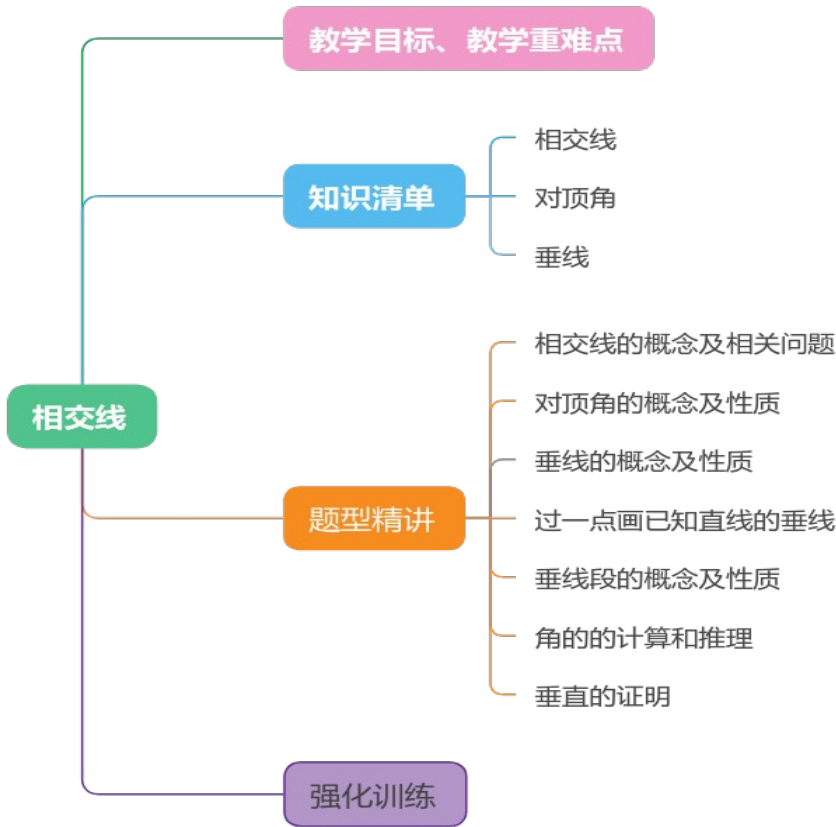


专题 16.1 相交线

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解相交线的定义、对顶角的定义，理解对顶角的性质，能运用性质进行简单的角的计算、角度关系判断； 2.了解垂线的概念、垂线的性质、垂线段的性质，能运用性质进行简单的角度计算和推理证明。 3.了解公理、定义、定理等基本概念，初步了解证明的基本格式，初步学会简单的几何说理表达，为后续逻辑推理学习奠定基础。
教学重难点	1.重点 理解对顶角的性质、垂线的性质并能运用性质进行计算、推理、证明； 2.难点 初步了解证明的基本格式，初步学会简单的几何说理表达，为后续逻辑推理学习奠定

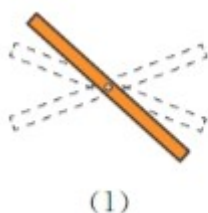
基础。

知识清单

知识点 01 相交线

(1) 过一点的直线

过一点有_____条直线，典型的例子是用一枚钉子将一根木条钉在墙上，木条可以随意转到（如图 1）。



(1)



(2)

(2) 过两点的直线

直线公理：经过两点有_____条直线，并且只有_____条直线,简称:_____。

典型的例子是用两枚钉子把木条钉在墙上时，木条就固定住了（如图 2）。

(3) 相交线

定义：如果两条直线有且只有 1 个公共点，那么这两条直线叫做_____，这个公共点叫做它们的交点。

强调：两条直线相交的关键特征是“_____”，若两条直线没有公共点则互相_____，若有两个及以上公共点则相互_____（本质上是同一条直线），否则与公理“_____”相矛盾。

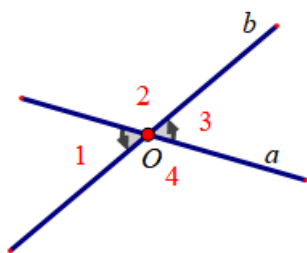
【即学即练】

- 在墙壁上固定一根横放的木条，则至少需要钉子的枚数是（ ）
A . 1 枚 B . 2 枚 C . 3 枚 D . 任意枚
- a, b, c 为同一平面内的任意三条直线，那么它们的交点可能有（ ）个
A . 1, 2 或 3 B . 0, 1, 2 或 3 C . 1 或 2 D . 以上都不对

知识点 02 对顶角的概念及性质

1. 定义：

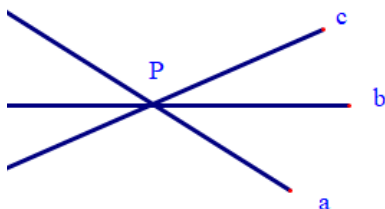
两条直线相交形成四个小于平角的角，如图观察图形中的 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ ，它们有_____个公共顶点，且两边互为_____，具有这种位置关系的两个角叫做_____。



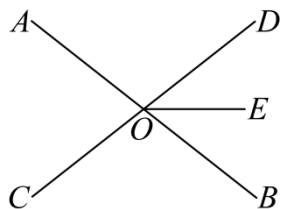
2. 定理：**对顶角**_____

【即学即练】

1. 如图，三条直线 a, b, c 相交于点 P ，问图中共有几对对顶角？



2. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OE 平分 $\angle BOD$ ，且 $\angle AOC = 72^\circ$ ，那么 $\angle BOE =$ _____°。



知识点 03 公理、定义、证明、定理

公理：在几何里，挑选其中一些基本事实，承认其正确性，将其作为用逻辑推理证实其他事实的原始依据。

这些基本事实称为_____。

直线公理：过两点有_____条直线，并且_____。

线段公理：两点之间_____。

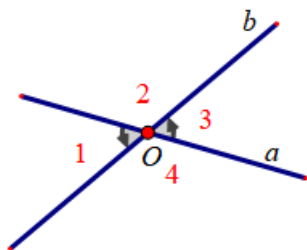
定义：界定一个概念的语句叫作_____。

证明：数学上要求从已知条件出发，依据已被确认的事实(包括**定义**、**公理**等),通过逻辑推理说明猜想的正确性，这个过程叫作_____。

【即学即练】

1. 请通过逻辑推理说明“对顶角相等”的正确性.

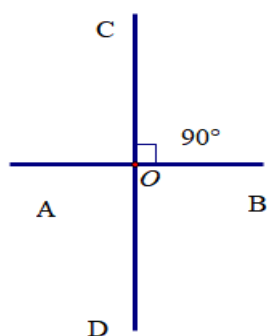
如图，已知直线 a ， b 交于点 O ， $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是对顶角，求证： $\angle 1 = \angle 3$



知识点 04 垂线

1. 定义

如图，当两条直线相交，夹角为 90° 时，这两条直线互相_____。其中一条直线叫做另一条直线的_____。



直线 AB 与直线 CD 互相垂直，垂足为 O ，则记作：_____，垂足为 O 。

几何语言：

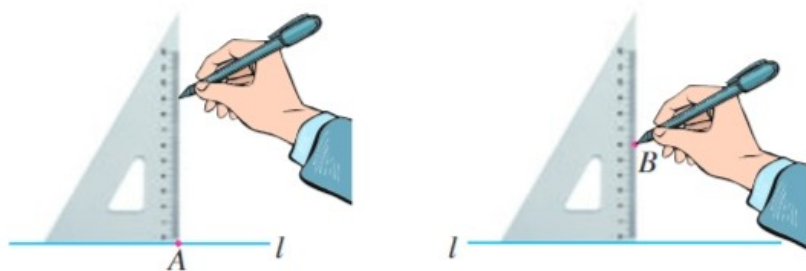
$\therefore CD \perp AB$

或者： $\therefore \angle COB = 90^\circ$

$\therefore$ _____

$\therefore$ _____

2. 垂线的画法



垂线的画法：利用直角三角板

“一贴”：一条直角边靠直线；

“二靠”：另一直角边靠在该点；

“三画”：沿直角边画垂线.

3.垂线的性质

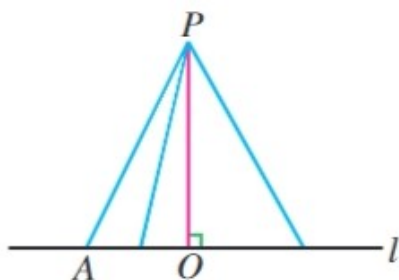
过一点_____直线与已知直线垂直.

说明：垂线性质指明垂线的**存在性**和**唯一性**，是**垂线作图的保证**.

4.点到直线的距离

定义：直线外一点到这条直线_____叫做这个点到这条直线的距离.

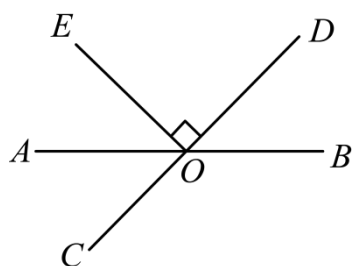
5.垂线段的性质：连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，_____最短，简单说成：_____.



如图： $PO < PA$ 理由是 (_____)，点 P 到直线 l 的距离是 _____ 的长度.

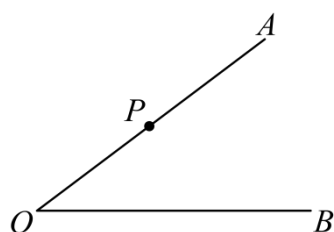
【即学即练】

- 如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O ，射线 OE 在 $\angle AOD$ 内部，且 $OE \perp CD$ 于点 O 。若 OA 平分 $\angle COE$ ，则 $\angle BOE$ 的度数为 ()



- A . 125° B . 135° C . 145° D . 155°

2. 如图，已知点 P 在 $\angle AOB$ 的边 OA 上，按下列语句画图 .



- (1) 过点 P 画边 OA 的垂线，交边 OB 于点 M ；
- (2) 过点 P 画边 OB 的垂线，垂足为点 N .
- (3) 点 P 到直线 OB 的距离是线段_____的长度.
- (4) 比较大小： ON , OP , OM

题型精讲

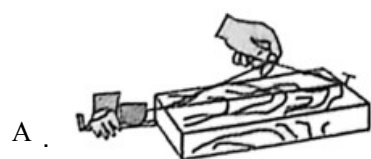
题型 01 相交线的概念及相关问题

【典例 1】 如图，在学校的劳动实践课程上，同学们体验插秧时发现：只要确定两个秧苗的位置，就能使同一行秧苗整齐地插在一条直线上，这样做的依据是 ()



- A. 两点之间，线段最短 B. 两点确定一条直线
- C. 经过一点可以画无数条直线 D. 点动成线

【变式1】 下列现象中，可以用基本事实“两点之间，线段最短”来解释的是（ ）



木板上两点弹墨线



两个钉子固定一根木条

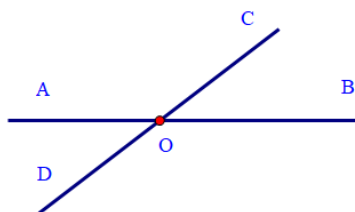


弯曲河道改直



在两桩间拉线砌墙

【变式2】 如图，直线 AB、CD 相交于点 O， $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的比为 3:1，则直线 AB、CD 的夹角为_____.



【变式3】 有下列四种说法：①经过直线外一点有且只有一条直线与这条直线垂直；②一个角的补角一定大于这个角；③如果两个角是同一个角的余角，那么它们相等；④在同一平面内，两条直线的位置只有两种：相交和垂直．其中正确的是

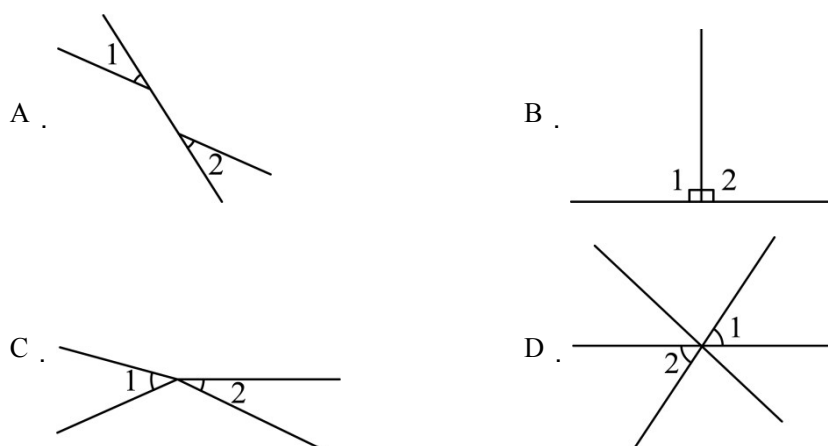
【变式4】 下列说法中正确的是（ ）

- A. 互为补角的两个角不相等

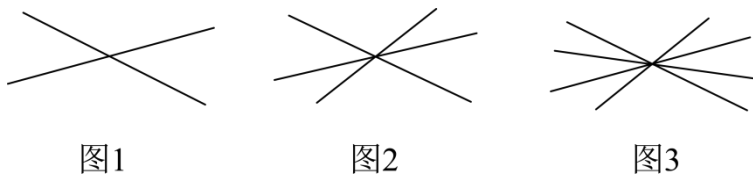
- B. 两个相等的角一定是对顶角
- C. 从直线外一点到这条直线的垂线段，叫做这点到这条直线的距离
- D. 一个锐角的补角比这个角的余角大 90°

题型 02 对顶角的概念及性质

【典例 1】 (24-25 七年级下·上海·期中) 下列图中， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角的是 ()

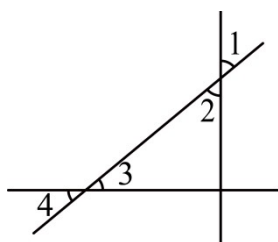


【变式 1】 观察下列图形，寻找对顶角 (不含平角) .



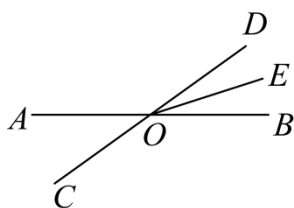
- (1) 如图 1，两条直线相交于一点，共有_____对对顶角；
- (2) 如图 2，三条直线相交于一点，共有_____对对顶角；
- (3) 如图 3，四条直线相交于一点，共有_____对对顶角；

【变式 2】 (24-25 七年级下·上海金山·期中) 如图，如果 $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 互余，那么 $\angle 3$ 的度数是

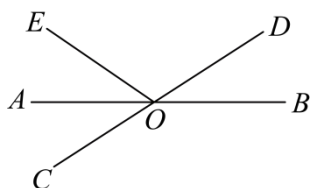


【变式 3】 (24-25 七年级下·上海静安·月考) 直线 AB ， CD 相交于点 O ， OE 平分 $\angle BOD$ ，且

$\angle BOC : \angle BOE = 8 : 1$ ，那么 $\angle AOC =$ _____ 度。



【变式4】 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， OA 平分 $\angle EOC$ 。

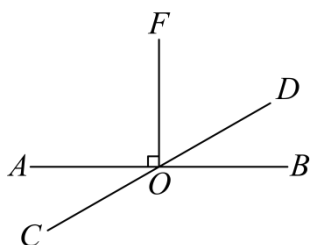


(1) 若 $\angle AOC = 35^\circ 36'$ ，则 $\angle BOD =$ _____ $^\circ$ ；

(2) 若 $\angle EOC : \angle EOD = 2 : 3$ ，则 $\angle BOD =$ _____ $^\circ$ 。

题型 03 垂线的概念及其性质

【典例1】 如图所示，直线 AB, CD 相交于点 O ， $OF \perp AB$ 于 O ，若 $\angle AOC = 30^\circ$ ，则 $\angle DOF =$ ()



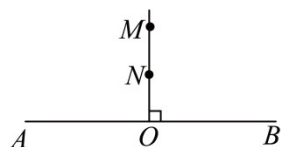
A . 30°

B . 120°

C . 60°

D . 50°

【变式1】 如图，因为 $OM \perp AB$ ， $ON \perp AB$ ，所以 OM 与 ON 重合的理由是 ()



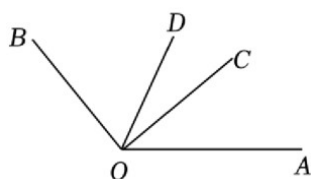
A . 垂线段最短

B . 两点之间，线段最短

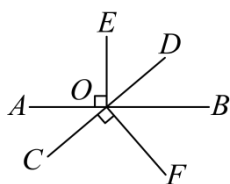
C . 两点确定一条直线

D . 同一平面内，经过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

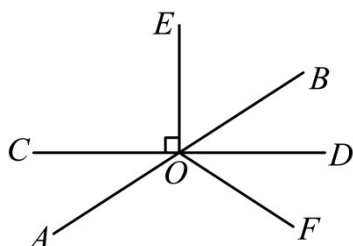
【变式2】 如图， $\angle AOC = 40^\circ$ ， $BO \perp CO$ ， OD 平分 $\angle AOB$ ，则 $\angle COD$ 的度数为_____。



【变式3】 如图所示，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $OE \perp AB$ ， $OF \perp CD$ ， $\angle DOE = 43^\circ$ ， $\angle AOF$ 的度数为_____。

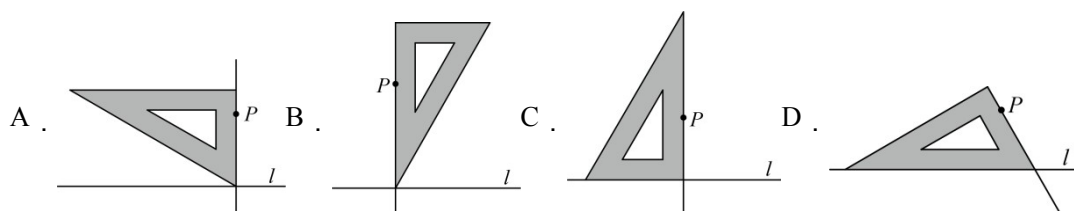


【变式4】 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OD 平分 $\angle BOF$ ， $OE \perp CD$ 于 O ，若 $\angle EOF = \alpha$ ，下列说法
① $\angle AOC = \alpha - 90^\circ$ ；② $\angle EOB = 180^\circ - \alpha$ ；③ $\angle AOF = 360^\circ - 2\alpha$ ，其中正确的是_____。



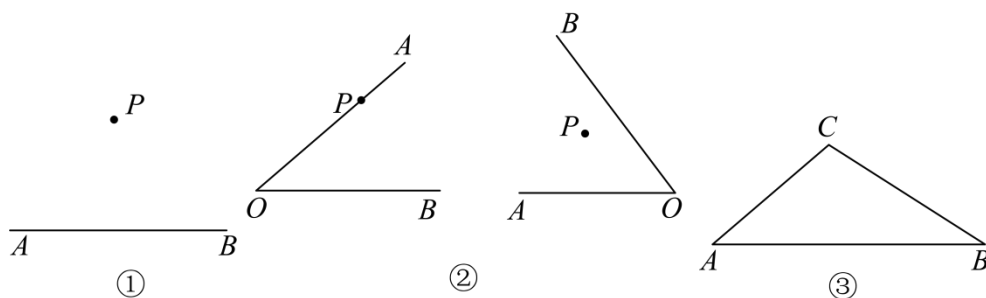
题型 04 过一点画已知直线的垂线

【典例1】 下列各图中，过直线 l 外的点 P 画直线 l 的垂线，三角尺操作正确的是（ ）



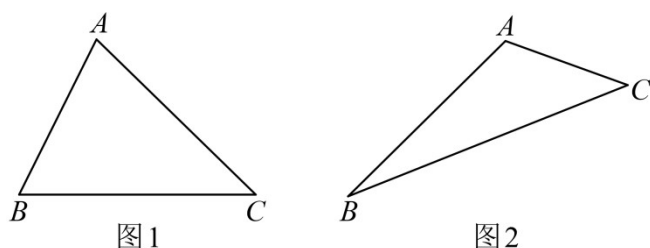
【变式1】 如图。

- ①过 P 点画 AB 的垂线。
- ②过 P 点分别画 OA 、 OB 的垂线。
- ③过点 A 画 BC 的垂线。

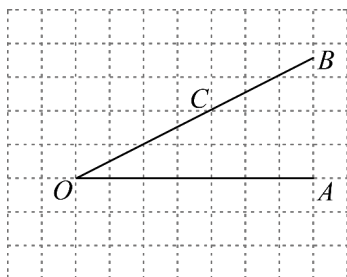


【变式2】 (1) 在图1上过A点画出直线BC、直线AC的垂线。

(2) 在图2上过B点画出直线AC的垂线，过C点画出直线AB的垂线。



【变式3】 在如图所示的方格纸中，C是 $\angle AOB$ 的边OB上的一点，按下列要求画图并回答问题。

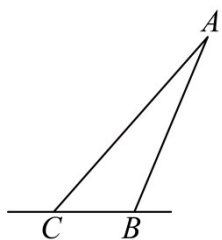


(1) 过点C画OB的垂线，交OA于点D，该垂线若经过格点，请在图中标出垂线所经过的格点；

(2) 过点C画OA的垂线，垂足为E。

(3) 过点D画直线 $MN \perp CD$ ，(点M与点O在直线CD的同侧) 若 $\angle ODC = x^\circ$ ，则 $\angle ADN = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含x的代数式表示)。

【变式4】 如图，按要求画图并填空。

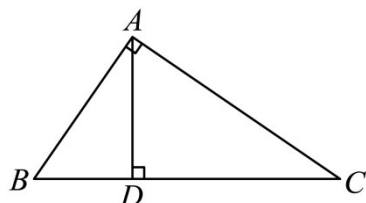


(1) 过点A作直线CB的垂线，垂足为点D。

(2)在 AC 上找一点 G ，使 BG 最短．

题型 05 垂线段的概念及性质

【典例 1】如图，从点 A 向 BC 引三条线段，且 $AD \perp BC$ ， $BA \perp AC$ ．



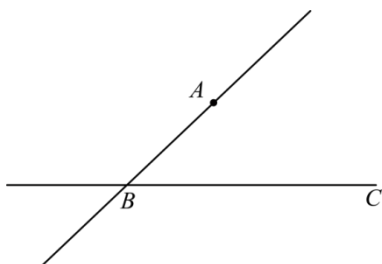
(1) AB 、 AD 、 AC 中最短的是_____；判定理由是_____．

(2)若 $BC = 5\text{cm}$ ， $AB = 3\text{cm}$ ， $AC = 4\text{cm}$ ，依据等积法，求点 A 到线段 BC 的距离．

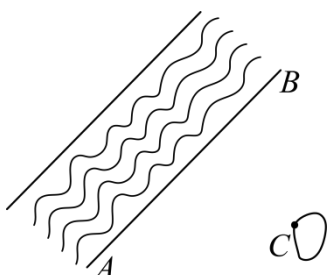
【变式 1】(1)如图，过点 A 画直线 BC 的垂线，并注明垂足为 G ；过点 A 画直线 AB 的垂线，交 BC 于点 H ．

(2)线段_____的长度是点 A 到直线 BC 的距离．

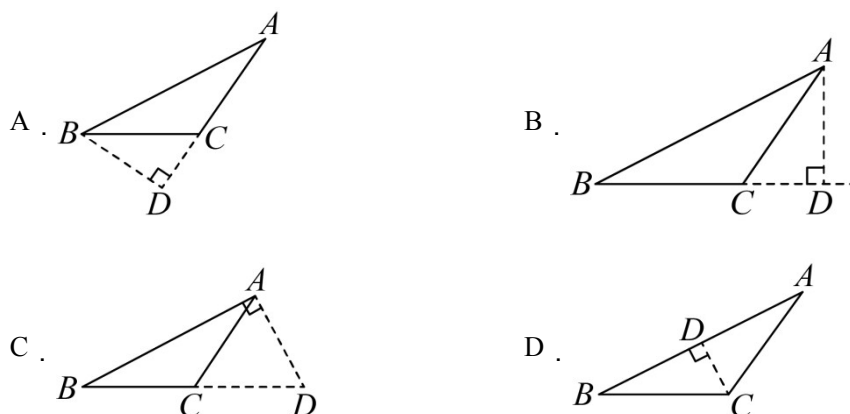
(3)线段 AG 、 AH 的大小关系为 AG _____ AH ．(用符号 $>$ ， $<$ ， $=$ ， $\leq$ 表示)理由是_____．



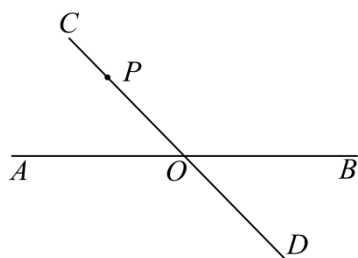
【变式 2】如图，某自来水厂计划把河流 AB 中的水引到蓄水池 C 中，从河岸 AB 的何处开渠，才能使所开的渠道最短？请作出最短路线．



【变式3】下列作图能表示点 B 到 AC 的距离的是 ()



【变式4】按下列要求画图并填空：



如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O , P 是 CD 上的一点，

(1) 过点 P 画出 CD 的垂线，交直线 AB 于点 E .

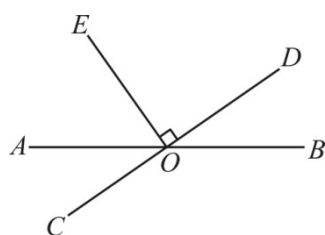
(2) 过点 P 画出 $PF \perp AB$, 垂足为点 F .

(3) 点 O 到直线 PF 的距离是线段_____的长 .

(4) 点 P 到直线 CD 的距离为_____ .

题型 06 有关角度的计算、推理

【典例1】如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O , 射线 OE 在 $\angle AOD$ 内部，若 $\angle AOC = 35^\circ$, 则 $\angle BOE$ 的度数为 ()



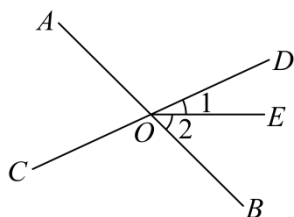
A . 125°

B . 135°

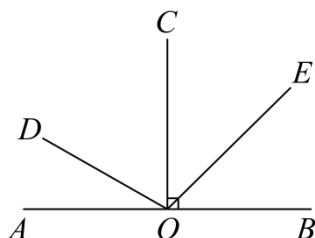
C . 35°

D . 55°

【变式1】 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $\angle AOC = 70^\circ$ ， $\angle 1 = 25^\circ$ 。则 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

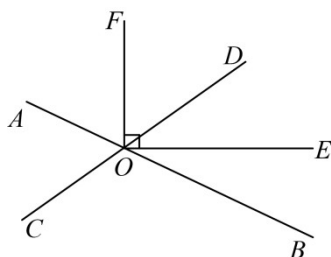


【变式2】 如图，已知 $OC \perp AB$ 于 O ， $\angle AOD : \angle COD = 1:2$ 。



若 OE 平分 $\angle BOC$ ，求 $\angle DOE$ 的度数；

【变式3】 如图，已知直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OE 平分 $\angle BOD$ ， $OF \perp OE$ 。

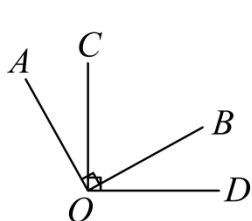


(1) 如果 $\angle AOC = 66^\circ$ ，求 $\angle AOD$ 、 $\angle BOE$ 的度数；

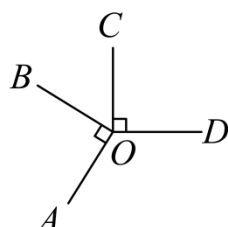
(2) 如果 $\angle AOC = n^\circ (n < 180^\circ)$ ，则 $\angle FOD = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 n 的代数式表示)；

(3) 图中与 $\angle DOE$ 互余的角有： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【变式4】 已知 $OA \perp OB$ ， $OC \perp OD$ 。



图①



图②

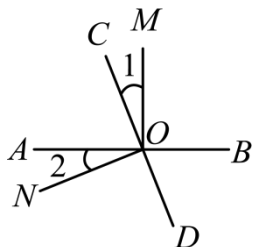
(1) 如图①，若 $\angle BOC = 50^\circ$ ，求 $\angle AOD$ 的度数；

(2) 如图②，若 $\angle BOC = 60^\circ$ ，求 $\angle AOD$ 的度数；

(3) 根据 (1) (2) 的结果猜想 $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 的关系，并根据图①说明理由。

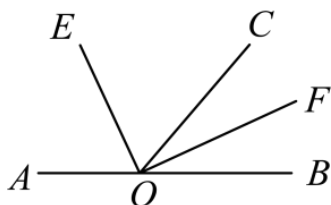
题型 07 有关垂直的证明

【典例 1】 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $OM \perp AB$ 。



若 $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $ON \perp CD$ ；

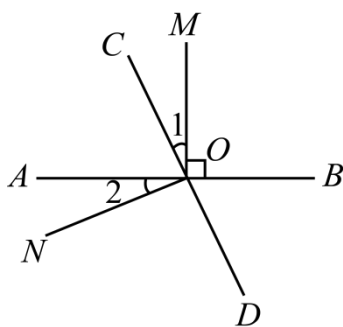
【变式 1】 如图，点 O 为直线 AB 上一点， OC 为一射线， OE 平分 $\angle AOC$ ， OF 平分 $\angle BOC$ 。



试探究 OE ， OF 的位置关系，并说明理由。

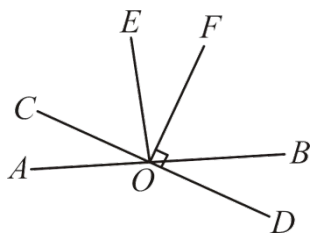
【变式 2】 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $OM \perp AB$ 于点 O ， $\angle BOC = 4\angle 1$ ， $\angle AOC = 2\angle 2$ ，

求证： $ON \perp CD$



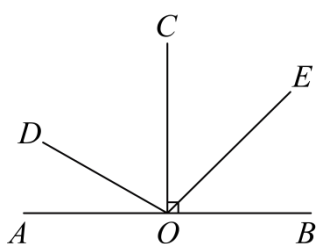
【变式 3】 如下图，直线 AB, CD 相交于点 O ， $OF \perp CD$ ， $\angle COE = 2\angle AOC$ 。若 $\angle BOF = 60^\circ$ ，试说明：

$OE \perp AB$ 。



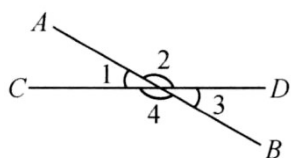
【变式 4】 如图，已知 $OC \perp AB$ 于 O ， $\angle AOD : \angle COD = 1:2$ 。在 $\angle BOC$ 内部画射线 OE ，若 $\angle AOE$ 的度数比

$\angle COE$ 的度数的 3 倍多 30° ，试判断 OD 与 OE 的位置关系，并说明理由。

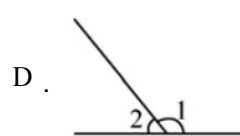
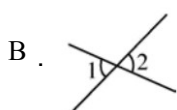
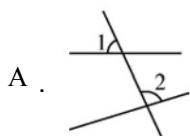


强化训练

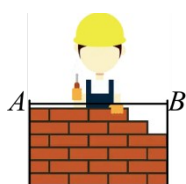
1. 如图所示， AB 与 CD 相交所成的四个角中， $\angle 1$ 的补角是_____， $\angle 1$ 的对顶角是_____。



2. 下列各图中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角的是 ()



3. 如图，建筑工人砌墙时，经常用细绳在墙的两端之间拉一条参照线，使砌的每一层砖在一条直线上，这样做的依据是 ()



A. 直线比曲线短

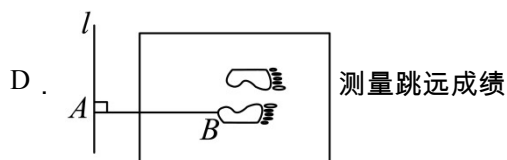
B. 两点之间，线段最短

C. 两点确定一条直线

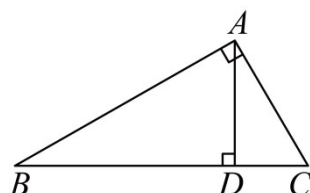
D. 两点之间，直线最短

4. 在下列生活、生产现象中，可以用基本事实“垂线段最短”来解释的是 ()





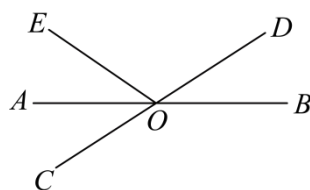
5. 如图所示，下列说法不正确的有 () 个



- (1) 点 B 到 AC 的距离是垂线段 AB
- (2) 点 C 到 AB 的垂线段是线段 AC
- (3) 线段 AD 是点 D 到 BC 的垂线段
- (4) 线段 BD 的长度是点 B 到 AD 的距离

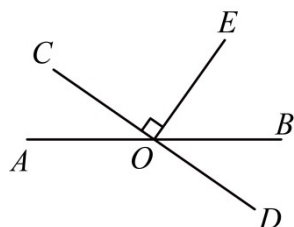
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， OA 平分 $\angle EOC$ 。

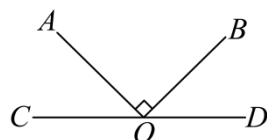


- (1) 若 $\angle AOC = 35^\circ 36'$ ，则 $\angle BOD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；
- (2) 若 $\angle EOC : \angle EOD = 2 : 3$ ，则 $\angle BOD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

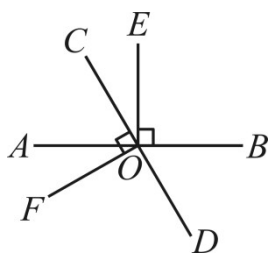
7. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $EO \perp CD$ 。若 $\angle BOD = 35^\circ$ ， $\angle AOE = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



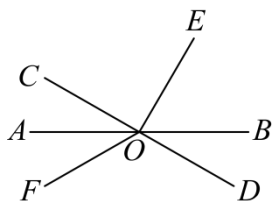
8. 如图， $AO \perp BO$ ，点 O 为垂足，直线 CD 过点 O ，且 $\angle AOC : \angle BOD = 3 : 2$ ，则 $\angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



9. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $OE \perp AB$ ， $OF \perp CD$ 若 $\angle COE = 30^\circ$ ，则 $\angle BOF$ 的度数_____。



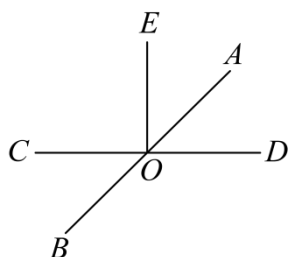
10. 如图， AB 与 CD 相交于点 O ， $OC \perp OE$ ， $\angle BOD = 30^\circ$ ， OA 平分 $\angle FOC$ 。



- (1) 求 $\angle EOB$ 的度数。

- (2) 求钝角 $\angle FOE$ 的度数。

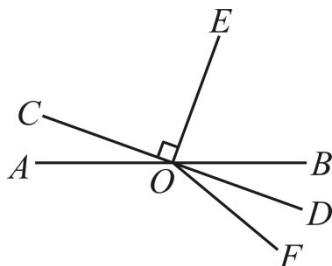
11. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $\angle BOC = \frac{1}{3}\angle AOC$ ， OA 平分 $\angle EOD$ 。



- (1) 求 $\angle AOD$ 的度数。

- (2) 判断 OE 与 CD 的位置关系，并说明理由。

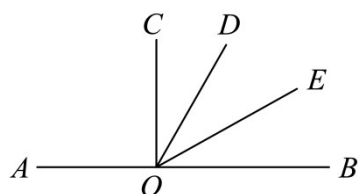
12. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OE 、 OF 分别在 $\angle BOC$ 、 $\angle AOD$ 的内部，且 OD 平分 $\angle BOF$ ， $OE \perp CO$ 。



- (1) 写出图中 $\angle BOE$ 的余角：_____。

- (2) 若 $\angle AOE = 110^\circ$ ，求 $\angle AOF$ 的度数。

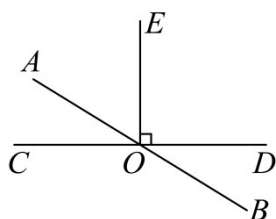
13. 如图， $OC \perp AB$ 交直线 AB 于点 O ，射线 OD 、 OE 在 $\angle BOC$ 内， OE 平分 $\angle BOD$ ，其中 $\angle COD = 30^\circ$ 。



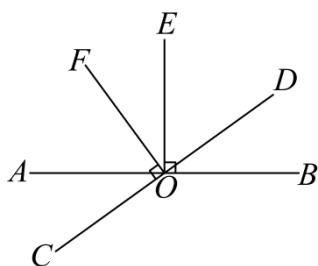
(1) 求 $\angle BOD$ 的度数；

(2) 求 $\angle AOE$ 的度数。

14. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $OE \perp CD$ 。若 $\angle BOD = 32^\circ$ ，求 $\angle AOE$ 的度数。



15. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $EO \perp AB$ ， $FO \perp CD$ 。



(1) 直接写出图中 $\angle AOF$ 的所有余角；

(2) 若 $\angle BOD : \angle AOD = 1 : 4$ ，求 $\angle EOF$ 的度数。

16. 如图1，点 A ， O ， B 依次在直线 MN 上，现将射线 OA 绕点 O 沿顺时针方向以每秒 2° 的速度转动，同时射线 OB 绕点 O 沿逆时针方向以每秒 3° 的速度转动，直线 MN 保持不动，如图2，设转动时间为 t ($0 \leq t \leq 60$) 秒。

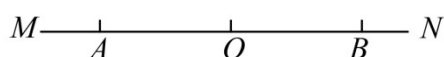


图1

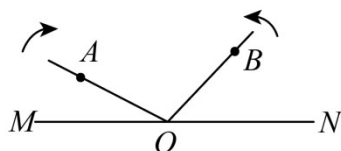


图2

(1) 当 $t = 8$ 时，求 $\angle AOB$ 的度数。

(2) 在转动过程中是否存在这样的 t ，使得射线 OB 与射线 OA 垂直？如果存在，请求出 t 的值；如果不存在，

请说明理由。