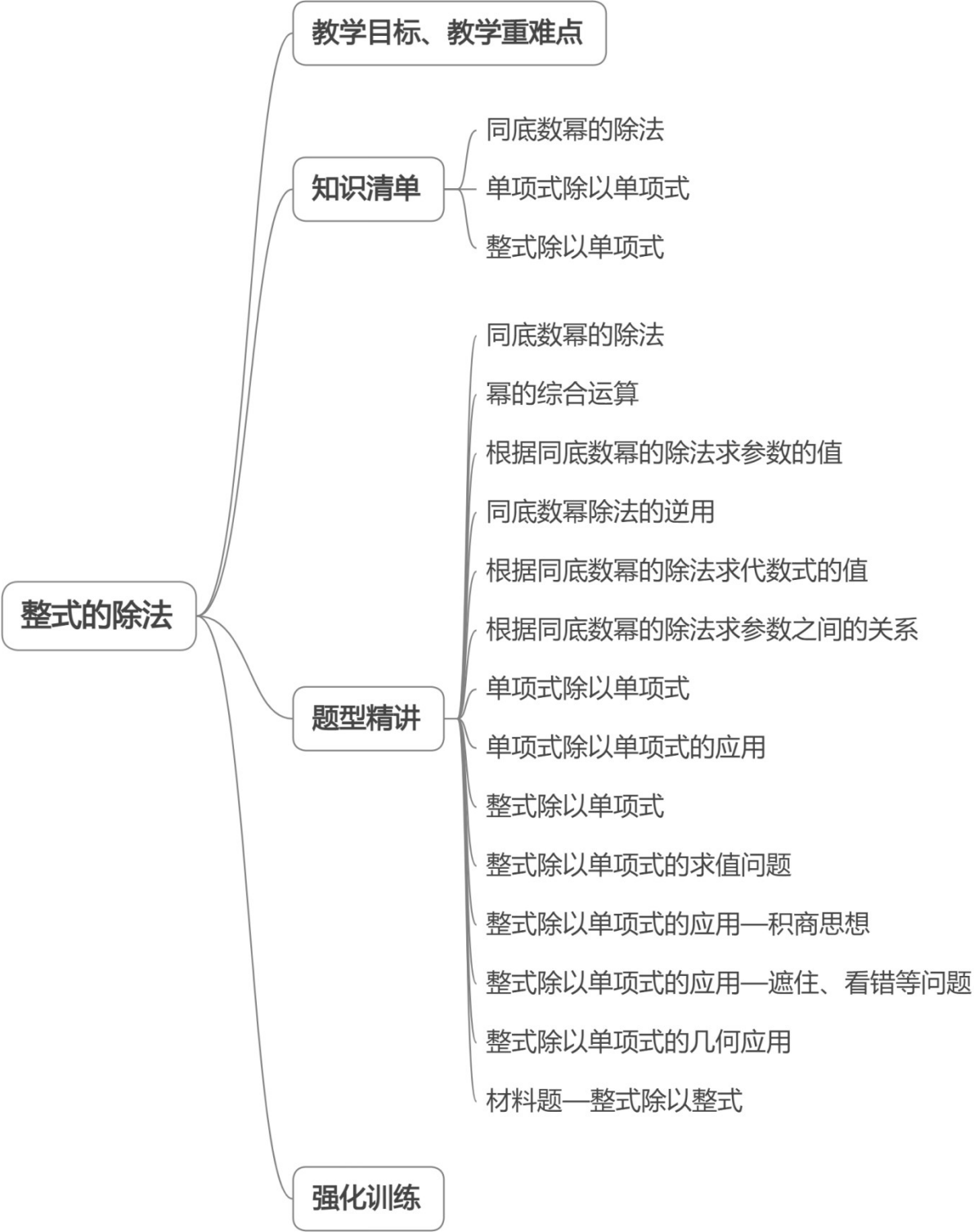


专题 11.5 整式的除法

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1. 会用同底数幂的除法性质进行计算； 2. 进行单项式除以单项式的计算； 3. 掌握整式除以单项式的计算。
教学重难点	1. 重点 (1) 会进行整式的除法运算； (2) 根据整式的除法求参数、求代数式的值； (3) 整式除法的应用。 2. 难点 (1) 整式除法有关的化简、变形、求值等问题； (2) 整式除法的综合应用。

知识清单

知识点 1 同底数幂的除法

1. 观察

$$2^5 \div 2^2 = \frac{2^5}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2^3 = 2^{5-2};$$

$$a^5 \div a^2 = \frac{a^5}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = a^3 = a^{5-2} (a \neq 0);$$

$$(-3)^m \div (-3)^n = \frac{(-3)^m}{(-3)^n} = \frac{\overbrace{(-3) \times (-3) \times \cdots \times (-3)}^{m \uparrow -3}}{\underbrace{(-3) \times (-3) \times \cdots \times (-3)}_{n \uparrow -3}} = (-3)^{m-n}$$

(m 、 n 是正整数且 $m > n$).

一般地，设 m 、 n 是正整数且 $m > n, a \neq 0$, 如何计算 $a^m \div a^n$?

$$\begin{aligned}
 a^m \div a^n &= \frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}^{m \uparrow a}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \uparrow a}} \\
 &= \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{(m-n) \uparrow a} \\
 &= a^{m-n}.
 \end{aligned}$$

同底数幂的除法性质：

$a^m \div a^n = a^{m-n}$ (m, n 是正整数且 $m > n, a \neq 0$).

同底数幂相除，底数不变，指数相减.

同底数幂的除法运算，可以转化为指数的减法运算.

当 $a \neq 0$ 时， $a^m \div a^m = 1$. 要使得同底数幂的除法性质在 $m=n$ 时仍成立，即 $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$,

规定 $a^0 = 1 (a \neq 0)$, 即任何不等于零的数的零次幂都等于 1.

要点：

(1) 同底数幂乘法与同底数幂的除法是互逆运算.

(2) 被除式、除式的底数相同，被除式的指数大于除式指数，0 不能作除式.

(3) 当三个或三个以上同底数幂相除时，也具有这一性质.

(4) 底数可以是一个数，也可以是单项式或整式.

(5) 底数 a 不能为 0， 0^0 无意义. 任何一个常数都可以看作与字母 0 次方的积. 因此常数项也叫 0 次单项式.

【即学即练】

1. 计算：

(1) $4^3 \div 4$;

(2) $\left(-\frac{1}{4}\right)^6 \div \left(-\frac{1}{4}\right)^2$;

(3) $m^{22} \div m^2$;

(4) $(-q)^6 \div (-q)$;

(5) $(-ab)^7 \div (ab)^3$;

(6) $(-x-y)^4 \div (x+y)^3$.

2. 计算：

(1) $(-ab)^7 \div (-ab)^2 \div (-ab)^2$;

$$(2) (m^4)^2 \div m^3 ;$$

$$(3) (-x^2) \cdot x^6 \div (-x)^4 .$$

3. 已知 $x^a = 2$, $x^b = 6$.

(1) 求 x^{a-b} 的值 ;

(2) 求 x^{2a-b} 的值 .

知识点 2 单项式除以单项式

1. 问题

2022 年我国粮食总产量大约为 7.0×10^{11} kg. 如果按我国人口 1.4×10^9 人计算, 那么人均粮食产量大约是多少?

计算: $(7.0 \times 10^{11}) \div (1.4 \times 10^9)$.

$$\begin{aligned} & (7.0 \times 10^{11}) \div (1.4 \times 10^9) \\ &= (7.0 \div 1.4) \times (10^{11} \div 10^9) \\ &= 5 \times 10^2 (\text{kg}). \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (7.0 \times 10^{11}) \div (1.4 \times 10^9) \\ &= \frac{7.0 \times 10^{11}}{1.4 \times 10^9} \end{aligned}$$

2. 思考

如何用单项式和单项式的乘法验证上面的计算?

可以计算 $(5x^2) \cdot (1.4x^9) = (5 \times 1.4) \cdot (x^2 \cdot x^9) = 7x^{11}$,

由于除法是乘法的逆运算, 因此

$$7x^{11} \div 1.4x^9 = (7 \div 1.4) \cdot (x^{11} \div x^9) = 5x^{11-9} = 5x^2.$$

注意: 这里, $7x^{11} \div 1.4x^9$ 指的是 $(7x^{11}) \div (1.4x^9)$. 今后, 在以单项式作为除式时, 我们总是这样处理.

两个单项式相除, 把系数和同底数幂分别相除.

要点: 单项式除法的实质即有理数的除法 (系数部分) 和同底数幂的除法的组合, 单项式除以单项式的结果仍为单项式.

【即学即练】

1. 计算:

$$(1) -5x^5y^3z \div 3x^2y^2 ;$$

$$(2) 5a^2b^3c \div (-2a^2b) ;$$

$$(3) \left(-\frac{1}{2}a^2b^2c\right) \div \left(-\frac{1}{6}ab^2\right) ;$$

$$(4) (3x^2y)^2 \cdot (-15xy^3) \div (-9x^4y^2) .$$

2. 计算：

$$(1) -3a^7b^4c \div 9a^4b^2 ;$$

$$(2) 8a^{3m+1}b^m \div (-2a^{2m+1}b^m) ;$$

$$(3) (6.4 \times 10^5) \div 200 ;$$

$$(4) (2ab^2)^3 \div (4ab)^2 .$$

3. 已知 $(-5a^{m+1}b^{2n-1}) \div a^3b = -5ab^2$ ，则 m 和 n 的值分别为 ()

A. $m = 3, n = -1$

B. $m = 1, n = 4$

C. $m = 3, n = 8$

D. $m = 3, n = 2$

知识点 3 整式除以单项式

整式除以单项式：先把整式的每一项除以这个单项式，再把所得的商相加.

$$\text{即 } (am + bm + cm) \div m = am \div m + bm \div m + cm \div m = a + b + c$$

要点：

(1) 整式除以单项式转化为单项式除以单项式来解决，其实质是将它分解成多个单项式除以单项式.

(2) 利用法则计算时，整式的各项要包括它前面的符号，要注意符号的变化.

【即学即练】

1. 计算：

$$(1) (16a^2b^2 + 6a^2b) \div (-2a^2b) .$$

$$(2) \left(4a^2b - ab^2 - \frac{1}{3}ab\right) \div \frac{1}{3}ab .$$

2. 计算：

$$(1) (-6a^4 + 24a^3b - 8a^2) \div (-4a^2) ;$$

$$(2) \left(4x^3y - xy^3 + \frac{3}{2}xy \right) \div \left(-\frac{1}{2}xy \right).$$

3. 先化简，再求值： $[a(a-2b) + (a+2b)(-a+2b) - 6b] \div 2b$ ，其中 $a-2b+1=0$ 。

题型精讲

题型 01 同底数幂的除法

【典例 1】 . 下列计算是否正确？正确的打“√”，错误的打“×”，并写出正确的计算结果。

$$(1) a^8 \div a^4 = a^2 \quad \underline{\hspace{2cm}}; \quad (2) t^{10} \div t^9 = t \quad \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) m^5 \div m = m^5 \quad \underline{\hspace{2cm}}; \quad (4) (-b)^6 \div (-b)^2 = -b^4 \quad \underline{\hspace{2cm}}.$$

【变式 1】 . 计算下列各题：

$$(1) a^7 \div a^4;$$

$$(2) (-m)^8 \div (-m)^3;$$

$$(3) x^{2m+2} \div x^{m+2};$$

$$(4) (x-y)^5 \div (y-x)^3.$$

【变式 2】 . 计算：

$$(1) 0.1^8 \div 0.1^6;$$

$$(2) \left(-\frac{1}{3}\right)^7 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^4;$$

$$(3) (a-b)^3 \div (a-b);$$

$$(4) (xy)^5 \div (xy)^3;$$

题型 02 幂的综合运算

【典例 1】 . 计算：

$$(1) x^3y^2 \cdot (xy^2)^3 \div (xy)^2;$$

$$(2) (a^5)^3 \cdot (a^2)^4 \div a^{12} \div (a^2)^5.$$

【变式1】 . 计算：

$$(1) a^5 \cdot a^4 \div a^2 ;$$

$$(2) a^5 \div a^4 \cdot a^2 ;$$

$$(3) (a+b)^8 \div (a+b)^4 ;$$

$$(4) (-x)^8 \div (-x)^3 \div (-x)^2 .$$

【变式2】 . 计算：

$$(1) (-xy)^9 \div (-xy)^6 ;$$

$$(2) (a^3)^5 \cdot (a^2)^4 \div (a^4)^3 \div (a^2)^5 \div a ;$$

$$(3) [(x-2y)^3]^3 \div [(2y-x)^2]^4 .$$

题型 03 根据同底数幂的除法求参数的值

【典例1】 . 若 $2^3 \cdot m = 2^7$, 则 m 的值为 ()

A . 2

B . 4

C . 8

D . 16

【变式1】 . 若 $(x^2)^3 \div x^m = x^4$, 则 $m =$ _____ .

【变式2】 . 已知 $4^{m+3} \cdot 8^{m+1} \div 2^{4m+7} = 16$, 求 m 的值.

题型 04 同底数幂除法的逆用

【典例1】 . 已知 $x^a = 2$, $x^b = 6$.

(1) 求 x^{a-b} 的值；

(2) 求 x^{2a-b} 的值 .

【变式1】 . 已知： $10^m = 5$, $10^n = 4$, 求 10^{2m-3n} 的值.

【变式2】 . 若 $4^{2x+1} = 64$, 则 4^{2x-1} 的值为_____ .

【变式3】 . (1) 已知 $a^m = 2$, $a^n = 3$, 求

① a^{m+n} 的值；

② a^{3m-2n} 的值

(2) 已知 $3 \times 9^x \times 27 = 3^{22}$ ，求 x 的值。

题型 05 根据同底数幂除法求代数式的值

【典例 1】. 已知 $3^a \div 3^b = 9$ ， $ab = 3$ ，则 $a + b$ 的值为 ()

- A. 16 B. 4 C. -4 D. ± 4

【变式 1】. 若 $2^a = 6$ ， $4^b = 5$ ， $8^c = 15$ ，则 $a + 2b - 3c =$ _____。

【变式 2】. 若 $10^a = 20$ ， $100^b = 50$ ，则 $2a + 4b - 1$ 的值是 ()

- A. 4 B. 5 C. 8 D. 10

题型 06 根据同底数幂除法求参数之间的关系

【典例 1】. 已知 $5^a = 3$ ， $5^b = 8$ ， $5^c = 72$ 。

(1) 求 $(5^a)^2$ 的值；

(2) 求 5^{a+b-c} 的值；

(3) 直接写出字母 a 、 b 、 c 之间的数量关系为_____。

【变式 1】. 已知： $2^a = 3$ ， $2^b = 5$ ， $2^c = 75$ 。

(1) 求 2^{c+b-a} 的值；

(2) 证明： $a = c - 2b$ 。

题型 07 单项式除以单项式

【典例 1】. 计算：

(1) $8a^3b^5c \div (-2ab)^3$ ；

(2) $(-4xy)^3 \div (-2xy)$ 。

【变式 1】. 计算：

(1) $-5a^5b^3c \div 15a^4b$ ；

(2) $-a^2x^4y^3 \div \left(-\frac{5}{6}axy^2\right)$ ；

(3) $6x^2y^5 \div (3xy^2)^2$ 。

【变式2】 . 计算：

$$(1) -5x^5y^3z \div 3x^2y^2 ;$$

$$(2) 5a^2b^3c \div (-2a^2b) ;$$

$$(3) \left(-\frac{1}{2}a^2b^2c\right) \div \left(-\frac{1}{6}ab^2\right) ;$$

$$(4) (3x^2y)^2 \cdot (-15xy^3) \div (-9x^4y^2) .$$

题型 08 单项式除以单项式的应用

【典例1】 . 已知 $28a^3b^m \div (28a^n b^2) = b^2$, 那么 m, n 的值分别为 ()

A . 4 , 3

B . 4 , 1

C . 1 , 3

D . 2 , 3

【变式1】 . 若 n 是正整数, 且 $x^{2n} = 6$, 则 $(2x^{3n})^3 \div (6x^{5n}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【变式2】 . 明明在检查作业时, 发现有一道题的部分内容被墨水浸染了, $\blacksquare \times \frac{2}{3}ab = 2a^2b^3$, 那么这部分内容可能是 ()

A . $3ab$

B . $3a^2b$

C . $3ab^2$

D . $3a^2b^2$

题型 09 整式除以单项式

【典例1】 . 计算：

$$(1) (3x^2y^2 - 2xy^2 + xy) \div \left(\frac{1}{2}xy\right) .$$

$$(2) (12a^4 - 4a^3 - 8a^2) \div (2a)^2 .$$

【变式1】 . 计算：

$$(1) \left(\frac{2}{3}a^5b^8 - 2a^2b^6\right) \div \left(\frac{1}{3}ab^3\right)^2 ;$$

$$(2) \left(\frac{3}{10}m^6n^2 + \frac{1}{2}m^5n^4 - \frac{1}{3}m^4n^2\right) \div \left(-\frac{1}{2}m^2n\right)^2$$

【变式2】 . 计算：

$$(1) (8x^4 - 5x^3) \div (-2x^2) ;$$

$$(2)(45a^3b^2 - 12a^2b^3) \div 3a^2b ;$$

$$(3)(-28xy^3 + 77xy^2 - 84x) \div (-7x) ;$$

$$(4)\left(-\frac{5}{12}xyz^2 - x^2yz + \frac{3}{4}xy^2z\right) \div \frac{1}{12}xyz .$$

题型 10 整式除以单项式的求值问题

【典例 1】 . 先化简，再求值： $\left[(x-2y)^2 + (x+2y)(x-2y)\right] \div 2x$ ，其中 $x=2, y=-3$.

【变式 1】 . 先化简，再求值： $(a+b)(a-b) + (4ab^3 - 8a^2b^2) \div 4ab$ ，其中 $a=2, b=1$.

【变式 2】 . 先化简，再求值： $\left[\left(\frac{1}{2}x-2y\right)^2 - \left(-y+\frac{1}{2}x\right)\left(\frac{1}{2}x+y\right) + y(x^2y-5y)\right] \div xy$ ，其中

$$|x-1| + (y+2)^2 = 0 .$$

题型 11 整式除以单项式的应用—积商思想

【典例 1】 . 如果 $(4a^2b - 3ab^2) \div M = -ab$ ，那么 $M =$ _____ .

【变式 1】 . 一个整式除以 $-\frac{1}{2}x$ ，商为 $-6x+2y-1$ ，这个整式为_____ .

【变式 2】 . 整式 A 与单项式 $2a^2b$ 的积为 $38a^4b^5 - 22a^7b^2$ ，则整式 A 为_____ .

【变式 3】 . 已知整式 $2x^3 - 4x^2 - 10$ 除以一个整式 A ，得商式为 $2x$ ，余式为 $x-10$ ，求这个整式 A 是_____ .

题型 12 整式除以单项式的应用—遮住、看错等问题

【典例 1】 . 老师在黑板上书写了一个正确的演算过程，随后用手掌捂住了一个整式，形式如下：

 $\times 2x = 4x^2 - 6xy + 2x$ ，则所指的整式为_____ .

【变式 1】 . 小明的作业本上有一道题不小心被沾上了墨水：

$$(24x^4y^3 - \blacksquare + 6x^2y^2) \div (-6x^2y) = -4x^2y^2 + 3xy - y$$
，通过计算，这道题的 $\blacksquare$ 处应是_____ .

【变式 2】 . 已知 $A=2x$ ， B 是一个整式，在计算 $B+A$ 时，小马同学把 $B+A$ 看成了 $B \div A$ ，结果得 $x + \frac{1}{2}$ ，
则 $B+A =$ _____ .

【变式 3】 . 已知 $A=3x$ ， B 是整式，在计算 $B+A$ 时，小马虎同学把 $B+A$ 看成了 $B \div A$ ，结果得

$2x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ ，细心的小明同学计算正确，那么小明计算出 $B + A$ 的值为_____。

题型 13 整式除以单项式的几何应用

【典例 1】．面积为 $(a^2 - 2ab)$ 的长方形，若它的宽为 a ，则它的长为_____。

【变式 1】．已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $6m^4 - 3m^3 + m^2$ ，一边长为 $3m^2$ ，则这条边上的高为_____。

题型 14 材料题—整式除以整式

【典例 1】．在求整式除以整式时，可类似于正整数除法的“列竖式”得到商式和余式，例如：通过“列竖式”可求得 $(x^2 - 3x + 11) \div (x + 2)$ 的商式为 $x - 5$ ，余式为 22 ，如图所示。运用此方法，那么

$(3x^3 + 2x^2 + x + 5) \div (x + 1)$ 的商式为_____，余式为_____。

$$\begin{array}{r} x-5 \\ x+2 \overline{) x^2-3x+11} \\ \underline{x^2+2x} \\ -5x+11 \\ \underline{-5x-10} \\ 22 \end{array}$$

【变式 1】．在学习整式的除法之后，小婷通过延伸发现：两个整式相除，可以先把这两个整式都按照同一字母的降幂排列，然后仿照两个多位数相除的计算方法，用竖式进行计算。如图，计算

$(8x^2 + 6x + 1) \div (2x + 1)$ 时，可以仿照 $936 \div 18$ 用竖式计算。请你仿照上面的例子计算 $(3x^2 + 8x + 4) \div (x + 2)$ 的结果为_____。

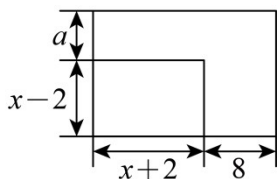
$$\begin{array}{r} 52 \\ 18 \overline{) 936} \\ \underline{90} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4x+1 \\ 2x+1 \overline{) 8x^2+6x+1} \\ \underline{8x^2+4x} \\ 2x+1 \\ \underline{2x+1} \\ 0 \end{array}$$

【变式 2】．我们学过单项式除以单项式、整式除以单项式，那么整式除以整式该怎么计算呢？我们也可以利用竖式进行类似演算，即先把被除式、除式按某个字母的指数从大到小依次排列项的顺序，并把所缺的次数项用零补齐，再类似数的竖式除法求出商式和余式，其中余式为 0 或余式的次数低于除式的次数。

例：计算 $(8x^2 + 6x + 1) \div (2x + 1)$ ，可依照 $672 \div 21$ 的计算方法用竖式进行计算。因此

$$(8x^2 + 6x + 1) \div (2x + 1) = 4x + 1$$

$$\begin{array}{r}
 3 \ 2 \\
 21 \overline{) 6 \ 7 \ 2} \\
 \underline{6 \ 3} \\
 4 \ 2 \\
 \underline{4 \ 2} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4x+1 \\
 2x+1 \overline{) 8x^2+6x+1} \\
 \underline{8x^2+4x} \\
 2x+1 \\
 \underline{2x+1} \\
 0
 \end{array}$$



(1) $(6x^2 - 7x + 2) \div (2x - 1)$ 的商是_____.

(2) 已知一个长为 $(x+2)$ ，宽为 $(x-2)$ 的长方形 A ，若将它的长增加 8，宽增加 a 就得到一个长方形 B ，此时长方形 B 的周长是 A 周长的 3 倍（如图），用含 x 的代数式表示 a 。

(3) 在 (2) 的条件下，另有长方形 C 的一边长为 $(x+9)$ ，若长方形 B 的面积比 C 的面积小 55，求长方形 C 的另一边长。

强化训练

一、单选题

1. 下列四个算式：

① $(-c)^4 \div (-c)^2 = -c^2$ ；② $(-y)^6 \div (-y^4) = -y^2$ ；③ $z^3 \div z = z^3$ ；④ $a^{4m} \div a^m = a^4$ 。

其中，计算错误的有（ ）

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

2. 下列计算错误的是（ ）

- A. $-6x^2y^3 \div (2xy^2) = -3xy$ B. $(-xy^2)^3 \div (-x^2y) = xy^5$
 C. $(-2x^2y)^3 \div (-xy) = -2x^5y^2$ D. $-(-a^3b)^2 \div (-a^2b^2) = a^4$

3. 已知 $(x^{n+a} + x^{n+b}) \div x^{n+1} = x^2 + x^3$ ，其中 n 是正整数， $a-b$ 的值是（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. -1 或 1

4. 已知 $2^a = 8$ ，则 2^{a-2} 的值为（ ）

- A. 6 B. 1 C. 2 D. 4

5. 李老师在黑板上书写了一个正确的演算过程，随后用手掌捂住了一个整式，形式如下：这个被捂住的整式是（ ）

 $\times (-\frac{1}{2}xy) = 3x^2y - xy^2 + \frac{1}{2}xy$.

- A. $6x + 2y - 1$ B. $-6x + 2y - 1$ C. $6x - 2y + 1$ D. $-6x - 2y + 1$

6. 下列运算正确的是 ()

① $(12x^{12} - 6x^6) \div 3x^3 = 4x^4 - 2x^2$;

② $(3a^2b - 6ab) \div 6ab = \frac{1}{2}a$;

③ $(36x^6 - 24x^5) \div (6x^3 \cdot x^2) = 6x - 4$;

④ $(21m^5n^2 - 9m^4n^3) \div 3m^3n^2 = 7m^2 - 3mn$.

A. ①②

B. ③④

C. ①②③

D. ②③④

7. 已知 $2^x = 3$, $2^{2x-4y} = 36$, 若 $4^y = m$, 则 m 的值为 ()

A. $\pm \frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. ± 18

8. 若整数 x , y , z 满足 $\left(\frac{15}{8}\right)^x \cdot \left(\frac{16}{9}\right)^y \cdot \left(\frac{27}{10}\right)^z = 16$, 则 $x - y - z$ 的值为 ()

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

二、填空题

9. (1) $a^5 \div a =$ _____ ; (2) $(-x)^5 \div (-x)^2 =$ _____ ;

(3) $y^{16} \div$ _____ $= y^{11}$; (4) _____ $\div b^5 = b^2$;

(5) $(x - y)^9 \div (x - y)^6 =$ _____ .

10. 计算 : $3m^3 \cdot 4mn \div (2m^2) =$ _____ .

11. 计算 : $(-12x^2y^3 + 3xy^2) \div (-3xy^2) =$ _____ .

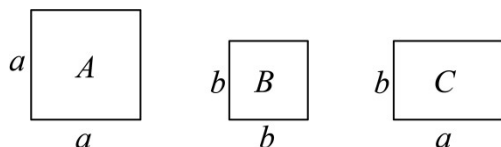
12. 长方形的面积为 $(4a^2 - 6ab + 2a)$, 如果它的长为 $2a$, 则它的宽为_____ .

13. 已知 $a^m = \frac{1}{4}$, $a^n = 2$, 则 $a^{2n-m} =$ _____ .

14. 已知 $3^{2n+1} \div 3^4 = 3^n + 3^n + 3^n$ ，则 n 的值为_____.

15. 已知 $25^a \cdot 5^{2b} = 5^6$, $4^b \div 4^c = 4$ ，则代数式 $a - 3b + 4c$ 的值是_____.

16. 如图，正方形卡片 A 类， B 类和长方形卡片 C 类若干张，如果要拼一个长为 $(3a+b)$ ，宽为 $(a+3b)$ 的大长方形，则需要 C 类卡片张数为_____.



三、解答题

17. 计算：

$$(1) (ab)^4 \div ab; \quad (2) -y^{3m-3} \div y^{n+1}; \quad (3) \left(-\frac{1}{4}x^2\right)^5 \div (-0.25x^2)^2;$$

$$(4) [(-5mn)^6 \div (-5mn)^4]^2; \quad (5) (x-y)^8 \div (y-x)^4 \cdot (x-y).$$

18. 计算下列各题：

$$(1) (2x^2y)^3 \cdot (-7xy^2) \div 14x^4y^3;$$

$$(2) [(2x+y)(x-y) + y^2] \div 2x.$$

19. 已知 $(a^x)^y = a^8$ ， $(a^x)^2 \div a^y = a^3$ ，求 $xy + 2x - y$ 的值.

20. 先化简，再求值： $(x+2y)(x-2y) - (2x-y)^2 - (x^2-5y^2) \div 2x$ ，其中 x, y 满足 $x-y=-2$.

21. (1) 若 $2x-y+3=1$ ，求 $4^x \div 2^y$ 的值；

(2) 若 $a^x \cdot a^{2y} = a^6$ ，其中 x, y 是正整数，求 $2x-3y$ 的值.

22. 小明在做练习册上的一道整式除以单项式的习题时，一不小心，一滴墨水污染了这道习题，只看见了被除式中第一项是 $-8x^3y^3$ 及中间的“+”，污染后习题形式如下： $(-8x^3y^3 \square\square) \div \square\square$ ，小明翻看了书后的答案是“ $4x^2y^2 - 3xy + 6x$ ”，你能够复原这个算式吗？请你试一试.

23. 已知 A, B 均为整式， $A = (xy+1)(xy-2) - 2x^2y^2 + 2$ ，小马在计算 $A \div B$ 时，误把“ $\div$ ”抄成了“-”，这样他计算的正确结果为 $-x^2y^2$.

(1)将整式 A 化为最简形式；

(2)求整式 B ；

(3)求 $A \div B$ 的正确结果．

24．如果 $x^n = y$ ，那么我们规定 $[x, y] = n$ ．例如：因为 $3^2 = 9$ ，所以 $[3, 9] = 2$ ．

(1) $[3, 81] = \underline{\quad}$ ；若 $[2, y] = 6$ ，则 $y = \underline{\quad}$ ．

(2)已知 $[3, 60] = a$ ， $[3, 4] = b$ ， $[3, m] = c$ ，若 $a - b = c$ ，则 $m = \underline{\quad}$ ．

(3)若 $[3, 18] = x$ ， $[6, 18] = y$ ，求 $\frac{36^y}{27^x}$ 的值．

25．因为 $(x+3)(x-2) = x^2 + x - 6$ ，所以 $(x^2 + x - 6) \div (x - 2) = x + 3$ ．这说明 $x^2 + x - 6$ 能被 $x - 2$ 整除，同时也说明整式 $x^2 + x - 6$ 有一个因式为 $x - 2$ ；另外，当 $x = 2$ ，整式 $x^2 + x - 6$ 的值为 0．阅读上述材料回答问题：

(1)由 $(x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$ 可知，当 $x = -1$ 时，整式 $x^2 - x - 2$ 的值为 0；

(2)一般地，如果一个关于字母 x 的整式 M ，当 $x = a$ 时， M 的值为 0，那么 M 与代数式 $x - a$ 之间有一定的关系，这种关系是：——；

(3)已知关于 x 的整式 $x^2 + kx - 10$ 能被 $x - 2$ 整除，试求 k 的值．