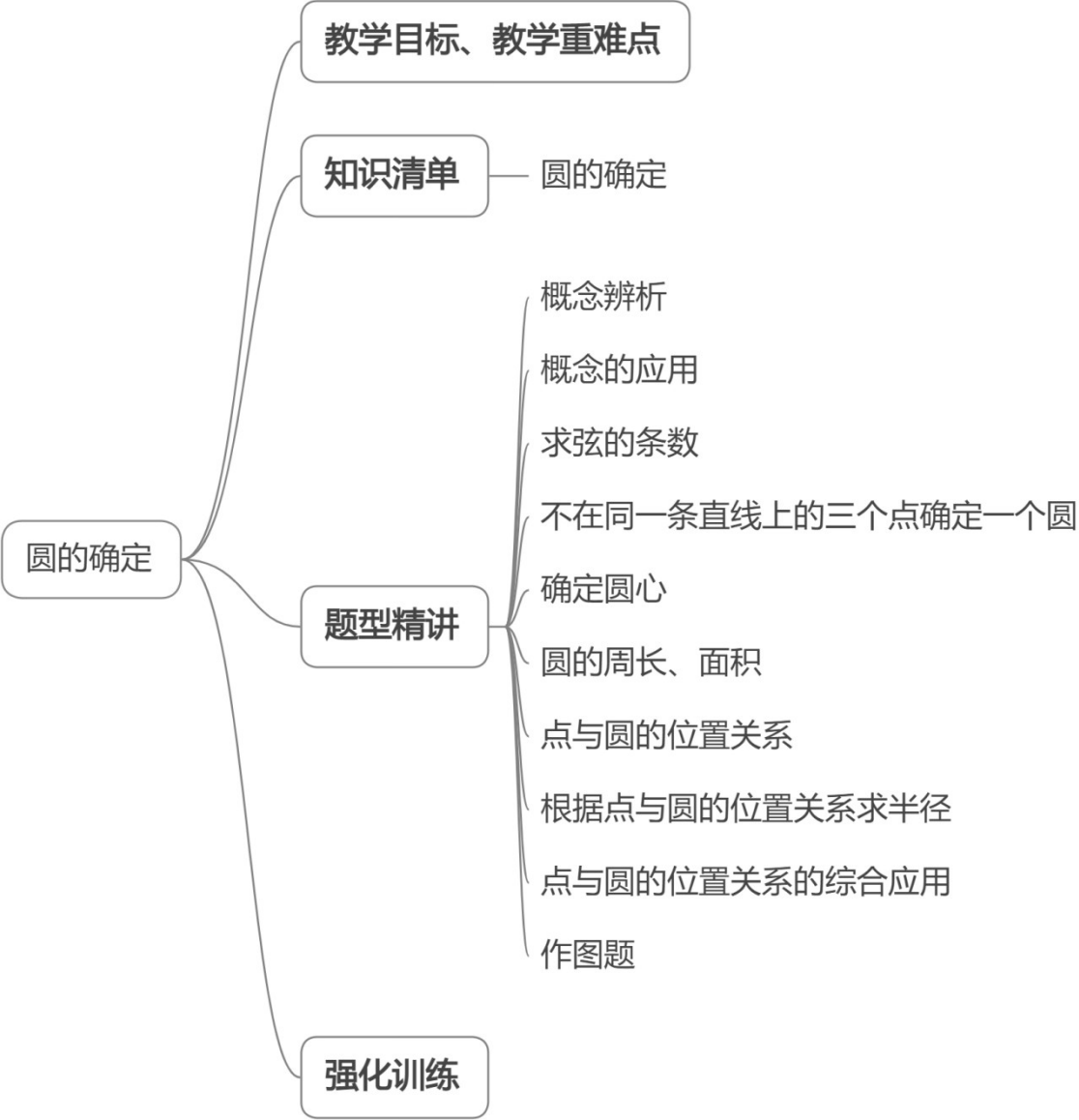


专题 27.1 圆的确定

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 了解圆的定义及有关概念； 2. 掌握点与圆的位置关系； 3. 会画圆，解圆的有关概念的几何应用．
教学重难点	1.重点

	(1) 圆的有关概念辨析及其应用； (2) 确定圆的条件；圆的外心，圆的内接三角形 (3) 点与圆的位置关系及其应用。 2. 难点 (1) 概念辨析； (2) 点与圆的位置关系综合应用。
--	---

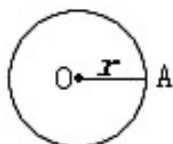
知识清单

知识点 1 圆的确定

一、圆的定义

1. 圆的描述概念

如图，在一个平面内，线段 OA 绕它固定的一个端点 O 旋转一周，另一个端点 A 随之旋转所形成的图形叫做圆，固定的端点 O 叫做圆心，线段 OA 叫做半径。以点 O 为圆心的圆，记作“ $\odot O$ ”，读作“圆 O ”。



要点： ① 圆心确定圆的位置，半径确定圆的大小；确定一个圆应先确定圆心，再确定半径，二者缺一不可；

② 圆是一条封闭曲线。

2. 圆的集合概念

圆心为 O ，半径为 r 的圆是平面内到定点 O 的距离等于定长 r 的点的集合。

平面上的一个圆，把平面上的点分成三类：圆上的点，圆内的点和圆外的点。

圆的内部可以看作是到圆心的距离小于半径的点的集合；圆的外部可以看成是到圆心的距离大于半径的点的集合。

要点： ① 定点为圆心，定长为半径；

② 圆指的是圆周，而不是圆面；

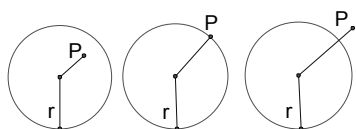
③ 强调“在一个平面内”是非常必要的，事实上，在空间中，到定点的距离等于定长的点的集合是球面，一个闭合的曲面。

二、点与圆的位置关系

点和圆的位置关系有三种：点在圆内，点在圆上，点在圆外。

若 $\odot O$ 的半径为 r ，点 P 到圆心 O 的距离为 d ，那么：

点 P 在圆内 $\Leftrightarrow d < r$ ；点 P 在圆上 $\Leftrightarrow d = r$ ；点 P 在圆外 $\Leftrightarrow d > r$ 。



“ $\Leftrightarrow$ ”读作“等价于”，它表示从左端可以推出右端，从右端也可以推出左端。

要点：点在圆上是指点在圆周上，而不是点在圆面上；

三、与圆有关的概念

1. 弦

弦：连结圆上任意两点的线段叫做弦。

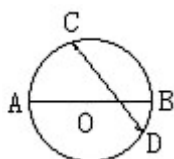
直径：经过圆心的弦叫做直径。

弦心距：圆心到弦的距离叫做弦心距。

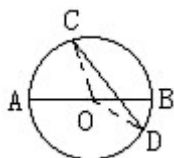
要点：

直径是圆中通过圆心的特殊弦，也是圆中最长的弦，即直径是弦，但弦不一定是直径。

为什么直径是圆中最长的弦？如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，CD 是 $\odot O$ 中任意一条弦，求证： $AB \geq CD$ 。



证明：连结 OC、OD



$\because AB = AO + OB = CO + OD \geq CD$ (当且仅当 CD 过圆心 O 时，取“=”号)

$\therefore$ 直径 AB 是 $\odot O$ 中最长的弦。

2. 弧

弧：圆上任意两点间的部分叫做圆弧，简称弧。以 A、B 为端点的弧记作 $\widehat{AB}$ ，读作“圆弧 AB”或“弧 AB”。

半圆：圆的任意一条直径的两个端点把圆分成两条弧，每一条弧都叫做半圆；

优弧：大于半圆的弧叫做优弧；

劣弧：小于半圆的弧叫做劣弧。

要点：①半圆是弧，而弧不一定是半圆；

②无特殊说明时，弧指的是劣弧。

3. 等弧 在同圆或等圆中，能够完全重合的弧叫做等弧。

要点：①等弧成立的前提条件是在同圆或等圆中，不能忽视；

②圆中两平行弦所夹的弧相等。

4. 同心圆与等圆

圆心相同，半径不等的两个圆叫做同心圆。

圆心不同，半径相等的两个圆叫做等圆。

要点：同圆或等圆的半径相等。

5. 圆心角 顶点在圆心的角叫做圆心角。

要点：在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，反之也成立。

考点四、确定圆的条件

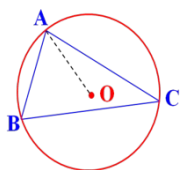
(1) 经过一个已知点能作无数个圆；

(2) 经过两个已知点 A、B 能作无数个圆，这些圆的圆心在线段 AB 的垂直平分线上；

(3) 不在同一直线上的三个点确定一个圆。

(4)(后面还会学习到)经过三角形各个顶点的圆叫做三角形的外接圆，外接圆的圆心叫做三角形的外心，这个三角形叫做圆的内接三角形.

如图： $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形，点 O 是 $\triangle ABC$ 的外心.



外心的性质：外心是 $\triangle ABC$ 三条边的垂直平分线的交点，它到三角形的三个顶点的距离相等.

要点：

(1) 不在同一直线上的三个点确定一个圆.“确定”的含义是“存在性和唯一性”.

(2) 只有确定了圆心和圆的半径，这个圆的位置和大小才唯一确定.

【即学即练】

1. 下列命题中正确的是 ()

①直径是圆中最长的弦. ②弧是半圆. ③过圆心的直线是直径. ④半圆不是弧. ⑤直径不是弦. ⑥长度相等的弧是等弧. ⑦圆上两点间的部分叫做弦. ⑧大小不等的圆中不存在等弧.

- A. ①⑧ B. ②⑦ C. ③⑤ D. ④⑥

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 过圆心的直线是圆的直径 B. 直径是弦，弦是直径
C. 半圆是轴对称图形 D. 长度相等的两条弧是等弧

3. 说法错误的有 ()

①经过点 P 的圆有无数个；②以点 P 为圆心的圆有无数个；③半径为 3cm 且经过点 P 的圆有无数个；④以点 P 为圆心， 3cm 为半径的圆有无数个.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 下列说法错误的是 ()

- A. 过直线上两点和直线外一点，可以确定一个圆
B. 任意一个圆都有无数个内接三角形
C. 任意一个三角形都有无数个外接圆
D. 同一圆的内接三角形的外心都在同一个点上

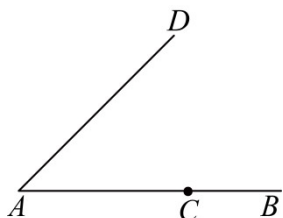
5. 下列四个命题中，正确的有 ()

①圆的对称轴是直径；②经过三个点确定一个圆；③三角形的外心到三角形各边的距离都相等；④半径相

等的两个半圆是等弧．

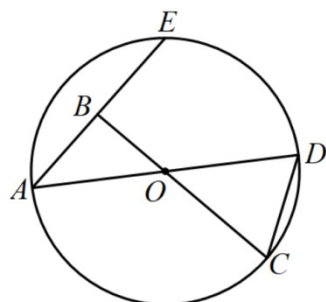
- A . 4 个 B . 3 个 C . 2 个 D . 1 个

6 . 如图，已知线段 AB ， AD ，点 C 在线段 AB 上，下列说法正确的是 ()

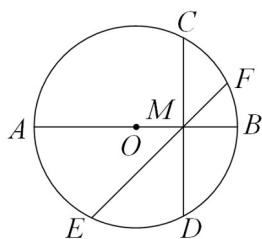


- A . 经过点 A ， B ， C ，只能作一个圆
 B . 经过点 A ， B ， D ，只能作一个圆
 C . 经过点 A ，以 AD 的长为半径只能作一个圆
 D . 经过点 A ， B ，以 AD 的长为半径只能作一个圆

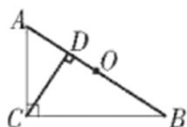
7 . 如图，在 $\odot O$ 中，点 A 、 O 、 D 和点 B 、 O 、 C 分别在一条直线上，图中共有_____条弦，它们分别是_____.



8 . 如图，圆中有_____条直径，_____条弦，圆中以 A 为一个端点的优弧有_____条，劣弧有_____条．



9 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 10$ ， $BC = 8$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ， O 为 AB 的中点．



(1) 以点 C 为圆心，6 为半径作圆，则点 A 在 $\odot C$ _____，点 B 在 $\odot C$ _____．(均填“内”“外”或“上”)

(2) 当 $\odot C$ 的半径为_____时, 点 O 在 $\odot C$ 上.

题型精讲

题型 01 概念辨析

【典例 1】. 下列说法正确的是 ()

- A. 直径是弦 B. 弦是直径 C. 半圆包括直径 D. 弧是半圆

【变式 1】. 下列说法: (1) 长度相等的弧是等弧; (2) 相等的圆周角所对的弧相等; (3) 劣弧一定比优弧短; (4) 直径是圆中最长的弦. 其中正确的有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【变式 2】. 圆有 () 条对称轴.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 无数

【变式 3】. 下列说法: ①一个圆上的各点都在这个圆的圆周上; ②以圆心为端点的线段是半径; ③同一圆上的点到圆心的距离相等; ④半径确定了, 圆就确定了其中正确的是 ()

- A. ①② B. ①③④ C. ①③ D. ②④

题型 02 概念的应用

【典例 1】. 已知 $\odot O$ 中最长的弦为 8cm, 则 $\odot O$ 的半径为 () cm.

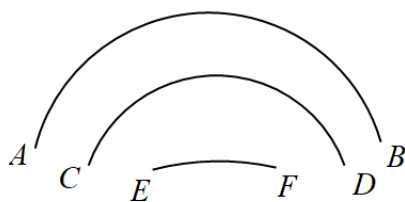
- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

【变式 1】. 已知 AB 是半径为 6 的圆的一条弦, 则 AB 的长不可能是 ()

- A. 8 B. 10 C. 12 D. 14

【变式 2】. 如图, $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{CD}$ 、 $\widehat{EF}$ 所在的圆的半径分别为 r_1 、 r_2 、 r_3 , 则 r_1 、 r_2 、 r_3 的大小关系是_____.

(用“<”连接)

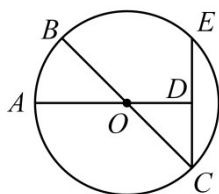


【变式3】 . 过圆上一点可以作圆的最长弦 ()

- A . 1 条 B . 2 条 C . 3 条 D . 4 条

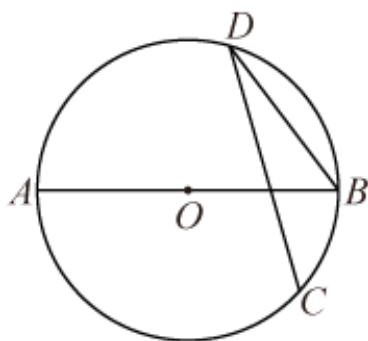
题型 03 求弦的条数

【典例1】 . 如图，点 A, O, D ，点 C, D, E 以及点 B, O, C 分别在一条直线上，则圆中弦的条数为 ()



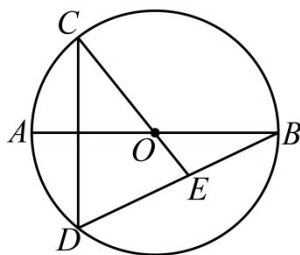
- A . 2 条 B . 3 条 C . 4 条 D . 5 条

【变式1】 . 如图，已知 A, B, C, D 四点都在 $\odot O$ 上，则 $\odot O$ 中的弦的条数为 ()



- A . 2 B . 3 C . 4 D . 5

【变式2】 . 如图，图中 $\odot O$ 的弦共有 ()



- A . 1 条 B . 2 条 C . 3 条 D . 4 条

题型 04 不在同一直线上的三个点确定一个圆

【典例1】 . 在平面直角坐标系内的点 $A(-1, -2)$ ， $B(0, -2)$ ， $C(3, -2)$ _____ 确定一个圆

(填“能”或“不能”) .

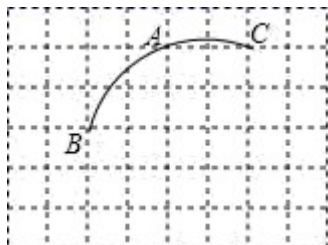
【变式 1】 . 平面直角坐标系内的三个点 $A(4, -3)$, $B(0, -3)$, $C(2, -3)$, _____ 确定一个圆 , (填“能”或“不能”) .

【变式 2】 . 若过平面直角坐标系中的三个点 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 2)$ 、 $C(-1, m)$ 能确定一个圆 , 则 $m \neq$ _____ .

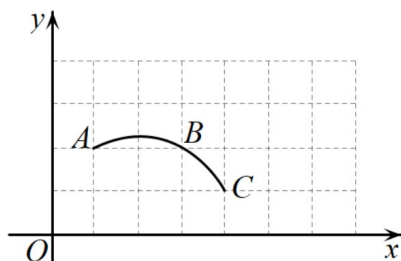
【变式 3】 . 若在平面直角坐标系中的点 $A(1, 1)$, $B(-1, -1)$, $C(m, 3)$ 不能确定一个圆 , 则 m 的值是_____ .

题型 05 确定圆心

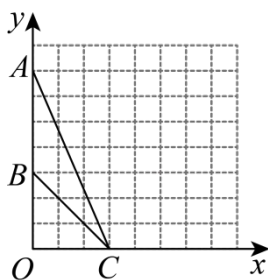
【典例 1】 . 如图 , 一圆弧过方格的格点 A 、 B 、 C , 在方格中建立平面直角坐标系 , 使点 A 的坐标为 $(-3, 2)$, 则该圆弧所在圆心坐标是_____ .



【变式 1】 . 如图 , 在平面直角坐标系中 , 过点 $A(1, 2)$ 、 $B(3, 2)$ 、 $C(4, 1)$ 作一圆弧 , 则该弧所在圆的圆心坐标为_____ .



【变式 2】 . 如图 , 在平面直角坐标系 xOy 中 , 点 A 的坐标为 $(0, 7)$, 点 B 的坐标为 $(0, 3)$, 点 C 的坐标为 $(3, 0)$, 那么 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心坐标为_____ .



题型 06 圆的周长、面积

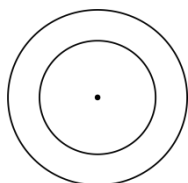
【典例 1】 . 车轮转动一周所行的路程是车轮的 () .

- A . 半径 B . 直径 C . 周长 D . 面积

【变式 1】 . 若一个圆的半径为 $r-8$, 那么该圆的面积 S 等于 ()

- A . πr^2 B . $2\pi r^2$ C . $\pi(r-8)^2$ D . $2\pi(r-8)^2$

【变式 2】 . 如图, 圆环中内圆的半径为 a 米, 外圈半径比内圆半径长 1 米, 那么外圆周长比内圆周长长 ()



- A . 2π 米 B . $(2\pi+a)$ 米 C . $(2\pi+2a)$ 米 D . π 米

题型 07 点与圆的位置关系

【典例 1】 . 已知 $\odot O$ 的半径为 2cm , 点 P 到圆心 O 的距离为 4cm , 则点 P 和 $\odot O$ 的位置关系为 ()

- A . 点 P 在圆内 B . 点 P 在圆上 C . 点 P 在圆外 D . 不能确定

【变式 1】 . 已知 $\odot O$ 的半径为 3 , $OA=5$, 则点 A 和 $\odot O$ 的位置关系是 ()

- A . 点 A 在圆上 B . 点 A 在圆外 C . 点 A 在圆内 D . 不确定

【变式 2】 . 在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 M 的坐标为 $(2,0)$, $\odot M$ 的半径为 4 , 则点 $P(-1,3)$ 与 $\odot M$ 的位置关系是 ()

- A . 点 P 在 $\odot M$ 外 B . 点 P 在 $\odot M$ 内 C . 点 P 在 $\odot M$ 上 D . 无法判断

【变式 3】 . 已知 $\odot O$ 的半径为 4 , 若 $PO=3$, 则点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是 ()

- A . 点 P 在 $\odot O$ 内 B . 点 P 在 $\odot O$ 上 C . 点 P 在 $\odot O$ 外 D . 无法判断

题型 08 根据点与圆的位置关系求半径

【典例 1】 . 一个在圆内的点, 它到圆上的最近距离为 3cm , 到最远距离为 5cm , 那么圆的半径为 ()

- A . 5cm B . 3cm C . 8cm D . 4cm

【变式 1】 . 两个同心圆的圆心为点 O , 大圆的半径为 5cm , 小圆的半径为 3cm . 若点 P 在大圆内部但在小圆外部, 则 ()

A. $OP > 3\text{cm}$

B. $OP < 5\text{cm}$

C. $3\text{cm} < OP < 5\text{cm}$

D. $OP > 5\text{cm}$

【变式2】 矩形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $AD = 12$ ，以点 A 为圆心画 $\odot A$ ，使点 B 在 $\odot A$ 内，点 C 在 $\odot A$ 外，则 $\odot A$ 的半径 r 的取值范围是_____。

【变式3】 在直角坐标平面内，如果点 $B(a, 0)$ 在以 $A(1, 0)$ 为圆心，2 为半径的圆内，那么 a 的取值范围是 ()

A. $a > -1$

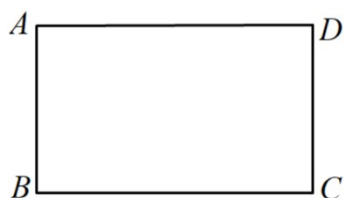
B. $a < 3$

C. $-1 < a < 3$

D. $-1 \leq a \leq 3$

题型 09 点与圆的位置关系的综合应用

【典例1】 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $AD = 8$ ，若以点 D 为圆心，8 为半径作 $\odot D$ ，则下列各点在 $\odot D$ 外的是 ()



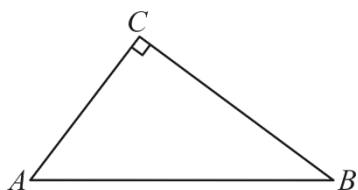
A. 点 A

B. 点 B

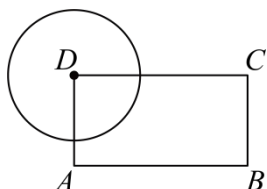
C. 点 C

D. 点 D

【变式1】 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 4$ ， $AB = 5$ ，以点 C 为圆心， r 为半径作圆，当点 A 在 $\odot C$ 内，点 B 在 $\odot C$ 外时， r 的取值范围是_____。



【变式2】 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD = 8$ ， $AB = 15$ ，以顶点 D 为圆心作半径为 r 的圆，若要求另外三个顶点 A 、 B 、 C 中至少有一个点在圆内，且至少有一个点在圆外，则 r 的取值范围是_____。



题型 10 作图题

【典例1】 已知点 A ， B 和线段 a (如图)。求作 $\odot O$ ，使 $\odot O$ 过点 A ， B ，且半径为 a 。这样的圆能作

几个？

$\overbrace{\hspace{1cm}}^a$

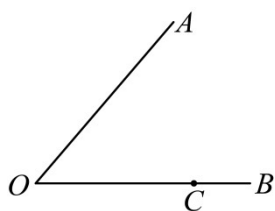
• B

A •

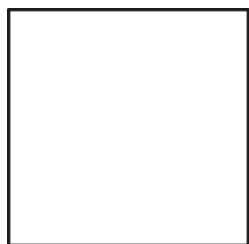
【变式1】 . 用圆规、直尺作图，不写作法，但要保留作图痕迹 .

如图，已知点 C 是 $\angle AOB$ 的边 OB 上的一点，求作 $\odot P$ ，使它经过 O 、 C 两点，且圆心在 $\angle AOB$ 的平分线上 .

结论：



【变式2】 . 在下面的正方形中画一个最大的圆形，请用字母标明圆的圆心、半径，再在所画的圆形中画一个最大的正方形 .



强化训练

一、单选题

1. 下列说法中，不正确的是 ()

A . 直径是最长的弦

B . 同圆中，所有的半径都相等

C . 长度相等的弧是等弧

D . 圆既是轴对称图形又是中心对称

2. 下列说法中，正确的个数是 ()

①半圆是扇形；②半圆是弧；③弧是半圆；④圆上任意两点间的线段叫做圆弧。

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

3. 已知 $\odot O$ 中，最长的弦长为16cm，则 $\odot O$ 的半径是 ()

- A. 4cm B. 8cm C. 16cm D. 32cm

4. 下列说法错误的是 ()

- A. 直径是圆中最长的弦 B. 半径相等的两个半圆是等弧
C. 面积相等的两个圆是等圆 D. 半圆是圆中最长的弧

5. 下列说法，其中正确的有 ()

①过圆心的线段是直径

②圆上的一条弧和经过这条弧的端点的两条半径组成的图形叫做扇形

③大于半圆的弧叫做劣弧

④圆心相同，半径不等的圆叫做同心圆

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

6. 一个圆形茶几面的直径是1m，它的面积是 () m^2 (结果保留 π)。

- A. 2π B. $\frac{1}{4}\pi$ C. $\frac{1}{2}\pi$ D. 3π

7. 在平面内与点P的距离为1cm的点的个数为 ()

- A. 无数个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

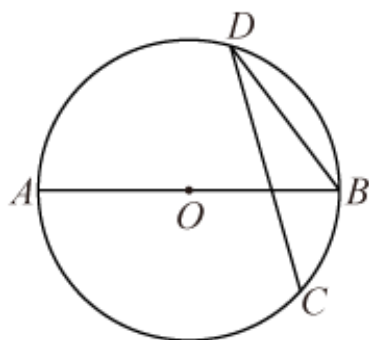
8. $\odot O$ 的半径为 r ，点P到圆心O的距离为2，若点P在 $\odot O$ 外，则 ()

- A. $0 < r < 2$ B. $r = 2$ C. $r > 2$ D. $r \geq 2$

9. 在同一平面内，点P在 $\odot O$ 外，已知点P到 $\odot O$ 上的点的最大距离为 a ，最小距离为 b ，则 $\odot O$ 的半径为 ()

- A. $\frac{a+b}{2}$ B. $\frac{a-b}{2}$ C. a D. b

10. 如图，已知A, B, C, D四点都在 $\odot O$ 上，则 $\odot O$ 中的弦的条数为 ()



A . 2

B . 3

C . 4

D . 5

二、填空题

11 . 判断：

(1) 直径是弦，弦是直径()

(2) 半圆是圆弧()

(3) 长度相等的弧是等弧()

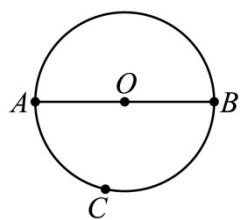
(4) 能够重合的弧是等弧()

(5) 圆弧分为优弧和劣弧()

(6) 优弧一定大于劣弧 ()

(7) 半径相等的圆是等圆 ()

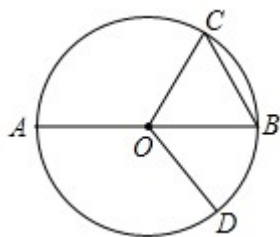
12 . 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在圆上，则以点 A 为一个端点的劣弧有_____，以点 A 为一个端点的优弧有_____ .



13 . 以 5cm 为半径可以画_____个圆；以点 O 为圆心可以画_____个圆；以点 O 为圆心，以 5cm 为半径可以画_____个圆 .

14 . 在 $\odot O$ 中，半径为 5， A 、 B 为 $\odot O$ 上的点，为 $\angle AOB = 60^\circ$ ，则弦长 $AB =$ _____ .

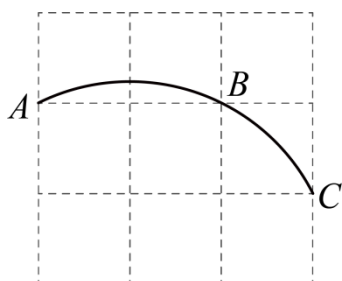
15 . 如图，在 $\odot O$ 中，半径有_____，直径有_____，弦有_____，劣弧有_____，优弧有_____ .



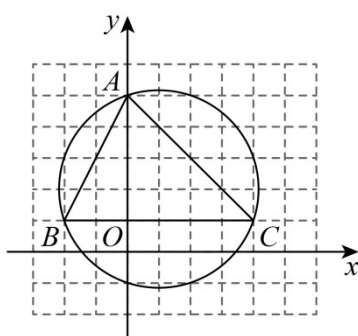
16. 已知平面直角坐标系中的三个点分别为 $A(1, -1)$ 、 $B(-2, 5)$ 、 $C(4, -6)$ ，则 A 、 B 、 C 这三个点_____确定一个圆（填“可以”或“不可以”）。

17. 已知 $\odot O$ 的半径为 6，若点 P 在 $\odot O$ 内，写出一个 OP 长的可能值_____。

18. 如图，在每个小正方形边长为 1 的网格图中， AC 经过格点 A 、 B 、 C ，则该弧所在圆的半径是_____。



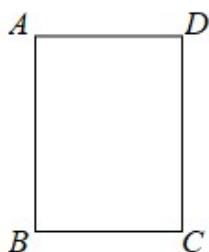
19. 如图所示， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(0, 5)$ ， $B(-2, 1)$ ， $C(4, 1)$ ，则 $\triangle ABC$ 外接圆半径的长为_____。



20. 已知直角三角形的斜边长为 6cm，则该三角形的外接圆半径为_____cm。

21. A ， B 是半径为 3 的 $\odot O$ 上两个不同的点，则弦 AB 的取值范围是_____。

22. 已知矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $BC = 3$ ，以点 B 为圆心 r 为半径作圆，且 $\odot B$ 与边 CD 有唯一公共点，则 r 的取值范围是_____。



三、解答题

23. 若 $\odot O$ 的半径是12cm, $OP=8$ cm, 求点 P 到圆上各点的距离中最短距离和最长距离.

24. 已知 A 为 $\odot O$ 上的一点, $\odot O$ 的半径为1, $\odot O$ 所在的平面上另有一点 P .

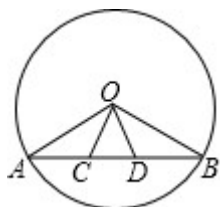
(1) 如果 $PA=\sqrt{5}$, 那么点 P 与 $\odot O$ 有怎样的位置关系?

(2) 如果 $PA=\sqrt{3}$, 那么点 P 与 $\odot O$ 有怎样的位置关系?

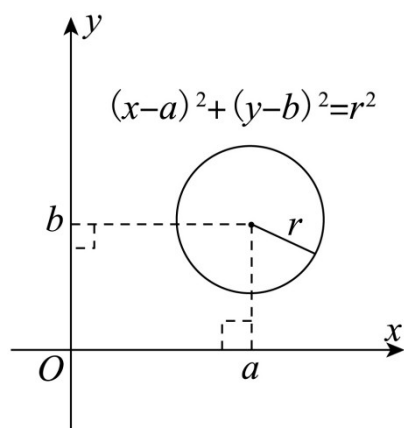
25. 已知 $AB=6$ cm, 画半径为4cm的圆, 使它经过 A, B 两点. 这样的圆能画出多少个? 如果半径为3cm, 2cm呢?

26. 求证: 直径是圆中最长的弦.

27. 已知: 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 为弦, C, D 两点在 AB 上, 且 $AC=BD$. 求证: $\triangle OAC \cong \triangle OBD$.



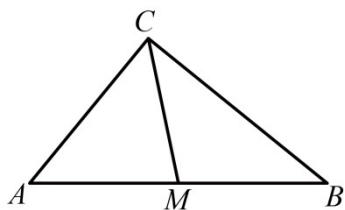
28. 如图, 在平面直角坐标系中, 方程 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 表示圆心是 (a, b) , 半径是 r 的圆, 其中 $a > 0$, $b > 0$.



(1) 请写出方程 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$ 表示的圆的半径和圆心的坐标;

(2) 判断原点 $(0,0)$ 和第 (1) 问中圆的位置关系。

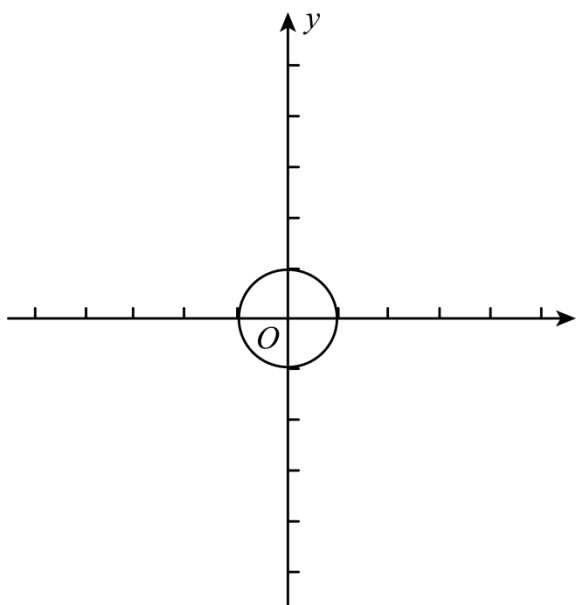
29. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$ ，点 M 为 AB 的中点。



(1) 以点 C 为圆心，4 为半径作 $\odot C$ ，则点 A, B, M 分别与 $\odot C$ 有怎样的位置关系？

(2) 若以点 C 为圆心作 $\odot C$ ，使 A, B, M 三点中至少有一点在 $\odot C$ 内，且至少有一点在 $\odot C$ 外，求 $\odot C$ 的半径的取值范围。

30. 在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为 1，点 P 是 $\odot O$ 外一点，给出如下定义：若在 $\odot O$ 上存在点 T ，使得点 P 关于某条过点 T 的直线对称后的点 Q 在 $\odot O$ 上，则称点 Q 为点 P 关于 $\odot O$ 的“关联对称点”。



(1) 若点 P 在直线 $y = 2x$ 上；

① 若点 P 的坐标为 $(1,2)$ ，则 $Q_1(0,1)$ ， $Q_2(1,0)$ ， $Q_3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 中，是点 P 关于 $\odot O$ 的“关联对称点”的是_____；

② 若存在点 P 关于 $\odot O$ 的“关联对称点”，求点 P 的横坐标 x_P 的取值范围；

(2) 已知点 $A\left(2, \frac{3}{2}\right)$ ，动点 M 满足 $AM \leq 1$ ，若点 M 关于 $\odot O$ 的“关联对称点” N 存在，直接写出 MN 的取值范

围。