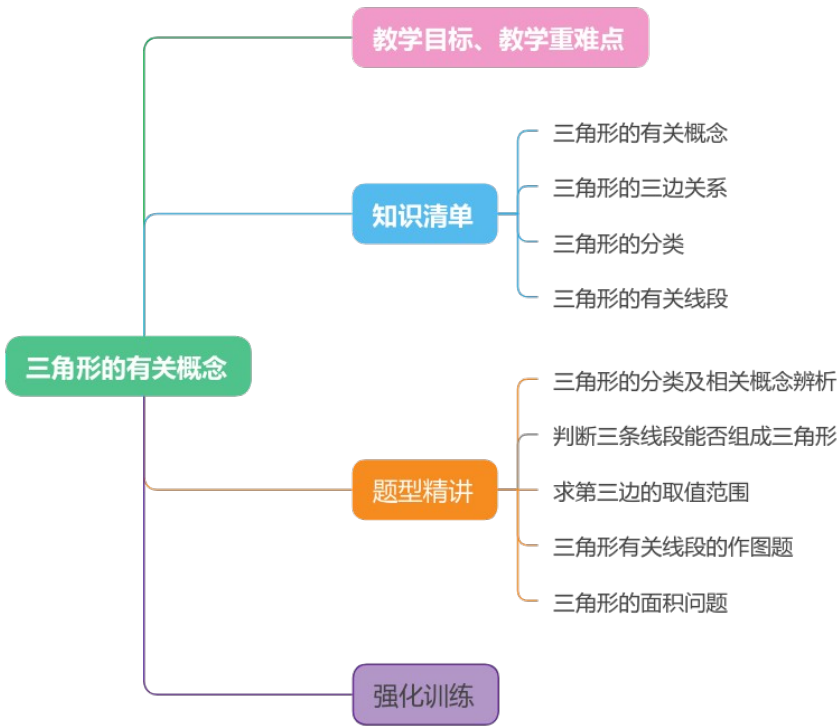


专题 17.1 三角形的有关概念

内容概览



教学目标、教学重难点

教学目标	1.理解三角形的严格定义，明确“不在同一直线上的三点，用线段两两连接”的核心要素； 2.掌握三角形的基本元素（边、顶点、内角）及相关概念（高线、中线、角平分线），能准确标注三角形的边与角； 3.能正确画出任意三角形的高、中线、角平分线，知晓三条中线、三条角平分线的交点均在三角形内部，了解不同类型三角形（锐角、直角、钝角）的高的位置差异； 4.初步掌握三角形按边（不等边、等腰、等边）和按角（锐角、直角、钝角）的分类标准，能根据已知条件判断三角形的类型； 5.通过三角形面积的计算强化对三角形中线、高线的理解与认识.
教学重难点	1.重点 通过对三角形的定义及相关概念的学习体验数学的严谨性逻辑性；

2.难点

钝角三角形高线的画法以及三角形的分类方法。

知识清单

知识点 01 三角形的有关概念

1.三角形的定义

定义：_____的三点用线段两两连接而成的图形叫作**三角形**。

2.三角形的基本元素

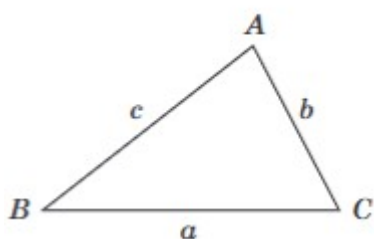
其中，三个点叫作三角形的_____；连接顶点的三条线段叫作三角形的_____，边的长度叫作**边长**；顶点处两边组成的角叫作三角形的_____，简称三角形的**角**。

【即学即练】

1.判断：用线段把三点两两连接而成的图形叫作三角形。()

2.填空：

如图，以 A、B、C 为顶点的三角形记作_____；三角形的三条边是线段_____、_____、_____，三个角是_____、_____、_____；其中_____是 $\angle BAC$ 的对边， $\angle ABC$ 的对边记作_____或_____，AB 边所对的角是_____；



知识点 02 三角形的三边关系

1.三角不等式

如果三角形的三条边长分别是 a、b、c,那么它们必定满足“三角不等式”,即_____>c、_____>a、_____>b.

2.公理：三角形的任意两边之和_____.

利用不等式的性质，由上述公理可以推出“三角不等式”的推论；

3.推论：三角形任意两边的差_____.

总结：三角形任意一边的长大于_____，小于_____。

【即学即练】

有两根长度分别为 5cm、7cm 的木棒，用长度为 13cm 的木棒与它们能拼成一个三角形吗？用长度为 2cm 的木棒呢？

知识点 03 三角形的分类

1. 按角分

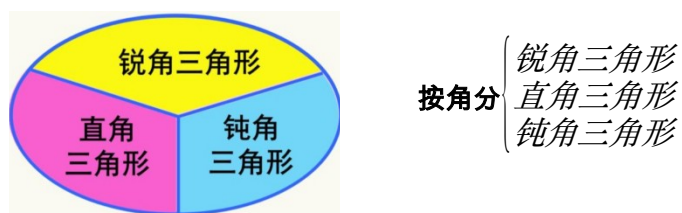
(1) 定义

三个角都是锐角的三角形叫作_____；有一个角是直角的三角形叫作_____有一个角是钝角的三角形叫作_____

(2) 直角三角形的表示方法

在直角三角形中，直角的两条边叫作_____，直角所对的边叫作_____，直角三角形可用符号“_____”表示，例如直角三角形 ABC 可以表示为_____，读作“直角三角形 ABC”。

三角形可分为_____、_____和_____这三类，每个三角形属于且只属于其中的一类。



2. 按边分

(1) 定义：

定义 有两边相等的三角形叫作_____，特别地，三边都相等的三角形叫作_____。

(2) 等腰直角三角形：既是等腰三角形又是直角三角形的三角形叫作_____，例如，有 45° 角的三角尺的形状是等腰直角三角形。

(3) 分类

三角形按边分，可以分为 **三边都不等的三角形** 和 _____，两大类，等边三角形和等腰直角三角形都是特殊的 _____。



按 边 分

{	等腰三角形	{ 只有两边相等的等腰三角形 等边三角形
	三边都不等的三角形	

【即学即练】

一个等腰三角形的一边长是 5，周长是 17，那么它的另外两边长是多少？

知识点 04 与三角形有关的线段

1. 三角形的高

(1) 定义：从三角形的一个顶点向它的对边 **所在的直线** 画垂线，顶点和垂足之间的线段叫作三角形 (**此边上**) 的 _____；

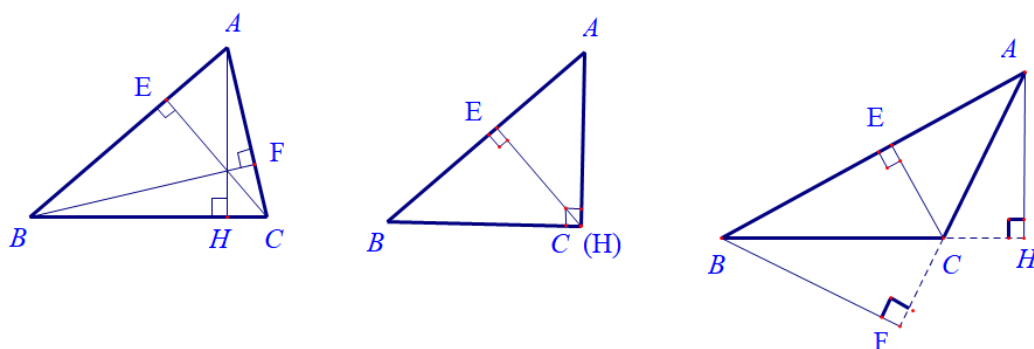
提醒：垂足有可能落在边的延长线上，高有可能落在三角形的外部。

(2) 探究不同三角形高的位置

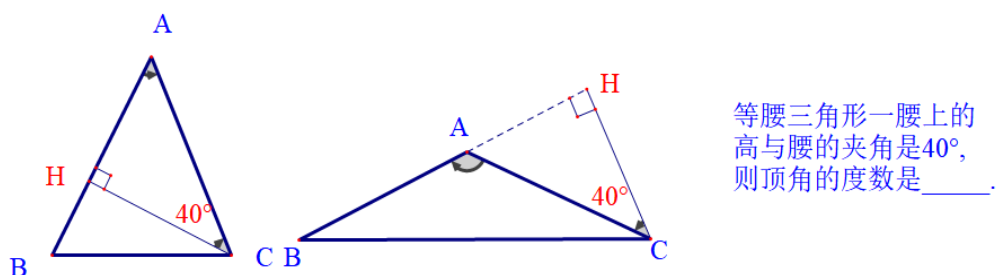
锐角三角形的高都在三角形的 _____；

直角三角形有两条高与两条直角边 _____；

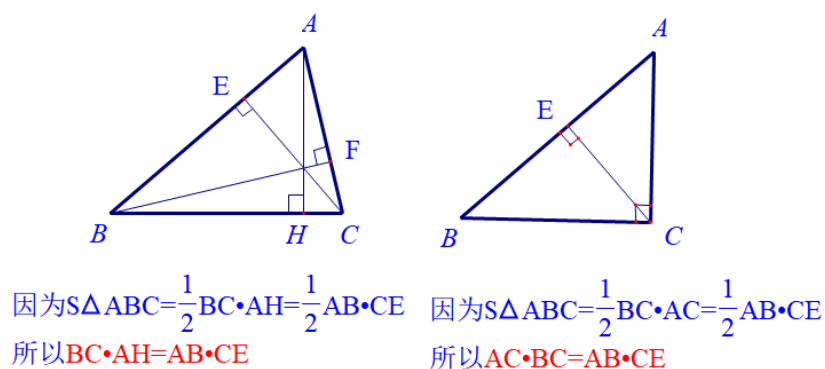
钝角三角形有两条高在三角形 _____；



(2) 根据高的位置分类讨论求角的度数

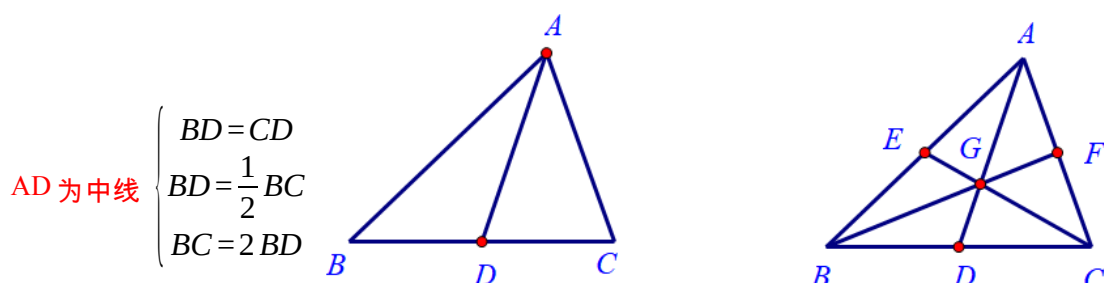


(4) 利用等积法计算



2. 三角形的中线

(1) 定义：连接三角形的一个顶点和它对边中点的线段叫作三角形（此边上）的_____；



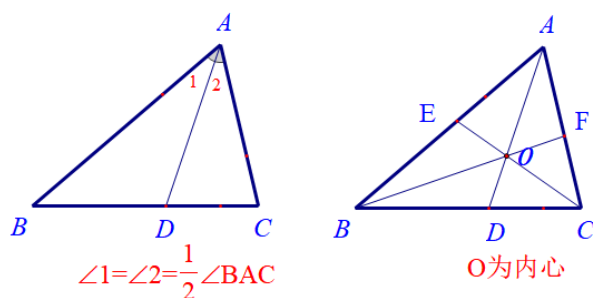
(2) 重心：三角形三条中线的交点叫作三角形的重心，三角形的重心一定在三角形内部；

(3) 应用：同（等）底等高的三角形面积相等 AD 为中线 $\Rightarrow BD = DC \Rightarrow$ _____

3. 三角形的角平分线

(1) 定义：三角形的一个内角的平分线和这个角的对边相交，顶点和交点之间的线段叫作三角形（此角）的_____；

(2) 内心：三角形的三条角平分线交于同一点，这个点叫作三角形的**内心**。



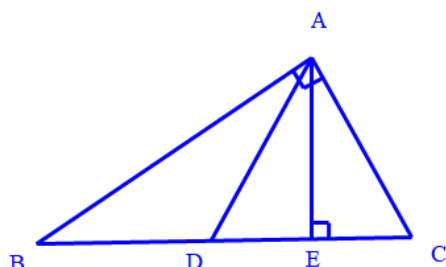
易错点：三角形的角平分线区别于角的平分线的，角的平分线是_____，而三角形的角平分线是_____。

【即学即练】

1. 下列说法：①平分三角形内角的射线是三角形的角平分线；②三角形的中线、角平分线、高都是线段；③一个三角形有三条角平分线和三条中线；④直角三角形只有一条高；⑤三角形的中线、角平分线、高都在三角形的内部。其中正确的个数（ ）

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，D、E在BC上的且 $BD = 2CE = 2DE$ = 中线， $AE \perp BC$ ，垂足为E。



(1) AB是 $\triangle ABC$ 中AC边上的高，AC是 $\triangle ABC$ 中AB边上的高；

(2) AE是图中哪几个三角形的高？

(3) 图中哪些线段是哪个三角形的中线？

(2) 找出图中面积相等的两个三角形，并加以证明

题型精讲

题型 01 三角形的分类及相关概念辨析

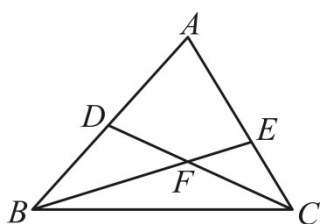
【典例 1】下列分类正确的是 ()

- A. 三角形可分为等腰三角形、等边三角形
- B. 三角形可分为不等边三角形、等腰三角形以及等边三角形
- C. 三角形可分为不等边三角形和等边三角形
- D. 三角形可分为不等边三角形和等腰三角形

【变式 1】在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 92^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 是 ()

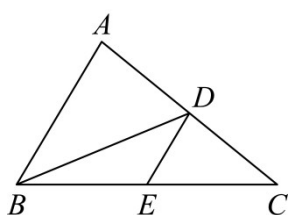
- A. 锐角三角形
- B. 直角三角形
- C. 钝角三角形
- D. 以上三种情况都有可能

【变式 2】1. 如图，下列说法错误的是 ()



- A. DF 是 $\triangle BDF$ 的边
- B. $\angle FBC$ 是 $\triangle FBC$ 的内角
- C. 以 $\angle A$ 为内角的三角形有 3 个
- D. 以 BC 为边的三角形有 3 个

【变式 3】如图， D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC, BC 的中点，则下列说法中不正确的是 ()。



- A. $\angle C$ 的对边 DE
- B. BD 是 $\triangle ABC$ 的中线
- C. $AD = DC$
- D. DE 是 $\triangle ABC$ 的中线

【变式 4】下列语句：

- ①三条线段组成的图形叫三角形；

- ②三角形的角平分线是射线；
- ③三角形的高所在的直线交于一点，这一点不在三角形内就在三角形外；
- ④三角形的三条角平分线交于一点，且这点在三角形内．

其中正确的有_____个．（ ）

- A . 3 B . 2 C . 0 D . 1

题型 02 判断三条线段能否组成三角形

【典例 1】 已知四条线段的长度分别为 1 厘米、2 厘米、3 厘米、4 厘米，任取其中三条线段，能构成的三角形的个数是（ ）

- A . 1 个 B . 2 个 C . 3 个 D . 4 个

【变式 1】 下列长度的三条线段能组成三角形的是（ ）

- A . 1, 2, 1 B . 2, 7, 8 C . 4, 6, 11 D . 1.5, 2.5, 4

【变式 2】 下列各组长度的线段中，能组成三角形的是（ ）

- A . 2, 3, 5 B . 3, 5, 9 C . 3, 6, 9 D . 3, 7, 9

【变式 3】 下列长度的三根铁条能首尾顺次连接做成三角形框架的是（ ）

- A . 23 cm、10 cm、8 cm B . 15 cm、23 cm、8 cm
- C . 18 cm、10 cm、23 cm D . 18 cm、10 cm、8 cm

【变式 4】 定义：一个三角形的一边长是另一边长的 2 倍，这样的三角形叫作“倍长三角形”．若 $\triangle ABC$ 是“倍长三角形”，有两条边的长分别为 2 和 3，则第三条边的长为_____．

题型 03 求三角形的边长的取值范围

【典例 1】 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ，则 BC 长度的取值范围是_____．

【变式 1】 如果一个三角形的两边长分别为 2 cm 和 7 cm，那么这个三角形第三边的长可能是（ ）

- A . 2 cm B . 4 cm C . 5 cm D . 6 cm

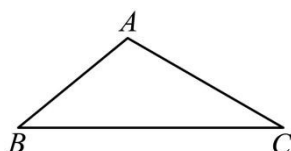
【变式 2】 若三角形三边的长分别为 $2a$ 、4、8，则 a 应满足的条件是_____．

【变式3】三角形的三边分别为5， $a-2$ ，9，则 a 的取值范围是_____。

【变式4】在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AC=4$ ， BC 是最大边，则 BC 的长度范围是_____。

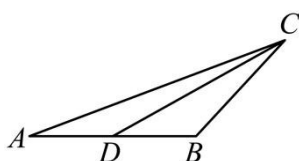
题型04 三角形有关线段的作图题

【典例1】如图，已知 $\triangle ABC$ ，根据下列要求作图并回答问题：



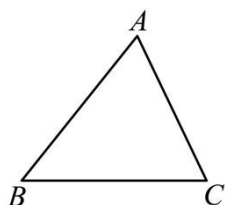
- (1)作边 AB 上的高 CD ；
- (2)过点 D 作直线 BC 的垂线，垂足为 E ；
- (3)点 B 到直线 CD 的距离是线段_____的长度；
- (4)线段 CE 的长度表示点_____到直线_____的距离。（不要求写画法，只需写出结论即可）

【变式1】如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 AB 的中点，根据下面的要求画出图形并填空。



- (1)画出 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高 CE ；
- (2)过点 D 画 $DF \perp AB$ ，直线 DF 交边 AC 于点 F ；
- (3)点 A 到直线 DF 的距离是线段_____的长度；
- (4)写出图形中面积相等的两个三角形：_____。

【变式2】如图，已知 $\triangle ABC$ ， $AB > AC$ ，根据下列要求画图并回答问题：

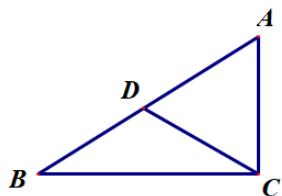


- (1)画边 BC 上的高 AD ；
- (2)点 A 到直线 BC 的距离是线段_____的长度；
- (3)边 BC 上有一点 E ，连接 AE ，如果 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEC}$ ，那么线段 AE 是 $\triangle ABC$ 的_____；（填“高”、“中线”或

“角平分线”），并在图中画出。

(4) 在 (1) (3) 的条件下，如果 $ED:CD = 2:3$ ， $S_{\triangle AED} = 6$ ，那么 $S_{\triangle ABC} =$ _____。

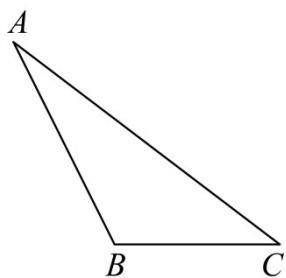
【变式3】 已知：如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 分别是斜边 AB 上中线，且测得 $AC=8$ ， $BC=6$ ， $AB=10$ ，



(1) 画出 $\triangle BDC$ 中 BD 、 BC 边的高；

(2) 求证： $\triangle ADC$ 的 AC 边上的高等于 BC 的一半。

【变式4】 如图，已知 $\triangle ABC$ ，根据下列要求画出图形并回答问题：



(1) 作边 AB 上的高 CD ；

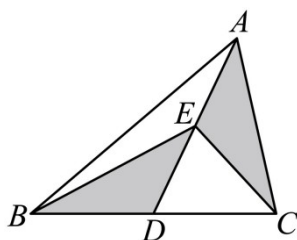
(2) 过点 B 画 AC 的垂线 BE ，垂足为 E ；

(3) 过点 E 画 CD 的平行线 EF ，交 AB 于点 F ；

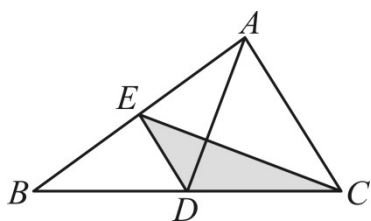
(4) 点 E 到直线 AB 的距离是线段_____的长度。

题型 05 三角形的面积问题

【典例1】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是边 BC 上的中线 BE 是 $\triangle ADB$ 边 AD 上的中线，阴影部分的面积为 2，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____。

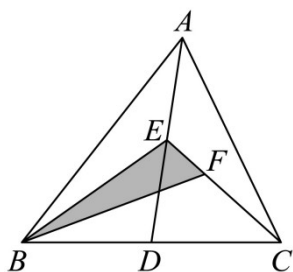


【变式1】 如图， AD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的中线，连接 ED ， $\triangle ABC$ 的面积是 10，则 $\triangle EDC$ 的面积是_____。

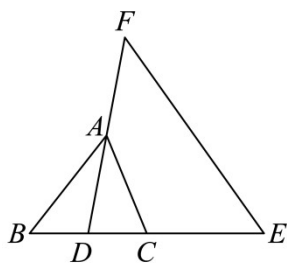


【变式2】 如图， CD 、 BE 都是 $\triangle ABC$ 的中线，请图中与四边形 $ADME$ 面积相等的三角形。

【变式3】 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别为 BC 、 AD 的中点， $CF = 2EF$ ，如果阴影部分 $\triangle BEF$ 的面积为 2，那么 $\triangle ABC$ 的面积是_____。



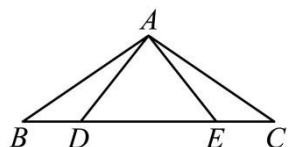
【变式4】 如图，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线，点 E 、 F 分别在 BC 、 DA 的延长线上， $CE = BC$ ， $AF = AD$ ，如果 $\triangle ABC$ 的面积是 8，那么 $\triangle DEF$ 的面积等于_____。



强化训练

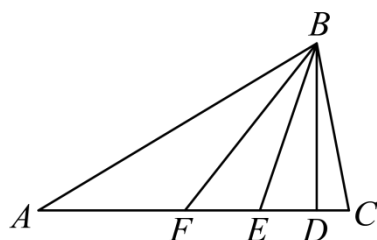
一、单选题

1. 在 $\triangle ABE$ 中， AB 边所对的角是 ()



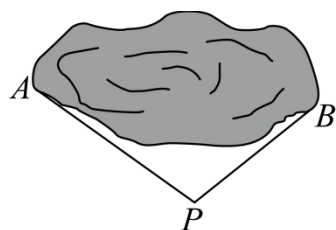
- A. $\angle ADB$ B. $\angle AEB$ C. $\angle ACB$ D. $\angle AEC$

2. 如图，在 $\triangle ABD$ 中， $\angle A$ 的对边是 ()



- A . BF B . BE C . BD D . BC

3. 如图所示，为估计池塘两岸 A , B 间的距离，小华在池塘一侧选取一点 P ，测得 $PA = 13\text{m}$, $PB = 7\text{m}$, 那么 A , B 之间的距离不可能是 ()



- A . 8m B . 12m C . 17m D . 21m

4. 下列各组条件中，不能组成三角形的是 ()

- A . 2 , $a+2$, $a+3(a>0)$ B . 3 厘米 , 8 厘米 , 10 厘米
C . 三条线段之比为 $1:2:3$ D . 6 厘米 , 6 厘米 , 6 厘米

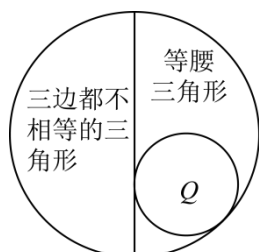
5. 下列各组长度的线段中，能组成三角形的是 ()

- A . 1 、 2 、 3 B . 6 、 3 、 2 C . 2 、 2 、 3 D . 4 、 2 、 1

6. 关于三角形的三条高，下列说法正确的是 ()

- A . 三条高都在三角形的内部 B . 三条高都在三角形的外部
C . 至多有一条在三角形的内部 D . 至少有一条在三角形的内部

7. 图表示三角形分类，则 Q 表示的是 ()



- A . 等边三角形 B . 直角三角形 C . 锐角三角形 D . 钝角三角形

8. 若实数 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边长，则 $(a-b)^2 - c^2$ 的结果 ()

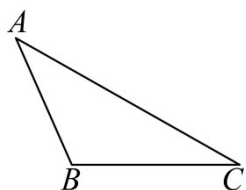
- A. 大于0 B. 等于0 C. 小于0 D. 无法确定

二、填空题

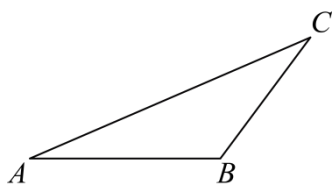
9. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 a 、 b 、 c ，其中 $a=3$ 、 $b=5$ ，则边长 c 的取值范围是_____。
10. 已知一个三角形的两边长分别为2cm和3cm，它的第三边长是偶数，且其长度也是整数。则这个三角形的周长是_____cm。
11. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 a 、 b 、 c ，化简： $|c-a-b|-|a+c-b|$ = _____。

三、解答题

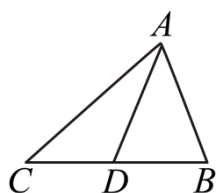
12. (1)如图，在 $\triangle ABC$ 中，利用尺规作出 BC 边上的高。（不写作法，保留作图痕迹）



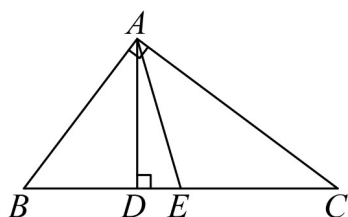
- (2)作三角形 ABC 中 AB 边上的高。



13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的中线， $\triangle ADC$ 的周长比 $\triangle ABD$ 的周长多5cm， $\triangle ABC$ 的周长为50cm，且 $BC=17$ cm，求 AC 的长。



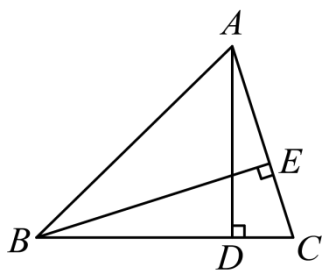
14. 如图所示，已知 AD ， AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和中线， $AB=3$ cm， $AC=4$ cm， $BC=5$ cm， $\angle CAB=90^\circ$ 。



- (1)求 AD 的长。

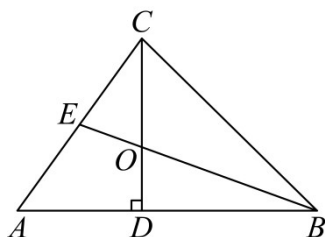
(2)求 $\triangle ACE$ 的面积 .

15 . 如图 , 已知 AD, BE 分别是 $\triangle ABC$ 中 BC, AC 边上的高 , $BC = 5, AC = 4, AD = 3$, 求 BE 的长 .



16. a, b, c 为三角形的三边 , 化简 : $|a-b-c|+|c-b+a|$

17. 如图 , CD 是 $\triangle ABC$ 的高线 , E 是 AC 中点 , 连接 BE 交 CD 于点 O .



(1)若 $\triangle ABE$ 的周长为 13 , $AB = 6, BC = 5$. 求 $\triangle BCE$ 的周长 ;

(2)在 (1) 的情况下 , 若 $CD = 3.5$, 求点 A 到 BC 的距离 .

18 . 阅读与思考 : 数学活动课上 , 老师提出如下问题 : 如图 1 , 在 $\triangle PAB$ 中 , PM 为边 AB 上的中线 . 求证 :

$S_{\triangle PAM} = S_{\triangle PBM}$. 小明给出如下证明过程 .

证明 : 如图 2 , 过点 P 作 $PQ \perp AB$ 于点 Q .

$\because PM$ 为边 AB 上的中线 ,

∴ ① _ .

$$\therefore S_{\triangle PAM} = \frac{1}{2} AM \cdot PQ, S_{\triangle PBM} = \text{②} _ ,$$

$$\therefore S_{\triangle PAM} = S_{\triangle PBM} .$$

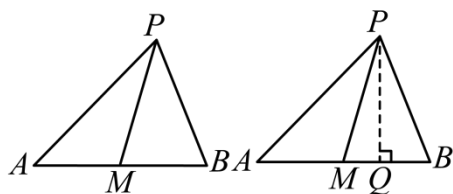


图1

图2

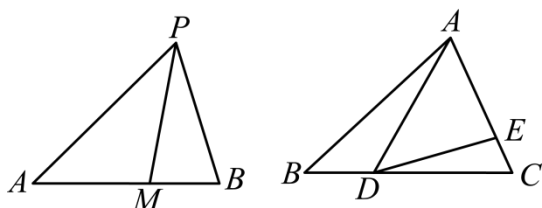


图3

图4

(1) 请将小明横线处的证明过程补充完整 .

(2) 经过探究，小明还发现：如图 3，若 M 为 $\triangle PAB$ 边 AB 上的任意一点，则 $\frac{S_{\triangle PAM}}{S_{\triangle PBM}} = \frac{AM}{BM}$ ，请写出证明过程 .

(3) 如图 4， $\triangle ABC$ 的面积为 24， D 是边 BC 上靠近点 B 的三等分点， E 是边 AC 上靠近点 C 的四等分点，则 $\triangle ADE$ 的面积为_____ .