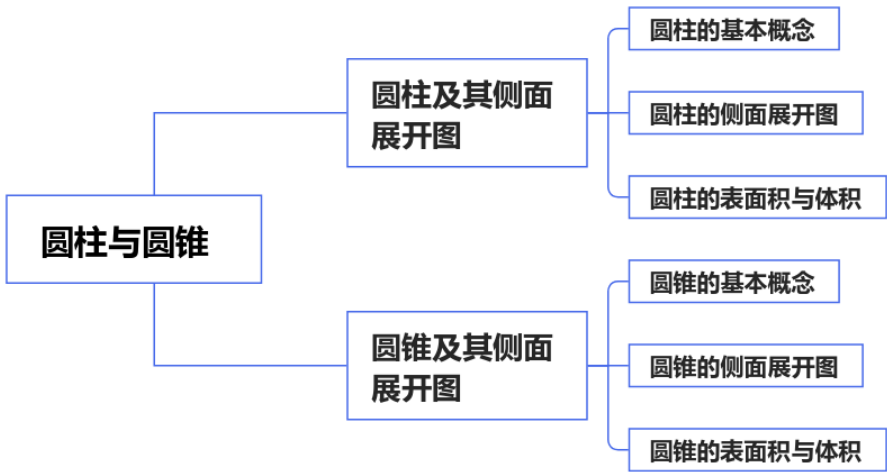


第八章 圆柱与圆锥单元复习

内容概览

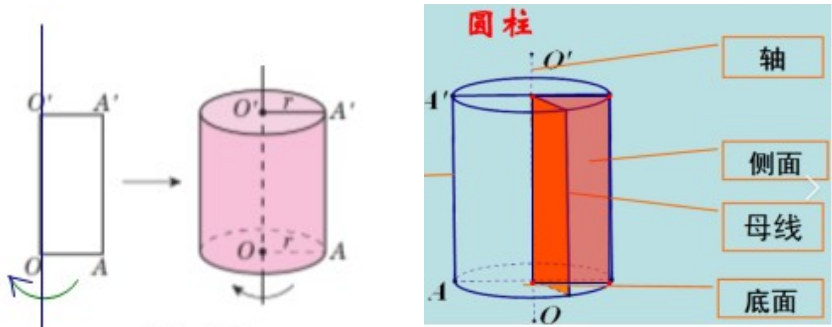


知识清单

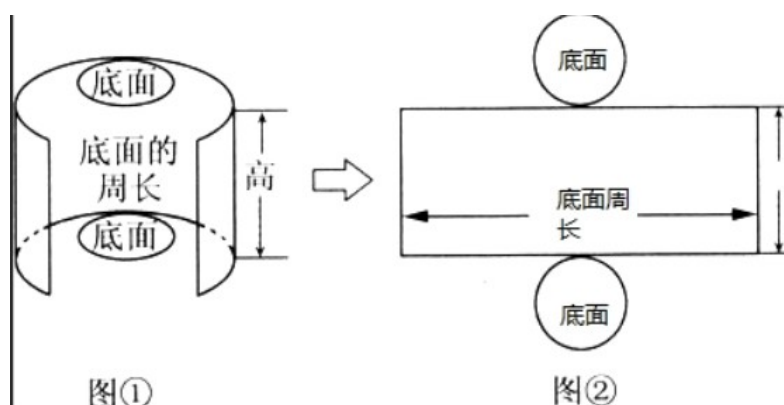
知识点 1 圆柱的基本概念

1. 圆柱的形成

如图，将长方形 $OAA'O'$ 以它的一条边 OO' 所在的直线为轴顺时针(或逆时针)方向旋转一周，形成的立体图形叫作**圆柱体**，简称**圆柱**.



2. 圆柱的组成



核心概念：

底面：2个大小相等的圆形，互相平行；

侧面：1个曲面，围成圆柱的“侧面部分”；

高：连接两底面圆心的线段（或两底面之间的垂直距离），所有高的长度相等。

母线：圆柱的母线长就等于圆柱的高。

知识点 2 圆柱的侧面展开图

1. 圆柱的侧面展开图

圆柱的侧面展开是个长方形，它的长是底面圆的周长，它的宽是圆柱的高。

2. 圆柱的侧面面积公式：

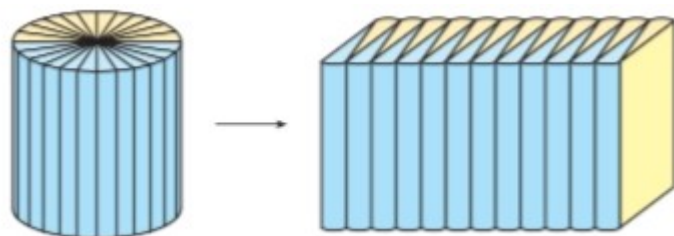
其中， $S_{\text{侧}}$ 表示圆柱的侧面积， r 、 C 、 l 和 h 分别表示它的底面半径、底面周长、母线长和高。

知识点 3 圆柱的表面积和体积

1. 圆柱的表面积

圆柱的表面由它的侧面和两个底面组成.因此，圆柱的表面积等于它的侧面积与两个底面积的和，即

2. 圆柱的体积

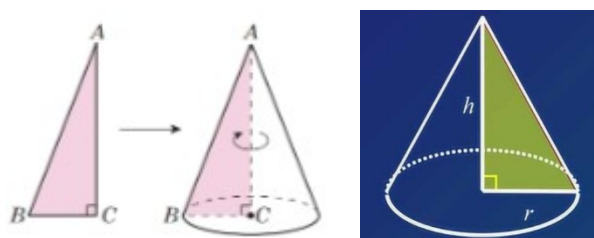


知识点 4 圆锥的基本概念

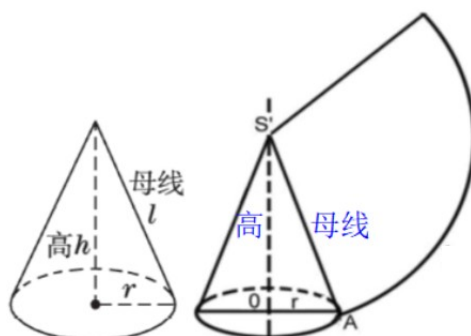
1. 圆锥的形成

如图，将直角三角形 ACB 以它的一条边 CA 所在的直线为轴顺时针(或逆时针)方向旋转一周，形成的立

体图形叫作**圆锥**.



2. 圆锥的组成



核心概念：

底面：1个圆形；

侧面：1个**扇形**，围成圆锥的“侧面部分”；

高：连接底面**圆心**和**圆锥顶点**之间的距离；

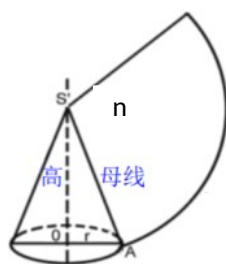
母线：圆锥的**顶点**和底面**圆上任意一点**之间的距离；

知识点

圆锥的侧面展开图

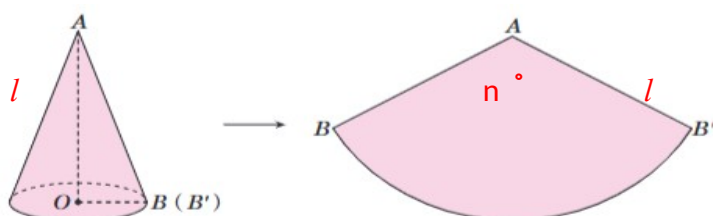
1. 圆锥的侧面展开图

圆锥的侧面展开是个**扇形**，它的弧长是底面圆的**周长**，它的半径是圆锥的**母线**。



核心关系
扇形的弧长=底圆的周长
扇形的半径=圆锥的母线长

2. 圆锥的侧面面积公式



圆锥侧面积等于它底面周长与母线长乘积的一半。

圆锥的侧面积可以从它的侧面展开图得出. 不妨设圆锥底面半径为 r , 母线长为 l , 侧面展开图的圆心角为 n° , 则 $\frac{n\pi l}{180} = 2\pi r$, 可得 $n = 360 \cdot \frac{r}{l}$. 所以

其中, $S_{\text{侧}}$ 表示圆锥的侧面积, r 、 C 、 l 和 h 分别表示它的底面半径、底面周长、母线长和高.

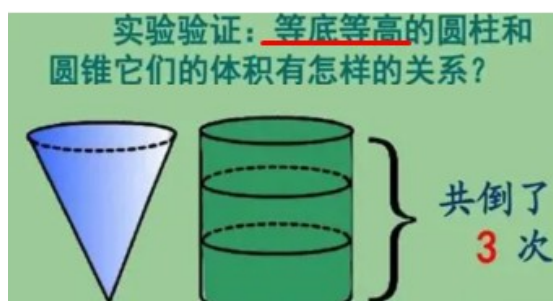
知识点

圆锥的表面积与体积

1. 圆锥的表面积

圆锥的表面由它的侧面和 1 个底面组成. 因此, 圆锥的表面积等于它的侧面积与 1 个底面积的和, 即

2. 圆锥的体积



$$V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} V_{\text{圆柱}} = \frac{1}{3} S_{\text{底}} \cdot h$$

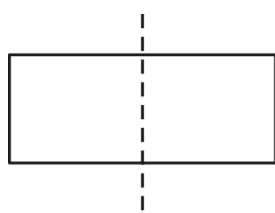
题型精讲

题型 01 圆柱的基本概念

【典例 1】 如图，下面的平面图形绕轴旋转一周，可以得到圆柱体的是（ ）。

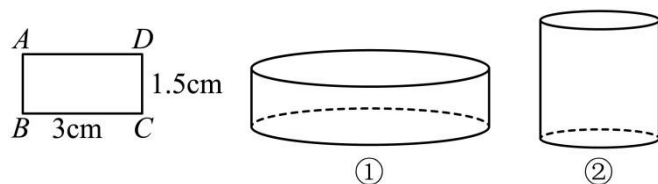


【变式 1】 下图是一个长方形，沿着它的一条对称轴旋转一周得到的立体图形是一个（ ）



- A. 圆锥 B. 圆柱 C. 长方体 D. 球

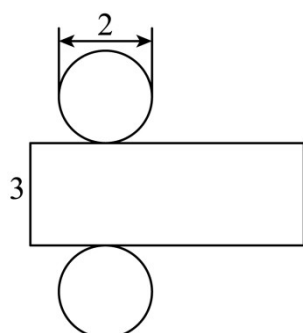
【变式 2】 沿长方形 $ABCD$ 的一条边旋转一周，形成下面的两个圆柱。



(1) 圆柱①是以_边所在的直线为轴旋转而成的，高是_cm，底面半径是_cm。

(2) 圆柱②是以_边所在的直线为轴旋转而成的，高是_cm，底面半径是_cm。

【变式 3】 在航天科技领域，为了给航天器内的精密仪器设计冷却管道，工程师绘制出了如图所示的管道表面展开图。

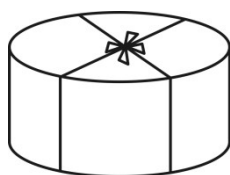


(1) 该几何体的名称是——，其底面半径为——，上底面周长为——。

(2) 根据图中所给信息，求该几何体的侧面积。（结果保留 π ）

【变式 4】 一个圆柱形蛋糕盒的底面直径是 40cm，高是 25cm，用彩绳捆扎蛋糕盒，打结处需要彩绳

20cm（如图），捆扎这个蛋糕共需要——cm 彩绳。

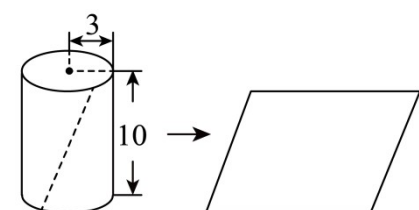


题型 02 圆柱的侧面展开图

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海闵行·期末）圆柱的侧面积为 $36\pi\text{cm}^2$ ，母线长是 6cm，则它的底面半径是——。

【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海宝山·期末）如图，把圆柱的侧面沿虚线展开，得到的平行四边形的底是

（ ）厘米。



单位：厘米 （ ）

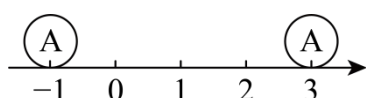
A. 3π

B. 6π

C. 9π

D. 60π

【变式2】 (24-25 六年级下·上海·期末) 如图，一个高为4的圆柱体的底面圆周在数轴上滚动，若滚动前圆柱体底面圆周上的点A和数轴上表示-1的点重合，当圆柱体滚动一周时点A恰好落在了表示3的点上，则这个圆柱体的侧面积是()



A. 4π

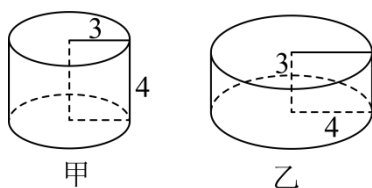
B. 16π

C. 4

D. 16

【变式3】 (24-25 七年级下·上海·期末) 一个圆柱体的侧面积是 $12\pi\text{cm}^2$ ，高是6cm，它的底面周长是_____cm。(结果保留 π)

【变式4】 (24-25 六年级下·上海徐汇·期末) 如图，长方形的长为4cm、宽为3cm，分别以该长方形的长、宽所在直线为轴，将其旋转一周，形成甲、乙两个圆柱，其体积分别记作 $V_{\text{甲}}$ 、 $V_{\text{乙}}$ ，侧面积分别记作 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ ，则下列说法正确的是()



A. $V_{\text{甲}} < V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$

B. $V_{\text{甲}} = V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$

C. $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$

D. $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} < S_{\text{乙}}$

题型 03 圆柱的表面积与体积

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海闵行·期末）现有一个长为 7cm ，宽为 3cm 的长方形，将该长方形绕着它的宽所在的直线旋转一周，得到的圆柱的表面积和体积分别是多少？（结果保留 π ）

【典例 2】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·黑龙江哈尔滨·期中）一个圆柱，如果把它的高截短 4 厘米（如图¹），表面积减少 125.6 平方厘米，圆柱的底面半径是_____厘米；如果把原来的圆柱平均分成若干等份后拼成一个近似长方体（如图²），表面积比原来增加 160 平方厘米，则原来圆柱的体积是_____立方厘米。（ π 取 3.14 ）

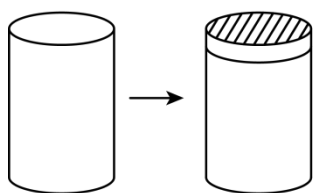


图1

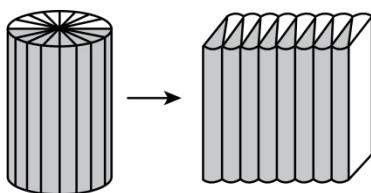
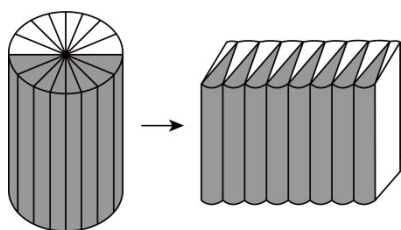
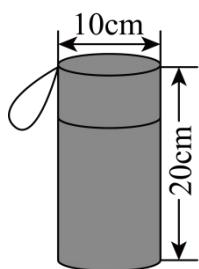


图2

【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期末）如图，将一个半径为 3 分米，高为 8 分米的圆柱等分成若干份拼成一个近似的长方体，长方体表面积比圆柱体表面积增加_____平方分米。



【变式 2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海金山·期末）小海的圆柱形水壶有一个布套（如图，含侧面和两个底面），其底面直径为 10cm ，母线长为 20cm 。他做这个布套至少用的布料为_____ cm^2 。（结果保留 π ）



【变式3】 (²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海闵行·期末) 把一个圆柱体的侧面展开后得到一个长方形，长方形的长是

4π 厘米，宽是 2 厘米，这个圆柱体的表面积是_____厘米。(结果保留 π)

【变式4】 (²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海青浦·期末) 一个圆柱的底面半径扩大到原来的 2 倍，高扩大到原来的 3

倍，则这个圆柱体的体积 ()

A . 扩大到原来的 12 倍

B . 扩大到原来的 6 倍

C . 扩大到原来的 18 倍

D . 缩小到原来的 $\frac{1}{12}$

【变式5】 (²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海嘉定·期末) 乐乐的叔叔一直在从事古建筑的修缮工作。在一次修缮中发

现某扇门上的门栓已经损坏，经过 AI 复原如图¹。他根据照片把一根半圆柱形木料锯成如图²所示的形状，

请你帮忙计算锯成的这个物体的体积是_____ cm^3 (π 取 3.14) 。

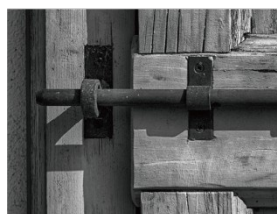


图1

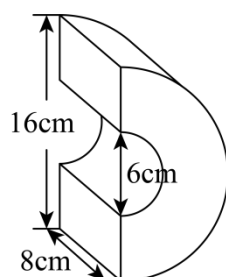
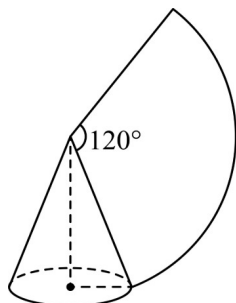


图2

题型 04 圆锥的侧面积和表面积

【典例 1】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海闵行·期末）如图，一个圆锥的侧面展开图是一个扇形，其圆心角是 120° ，

则该圆锥的侧面积是底面积的多少倍？（ ）



A . 2

B . 3

C . 4

D . 5

【变式 1】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海青浦·期末）已知圆锥的底面半径为 2cm ，母线长为 10cm ，则这个圆锥的表面积是_____ cm^2 .

A . $4\pi\text{cm}^2$

B . $6\pi\text{cm}^2$

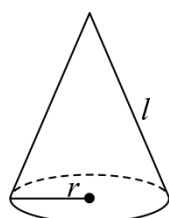
C . $8\pi\text{cm}^2$

D . $12\pi\text{cm}^2$

【变式 2】（²⁴⁻²⁵ 九年级上·云南临沧·期末）图①是一种道路交通隔离警戒设施——交通锥，将其抽象成几何图形，近似地看成圆锥（如图②），测得底面半径 $r = 20\text{cm}$ ，母线 $l = 70\text{cm}$ ，则圆锥的侧面积是_____ cm^2 .（结果保留 π ）



图①



图②

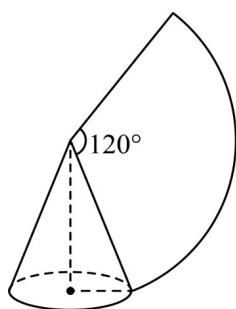
【变式 3】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海松江·期末）一个圆锥的底面半径为 8dm ，母线长 15dm ，这个圆锥侧面

展开图的圆心角为_____.

【变式 4】 (²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海松江·期末) 如果一个扇形的弧长等于它所在圆半径的 ² 倍, 我们称这样的扇形为“完美扇形”. 已知一个圆锥的侧面展开图是一个“完美扇形”, 该“完美扇形”的周长等于 ⁸, 那么这个圆锥的侧面积是_____.

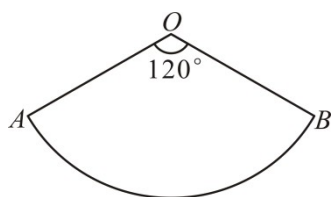
题型 05 求圆锥的底面半径

【典例 1】 (²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海闵行·期末) 如图, 一个圆锥的侧面展开图是一个扇形, 其圆心角是 120° , 则该圆锥的侧面积是底面积的多少倍? ()



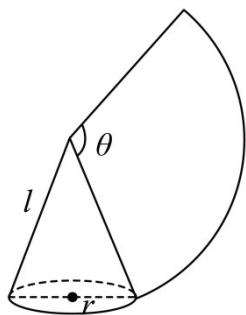
- A . 2 B . 3 C . 4 D . 5

【变式 1】 (²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海黄浦·期末) 如图, 扇形 OAB 是一个圆锥的侧面展开图, $\angle AOB = 120^\circ$, OA 长为 6cm , 则该圆锥的底面半径为_____ cm (结果保留 π) .



【变式2】（²⁴⁻²⁵ 七年级下·上海·期末）用一个半径为 20 ，圆心角为 108° 的扇形围成一个如图所示的圆锥，

则这个圆锥的底面半径是（ ）



A . 6

B . 5

C . 6π

D . 5π

【变式3】（²⁰²⁵·广东梅州·二模）一个扇形半径 3cm ，圆心角 120° ，用它围成一个圆锥，则这个圆锥的

底面周长为（ ）

A . $\frac{\pi}{3}\text{cm}$

B . πcm

C . $2\pi\text{cm}$

D . $3\pi\text{cm}$

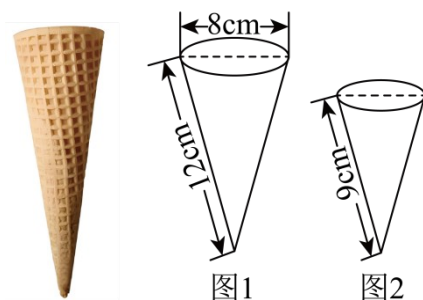
【变式4】一个圆锥的母线长为 4 ，其侧面展开图扇形的圆心角的度数是 270° ，则圆锥的底面圆半径为

_____ .

题型 06 圆锥的体积与组合图形的体积

【典例1】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海普陀·期末）如图¹，蛋筒冰激凌的蛋筒外壳（不计厚度）可近似看作圆

锥，其母线长为 12cm ，底面圆直径长为 8cm .

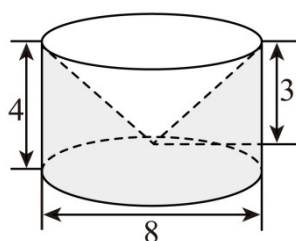


(1) 求该冰激凌蛋筒外壳侧面展开图圆心角的大小；

(2) 当冰激凌连同蛋筒外壳被吃掉一部分后，若仍将其外壳近似看作圆锥（如图²），其母线长为 9cm ，求

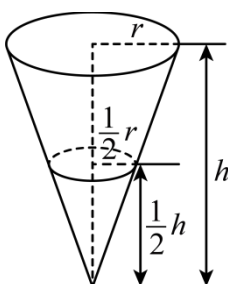
此时冰激凌蛋筒外壳的侧面积。（结果保留 π ）

【典例2】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海宝山·期末）下面图形的体积（结果保留 π ）。



【变式1】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海宝山·期末）如图所示，圆锥形容器中装有 7 升水，水面高度正好是圆锥

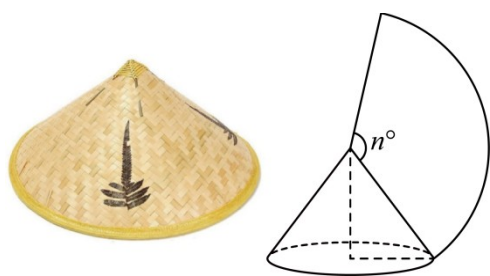
高度的一半，且水面半径也正好是圆锥底面半径的一半，则这个容器还能装水_____升。



【变式2】（²⁴⁻²⁵ 九年级上·江苏盐城·期中）草帽：是用水草、席草、麦秸、竹蔑等物进行编织缠绕的中

国特有的传统草编工艺品。如图，某兴趣小组决定用一张扇形彩色卡纸装饰母线长为 25cm 、高为 20cm 的

锥形草帽．粘贴时，彩色卡纸恰好覆盖草帽外表，而且卡纸连接处无缝隙、不重叠．



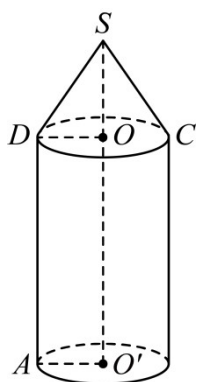
(1) 这顶锥形草帽的底面半径为_____cm，侧面积为_____cm²；（结果保留 π ）

(2) 计算所需扇形卡纸的圆心角的度数．

【变式3】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海闵行·期末）学生活动节乐乐使用塑料制作了一个水火箭模型（如图），

它的上半部是圆锥形，下半部是圆柱形．已知圆柱的底面积为 3.14dm^2 ，母线 $AD=6\text{dm}$ ，圆锥的高 SO

$=2\text{dm}$ ，母线 $SD=2.24\text{dm}$ ．



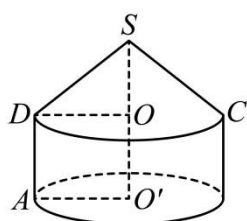
(1) 制作一个这样的模型（接缝忽略不计）至少需要多少塑料（模型的底部是封闭的， π 取 3.14 ，结果精确到 0.1dm^2 ）？

(2) 模型的最大注水量大约是多少（ π 取 3.14 ，结果精确到 0.1dm^3 ）？

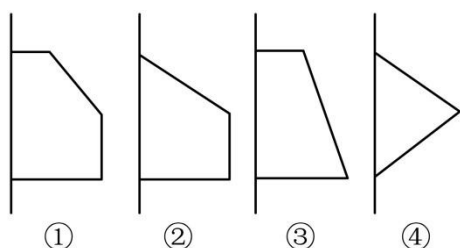
【变式 4】（²⁴⁻²⁵ 六年级下·上海徐汇·期末）蒙古包是我国蒙古族牧民的传统居所，它简单实用，易于搭

建和拆卸，极具民族特色，下图是“蒙古包”的示意图，其顶部为圆锥形，下半部分为圆柱形，已知圆柱的

底面半径 $DO = 4$ 米，高 $OO' = 2$ 米，圆锥的高 $SO = 1.5$ 米，母线 $SD = 4.25$ 米。



(1) 该“蒙古包”的示意图可以由下面四幅图中的第——幅图绕其轴旋转一周而成；（填序号）



(2) 为了阻挡寒冷空气进入，蒙古包的侧面和顶部都由毛毡覆盖，若拼接处忽略不计，求制作一顶这样的蒙

古包所需要毛毡的面积（结果保留 π ）；

(3) 求这顶蒙古包的容积（结果保留 π ）。