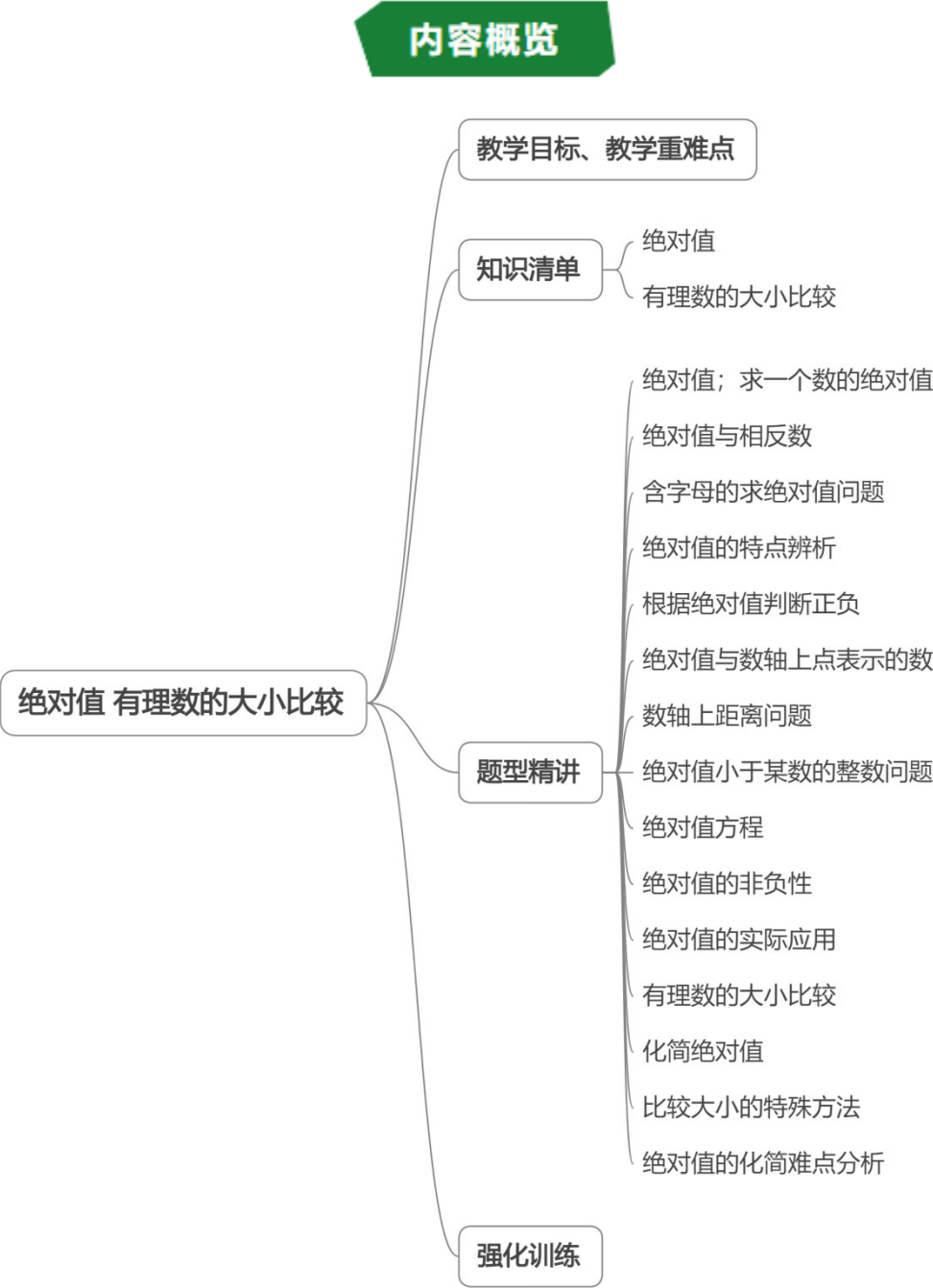


专题 1.3 绝对值 有理数的大小比较



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 了解绝对值的意义； 2. 会求一个数的绝对值； 3. 掌握绝对值的化简；
------	---

	4. 知道对有理数大小比较的方法。
教学重难点	1.重点 (1) 求一个数的绝对值； (2) 绝对值的应用； (3) 比较有理数的大小。 2.难点 (1) 含字母的绝对值化简问题； (2) 比较有理数大小的特殊方法； (3) 分类讨论思想。

知识清单

知识点 1 绝对值

1.观察

实例 如图 1-1-13,小海家、乐乐家分别离学校多远?(图中的单位长度为 1 km)

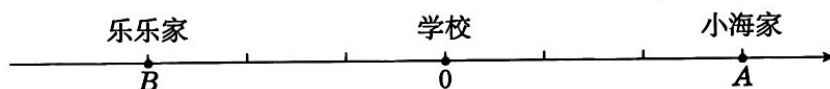


图 1-1-13

在数轴上,表示小海家的点 A 和表示乐乐家的点 B 分别位于表示学校的点(原点)的两侧,它们对应的数分别是+3 和-3,它们与原点的距离都是 3km。

当我们只需要研究小海家、乐乐家与学校的距离,不需要考虑方向,也就是只研究点 A、点 B 与原点的距离时,我们就说点 A、点 B 与原点的距离都是 3km,我们把这里的 3 叫作+3 的绝对值,它也是-3 的绝对值。

2.绝对值

一般地,数 a 在数轴上所对应的点到原点的距离叫作**数 a 的绝对值**,记作 $|a|$,读作“绝对值 a”或“a 的绝对值”。

如图 1-1-14,表示 3 与-3 的点到原点的距离都是 3 个单位长度,它们的绝对值都是 3,即 $|3|=3$, $|-3|=3$ 。

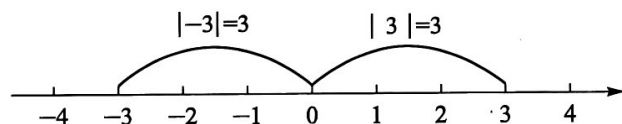


图 1-1-14

要点：

(1) 绝对值的代数意义：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0。即对于任何有理数 a 都有：

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

反过来，如果一个数的绝对值等于它本身，那么这个数是正数或0；如果一个数的绝对值等于它的相反数，那么这个数是负数或0.

(2) 绝对值的几何意义：一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离，离原点的距离越远，绝对值越大；离原点的距离越近，绝对值越小.

(3) 一个有理数是由符号和绝对值两个方面来确定的.

3. 绝对值性质：

(1) 0 除外，绝对值为一正数的数有两个，它们互为相反数.

(2) 互为相反数的两个数 (0 除外) 的绝对值相等.

(3) 绝对值具有非负性，即任何一个数的绝对值总是正数或0.

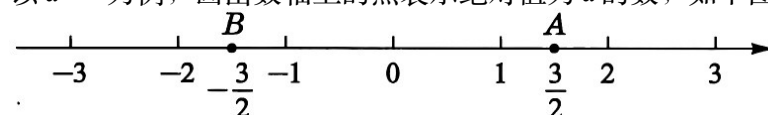
4. 用数轴上的点表示绝对值为 a ($a \geq 0$) 的数

① $a=0$ 时，绝对值为 a 的数只有一个，即为0，用数轴上的点表示如下图所示：



② $a > 0$ 时，绝对值为 a 的数有两个，分别是 a 和 $-a$.

以 $a = \frac{3}{2}$ 为例，画出数轴上的点表示绝对值为 a 的数，如下图所示：



【即学即练】

1. -5 的绝对值是 ()

A. $\frac{1}{5}$

B. 5

C. -5

D. $-\frac{1}{5}$

2. 求下列各数的绝对值：

(1) $+6$ ；

(2) -4.7 ；

(3) $\frac{1}{5}$ ；

(4) -2024 ；

(5) 0 ；

(6) $-2\frac{1}{4}$ 。

3. $-|-4| =$ _____； $| -(-4) | =$ _____； $|\pi - 4| =$ _____； $-|3 - \pi| =$ _____。

4. 如果 $|x| = 9$ ，那么 $x =$ _____。

5. 任何一个数的绝对值都是_____ (填“正数”“负数”“0”或“非负数”) .
6. 绝对值是它本身的数是_____, 绝对值是它的相反数的数是_____, 绝对值最小的负整数是_____.
7. 已知 $|x-2|+|y-3|=0$, 则 $x=$ _____, $y=$ _____.
8. 绝对值不大于 6 的整数有 _____个 .

知识点 2 有理数的大小比较

1.数轴法

①观察：把图 1-1-16 中温度计上的数值表示在数轴上，如图 1-1-17 所示. 观察表示这些数的点在数轴上的位置，温度的高低与相应的点在数轴上的位置有什么关系？



图 1-1-16

图 1-1-17

②每一个有理数都可以用数轴上唯一的一个点表示.用数轴上的点表示有理数时，这些点从左到右的顺序，就是有理数从小到大的顺序，即右边的点表示的数大于左边的点表示的数.

由此可知： $4>0,0>-2,2>-4,\dots$

③正数大于零，零大于负数，正数大于负数.

2.法则比较法：

两个数比较大小，按数的性质符号分类，情况如下：

两数同号	同为正号：绝对值大的数大
	同为负号：绝对值大的反而小
两数异号	正数大于负数
- 数为 0	正数与 0：正数大于 0
	负数与 0：负数小于 0

要点：

利用绝对值比较两个负数的大小的步骤：

- (1) 分别计算两数的绝对值；
- (2) 比较绝对值的大小；
- (3) 判定两数的大小 .

拓展：

3.作差法：设 a、b 为任意数，若 $a-b>0$ ，则 $a>b$ ；若 $a-b=0$ ，则 $a=b$ ；若 $a-b<0$ ， $a<b$ ；反之成立 .

4.求商法：设 a、b 为任意正数，若 $\frac{a}{b}>1$ ，则 $a>b$ ；若 $\frac{a}{b}=1$ ，则 $a=b$ ；若 $\frac{a}{b}<1$ ，则 $a<b$ ；反之也成立 . 若 a、b 为任意负数，则与上述结论相反 .

5.倒数比较法：如果两个数都大于零，那么倒数大的反而小 .

【即学即练】

1. 在 $\frac{1}{3}$, 0, -2 , $-\frac{1}{2}$ 这四个数中, 最小的数是 ()

A. $\frac{1}{3}$

B. 0

C. $-\frac{1}{2}$

D. -2

2. 在数轴上画出表示下列各数的点, 并用“<”号将这些数按从小到大的顺序连接起来: -4.5 , 2.5 , 0 , 3.5 , -0.5 , 4 .

3. 比较大小: $-4\frac{2}{3}$ _____ $-|-4\frac{3}{4}|$. (填“>”、“<”或“=”)

4. 比较大小

(1) $-\frac{1}{2}$ _____ $-\frac{1}{3}$

(2) -6 _____ $-|-5|$

(3) $-|-\frac{2}{5}|$ _____ $-|-\frac{3}{2}|$.

5. 阅读与思考

请阅读小彬的日记, 并完成相应的任务:

X年X月X日

比较两个数的大小的方法今天, 我在一本数学课外书上看到这样一道题: 比较 $-\frac{99}{201}$ 与 $-\frac{51}{101}$ 的大小. 这

道题利用绝对值法比较这两个负数的大小太复杂, 怎么办? 该书提供了如下的方法:

解: 因为 $\frac{99}{201} < \frac{1}{2}$, $\frac{51}{101} > \frac{1}{2}$, 所以 $\frac{99}{201} < \frac{51}{101}$, 所以 $-\frac{99}{201} > -\frac{51}{101}$.

我有如下思考: 这种方法叫什么方法? 是通过哪个量作比较的?

任务:

(1) 上述方法是先通过找中间量_____来比较出 $\frac{99}{201}$, $\frac{51}{101}$ 的大小的, 再根据两个负数比较大小,

_____大的负数反而小, 把这种方法叫做借助中间量比较法.

(2) 利用上述方法比较 $-\frac{119}{230}$ 与 $-\frac{54}{121}$ 的大小.

题型精讲

题型 01 绝对值；求一个数的绝对值

【典例 1】. $-\frac{3}{2}$ 的绝对值是_____，记作_____.

【变式 1】. 写出下列各数的绝对值：

$6, -8, -3.9, \frac{5}{2}, -\frac{2}{11}, 100, 0$.

【变式 2】. $-(+0.5)$ 的绝对值是_____.

【变式 3】. 求值： $|-5|$ = _____； $|+12|$ = _____； $|-1.5|$ = _____； $\left|+3\frac{4}{9}\right|$ = _____； $|0|$ = _____.

【变式 4】. 如果一个数的绝对值是 10，那么这个数是_____.

题型 02 绝对值与相反数

【典例 1】. $\left|-\frac{2}{3}\right|$ 的相反数是_____.

【变式 1】. $-2\frac{4}{5}$ 的相反数是_____， $-2\frac{4}{5}$ 的绝对值是_____.

【变式 2】. $|-2|$ 的相反数是_____； $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是_____.

【变式 3】. $\left|-\frac{1}{2024}\right|$ 的相反数是 ()

A. $-\frac{1}{2024}$ B. $\frac{1}{2024}$ C. 2024 D. - 2024

【变式 4】. -3 的绝对值的相反数是 ()

A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. 0

题型 03 含字母的求绝对值问题

【典例 1】. 如果 $a = -13$ ，那么 $-a$ = _____；如果 $|a| = 5$ ，那么 a = _____.

【变式 1】. 若 $|-m| = \left|-\frac{1}{2}\right|$ ，则 m 的值为 ()

- A . ± 2 B . $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$ C . $\frac{1}{2}$ D . $-\frac{1}{2}$

【变式 2】 . 求下列各数的绝对值：

- (1) $.38$;
 (2) 0.15 ;
 (3) $a (a < 0)$;
 (4) $3b (b > 0)$;
 (5) $a - 2 (a < 2)$;
 (6) $a - b$.

题型 04 绝对值的特点辨析

【典例 1】 . 下列说法正确的是 ()

- A . 一个数的绝对值一定是正数
 B . 一个数的相反数一定是负数
 C . 若不相等的两个数的绝对值相等，则这两个数互为相反数
 D . 整数的绝对值大于分数的绝对值

【变式 1】 . 下列说法正确的是 ()

- A . $-|-a|$ 一定是负数
 B . 只有两个数相等时，它们的绝对值才相等
 C . 若 $|a| = |b|$ ，则 a 与 b 一定互为相反数
 D . 若 $|a| = -a$ ，则 a 是非正数

题型 05 根据绝对值判断正负

【典例 1】 . 如果 a 表示有理数，那么 $a+1$ ， $|a+1|$ ， $(a+1)$ ， $|a|+1$ 中肯定为正数的有 ()

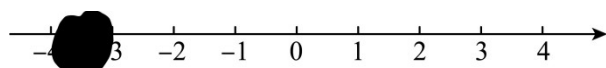
- A . 1 个 B . 2 个 C . 3 个 D . 4 个

【变式 1】 . 在 $-(-4)$ ， $|-1|$ ， $-|0|$ ， $-\pi$ 四个数中非负数共有 ()

- A . 1 个 B . 2 个 C . 3 个 D . 4 个

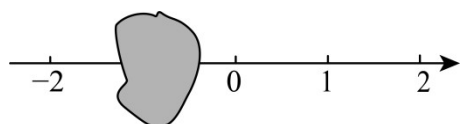
题型 06 绝对值与数轴上点表示的数

【典例 1】. 如图，数轴上被墨水遮盖的数的绝对值可能是 ()



- A. $-\frac{7}{2}$ B. $-\frac{5}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

【变式 1】. 如图，数轴上被遮挡住的整数的绝对值是 ()



- A. 1 B. -3 C. -1 D. 0

题型 07 数轴上距离问题

【典例 1】. 数轴上到原点的距离等于 8 的点表示的数是_____.

【变式 1】. 数轴上表示 3 的点到原点的距离是_____.

【变式 2】. 在数轴上，与表示 -1 的点的距离为 2 的数是 ()

- A. 2 B. -4 或 2 C. 1 或 -3 D. 0

题型 08 绝对值小于某数的整数问题

【典例 1】. 绝对值不大于 3 的非正整数是_____.

【变式 1】. 绝对值小于 4 的整数有_____个.

【变式 2】. 绝对值小于 $\frac{22}{7}$ 的整数有_____.

【变式 3】. 绝对值大于 2，小于 5 的所有整数是_____.

题型 09 绝对值方程

【典例 1】. 如果 $|a| = |-8|$, 则 $a =$ _____.

【变式 1】. 若 $|x| = 2010$, 那么 $x =$ _____.

【变式 2】. 如果 $|x-3| = 0$, 则 $|x+2| =$ _____, $|2-x| =$ _____.

题型 10 绝对值的非负性

【典例 1】. 已知 $|a+1| + |b-3| = 0$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

【变式 1】. 如果 $|a-2| + |b| = 0$, 那么 a, b 的值为 ()

A . $a = 1, b = 1$

B . $a = -1, b = 3$

C . $a = 2, b = 0$

D . $a = 0, b = 2$

【变式 2】 . 若 $|a-1|$ 与 $|b-2|$ 互为相反数，则 $a+b$ 的值为 ()

A . 3

B . -3

C . 0

D . 3 或 -3

题型 11 绝对值的实际应用

【典例 1】 . 排球比赛时所使用的排球质量是有严格规定的 . 现检查 4 个排球的质量，超过规定质量的克数记作正数，不足规定质量的克数记作负数 . 检查结果如下：①号 +20，②号 +15，③号 -3，④号 -14，那么质量最接近标准的排球是 ()

A . ①号

B . ②号

C . ③号

D . ④号

【变式 1】 . 在食盐质量检测中，我们规定超过标准质量的克数记为正数，不足标准质量的克数记为负数，下列检测结果中最接近标准质量的是 ()

A . +0.7

B . +2.3

C . -0.5

D . +1.2

【变式 2】 . 下表是 2023 年 9 月中旬全国农产品价格变化情况统计表

流动领域中农产品价格变化表								
种类	稻米	小麦	玉米	棉花	生猪	大豆	豆粕	油料花生
涨跌幅	1	-0.3	-1.3	-1.3	-1.8	-0.6	-3.1	0.2

其中价格变化最大是 ()

A . 稻米

B . 生猪

C . 豆粕

D . 玉米和棉花

题型 12 有理数的大小比较

【典例 1】 . 比较大小 (填写“>”或“<”) :

-2 _____ -3 ; $-\frac{7}{8}$ _____ $-\frac{8}{9}$; $-(\frac{3}{4})$ _____ $-[+(\frac{4}{5})]$

【变式 1】 . 在 $0, \frac{1}{2}, -2, -3$ 中，最小的数是_____ .

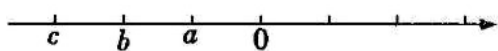
【变式 2】 . 将下列各式用“<”号连接起来： $-4, -3\frac{1}{5}, 3, -2.7, -|-3.5|, 0$.

【变式 3】 . 比较下列每组数的大小：

$$(1) \left| \frac{3}{5} \right| \text{ 与 } \left| -\frac{2}{5} \right|; \quad (2) |-0.02| \text{ 与 } |-0.2|; \quad (3) |-4| \text{ 与 } -4;$$

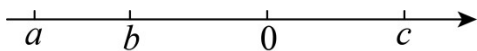
$$(4) -|-3| \text{ 与 } |-(3)|; \quad (5) -\frac{8}{9} \text{ 与 } -\frac{7}{9}; \quad (6) -\frac{5}{8} \text{ 与 } -\frac{7}{11}.$$

【变式4】 . 有理数 a, b, c 所对应的点在数轴上的位置如图所示，试比较 $a, -a, b, -b, c, -c, 0$ 的大小，并用“ $<$ ”连接.



题型 13 化简绝对值

【典例1】 . 在数轴上， a, b, c 对应的数如图所示， $|b| = |c|$.

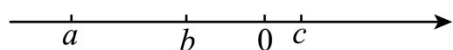


(1) 确定符号： a _____ 0 ， b _____ 0 ， c _____ 0 ， $b+c$ _____ 0 ， $a-c$ _____ 0 ；

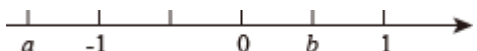
(2) 化简： $|a| + |c| - |b|$ ；

(3) 化简： $|a| - |a-c|$.

【变式1】 . 已知有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示，试化简： $|b-a| + |c-a| - |b-c|$.



【变式2】 . 已知 a, b 在数轴上对应的点如图示，化简： $|a| + |a+b| - |a-b| - |b-a|$.



题型 14 比较大小的特殊方法

【典例1】 . 阅读材料，解答下列问题

例：当 $a > 0$ 时，如 $a = 6$ 则 $|a| = |6| = 6$ ，故此时 a 的绝对值是它本身

当 $a = 0$ 时， $|a| = 0$ ，故此时 a 的绝对值是零

$a < 0$ 时，如 $a = -6$ 则 $|a| = |-6| = 6 = -(-6)$ ，故此时 a 的绝对值是它的相反数

所以综合起来一个数的绝对值要分三种情况，即 $|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

这种分析方法渗透了数学的分类讨论思想

(1)比较大小： $|-7|$ _____7， $|3|$ _____ -3；(用 $>$ ， $<$ ， $=$ 填写)

(2)请仿照例中的分类讨论的方法，分析猜想 $|a|$ 与 $-a$ 的大小关系。

【变式1】 . 请阅读材料，并解决问题。

比较两个数的大小的方法：

若比较 $-\frac{99}{201}$ 与 $-\frac{51}{101}$ 的大小，利用绝对值法比较这两个负数的大小要涉及到分数的通分，计算量大，可以

使用如下的方法改进：

解：因为 $\frac{99}{201} < \frac{1}{2}$ ， $\frac{51}{101} > \frac{1}{2}$ ，所以 $\frac{99}{201} < \frac{51}{101}$ ，所以 $-\frac{99}{201} > -\frac{51}{101}$ 。

(1)上述方法是先通过找中间量_____来比较出 $\frac{99}{201}$ 与 $\frac{51}{101}$ 的大小，再根据两个负数比较大小，_____大的

负数反而小，把这种方法叫做借助中间量比较法；

(2)利用上述方法比较 $-\frac{43}{126}$ 与 $-\frac{79}{243}$ 的大小。

【变式2】 . 先比较下列各式的大小，再回答问题。

(1) $|-3|+|+5|$ _____ $|-3+5|$ ；

(2) $|\frac{1}{2}|+|\frac{1}{4}|$ _____ $|\frac{1}{2}+\frac{1}{4}|$ ；

(3) $|0|+|-3|$ _____ $|0-3|$ ；

(4)再举出一些类似的比较大小的算式，归纳出当 a, b 为有理数时， $|a|+|b|$ 与 $|a+b|$ 的大小关系。

【变式3】 . 试比较 $-\frac{1997}{1998}$ ， $-\frac{97}{98}$ ， $-\frac{1998}{1999}$ ， $-\frac{98}{99}$ 这四个数的大小。

【变式4】 . 阅读下列材料，解决问题。

比较两个有理数大小的方法有一种叫做作差法，例如：比较 $-\frac{10}{17}$ 与 $-\frac{5}{9}$ 的大小。

解： $(-\frac{10}{17}) - (-\frac{5}{9})$

$$= -\frac{10}{17} + \frac{5}{9}$$

$$= -\frac{90}{153} + \frac{85}{153}$$

$$= -\frac{5}{153} < 0$$

$$\therefore -\frac{10}{17} < -\frac{5}{9}$$

这种利用作差法比较大小的原理是：

(1) 若 $a-b > 0$, 则 $a > b$

(2) 若 $a-b < 0$, 则 $a < b$

(3) 若 $a-b = 0$, 则 $a = b$

解决下列问题：

(1) 比较 $-\frac{11}{21}$ 与 $-\frac{7}{9}$ 的大小；

(2) 已知 $A = 5a^2 + 3a + 13$, $B = 4a^2 + 3a - 2$, 试比较 A 和 B 的大小。

题型 15 绝对值的化简难点分析

【典例 1】. 若 $ab > 0$, 则 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 的值为 ()

A. 3

B. -1

C. ± 1 或 ± 3

D. 3 或 1

【变式 1】. a, b, c, d 为互不相等的有理数, 且 $c = 3$, $|a-c| = |b-c| = |d-b| = 1$, 则 $|a-d| =$ _____.

强化训练

一、单选题

1. $-\frac{3}{2}$ 的绝对值是 ()

A. $-\frac{2}{3}$

B. $-\frac{3}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

2. 下列各式中结果为负数的是 ()

A. $|-5|$

B. $+(+5)$

C. $-|-5|$

D. $-(-5)$

3. 下列四个数中, 绝对值大于本身的数是 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{4}$

C. 2

D. 0

4. 大于 -4.2 而小于 2.3 的整数共有 () 个 .

- A . 5 个 B . 6 个 C . 7 个 D . 8 个

5. 式子 $|x-2|+1$ 的最小值是 ()

- A . 0 B . 1 C . 2 D . 3

二、填空题

6. -3.5 的相反数为_____； -5 的绝对值是_____；绝对值是 2 的数是_____ .

7. $|-(+0.27)| =$ _____ .

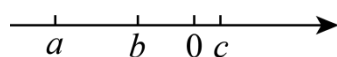
8. 绝对值小于 2.5 的所有整数是_____，其中，绝对值等于它本身的数是_____ .

9. 已知 b, c 满足 $|b-1| + |c-\frac{1}{2}| = 0$ ，则 $b+c$ 的值是_____ .

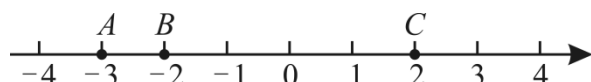
三、解答题

10. 将下列各数按从小到大的顺序排列，并用“ $<$ ”连接起来： $-2.5, 0, -(-2), |-\frac{3}{2}|, -1$.

11. 已知有理数 a, b, c 在数轴上对应的点的位置如图所示，化简： $|a+b| - |b| - |c-a|$.



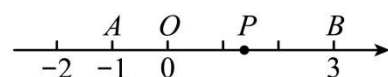
12. 如图，点 A, B, C 在数轴上，回答下列问题 .



(1) 写出点 A, B, C 所表示的数，并且比较它们的大小 . (用“ $<$ ”连接)

(2) 若 D 点与 B 点的距离是 3 ，则 D 点表示的数是_____ .

13. 点 A, B 在数轴上分别表示有理数 a, b ， A, B 两点之间的距离表示为 AB ，在数轴上 A, B 两点之间的距离 $AB = |a-b|$. 已知数轴上两点 A, B 对应的数分别为 $-1, 3$ ，点 P 为数轴上一动点，其对应的数为 x .



(1) A, B 两点之间的距离是_____；

(2) 设点 P 在数轴上表示的数为 x ，则 x 与 -4 之间的距离表示为_____；

(3) 若点 P 到点 A 、点 B 的距离相等，则点 P 对应的数为_____；

(4)数轴上是否存在点 P ，使点 P 到点 A 、点 B 的距离之和为 8？若存在，请直接写出 x 的值；若不存在，说明理由。