出如下解答方法：

解： $x^2 + 4x + 5 = x^2 + 4x + 4 + 1 = (x + 2)^2 + 1$,

$\therefore (x + 2)^2 \geq 0$

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时， $(x + 2)^2$ 值最小，最小值是 0 .

$\therefore (x + 2)^2 + 1 \geq 1$

$\therefore$ 当 $(x + 2)^2 = 0$ 时， $(x + 2)^2 + 1$ 的值最小，最小值是 1 .

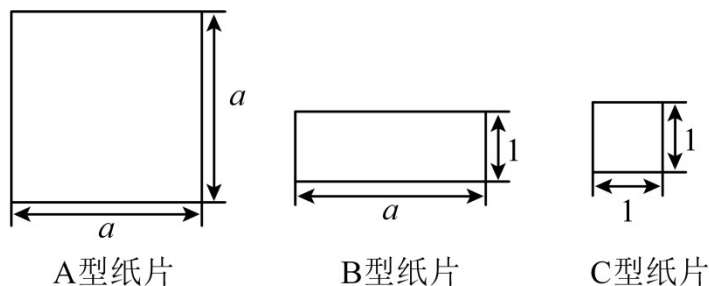
$\therefore$ 当 $x = -2$ 时， $x^2 + 4x + 5$ 的最小值是 1 . 请你根据上述方法，解答下列各题：

(1)当 $x = \underline{\quad}$ 时，代数式 $x^2 - 2x + 3$ 有最小值，最小值是 $\underline{\quad}$ ；

(2)若 $W = -x^2 + 4x + 9$ 此时 W 有 $\underline{\quad}$ 值(填“最大”或“最小”)，即当 $x = \underline{\quad}$ 时， $W_{\text{max}} = \underline{\quad}$ ；

(3)若 $-x^2 + 5x + y - 3 = 0$ 则 $y + x = \underline{\quad}$ (用含 x 的代数式表示)，请求出 $y + x$ 的最值。

50. 如图，有 A 型、B 型、C 型三种不同的纸板，其中 A 型：边长为 a 厘米的正方形；B 型：长为 a 厘米，为 1 厘米的长方形；C 型：边长为 1 厘米的正方形。



(1)A 型 2 块，B 型 4 块，C 型 4 块。此时纸板的总面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2)从这 10 块纸板中拿掉 1 块 A 型纸板，剩下的纸板在不重叠的情况下，可以紧密的排出一个大正方形。
这个大正方形的边长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(3)从这 10 块纸板中拿掉 2 块同类型的纸板，使得剩下的纸板在不重叠的情况下，可以紧密的排出两个相同形状的大正方形，请问拿掉的是 2 块哪种类型的纸板？此时大正方形的面积是多少平方厘米？(计算说明)