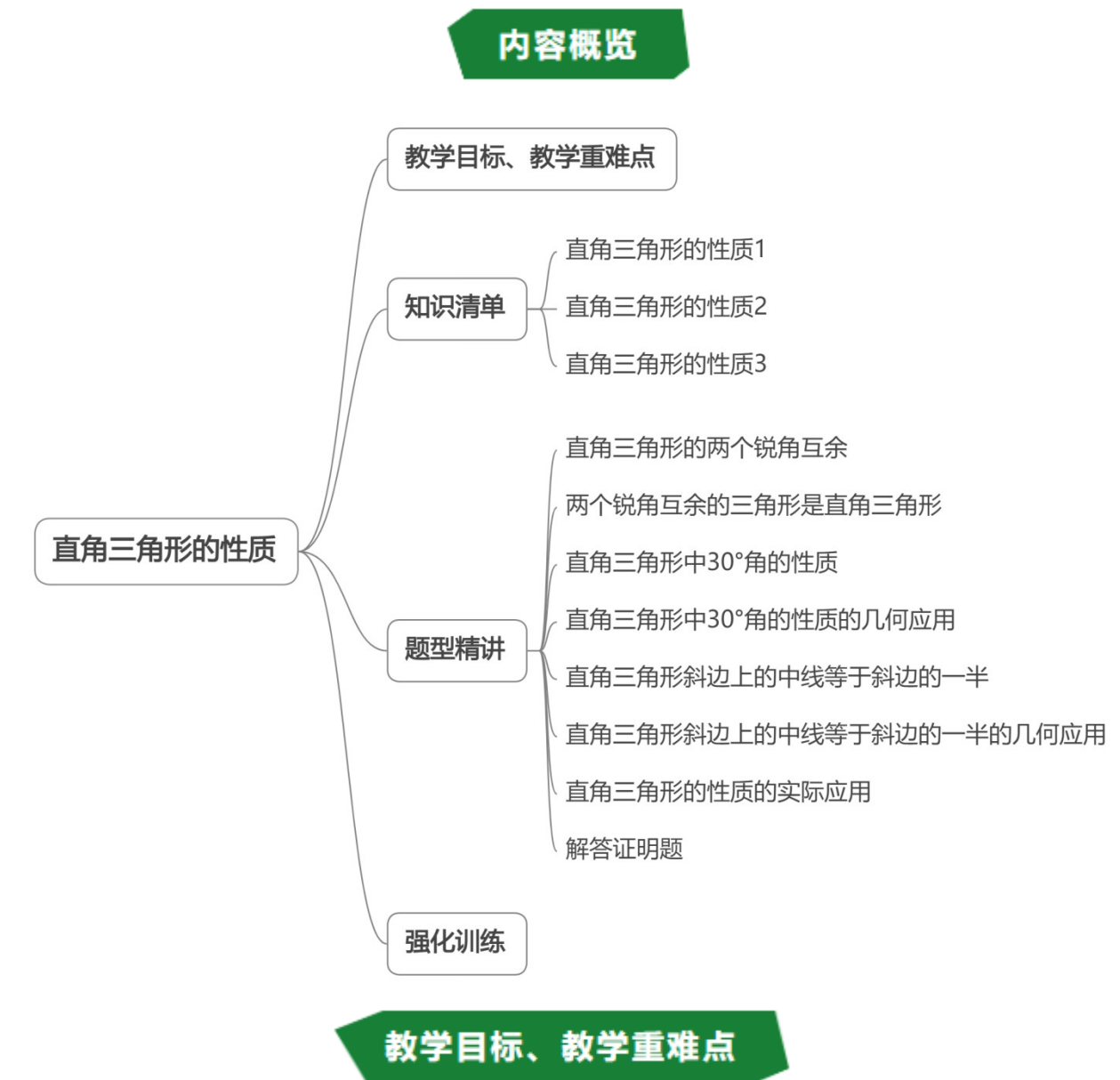


专题 22.1 直角三角形的性质



教学目标	1. 知道直角三角形中两个锐角互余； 2. 掌握直角三角形斜边上的中线等于斜边一半； 3. 学会直角三角形中 30°角的性质及推论。
教学重难点	1.重点 (1) 直角三角形的两个锐角互余，及其逆定理； (2) 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，及其推论； (3) 直角三角形中 30°角的性质，及其推论；

	(4) 进一步学习反证法在几何证明中的应用。 2. 难点 (1) 直角三角形的性质的有关证明； (2) 直角三角形的性质的综合应用。
--	--

知识清单

知识点1 直角三角形的性质1

直角三角形有一个角是直角，根据三角形的内角和定理，可推角形的一个性质定理：

定理 直角三角形的两个锐角互余。

其逆命题也是正确的，即得到直角三角形的一个判定定理：

定理 两个锐角互余的三角形是直角三角形。

请自行证明上面两个定理。

【即学即练】

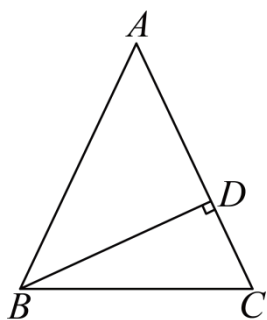
1. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，则 $\angle B =$ ()

- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，则 $\angle A =$ ()

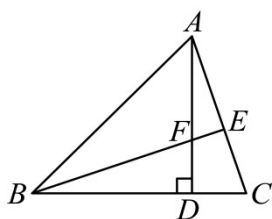
- A. 40° B. 50° C. 60° D. 30°

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 50^\circ$ ， $BD \perp AC$ 于点 D ，则 $\angle DBC$ 等于 ()



- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

4. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， E 为 AC 上一点，且 $BD = AD$ ， $DF = DC$ 。猜想 BF 与 AC 的关系，并说明理由。



知识点2 直角三角形的性质2

1. 直角三角形的性质2

下面我们来研究直角三角形的另一些性质.

如图 22-1-1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 作射线 CD 与边 AB 交于点 D , 将 $\angle ACB$ 分成两个角, 使 $\angle ACD = \angle A$, 就有 $\angle BCD = \angle B$, 可见 $\text{Rt}\triangle ABC$ 被分成了两个等腰三角形.

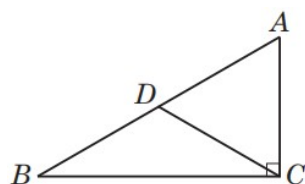


图 22-1-1

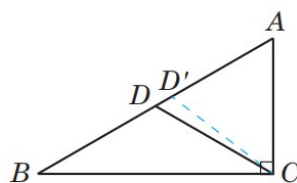


图 22-1-2

基于上面的分析, 可以得到直角三角形的另一个性质定理:

定理 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

2. 证明直角三角形的性质2

如图 22-1-2, 已知: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的中线. 求证: $CD = \frac{1}{2} AB$.

证明 如图 22-1-2, 过点 C 作射线 CD' 交边 AB 于点 D' , 使 $\angle ACD' = \angle A$,

根据题意, 可知 $\angle ACD' + \angle BCD' = 90^\circ$, 由“直角三角形的两个锐角互余”, 可得 $\angle A + \angle B = 90^\circ$,

从而推出 $\angle BCD' = \angle B$.

所以, $CD' = AD' = BD'$, 即线段 AB 的中点 D 与点 D' 重合.

因此, $CD = AD = BD$, 即: $CD = \frac{1}{2} AB$

3. 直角三角形的性质2的推论

例 如图 22-1-3, 已知: CD 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的中线, 且 $CD = \frac{1}{2} AB$.

求证： $\triangle ABC$ 是直角三角形.

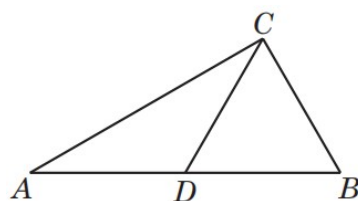


图 22-1-3

证明： $\because$ CD 是边 AB 上的中线，且 $CD = \frac{1}{2} AB$.

$\therefore CD = AD = BD$.

$\therefore \angle A = \angle ACD, \angle B = \angle BCD$.

$\because \angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle B + \angle ACD + \angle BCD = 180^\circ$.

$\therefore \angle A + \angle B = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形(两个锐角互余的三角形是直角三角形).

因此，我们可以得到如下推论：

在三角形中，一边上的中线等于这条边的一半，则该三角形为直角三角形。

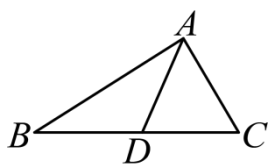
或这样表述：

在三角形中，一边上的中线等于这条边的一半，则这条边所对的角为直角。

另外,反证法在本节的应用请自主学习。

【即学即练】

1. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AD 是 BC 边上的中线，且 $AD = 5$ ，则 BC 的长是 ()



A . 2.5

B . 5

C . 7.5

D . 10

2. 直角三角形斜边上的中线长为 4，则该直角三角形的斜边长是 ()

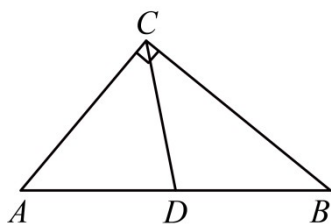
A . 8

B . 6

C . 4

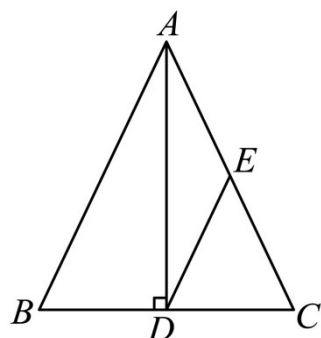
D . 2

3. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 D 是 AB 的中点， $AB = 10$ ，则 CD 的长是 ()



- A . 4 B . 5 C . 6 D . 10

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ，垂足为 D ， E 是 AC 的中点，若 $DE = 5$ ，则 $AC =$ _____.



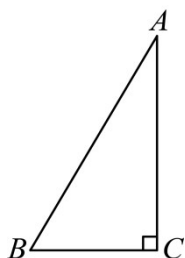
知识点3 直角三角形的性质3

定理：在直角三角形中，如果一个锐角等于 30° ，那么它所对的直角边等于斜边的一半。

推论：在直角三角形中，如果一条直角边等于斜边的一半，那么这条直角边所对的角等于 30° 。

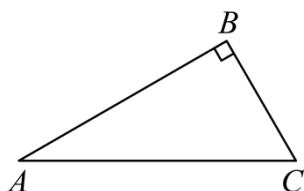
【即学即练】

1. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 6$ ，则 AB 的长为 ()



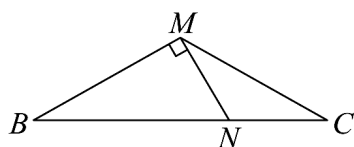
- A . 30 B . 15 C . 12 D . 10

2. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 2$ ，则 AC 的长为 ()



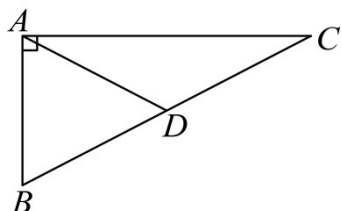
- A . 1 B . 2 C . 3 D . 4

3. 如图，在 $\triangle MBC$ 中， $\angle C = 30^\circ$ ， $MN \perp MB$ 于 M ， $MN = 2\text{cm}$ ， $MB = MC$ ，则 $BC =$ ()

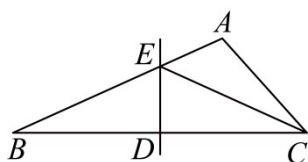


- A . 7cm B . 5cm C . 6cm D . 8cm

4 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle CAB = 90^\circ$ ， $\angle C = 36^\circ$ ， D 为 BC 中点，则 $\angle ADB$ 的大小为_____ .



5 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， BC 的垂直平分线交 AB 于 E ，垂足为 D 若 $ED = 5$ ，则 CE 的长为 ()

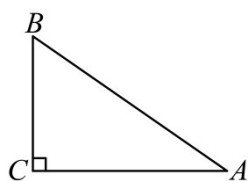


- A . 7 B . 8 C . 10 D . 12

题型精讲

题型 01 直角三角形的两个锐角互余

【典例 1】 . 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 35^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为 ()

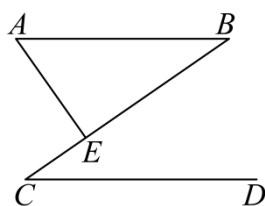


- A . 45° B . 55° C . 65° D . 75°

【变式 1】 . 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，则 $\angle B =$ ()

- A . 30° B . 40° C . 50° D . 60°

【变式 2】 . 如图， $AB \parallel CD$ ， $AE \perp BC$ 于点 E ，若 $\angle C = 35^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是 ()



- A. 35° B. 55° C. 155° D. 65°

题型 02 两个锐角互余的三角形是直角三角形

【典例 1】. 在下列条件；① $\angle A + \angle B = \angle C$ ；② $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ；③ $\angle A = \angle B = 2\angle C$ ；④

$\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{3}\angle C$ ；⑤ $\angle A = 2\angle B = 3\angle C$ 中，能确定 $\triangle ABC$ 为直角三角形的条件有 ()

- A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个

【变式 1】. 满足下列条件的 $\triangle ABC$ 不是直角三角形的是 ()

- A. $\angle A = 90^\circ$ B. $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$
C. $\angle C = \angle A + \angle B$ D. $\angle A + \angle C = 90^\circ$

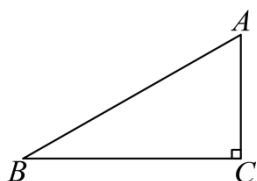
【变式 2】. 在下列条件：① $\angle A + \angle B = \angle C$ ；② $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ；③ $\angle A = \angle B = 2\angle C$ ；④

$\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{3}\angle C$ ；⑤ $\angle A = \angle B = \frac{1}{2}\angle C$ 中，能确定 $\triangle ABC$ 为直角三角形的条件有 ()

- A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个

题型 03 直角三角形中 30° 角的性质

【典例 1】. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AC = 4$ ，则 AB 的长是 ()

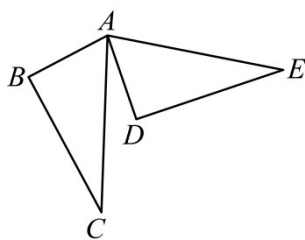


- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【变式 1】. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 10$ ，则 AC 的长度是 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

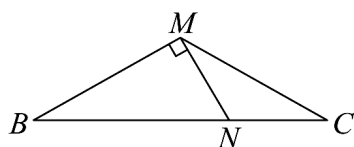
【变式 2】. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转一定的角度得到 $\triangle ADE$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $AB = 1$ ，则 AE 的长为 ()



- A . 1 B . $\sqrt{3}$ C . 2 D . 3

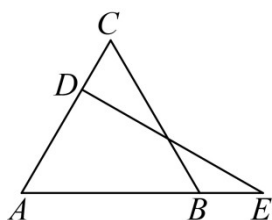
题型 04 直角三角形中 30° 角的性质的几何应用

【典例 1】 . 如图，在 $\triangle MBC$ 中， $\angle C = 30^\circ$ ， $MN \perp MB$ 于 M ， $MN = 2\text{cm}$ ， $MB = MC$ ，则 $BC =$ ()



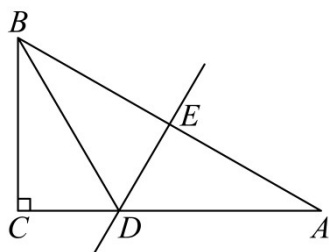
- A . 7cm B . 5cm C . 6cm D . 8cm

【变式 1】 . 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 E 在 AB 的延长线上， $ED \perp AC$ 交 AC 于点 D ，若 $AD = 4$ ，则 AE 的长为 ()



- A . 12 B . 8 C . $4\sqrt{3}$ D . 2

【变式 2】 . 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， DE 为 AB 边的垂直平分线， $AD = 12$ ，则 CD 的长是 ()



- A . 3 B . 4 C . 6 D . 8

题型 05 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

【典例 1】 . 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，斜边 AB 的长为 10，则斜边上的中线长为 ()

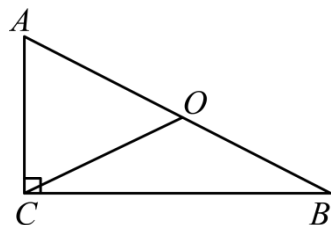
A . 3

B . 4

C . 5

D . 10

【变式1】 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 O 为 AB 的中点，连接 CO ，若 $CO = \sqrt{3}$ ，则 $AB =$ ()



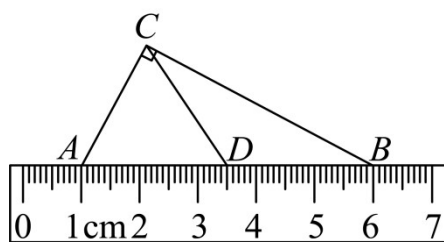
A . $2\sqrt{3}$

B . $3\sqrt{3}$

C . $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D . $\frac{\sqrt{3}}{4}$

【变式2】 . 用刻度尺 (单位: cm) 测量某三角形部件的尺寸，如图， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 为边 AB 的中点， A, B 对应的刻度为 1 和 6，则 CD 的长为 ()



A . 3.5 cm

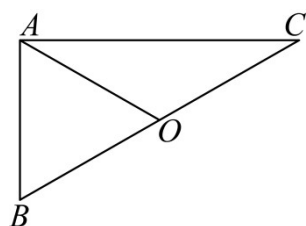
B . 2.5 cm

C . 2 cm

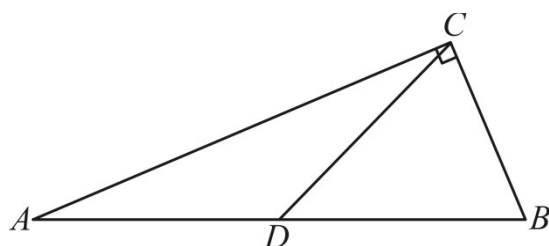
D . 1.5 cm

题型 06 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的几何应用

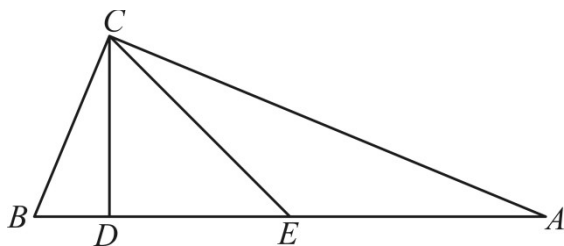
【典例1】 . 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle CAB = 90^\circ$ ， $\angle C = 36^\circ$ ， O 为 BC 中点，则 $\angle BAO =$ _____ .



【变式1】 . 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是斜边 AB 上的中线，若 $\angle A = 23^\circ$ ，则 $\angle DCB$ 的大小为 _____ .



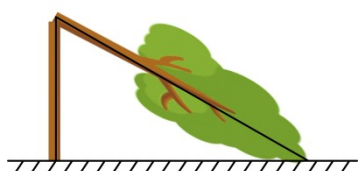
【变式2】. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ， E 是 AB 的中点， $\angle ACD = 1.5\angle BEC$ ，则 $\angle B =$ _____ $^\circ$.



题型 07 直角三角形的性质的实际应用

【典例1】. 小帅沿着坡角为 30° 的斜坡行走了 6 米，那么他上升的高度是_____米 .

【变式1】. 如图，一棵树在一次强台风中于离地面 4 米处折断倒下，倒下部分与地面成 30° 角，这棵树在折断前的高度为 ()



- A . 4 米 B . 8 米 C . 10 米 D . 12 米

【变式2】. 如图¹，是一个地铁站入口的双翼闸机．如图²，它的双翼展开时，双翼边缘的端点 A 与 B 之间的距离为 12cm，双翼的边缘 $AC = BD = 64$ cm，且与闸机侧立面夹角 $\angle PCA = \angle BDQ = 30^\circ$ ．当双翼收起时，可以通过闸机的物体的最大宽度为 ()



图1

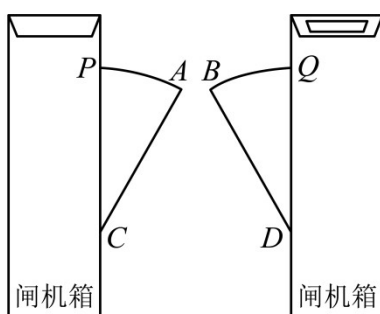
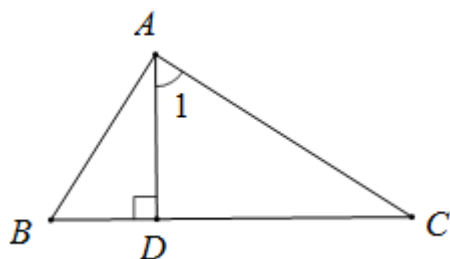


图2

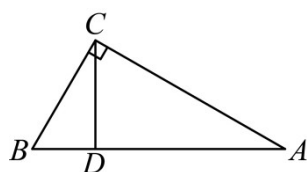
- A . 64cm B . 70cm C . 76cm D . 78cm

题型 08 解答证明题

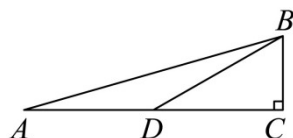
【典例1】. 已知：如图在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ， $\angle 1 = \angle B$ ，求证 $\triangle ABC$ 是直角三角形 .



【变式1】. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， CD 是高， $\angle B = 2\angle A$ ，求证： $BD = \frac{1}{4}AB$.



【变式2】. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, $\angle DBC = 60^\circ$, $BC = 1$.



(1) 求 $\angle ABD$ 的度数；

(2) 求 AD 的长 .

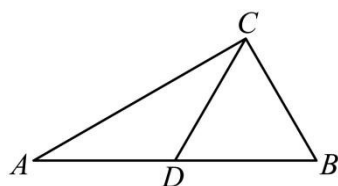
【变式3】. 求证：如果三角形一条边上的中线等于这条边的一半，那么这个三角形是直角三角形（提示：求证命题的步骤：¹. 根据题意画出适当的图形；². 根据图形写出已知：...，求证：...；³. 写出证明过程 .）

已知：

求证：

证明：

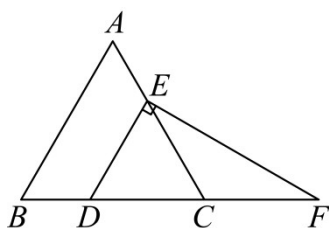
【变式4】. 如图， CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 上的中线， $\angle A = 30^\circ$.



(1) 求 $\angle B$ 的度数 .

(2) 若 $AB = 10$ ，求 $\triangle BDC$ 的周长 .

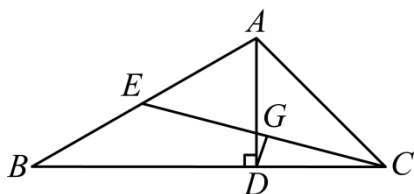
【变式5】 . 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上， $DE \parallel AB$ ，过点 E 作 $EF \perp DE$ ，交 BC 的延长线于点 F .



(1) 求 $\angle F$ 的度数；

(2) 若 $CD = 2.5$ ，求 DF 的长 .

【变式6】 . 已知，如图， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle ACD = 45^\circ$ ， AD 是 BC 上的高， CE 是 AB 边上的中线， $DG \perp CE$ 于点 G .



(1) 若 $AB = 8$ ，求线段 CD 的长；

(2) 求证： $CG = EG$.

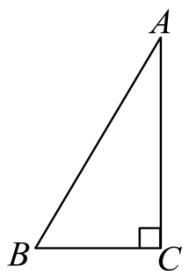
强化训练

一、单选题

1 . 在一个直角三角形中，有一个锐角等于 65° ，则另一个锐角的度数是 ()

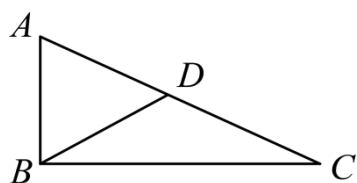
- A . 25° B . 35° C . 45° D . 55°

2 . 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $AB = 6$ ，则 $BC = ()$



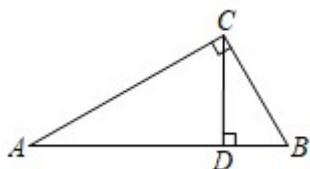
- A . 3 B . 4 C . 6 D . 不确定

3 . 已知 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， BD 是斜边 AC 上的中线，若 $BD = 5cm$ ，则 $AC = () cm$



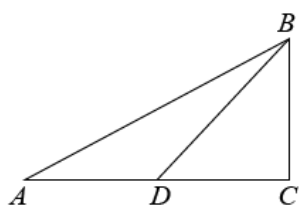
- A . 3 B . 5 C . 6 D . 10

4 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ $CD \perp AB$ ， $BD = 1$. 则 AB 长为 () .



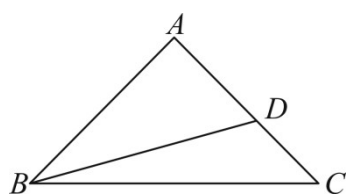
- A . 3 B . 4 C . 5 D . 6

5 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 15^\circ$ ，点 D 是 AC 上一点，连接 BD ， $\angle DBC = 60^\circ$ ， $BC = 2$ ，则 AD 长是 ()



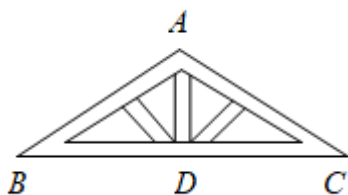
- A . 4 B . 5 C . 6 D . 8

6 . 如图， $\triangle ABC$ 的三个内角比为 $1 : 1 : 2$ ，且 $BD = 2AD$ ，则 $\angle CBD$ 是 ()



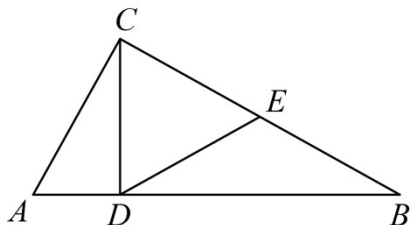
- A . 5° B . 10° C . 15° D . 45°

7 . 如图，厂房屋顶钢架外框是等腰三角形，其中斜梁 $AB = AC = 8\text{m}$ ，立柱 $AD \perp BC$ ，且顶角 $\angle BAC = 120^\circ$ ，则 $AD =$ ()



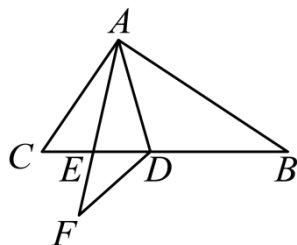
- A . 16m B . 8m C . 4m D . 2m

8 . 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 65^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ， E 是 BC 的中点，连接 ED ，则 $\angle DEC$ 的度数是 ()



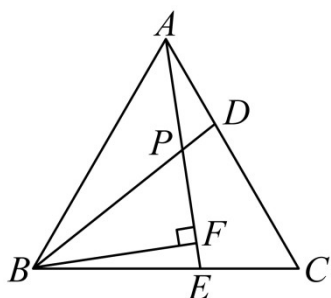
- A . 50° B . 40° C . 30° D . 25°

9 . 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle C = 56^\circ$ ， AD 是斜边 BC 上的中线，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折，使点 B 落在点 F 处，线段 AF 与 BC 相交于点 E ，则 $\angle AED$ 的度数为 ()



- A . 100° B . 80° C . 78° D . 39°

10 . 如图， $\triangle ABC$ 为等边三角形， D 、 E 分别是 AC 、 BC 上的点，且 $AD = CE$ ， AE 与 BD 相交于点 P ， $BF \perp AE$ 于点 F 。若 $BP = 8$ ，则 PF 的长为 ()

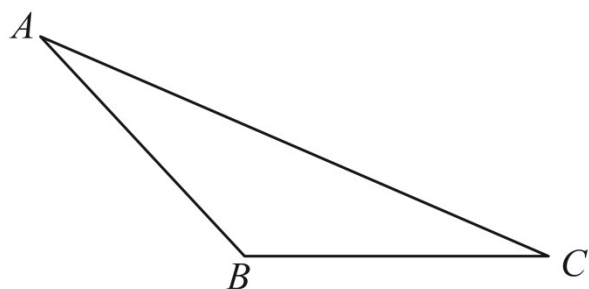


- A . 3 B . 4 C . 5 D . 6

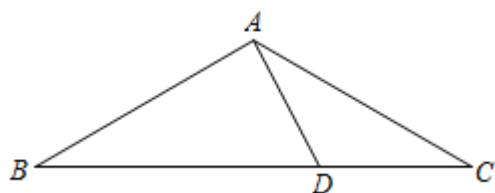
二、填空题

11 . $Rt\triangle ABC$ 中，锐角 $\angle A = 25^\circ$ ，则另一个锐角 $\angle B =$ _____ .

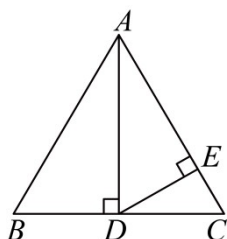
12 . 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BA = BC = 6$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ，则点 B 到 AC 边的距离为_____ .



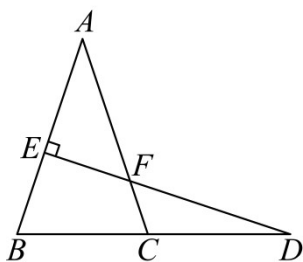
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $AB \perp AD$ ， $AD = 3\text{cm}$ ，则 BC 为_____cm.



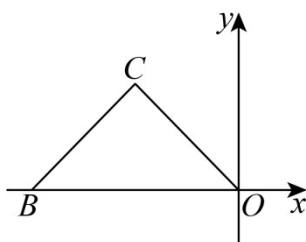
14. 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形， $AD \perp BC$ 于点 D ， $DE \perp AC$ 于点 E ，若 $AB = 12\text{cm}$ ，则 $CE =$ _____ cm.



15. 如图，点 D 在 BC 的延长线上， $DE \perp AB$ 于点 E ，若 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle D = 20^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数是_____.

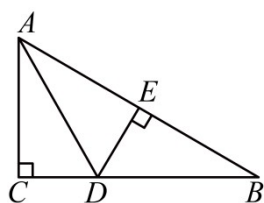


16. 如图所示，在直角坐标系中， $\triangle OBC$ 的顶点 $O(0,0)$ ， $B(-6,0)$ ，且 $\angle OCB = 90^\circ$ ， $OC = BC$ ，则点 C 的坐标是_____.

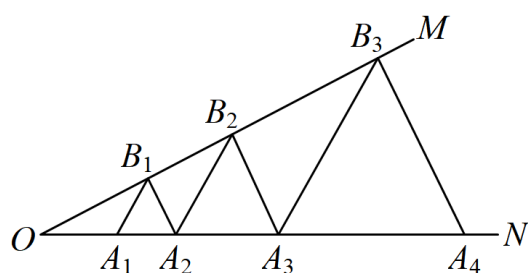


17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AB 的垂直平分线 DE 交 BC 于点 D ，垂足为点 E ，连接 AD ，若

AD 平分 $\angle CAB$, $BC = 6$, 则 BD 的长为_____ .

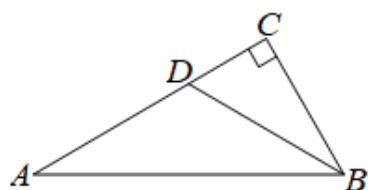


18 . 如图 , 已知 : $\angle MON = 30^\circ$, 点 A_1 、 A_2 、 A_3 在射线 ON 上 , 点 B_1 、 B_2 、 $B_3 \cdots$ 在射线 OM 上 , $\triangle A_1B_1A_2$, $\triangle A_2B_2A_3$, $\triangle A_3B_3A_4$ 均为等边三角形 , 若 $OA_1 = 1$, 则 $\triangle A_{2024}B_{2024}A_{2025}$ 的边长为_____ .

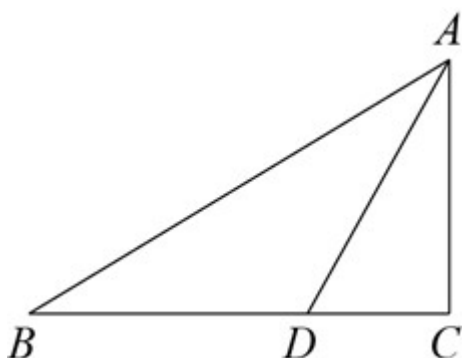


三、解答题

19 . 如图 , $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 若 $AD = 8$, 求 CD 的长 .



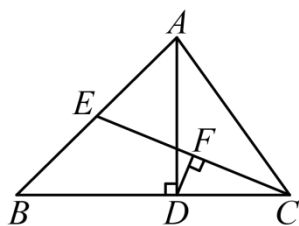
20 . 如图 , 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 , $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D .



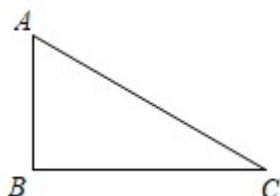
(1) 求证 : 点 D 在 AB 的垂直平分线上 ;

(2) 若 $CD = 2$, 求 BD 的长 .

21 . 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , AD 是 BC 边上的高 , CE 是 AB 边上的中线 , $DC = BE$, $DF \perp CE$, F 为垂足 . 求证 : F 是 CE 中点 .



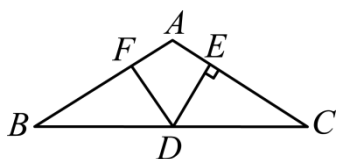
22. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle B = 90^\circ$.



(1) 尺规作图：在线段 AC 上作一点 D ，使得 $CD = BD$ （不写作法，保留作图痕迹）；

(2) 若点 D 到直线 BC 的距离为 1cm ，求 BD 的长 .

23. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 BC 边上任意一点，过点 D 分别向 AC ， AB 引垂线，垂足分别为 E 、 F .



(1) 当点 D 在 BC 的什么位置时， $DE = DF$ ？并说明理由：

(2) 在 (1) 的条件下，若 $\angle BAC = 120^\circ$, $AE = 8$ ，求 CE 的长 .

24. 综合实践：

动手操作：

小明在学完旋转后，利用两个相同的含有 30° 三角板进行旋转，让两个 30° 的顶点放置在一起，取

$\text{Rt}\triangle ABC$ 的中线 BF ，让 $\text{Rt}\triangle DEC$ 绕点 C 任意旋转 .

发现结论：

在旋转的过程中，发现线段 BF 与 DE 的位置存在平行的情况 .

问题解决：

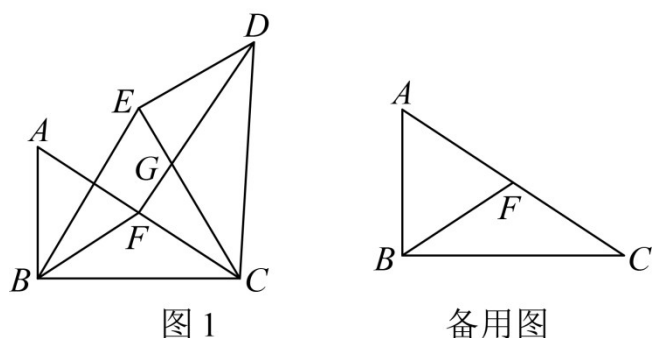


图 1

备用图

(1)如图 1，将 $\text{Rt}\triangle DEC$ 绕点 C 顺时针旋转 60° ，请判断 BF 与 DF 平行吗？并说明理由；

(2)当 $\text{Rt}\triangle DEC$ 顺时针旋转一周时，还存在平行的情况吗？若有，请求出旋转的角度；若无，请说明理由。

25. 已知点 A 在 x 轴正半轴上，以 OA 为边作等边 $\triangle OAB$ ， $A(x, 0)$ 。其中 x 是方程 $\sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} = 0$ 的解。

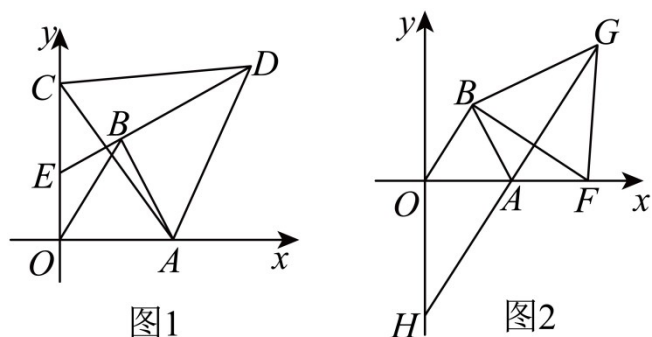


图1

图2

(1)求点 A 的坐标；

(2)如图 1，点 C 在 y 轴正半轴上，以 AC 为边在第一象限内作等边 $\triangle ACD$ ，连 DB 并延长交 y 轴于点 E ，求 $\angle BEO$ 度数；

(3)如图 2，点 F 为 x 轴正半轴上一动点，点 F 在点 A 的右边，连接 FB ，以 FB 为边在第一象限内作等边 $\triangle FBG$ ，连接 GA 并延长交 y 轴于点 H ，当点 F 运动时， $GH - AF$ 的值是否发生变化？若不变，求其值；若变化，求出其变化的范围。