

专题 02 综合分析法解相似三角形初步

题型归纳

题型一：比例线段性质的应用（基础）

题型二：综合分析法初步

题型三：给出条件—角度关系

题型四：给出条件—数量、角度关系

题型五：给出条件—位置关系

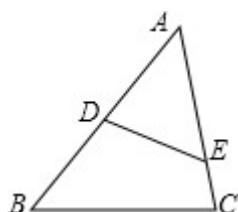
题型六：给出条件—特殊三角形、四边形等

题型七：在判定相似三角形条件的应用

题型专练

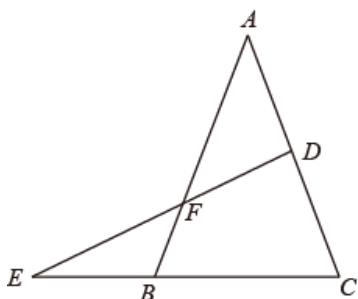
题型一：比例线段性质的应用（基础）

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上， $\angle ADE = \angle C$ ，求证： $AD \cdot AB = AE \cdot AC$

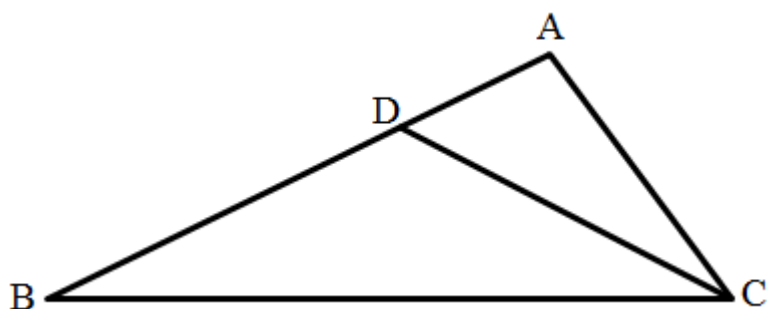


2. 在 $\triangle ABC$ 中， D 为 AC 上的一点， E 为 CB 延长线上的一点， $BE = AD$ ， DE 交 AB 于 F 。求证：

$$EF \times BC = AC \times DF$$

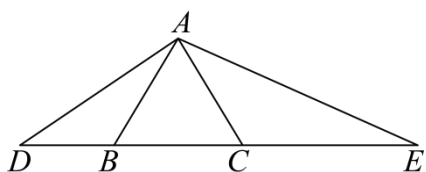


3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是边 AB 上的一点，若 $\angle ACD = \angle B$ ，求证： $AC^2 = AD \cdot AB$ 。



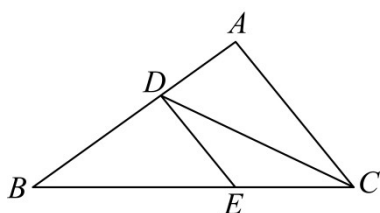
题型二：综合分析法初步

4. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $\angle DAE = 120^\circ$ ，求证 $AD \cdot AE = AB \cdot DE$ 。



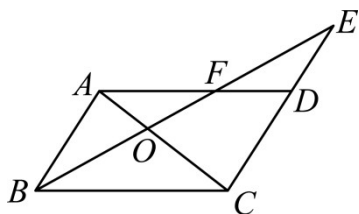
5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， CD 平分 $\angle ACB$ ，交 AB 于点 D ，过点 D 作 $DE \parallel AC$ ，交 BC 于点 E 。求证：

$$\frac{BD}{AB} = \frac{EC}{AC}.$$



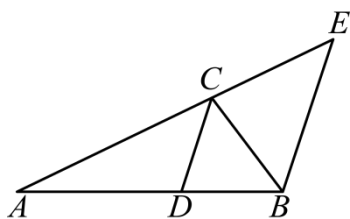
6. 如图， E 为 $\square ABCD$ 的边 CD 延长线上的一点，连接 BE ，交 AC 于点 O ，交 AD 于点 F 。求证：

$$BO^2 = EO \cdot FO.$$



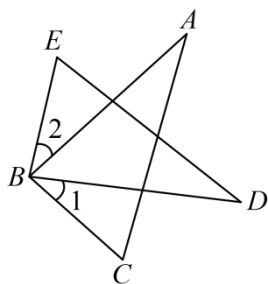
7. 如图，已知，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB$ 的平分线 CD 交 AB 于 D ，过 B 作 $BE \perp CD$ 交 AC 的延长线于点 E 。

$$\text{求证：} \frac{AD}{DB} = \frac{AC}{CB}.$$



题型三：给出条件—角度关系

8. 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle D = \angle A$.

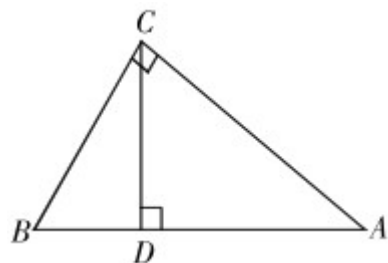


求证：

(1) $\triangle ABC \sim \triangle DBE$;

(2) $AB \cdot EB = DB \cdot CB$.

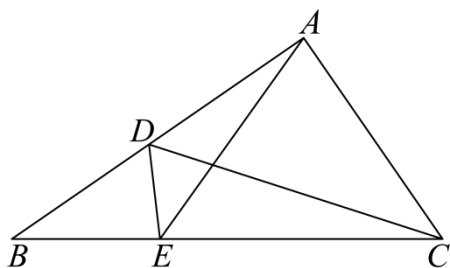
9. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的高.



求证：(1) $AC^2 = AD \cdot AB$;

(2) $CD^2 = BD \cdot AD$.

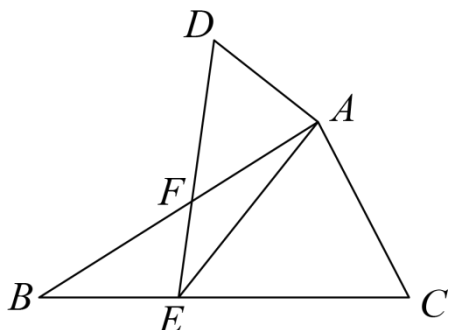
10. 如图, 已知：在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上, 且 $\angle BDE = \angle BCA$.



(1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle BDC$;

(2) 如果 $AE = AC$ ，求证： $AC^2 = AD \cdot AB$ 。

11. 如图，已知 $\triangle ADE$ 的顶点 E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上， DE 与 AB 相交于点 F ， $\angle FEA = \angle B$ ， $\angle DAF = \angle CAE$ 。

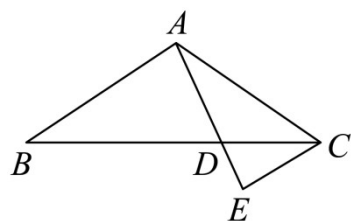


(1) 求证： $AE^2 = AF \cdot AB$ ；

(2) 求证： $\frac{DF}{DE} = \frac{CE}{CB}$ 。

题型四：给出条件—数量、角度关系

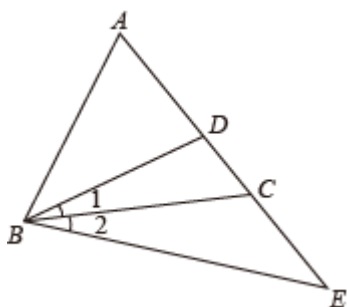
12. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在 BC 边上， $CE \perp AD$ 延长线于 E ，且 $BC = 2AE$ 。



(1) 求证： $AD = CD$ ；

(2) 求证： $AB^2 = AD \cdot BC$ 。

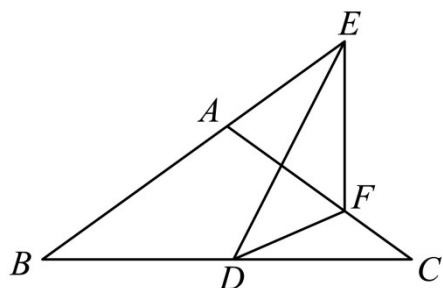
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ 。



(1) $\triangle ADB$ 和 $\triangle ABE$ 相似吗？

(2) 小明说：“ $AB^2 = AD \cdot AE$ ”，你同意吗？

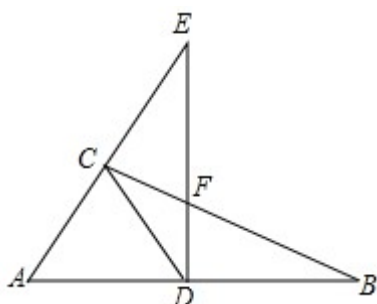
14. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 BC 中点，点 E 在 BA 延长线上，点 F 在 AC 边上，
 $\angle EDF = \angle B$. 求证：



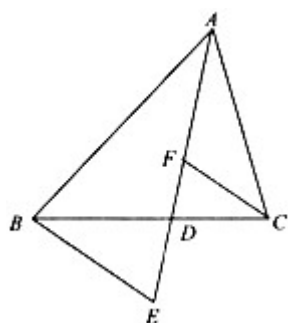
- (1) $\triangle BDE \sim \triangle CFD$;
 (2) $DF^2 = EF \cdot CF$.

题型五：给出条件—位置关系

15. 已知，如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， CD 是斜边上的中线， $DE \perp AB$ 交 BC 于点 F ，交 AC 的延长线于点 E .
 求证：(1) $\triangle ADE \sim \triangle FDB$;
 (2) $CD^2 = DE \cdot DF$.

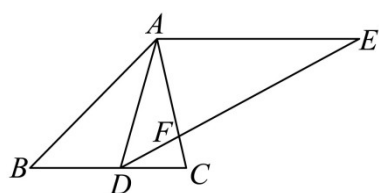


16. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于 D ，点 E 在 AD 的延长线上， $BE = BD$.



- (1) 求证： $\triangle ABE \sim \triangle ACD$;
 (2) 过点 C 作 $CF \parallel BE$ 交 AE 于点 F ，求证： $AD^2 = AE \cdot AF$.
 17. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $\angle ADE = \angle B$ ，边 DE 与 AC 相交于点

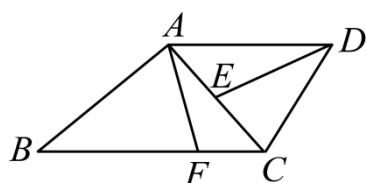
F .



(1) 求证： $AF \cdot BD = AD \cdot DF$ ；

(2) 如果 $AE \parallel BC$ ，求证： $AB \cdot AF = DF \cdot DE$.

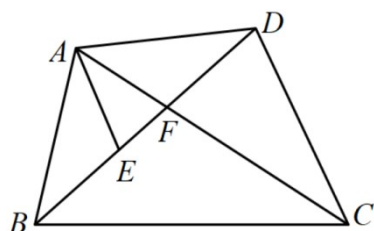
18 . 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB > CD$ ，点 E ， F 分别在线段 AC ， BC 上，且 $\angle FAC = \angle ADE$ ， $\angle ACD = \angle ADC$.



(1) 求证： $AF = DE$ ；

(2) 若 $AF^2 = BF \cdot CE$ ，求证： $\angle ABC = \angle CDE$.

19 . 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 BD 与 AC 交于点 F ， $\angle ADB = \angle ACB$.

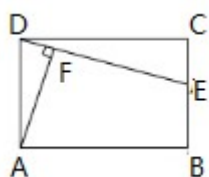


(1) 求证： $\angle ABD = \angle ACD$ ；

(2) 过点 A 作 $AE \parallel DC$ 交 BD 于点 E ，求证： $EF \cdot BC = AD \cdot AF$.

题型六：给出条件—特殊三角形、四边形等

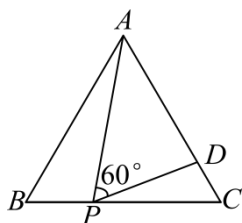
20 . 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中， E 是 BC 上一点， $AF \perp DE$ 于点 F .



(1) 求证： $DF \cdot CD = AF \cdot CE$.

(2) 若 $AF = 4DF$ ， $CD = 12$ ，求 CE 的长。

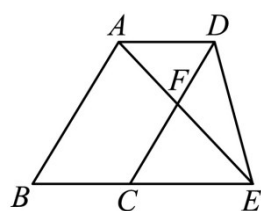
21. 如图，等边三角形 $\triangle ACB$ 的边长为 3，点 P 为 BC 上的一点，点 D 为 AC 上的一点，连接 AP 、 PD ， $\angle APD = 60^\circ$ 。



(1) 求证： $\frac{AB}{PC} = \frac{BP}{CD}$ ；

(2) 若 $PC = 2$ ，求 CD 的长。

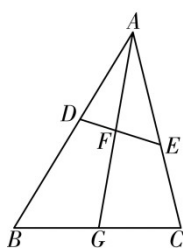
22. 已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 为线段 BC 延长线上一点，连接 AE 交 CD 于点 F ，且 $\angle BAE = \angle DEC$ 。



(1) 求证 $CD^2 = EC \cdot BE$ ；

(2) 连接 BF ，当 $\angle AED = \angle FBE$ 时，求证： $EF^2 = BC \cdot CE$ 。

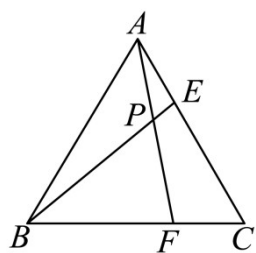
23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $\angle AED = \angle B$ ， AG 分别交线段 DE 、 BC 于点 F 、 G ，且 $\frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CG}$ 。



(1) 求证： AG 平分 $\angle BAC$ ；

(2) 求证： $\frac{EF}{BG} = \frac{DF}{CG}$ 。

24. 如图，等边 $\triangle ABC$ ，点 E, F 分别在 AC, BC 边上， $AE = CF$ ，连接 AF, BE ，相交于点 P 。

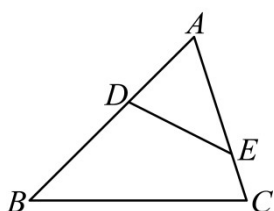


(1) 求 $\angle BPF$ 的度数；

(2) 求证： $BP \cdot BE = BF \cdot BC$ 。

题型七：在判定相似三角形条件的应用

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在边 AB, AC 上，下列条件中，不能确定 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 的是（ ）



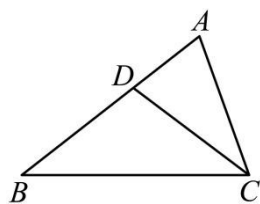
A. $\angle ADE = \angle C$

B. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC}$

C. $AD \cdot BC = AC \cdot DE$

D. $AD \cdot AB = AC \cdot AE$

26. 如图，点 D 是 AB 上的一点，下列条件不能判定 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ 的是（ ）



A. $\angle ADC = \angle ACB$

B. $\angle ACD = \angle ABC$

C. $CD^2 = AD \cdot AB$

D. $AC^2 = AD \cdot AB$